МИНОБРНАУКИ РОССИИ
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭЛЕКТРОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
«ЛЭТИ» ИМ. В.И. УЛЬЯНОВА (ЛЕНИНА)
Кафедра МО ЭВМ

ОТЧЕТ

по лабораторной работе №1

по дисциплине «Построение и анализ алгоритмов»

ТЕМА: ПОИСК С ВОЗВРАТОМ

Студентка гр. 8303 _____ Потураева М.Ю.

Преподаватель _____ Фирсов М.А.

Санкт-Петербург

2020

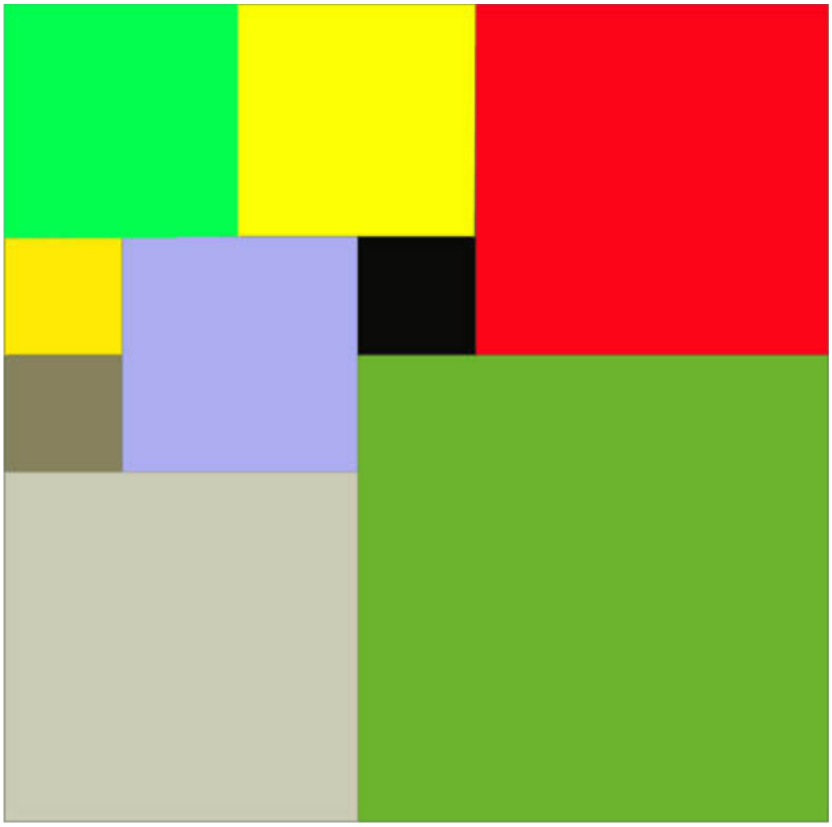
Цель работы.

Изучение алгоритма поиска с возвратом.

Задание.

У Вовы много квадратных обрезков доски. Их стороны (размер) изменяются от 1 до N−1, и у него есть неограниченное число обрезков любого размера. Но ему очень хочется получить большую столешницу – квадрат размера N. Он может получить ее, собрав из уже имеющихся обрезков (квадратов).

Например, столешница размера 7×7 может быть построена из 9 обрезков.



Внутри столешницы не должно быть пустот, обрезки не должны выходить за пределы столешницы и не должны перекрываться. Кроме того, Вова хочет использовать минимально возможное число обрезков.

Входные данные

Размер столешницы – одно целое число N (2≤N≤20).

Выходные данные

Одно число K, задающее минимальное количество обрезков(квадратов), из которых можно построить столешницу (квадрат) заданного размера N. Далее должны идти K строк, каждая из которых должна содержать три целых числа x,

y и w, задающие координаты левого верхнего угла (1≤x, y≤N) и длину стороны соответствующего обрезка (квадрата).

Пример входных данных

7

Соответствующие выходные данные

9
1 1 2
1 3 2
3 1 1
4 1 1
3 2 2
5 1 3
4 4 4
1 5 3
3 4 1

Индивидуализация.

Рекурсивный бэктрекинг. Исследование времени выполнения от размера квадрата.

Описание алгоритма.

Работа программы основана на алгоритме поиска с возвратом. Он заключается в полном переборе всех возможных вариантов заполнения квадрата квадратами меньшего размера.

Алгоритм принимает длину стороны столешницы. Далее, в цикле происходит поиск делителя введенного числа и вычисляется коэффициент, который является отношением размеров исходного и заменяющего квадратов . В любом случае мы можем вставить три квадрата с координатами, зависящими от его размера. После вставки запускаем рекурсивный бэктрекинг, в котором после каждой вставки опять рекурсивно вызывается данная функция поиска места и вставки следующего квадрата. Выход из рекурсии происходит тогда, когда на поле не остается пустот.

Для хранения решения используется два вектора: промежуточной вектор вставки (vector<Square> listSquare) и итоговый вектор вставленных квадратов (vector<Square> result). При возврате отменяется вставка квадрата находящегося в конце вектора, который является последним вставленным квадратом.

На каждом шаге мы пытаемся вставить квадраты от N до 1.
И максимальная глубина рекурсии будет N*N (при заполнении поля только единичными квадратами). Тогда имеем N^{n*n} вызовов рекурсивной функции и получаем сложность по количеству операций $O(N^{n*n})$.

На протяжении всей программы используется вектор промежуточных вставок и вектор для хранения результата, двумерный массив указателей для хранения квадрата. Тогда сложность по памяти составляет O(n*n).

Использованные оптимизации.

Два квадрата, размер, одного из которых является наименьшим делимым размера другого, имеют одинаковое минимальное разбиение (с учетом масштаба). Тогда для введенного квадрата ищем такое минимальное делимое, и заменяем размер квадрата. По результату работы программы нужно умножить координаты вставленных квадратов на отношение размеров исходного и заменяющего квадратов.

Если на каком-либо шаге поиска с возвратом в столешнице квадратов больше или равно числу квадратов в лучшем случае, то такой случай пропускается.

Исходная столешница изначально заполняется квадратом со стороной (N+1)/2 в левом верхнем углу и квадратами со стороной (N-1)/2 в левом нижнем и правом верхнем углах.

Описание структур данных.

Класс Square:

int x, y - координаты квадрата.

int size - размер квадрата.

Void print(int Coeff) – метод выводы результата.

Используется для хранения размещенного на поле квадрата.

vector<Square> listSquare:

Хранит промежуточное состояние.

vector<Square> resultSquare:

Вектор для хранения размещенных квадратов.

Описание функций

1)IsCheck_square(int **square, int size, int &x, int &y) – проверка можно ли квадрат размера size установить, начиная с клетки с координатами (x,y).

2)IsFill_square(int **square, int x, int y, int w, int size) - проверка можно ли квадрат размера w существовать, начиная с клетки с координатами (x,y).

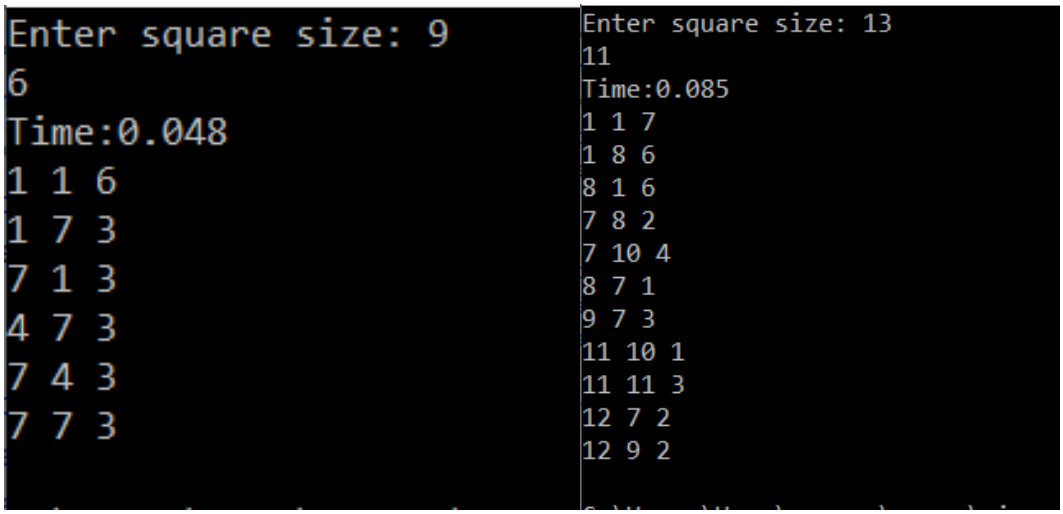
3)insert_square(int **square, int x, int y, int size, int var) - изменение каждой ячейки массива в квадрате с координатой верхнего левого угла (x, y) и размера size на var.

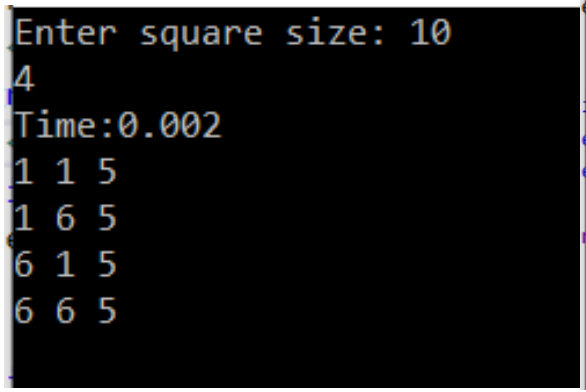
4)delete_square(int **square, int x, int y, int size) - удаления квадрата заданной стороны size, верхний левый угол которого расположен в клетке с координатами (x,y).

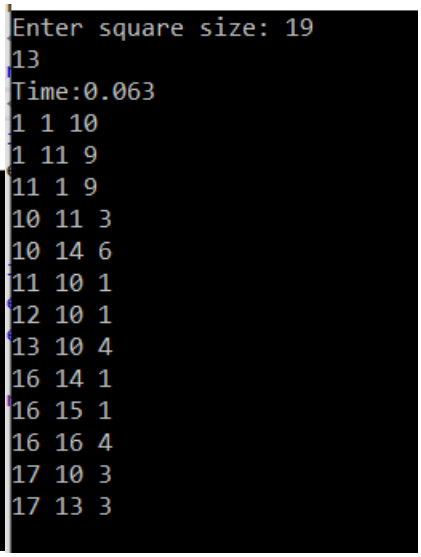
5)side_square(int x, int y, int size) - возвращение длины квадрата.

6) backtracking(int **square,int size, int &minS, int count) – с помощью алгоритма поиска с возвратом происходит разложение квадрата на минимальное количество меньших квадратов.

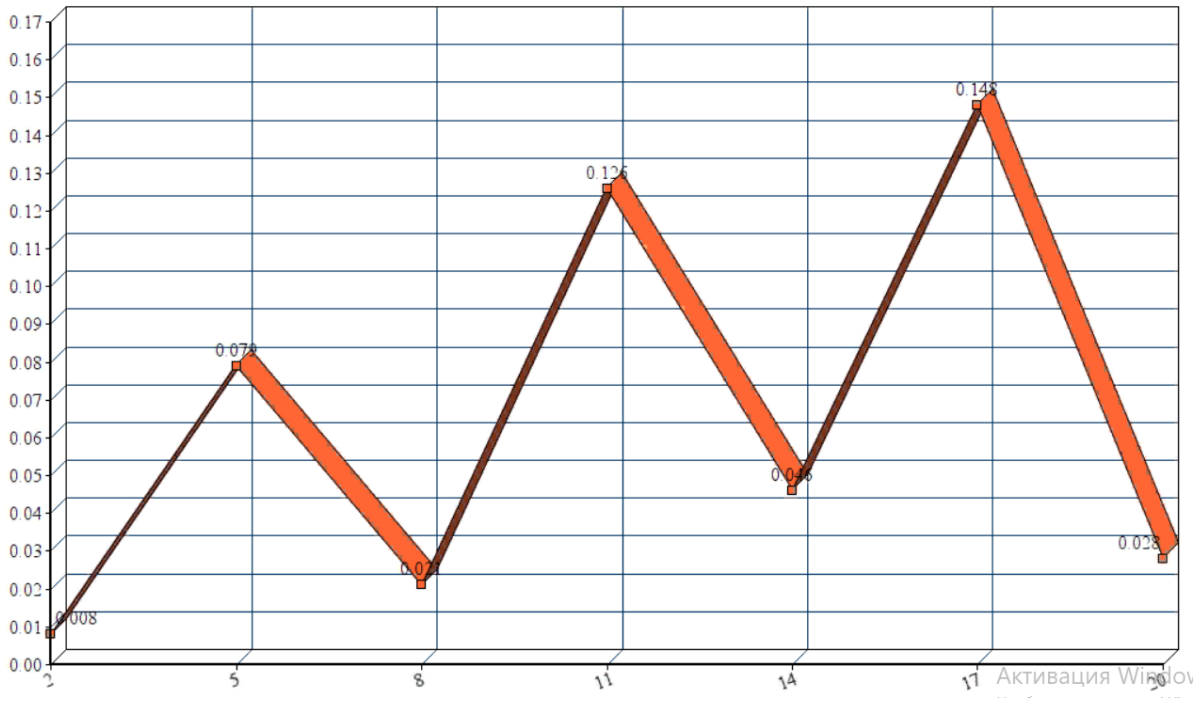
ТЕСТИРОВАНИЕ.







Исследование



Исходя из данных, полученных в результате исследования, можно сделать вывод, что время работы программы напрямую зависит от размера квадрата. Также время работы с простыми числами будет больше в несколько раз по сравнению с составными.

Вывод.

В ходе выполнения лабораторной работы был изучен алгоритм поиска с возвратом путем написания программы, решающей задачу по замещению квадратной столешницы заданной длины наименьшим числом квадратов.

Приложения А. Исходный код

```
#include <iostream>
#include <vector>
#include <ctime>
using namespace std;



//Класс вставленного квадрата в виде координаты-размер квадрата
class Square {
public:
	int x;
	int y;
	int size;
	Square(int x, int y, int size) :x(x), y(y), size(size){}
		void print(int Coeff) {
		cout << x * Coeff + 1 << " " << y * Coeff + 1 << " " << size * Coeff << endl;
	}
};

vector<Square> listSquare;	// промежуточный список квадратов
vector<Square> resultSquare;

bool IsCheck_square(int** square, int size, int& x, int& y) { //проверка можно ли вставить
квадрат
	for (int i = 0; i < size; i++)
		for (int j = 0; j < size; j++)
			if (square[i][j] == 0) {
				x = i;
				y = j;
				return true;
			}
	return false;
}

bool IsFill_square(int** square, int x, int y, int w, int size) { //проверка может ли суще-
ствовать квадрат в переданных координатах
	if (x + w > size || y + w > size)
		return false;

	for (int i = x; i < x + w; i++)
		for (int j = y; j < y + w; j++)
			if (square[i][j] != 0)
				return false;

	return true;
}

void insert_square(int** square, int x, int y, int size, int val) { //вставка квадрата
	for (int i = x; i < x + size; i++)
		for (int j = y; j < y + size; j++)
			square[i][j] = val;
}

void delete_square(int** square, int x, int y, int size) { //удаление квадрата
	for (int i = x; i < x + size; i++)
		for (int j = y; j < y + size; j++)
			square[i][j] = 0;
}

int side_square(int x, int y, int size) { //изменение длины квадрата
	if (size - x < size - y)
		return size - x;
```

```
	else
		return size - y;
}

void backtracking(int** square, int size, int& minSq, int count) {
	if (minSq < count)//если дошли до минимума
		return;

	int x_start = 0, y_start = 0;

	if (IsCheck_square(square, size, x_start, y_start) == false) { //если квадрат можно
вставить
		if (count - 1 < minSq) { //если нашли новый минимум
			minSq = count - 1;
			resultSquare = listSquare;
		}
	}
	else {
		int new_size = side_square(x_start, y_start, size); //иначе возвращаем длину
квадрата
		if (new_size > size - 1) {
			new_size = size - 1;
		}
		for (int i = new_size; i > 0; i--) {
			if (IsFill_square(square, x_start, y_start, i, size)) {//если можем
вставить квадрат
				insert_square(square, x_start, y_start, i, count);
				Square sq(x_start, y_start, i);//создаем новый квадрат
				listSquare.push_back(sq);
				backtracking(square, size, minSq, count + 1);//опять запускаем
бэктрекинг
				listSquare.pop_back();//возвращаемся
				delete_square(square, x_start, y_start, i);//удаляем квадрат
			}
		}
	}
}

int main() {
	cout << "Enter square size: ";
	int N;
	cin >> N;
	int k = 0;
	int minSq = N + 1;//недостижимое значение количества квадратов
	unsigned int tmp1 = clock();
	for (int i = 2; i <= N; i++) { //уменьшение размера квадрата с помощью нахождения ко-
эффицента
		if (N % i == 0) {
			k = N / i;
			N = i;
			break;
		}
	}


	int** square = new int* [N]; //создаем двумерный массив указателей и инициализиурем
его нулями
	for (int i = 0; i < N; i++) {
		square[i] = new int[N];
		for (int j = 0; j < N; j++) {
			square[i][j] = 0;
		}
	}
```

```
	int size1 = (N + 1) / 2;
	int size2 = N - size1;
	int count = 1;// в любом случае мы можем изначально вставить три квадрата в соответствии с его размерами
	insert_square(square, 0, 0, size1, count); count++;
	insert_square(square, 0, size1, size2, count); count++;
	insert_square(square, size1, 0, size2, count); count++;

	listSquare.push_back(Square(0, 0, size1));
	listSquare.push_back(Square(0, size1, size2));
	listSquare.push_back(Square(size1, 0, size2));

	backtracking(square, N-1, minSq, count);
	cout << minSq << endl;
	unsigned int tmp2 = clock();
	cout << (tmp2 - tmp1)/1000.0 << endl;
	for (int i = 0; i < resultSquare.size(); i++) {
		resultSquare[i].print(k); //вывод результата работы программы на экран
	}

	for (int i = 0; i < N; i++)
		delete[] square[i];
	delete[] square;

	return 0;
}
```