Exercice ① : Soient $X_1, \dots, X_n$ iid de densité :

$$f_\theta(x) = \exp\left[- \frac{(x-\mu)^4}{\sigma^4} - \xi(\theta) \right]$$

n $\theta = (\mu, \sigma) \in \Theta = \mathbb{R} \times]0, +\infty[$. Montrer que la famille de

si $\mathcal{P} = \{ \mathbb{P}_\theta , \theta \in \Theta \}$ est une famille exponentielle où

$\mathbb{P}_\theta$ est la loi jointe de $X_1, \dots, X_n$ et la statistique

$$T = \left(\sum_{i=1}^n X_i , \sum_{i=1}^n X_i^2 , \sum_{i=1}^n X_i^3 , \sum_{i=1}^n X_i^4 \right)$$ est exhaustive

minimale pour $\theta \in \Theta$.

Exercice ② : Soient $(X_1, \dots, X_n)$ iid de loi de Cauchy de paramètre de position $\mu \in \mathbb{R}$ et d'échelle $\sigma > 0$ inconnus.

Montrer que le vecteur ~~des stat~~ $(X_{(1)}, \dots, X_{(n)})$ est exhaustif minimal pour (μ, σ). Rappelons que.

$$f_{(\mu,\sigma)}(x) = \frac{\sigma^n}{\pi^n} \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sigma^2 + (x_i - \mu)^2} , \quad x = (x_1, \dots, x_n) .$$