УДК 519.6

ПОРІВНЯННЯ АЛГОРИТМІВ РІШЕННЯ ЗАДАЧ РОЗПОДІЛУ РЕСУРСІВ

М.А. Завольнюк, Н.В. Лисакова, Н.О. Маслова
Донецький національний технічній університет, м. Красноармійськ, Україна

Клас задач розподілу ресурсів (РР) охоплює широкий діапазон предметних областей, і, як наслідок, використовується для вирішення значної кількості практичних задач. Це, наприклад, задачі розподілу грошових коштів, робочої сили, матеріальних запасів, водних потоків, інформаційних та мережевих ресурсів й ряд інших. До цього класу відносять задачі складання розкладу, задачу оптимізації портфеля цінних паперів, відому задачу комівояжера. Основа більшості економіко-математичних задач, що вирішуються в сфері планування і управління виробництвом – це теж задачі розподілу ресурсів. Вони виникають, коли існує певний набір робіт або операцій, які необхідно виконати, а наявних ресурсів для виконання кожної з них найкращим чином не вистачає. При рішенні задачі РР, вибір методу, за допомогою якого це рішення буде знайдено, значним чином залежить від постановки задачі, вхідних параметрів, функції результату, числа параметрів стану об'єкту дослідження, кількості змінних. Рішення багатої кількості задач РР, що мають класичну постановку, або таких, що приводяться до канонічного виду знайдено. Але рішення нестандартних, багатовимірних задач, задач з великою кількістю параметрів або з нелінійною системою обмежень ще підлягають розгляду. Ще однією проблемою рішення задач розподілу ресурсів є пошук рішення за реальний або заданий період часу. Таким чином, задача подальшого пошуку ефективних методів рішення задачі розподілу є актуальною.

Математична модель задачі розподілу ресурсів у загальному виді відображена нижче. Знайти extr (максимум або мінімум) функції

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to extr \tag{1}$$

при обмеженнях:

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i, i=\overline{1,k}, \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \le b_i, i=\overline{k+1,m} \qquad x_j \ge 0, j=\overline{1,n} \tag{2}$$

де a_{ij} – коефіцієнти при змінних, b_{ij} - обмеження на об'єм ресурсів, x_j – набор змінних. Допустиме рішення - це сукупність чисел x_j, j=1, 2, ..., n, що задовольняють обмеженням задачі. Оптимальне рішення - це план, при якому цільова функція приймає своє максимальне (мінімальне) значення.

Основи методів вирішення завдань розподілу ресурсів закладені й в роботах вітчизняних вчених Шкурби В.В., Танаєва В.С., Гордона В.С., Михалевича В.С., Шора Н.З., Кукси А.І., Батищева Д.І. і ряду інших. Спектр проблем і методи рішення задач РР такі різноманітні і значні, що напрямок трансформувався в теорію оптимального розподілу ресурсів, а засновники цього напрямку Л.В.Канторович і Т.Купманс в 1975 р були нагороджені Нобелівською премією.

Методи вирішення задач розподілу ресурсів можна знайти у різних розділах математичних наук – дослідженні операцій, комбінаториці, серед методів математичного програмування. Обчислювальна складність деяких методів рішення задач розподілення ресурсів наведена у таблиці 1.

Таблиця 1 – Обчислювальна складність методів рішення задач розподілення ресурсів

Назва методу	**Обчислювальна складність**
Графічний метод	Для двовимірного або тривимірного просторів O(n), в іншому випадку O(N!)
Симплекс-метод	В основному визначається числом операндів в симплекс таблиці і дорівнює O (N) .
Повний перебір	O(N!), працездатний для невеликих значень N
Генетичний алгоритм	Складність дуже залежить від постановки завдання, початкових даних, кількості епох. В найгіршому варіанті алгоритм може працювати довше повного перебору O(N!)
Динамічне програмування	У найкращому випадку–O(N), в найгіршому – O(N*S)
Метод Балаша	$O(2^n)$

З метою прискорення отримання результату при рішенні задач розподілу ресурсів застосовуються прийоми роботи у середовищі цілих чисел. Цікавим є клас евристичних методів, що застосовуються в цій області (методи послідовного фронтального розподілу, послідовного розтягування, послідовного коригування плану). Застосовуються графічні методи, генетичні алгоритми, методи гілок і меж, прямої та зворотної прогонки, алгоритми Форда-Фалкерсона, Балаша, Качмажа, та ряд інших.

За своєю природою задача оптимального розподілу ресурсів відноситься до класу багатоетапних, оскільки процес пошуку оптимального рішення здійснюється послідовно, окремими кроками. Оптимізація багатоетапних процесів ефективно вирішується методами динамічного програмування

Динамічне програмування - метод оптимізації, пристосований до операцій, в яких процес прийняття рішень може бути розбитий на окремі етапи (кроки). Такі операції називаються багатокроковими.

Як розділ математичного програмування, динамічне програмування (ДП) почало розвиватися в 50-х роках XX ст. завдяки роботам Р. Беллмана і його співробітників.

Ключова ідея в динамічному програмуванні досить проста. Як правило, щоб вирішити поставлене завдання, необхідно вирішити його окремі частини (підзадачі), після чого об'єднати рішення декількох кроків в одно загальне рішення.

Трудомісткість рішення задачі динамічного програмування визначається головним чином розмірністю задачі, обумовленої числами s і r (відповідно числом параметрів стану на кожному кроці і числом змінних управління на даному кроці).

Одномірною є, наприклад задача розподілу коштів, якщо вони виділяються конкретними порціями на кінцеву кількість періодів. До багатомірних задач динамічного програмування, рішення яких ще не знайдено, відносяться задача пошуку шляху в орієнтованому ациклічному графі, задача амортизації або задача розподілу ресурсів підприємства зі значною кількістю філіалів.

Головним недоліком динамічного програмування є збільшення складності зі збільшенням розмірності задачі. А перевагою є можливість застосування на кожному кроці ефективних алгоритмів рішення одномірних задач.

Таким чином, якщо багатомірна модель може бути розбита на кінцеву кількість одномірних задач й для цих задач будуть обрані ефективні за часом (швидкодією) методи рішення, то загальний час рішення основної задачі методом динамічного програмування також буде зменшено. Так, якщо для рішення одномірного блока обрати метод повного перебору, то при m кроках рішення загальної задачі, отримуємо кількість операцій, що кратна $m*O(N!)$, а у випадку застосування методу Балаша, ця складність становить $O(2^n)$.

Метою подальшого дослідження в галузі рішення одномірних задач є пошук ефективних за швидкодією алгоритмів, що можна застосувати як проміжний крок при рішенні багатомірних задач.

Розглянемо багатомірний випадок. Одним з сучасних напрямів є розробка комбінованих алгоритмів [3,4]. У роботі розглядається спільне застосування методів гілок і меж і динамічного програмування. При використанні цього методу визначається спосіб розбиття всієї множини допустимих варіантів на підмножини, тобто спосіб побудови дерева можливих варіантів, і спосіб оцінки верхньої межі цільової функції.

Основні напрямки комплексного застосування методів динамічного програмування і методів гілок і меж це:

– відсічення безперспективних варіантів за допомогою принципу оптимальності та оцінки меж рішення шляхом зняття умов цілочисельності;
– використання оптимальних послідовностей динамічного програмування
– відсічення безперспективних варіантів за допомогою принципу оптимальності та оцінки меж рішення за оптимальними послідовностями.

Алгоритм пошуку рішення комбінованим методом гілок і меж зображено на рисунку 2.

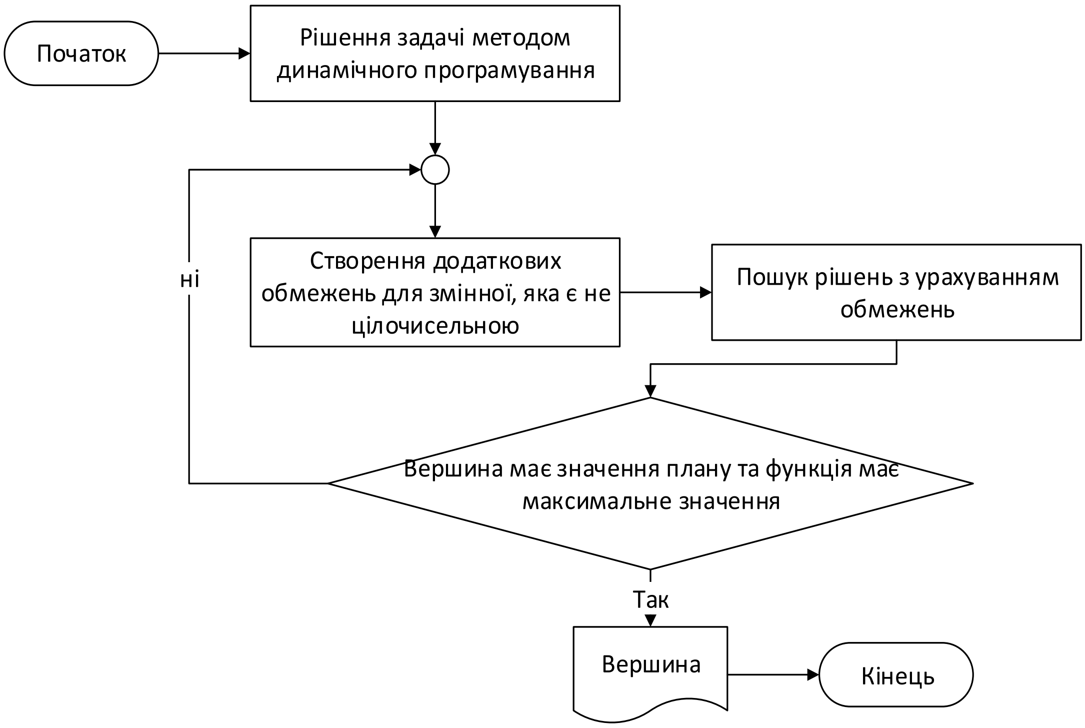

Рисунок 1 – Комбінований алгоритм

Очікується, що комплексне застосування методів динамічного програмування і гілок і меж дозволить підвищити ефективність вирішення дискретних задач оптимізації, що й становить мету подальшого дослідження.

Таким чином, напрямком подальших досліджень є пошук методів рішення ефективних за часом одномірних задач та вдосконалення комбінованого алгоритму для багатомірного випадку.

Література

1. Каліхман И.Л., Войтенко М.А. Динамическое программирование в примерах и задачах: Учеб. пособие. – М.: Высш. школа, 1979. – 125 с.ил. (рос.)

2. Методы последовательной оптимизации и дискретных сетевых задач оптимального распределения ресурсов. Михалевич В.С., Кукса А.И. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1983. – 208 с. (рос.)

3. Маслова Н.А. Методы теории вычислений в решении задач управления технологическими процессами / Н.А. Маслова // Штучний інтелект.–2007.– № 3. – С. 165–171

4. http://www.nit7.artdesign.ru/sections/b/73.html

Надійшла до редакції 06.05.2015