**Лабораторная работа №5**

**Цель работы:** Приобретение навыков решения открытой транспортной задачи

**Задание 1.** Решить транспортную задачу. Имеется 5 поставщиков продукции и 6 потребителей.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| a 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| a 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| a 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Для разрешимости транспортной задачи необходимо, чтобы суммарные запасы продукции у поставщиков равнялись суммарной потребности потребителей.

Проверим необходимое и достаточное условие разрешимости задачи.  
∑a = 172 + 117 + 154 + 163 + 104 = 740  
∑b = 147 + 111 + 135 + 197 + 99 + 167 = 904



Суммарная потребность груза у потребителей превышает запасы груза у поставщиков. Следовательно, модель исходной транспортной задачи является **открытой**. Чтобы получить **закрытую** модель, введем дополнительного (фиктивного) поставщика с запасом груза, равным 164 (740—904). Тарифы перевозки единицы груза из от поставщика ко всем потребителям полагаем равны нулю.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **14** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| a 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125** |
| a 3 | **13** | **17** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| a 4 | **16** | **22** | **22** | **15** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **15** | **23** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| a 6 | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Теперь выполняется условие.

**Этап I. Поиск первого опорного плана (*метод наименьшей стоимости)***

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел ai, или bj.  
Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы поставщика и удовлетворены потребности потребителя.  
Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.  
Искомый элемент равен c22=12. Для этого элемента запасы равны 125, потребности 119. Поскольку минимальным является 119, то вычитаем его.  
x22 = min(125,119) = 119.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **x** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| a 2 | **22** | **12** | **20** | **17** | **19** | **25** | **125-119=6** |
| a 3 | **13** | **x** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| a 4 | **16** | **x** | **22** | **15** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **15** | **x** | **21** | **12** | **22** | **16** | **112** |
| a 6 | **0** | **x** | **0** | **0** | **0** | **0** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119-119=0** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Искомый элемент равен c54=12. Для этого элемента запасы равны 112, потребности 205. Поскольку минимальным является 112, то вычитаем его.  
x54 = min(112,205) = 112.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **x** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180** |
| a 2 | **22** | **12 | 119** | **20** | **17** | **19** | **25** | **6** |
| a 3 | **13** | **x** | **23** | **20** | **14** | **23** | **162** |
| a 4 | **16** | **x** | **22** | **15** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12** | **x** | **x** | **112-112=0** |
| a 6 | **0** | **x** | **0** | **0** | **0** | **0** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **0** | **143** | **205-112 = 93** | **107** | **175** |  |

Искомый элемент равен c16=13. Для этого элемента запасы равны 180, потребности 175. Поскольку минимальным является 175, то вычитаем его.  
x16 = min(180,175) = 175.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **x** | **18** | **15** | **23** | **13** | **180 -175 =5** |
| a 2 | **22** | **12 | 119** | **20** | **17** | **19** | **x** | **6** |
| a 3 | **13** | **x** | **23** | **20** | **14** | **x** | **162** |
| a 4 | **16** | **x** | **22** | **15** | **25** | **x** | **161** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **0** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **0** | **143** | **93** | **107** | **175-175 = 0** |  |

Искомый элемент равен c31=13. Для этого элемента запасы равны 162, потребности 155. Поскольку минимальным является 147, то вычитаем его.  
x31 = min(162,155) = 155.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **18** | **15** | **23** | **13|175** | **5** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **20** | **17** | **19** | **x** | **6** |
| a 3 | **13 | 155** | **x** | **23** | **20** | **14** | **x** | **162 -155 =7** |
| a 4 | **x** | **x** | **22** | **15** | **25** | **x** | **161** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155-155 = 0** | **0** | **143** | **93** | **107** | **0** |  |

Искомый элемент равен c35=14. Для этого элемента запасы равны 7, потребности 107. Поскольку минимальным является 7, то вычитаем его.  
x35 = min(7,107) = 7.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **18** | **15** | **23** | **13|175** | **5** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **20** | **17** | **19** | **x** | **6** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14** | **x** | **7-7 = 0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22** | **15** | **25** | **x** | **161** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **93** | **107 – 7 = 100** | **0** |  |

Искомый элемент равен c14=15. Для этого элемента запасы равны 5, потребности 93. Поскольку минимальным является 5, то вычитаем его.  
x14 = min(5,93) = 5.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **15** | **x** | **13|175** | **5-5=0** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **20** | **17** | **19** | **x** | **6** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14 | 7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22** | **15** | **25** | **x** | **161** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **93 -5 = 88** | **100** | **0** |  |

Искомый элемент равен c44=15. Для этого элемента запасы равны 161, потребности 88. Поскольку минимальным является 88, то вычитаем его.  
x44 = min(161,88) = 88.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **15|5** | **x** | **13|175** | **0** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **20** | **x** | **19** | **x** | **6** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14 | 7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22** | **15** | **25** | **x** | **161-88=73** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **88-88=0** | **100** | **0** |  |

Искомый элемент равен c25=19. Для этого элемента запасы равны 6, потребности 100. Поскольку минимальным является 6, то вычитаем его.  
x25 = min(6,100) = 6.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **15|5** | **x** | **13|175** | **0** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **x** | **x** | **19** | **x** | **0** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14 | 7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22** | **15|88** | **25** | **x** | **73** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143** | **0** | **100-6=94** | **0** |  |

Искомый элемент равен c43=22. Для этого элемента запасы равны 73, потребности 143. Поскольку минимальным является 73, то вычитаем его.  
x43 = min(73,143) = 73.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **15|5** | **x** | **13|175** | **0** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **x** | **x** | **19|6** | **x** | **0** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14 | 7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22** | **15|88** | **x** | **x** | **73-73=0** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **143-73 =70** | **0** | **94** | **0** |  |

Искомый элемент равен c63=0. Для этого элемента запасы равны 164, потребности 70. Поскольку минимальным является 70, то вычитаем его.  
x63 = min(164,70) = 70.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **15|5** | **x** | **13|175** | **0** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **x** | **x** | **19|6** | **x** | **0** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14 | 7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22|73** | **15|88** | **x** | **x** | **0** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0|70** | **0** | **0** | **x** | **164-70=94** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **70-70=0** | **0** | **94** | **0** |  |

Искомый элемент равен c65=0. Для этого элемента запасы равны 94, потребности 94. Поскольку минимальным является 86, то вычитаем его.  
x65 = min(94,94) = 94.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | b5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **x** | **x** | **x** | **15|5** | **x** | **13|175** | **0** |
| a 2 | **x** | **12 | 119** | **x** | **x** | **19|6** | **x** | **0** |
| a 3 | **13|155** | **x** | **x** | **x** | **14 | 7** | **x** | **0** |
| a 4 | **x** | **x** | **22|73** | **15|88** | **x** | **x** | **0** |
| a 5 | **x** | **x** | **x** | **12 | 112** | **x** | **x** | **0** |
| a 6 | **x** | **x** | **0** | **0** | **0** | **x** | **94-94=0** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **0** | **0** | **0** | **0** | **94=94-0** | **0** |  |

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **14** | **18** | **15[5]** | **23** | **13[175]** | **180** |
| a 2 | **22** | **12[119]** | **20** | **17** | **19[6]** | **25** | **125** |
| a 3 | **13[155]** | **17** | **23** | **20** | **14[7]** | **23** | **162** |
| a 4 | **16** | **22** | **22[73]** | **15[88]** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **15** | **23** | **21** | **12[112]** | **22** | **16** | **112** |
| a 6 | **0** | **0** | **0[70]** | **0** | **0[94]** | **0** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 11, а должно быть m + n - 1 = 11.

Первое допустимое решение равно:

Х14 = 5, Х16 = 175, Х22 =119, Х25 = 6, Х31 = 155, Х35 = 6, Х43 = 73, Х45 = 88, Х54 = 112, Х63 = 70, Х65 = 94  
Значение целевой функции для этого опорного плана равно:  
F(x) = 15\*5 + 13\*175 + 12\*119 + 19\*6 + 13\*155 + 14\*7 + 22\*73 + 15\*88 + 12\*112 + 0\*70 + 0\*94 = 10275

**Этап II. Улучшение опорного плана *(метод потенциалов)***

В методе потенциалов каждой строке i и каждому столбцу j транспортной таблицы ставятся в соответствие числа (потенциалы)ui (поставщики) и vj (потребители). Для каждой базисной переменной Хij потенциалы ui и vj удовлетворяют уравнению.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij. Уравнений 11 неизвестных 10. Присваиваем одному из них произвольное значение (обычно u1 = 0).  
u1 + v4 = 15; 0 + v4 = 15; v4 = 15  
u4 + v4 = 15; 15 + u4 = 15; u4 = 0  
u4 + v3 = 22; 0 + v3 = 22; v3 = 22  
u6 + v3 = 0; 22 + u6 = 0; u6 = -22  
u6 + v5 = 0; -22 + v5 = 0; v5 = 22  
u2 + v5 = 19; 22 + u2 = 19; u2 = -3  
u2 + v2 = 12; -3 + v2 = 12; v2 = 15  
u3 + v5 = 14; 22 + u3 =14; u3 = -8  
u3 + v1 = 13; -8 + v1 = 13; v1 = 21  
u5 + v4 = 12; 15 + u5 = 12; u5 = -3  
u1 + v6 = 13; 0 + v6 = 13; v6 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | V1=21 | V2=15 | V3=22 | V4=15 | V5=22 | V6=13 |
| U1=0 | **24** | **14** | **18** | **15[5]** | **23** | **13[175]** |
| U2=-3 | **22** | **12[119]** | **20** | **17** | **19[6]** | **25** |
| U3=-8 | **13[155]** | **17** | **23** | **20** | **14[7]** | **23** |
| U4=0 | **16** | **22** | **22[73]** | **15[88]** | **25** | **14** |
| U5=-3 | **15** | **23** | **21** | **12[112]** | **22** | **16** |
| U6=-22 | **0** | **0** | **0[70]** | **0** | **0[94]** | **0** |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых (ui + vj) - cij > 0

(1,1) ∆11 = 0 + 21 - 24 = -3

(1,5) ∆15 = 0 + 22 - 23 = -1

(2,1) ∆21 = -3 + 21 - 22 = -4

(2,3) ∆23 = -3 + 22 - 20 = -1

(2,4) ∆24 = -3 + 15 - 17 = -5

(2,6) ∆26 = -3 + 13 - 25 = -15

(3,2) ∆32 = -8 + 15 - 17 = -10

(3,3) ∆33 = -8 + 22 - 23 = -9

(3,4) ∆34 = -8 + 15 - 20 = -13

(3,6) ∆36 = -8 + 13 - 23 = -18

(4,2) ∆42 = 0 + 15 - 22 = -7

(4,5) ∆45 = 0 + 22 - 25 = -3

(4,6) ∆46 = 0 + 13 - 14 = -1

(5,2) ∆52 = -3 + 15 - 23 = -11

(5,3) ∆53 = -3 + 22 - 21 = -2

(5,5) ∆55 = -3 + 22- 22 = -3

(5,6) ∆55 = -3 + 13 - 16 = -6

(6,1) ∆61 = -22 + 21 = -1

(6,2) ∆62 = -22 + 15 = -7

(6,4) ∆64 = -22 + 15 = -7

(6,6) ∆66 = -22 + 13 = -9

(1;2): 0 + 15 > 14; ∆12 = 0 + 15 - 14 = 1 > 0  
(1;3): 0 + 22 > 18; ∆13 = 0 + 22 - 18 = 4 > 0  
(4;1): 0 + 21 > 16; ∆41 = 0 + 21 - 16 = 5 > 0  
(5;1): -3 + 21 > 15; ∆51 = -3 + 21 - 15 = 3 > 0  
max(1,4,5,3) = 5

Выбираем клетку по максимальной оценке свободной клетки (4;1): 16

Создаем цикл, который представляет собой замкнутую линию, содержащую исключительно вертикальные и горизонтальные линии, которые соединяют выбранную ячейку и ячейки, которые входят в решение транспортной задачи.  
Для этого в перспективную клетку (4;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **14** | **18** | **15[5]** | **23** | **13[175]** | **180** |
| a 2 | **22** | **12[119]** | **20** | **17** | **19[6]** | **25** | **125** |
| a 3 | **13[155][-]** | **17** | **23** | **20** | **14[7][+]** | **23** | **162** |
| a 4 | **16[+]** | **22** | **22[73][-]** | **15[88]** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **15** | **23** | **21** | **12[112]** | **22** | **16** | **112** |
| a 6 | **0** | **0** | **0[70][+]** | **0** | **0[94][-]** | **0** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Цикл приведен в таблице (4,1 → 4,3 → 6,3 → 6,5 → 3,5 → 3,1).  
Из грузов хij стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е. у = min (4, 3) = 73. Прибавляем 73 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 73 из Хij, стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ПОТРЕБИТЕЛИ  ПОСТАВЩИКИ | b1 | b2 | b3 | b4 | B5 | b6 | ЗАПАСЫ |
| a 1 | **24** | **14** | **18** | **15[5]** | **23** | **13[175]** | **180** |
| a 2 | **22** | **12[119]** | **20** | **17** | **19[6]** | **25** | **125** |
| a 3 | **13[155-73=82]** | **17** | **23** | **20** | **14[7+73=80]** | **23** | **162** |
| a 4 | **16[0+73 = 73]** | **22** | **22[0+73=73]** | **15[88]** | **25** | **14** | **161** |
| a 5 | **15** | **23** | **21** | **12[112]** | **22** | **16** | **112** |
| a 6 | **0** | **0** | **0[70+73=143]** | **0** | **0[94-73=21]** | **0** | **164** |
| ПОТРЕБНОСТИ | **155** | **119** | **143** | **205** | **107** | **175** |  |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы* ui, vj. по занятым клеткам таблицы, в которых ui + vj = cij, полагая, что u1 = 0.

u1 + v4 = 15; 0 + v4 = 15; v4 = 15  
u4 + v4 = 15; 15 + u4 = 15; u4 = 0  
u4 + v1 = 16; 0 + v1 = 16; v1 = 16  
u3 + v1 = 13; 16+ u3 = 13; u3 = -3  
u3 + v5 = 14; -3 + v5 = 14; v5 = 17  
u2 + v5 = 19; 17 + u2 = 19; u2 = 2  
u2 + v2 = 12; -2+ v2 = 4; v2 = 10  
u6 + v5 = 0; 17+ u6 = 0; u6 = -17  
u6 + v3 = 0; -17 + v3 = 0; v3 = 17  
u5 + v4 = 12; 15+ u5 = 12; u5 = -3  
u1 + v6 = 13; 0 + v6 = 13 v6 = 13

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | V1=16 | V2=10 | V3=17 | V4=15 | V5=17 | V6=13 |
| U1=0 | **24** | **14** | **18** | **15[5]** | **23** | **13[175]** |
| U2=2 | **22** | **12[119]** | **20** | **17** | **19[6]** | **25** |
| U3=-3 | **13[82]** | **17** | **23** | **20** | **14[80]** | **23** |
| U4=0 | **16[73]** | **22** | **22[73]** | **15[88]** | **25** | **14** |
| U5=-3 | **15** | **23** | **21** | **12[112]** | **22** | **16** |
| U6=-17 | **0** | **0** | **0[143]** | **0** | **0[21]** | **0** |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию (ui + vj ) - cij ≤ 0.

(1,1) ∆11 = 0 + 16 - 24 = -8

(1,2) ∆12 = 0 + 10 - 14 = -4

(1,3) ∆13 = 0 + 17 - 18 = -1

(1,5 )∆15 = 0 + 17 - 23 = -6

(2,1) ∆21 = 2 + 16 - 22 = -4

(2,3) ∆23 = 2 + 17 - 20 = -5

(2,4) ∆24 = 2 + 15 - 17 = -4

(2,6) ∆26 = 2 + 12 - 25 = -11

(3,2) ∆32 = -3 + 10 - 17 = -10

(3,3) ∆33 = -3 + 17 - 23 = -9

(3,4) ∆34 = -3 + 15 - 20 = -8

(3,6) ∆36 = -3 + 13 - 23 = -13

(4,2) ∆42 = 0 + 10 - 22 = -12

(4,5) ∆45 = 0 + 17 - 25 = -8

(4,6) ∆46 = 0 + 13 - 14 = -1

(5,1) ∆51 = -3 + 16 - 15 = -2

(5,2) ∆52 = -3 + 10 - 23 = -16

(5,3) ∆53 = -3 + 17 - 21 = -7

(5,5) ∆55 = -3 + 17 - 22 = -8

(5,6) ∆55 = -3 + 13 - 16 = -6

(6,1) ∆61 = -17 + 16 = -1

(6,2) ∆62 = -17 + 10 = -7

(6,4) ∆64 = -17 + 15 = -2

Минимальные затраты составят: F(x) = 15\*5 + 13\*175 + 12\*119 + 19\*6 + 16\*73 +13\*82 + 14\*80 + 15\*88 + 12\*112 + 0\*143 + 0\*21 = 9910  
**Анализ оптимального плана**.  
От 1-го поставщика необходимо груз направить к 4-у потребителю (5 ед.), к 6-у потребителю (175 ед.)  
От 2-го поставщика необходимо груз направить к 2-у потребителю (119 ед.), к 5-у потребителю (6 ед.)  
От 3-го поставщика необходимо груз направить к 1-у потребителю (82 ед.), к 5-у потребителю (80 ед.)  
От 4-го поставщика необходимо груз направить к 1-у потребителю (73 ед.), к 4-у потребителю (88 ед.)  
От 5-го поставщика необходимо весь груз направить к 4-у потребителю.  
Потребность 3-го потребителя остается неудовлетворенной на 143 ед.  
Потребность 5-го потребителя остается неудовлетворенной на 21 ед.  
Минимальные затраты составят 9910 денежных единиц.