

令和 7 年度 修士論文

**重心移動とリード・ラグヒンジが
シングルロータヘリコプタの振動特性に与える
影響**

名古屋大学大学大学院 工学研究科 航空宇宙工学専攻
宇宙航空機運動システム工学研究グループ

学籍番号 282453193

中島 悠貴

指導教員 砂田 茂 教授

提出日 2026 年 2 月 2 日(月)

Abstract

Conventional single rotor helicopters with N blades generally experience $1/\text{rev}$ and N/rev vibration. Regarding N/rev vibration, for the case of $N = 4$, it was confirmed from the analysis using CAMRAD II (Comprehensive Analytical Model of Rotorcraft Aerodynamics and Dynamics), that it is possible to alleviate high angle of attack, which a blade experiences in the azimuthal region on the retreating side by changing the trim, and it is possible to do so by changing the CG position toward leftward and also rearward, when a main rotor rotates in a CW direction. Flight demonstration tests have been conducted for a 4 bladed radio-controlled helicopter with a rotor diameter of about 1.5 m with its CG position varied. Flight tests have been conducted for four typical CG positions, and the test results are what were expected to be and show that the vibration can be reduced. This research outcome brings pilot fatigue reduction, reduces the failure rate of equipment of helicopters, and can improve accuracy of atmospheric observation using helicopters.

目次

Abstract	1
目次	3
図目次	5
表目次	6
記号表	7
略語表	10
第 1 章 序論	11
1.1 研究背景	11
1.2 低振動化に対する取り組み	21
1.3 本論文の目的	23
1.4 使用する解析ツール	23
第 2 章 飛行試験	25
2.1 検討対象機体	25
2.2 データ取得方法	28
2.3 計測結果	29
第 3 章 CAMRAD II による解析	30
3.1 CAMRAD II と飛行試験の $F_{z\text{hub}}$ の比較	30
3.2 有効迎角 α と揚力係数 C_l , 誘導速度 v_i について	31
3.3 $r/R = 0.855$ における α, C_l, U^2 の周波数成分の分析	34
第 4 章 考察	39
4.1 メインロータブレードの固有振動数とモード形状	39
4.2 リードラグヒンジがフラッピング運動に与える影響	43

第 5 章 結論	45
参考文献	47
謝辞	52
付録 A 先行研究	53
A.1 CAMRAD II を用いたトリム解析	53
A.2 トリム解析結果	55
A.3 メインロータハブ位置での振動荷重およびモーメント	60
A.4 パイロット座席位置での加速度	63
A.5 解析結果	67
付録 B 回転系のブレードルート荷重の固定系の MRH 座標系への伝達	70

図目次

1.1	ヘリコプタの様式 [1, 2, 3, 4]	12
1.2	前進飛行時のシングルロータ（上面図）[5]	13
1.3	回転系におけるメインロータブレードルート部荷重 およびモーメント	14
1.4	回転翼機の包括的解析ツール [6]	24
2.1	ラジコンヘリコプタのモデル	25
2.2	飛行試験用ラジコンヘリコプタと錘取り付け位置	27
2.3	IMU(Inertial Measurement Unit)	28
2.4	飛行試験場と高度, 速度のデータ	28
3.1	CAMRAD II と飛行試験の $F_{z\text{hub}}$ の比較	30
3.2	方位角 Ψ に対する有効迎角 α の変化	31
3.3	有効迎角 α と揚力係数 C_l の関係	32
3.4	誘導速度 v_i の分布	33
3.5	$\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 1)	36
3.6	$\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 2)	36
3.7	$\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 3)	36
3.8	$\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 4)	37
3.9	$\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 5)	37
3.10	$\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅	37
3.11	流入角 ϕ の分布	38
4.1	ラジコンヘリコプタの MRB のモード形	41
4.2	ラジコンヘリコプタの MRB のモード形 (ヒンジレスロータ)	42
4.3	z 方向空力荷重 S_z の比較	43
4.4	z 方向荷重 F_z の比較	43
4.5	$r/R = 0.855$ でのフラップ	44
4.6	方位角 Ψ と慣性力の関係 (4 ブレード)	44
A.1	トリム解析の流れ [7]	54

A.2	SH-60K 上面図及び側面図 [7]	57
A.3	重心移動に伴うトリム変数解析結果 [7]	58
A.4	胴体及び水平尾翼に作用する F_x 及び $-F_z$ [7]	59
A.5	MRH 中央位置における 4/rev 振動荷重及びモーメント (振幅 $V_c = 61.7$ m/s) [7]	61
A.6	MRH 中央位置における 4/rev 振動荷重及びモーメント (位相 $V_c = 61.7$ m/s) [7]	62
A.7	メインロータハブ座標系および機体座標系 [7]	63
A.8	パイロット座席での 4/rev 加速度 ($V_c = 61.7$ m/s) [7]	67
A.9	パイロット座席での 4/rev z 方向加速度の比較 ($V_c = 61.7$ m/s) [7]	69

表目次

1.1	S_z 各周波数成分の胴体系伝達後の $F_{z\text{hub}}$	15
1.2	S_x, S_r 各周波数成分の胴体系伝達後の $F_{x\text{hub}}$	16
1.3	S_x, S_r 各周波数成分の胴体系伝達後の $F_{y\text{hub}}$	17
1.4	N_F 各周波数成分の胴体系伝達後の $M_{x\text{hub}}$	18
1.5	N_F 各周波数成分の胴体系伝達後の $M_{y\text{hub}}$	19
1.6	N_L 各周波数成分の胴体系伝達後の $M_{z\text{hub}}$	20
2.1	飛行条件	26
2.2	機体諸元	26
2.3	重心の構成	26
2.4	飛行試験の計測結果	29
3.1	機体の姿勢角	32
3.2	4/rev となる周波数成分の組み合わせ	34
4.1	MRB の固有振動数解析結果	39
4.2	MRB の固有振動数解析結果（ヒンジレスロータ）	40
A.1	SH-60K 諸元 [7]	56

記号表

Symbol	Unit	Explanation
a	m/s^2	acceleration
b	-	number of blades
C_L	-	lift coefficient
C_l	-	lift coefficient on the blade element
c	m	blade chord length
D	m	rotor diameter
d^*/dt	deg	time derivative in rotating coordinate system
e_0	m	blade hinge offset
$F_{x\text{hub}}$	N	4/rev load acting on the MRH center position in the x_{hub} direction
$F_{y\text{hub}}$	N	4/rev load acting on the MRH center position in the y_{hub} direction
$F_{z\text{hub}}$	N	4/rev load acting on the MRH center position in the z_{hub} direction
h_{cg}	m	vertical distance from the center of gravity to the MRH center position
h_f	m	vertical distance from the center of gravity to fuselage load application
h_{ht}	m	vertical distance from the center of gravity to horizontal stabilizer
h_{vt}	m	vertical distance from the center of gravity to vertical stabilizer
h_{tr}	m	vertical distance from the center of gravity to tail rotor head
I_x	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	moment of inertia acting about the x axis
I_{xy}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	product of inertia about the x and y axes
I_y	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	moment of inertia acting about the y axis
I_{yz}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	product of inertia about the y and z axes
I_z	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	moment of inertia acting about the z axis
I_{zx}	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	product of inertia about the z and x axes
I_β	$\text{kg} \cdot \text{m}^2$	moment of inertia around blade flapping hinge
K_β	$\text{N} \cdot \text{m}/\text{rad}$	rotation spring constant of blade flapping hinge
L	$\text{N} \cdot \text{m}$	moment acting about the x axis
L_f	N	lift of fuselage
L_{ht}	N	lift of horizontal stabilizer

Symbol	Unit	Explanation
L_{vt}	N	lift of vertical stabilizer
\vec{l}	m	vector from the center of gravity to the MRH center position
M	$N \cdot m$	moment acting about the y axis
M_{xf}	$N \cdot m$	roll moment of fuselage
M_{xhub}	$N \cdot m$	4/rev moment acting on the MRH center position about the x_{hub} axis
M_{yf}	$N \cdot m$	pitch moment of fuselage
M_{yhub}	$N \cdot m$	4/rev moment acting on the MRH center position about the y_{hub} axis
M_{zhub}	$N \cdot m$	4/rev moment acting on the MRH center position about the z_{hub} axis
m	kg	aircraft mass
\vec{m}	m	vector from the center of gravity to the pilot seat position
N	$N \cdot m$	moment acting about the z axis
N_F	$N \cdot m$	flap moment at the root of main rotor blade
N_L	$N \cdot m$	lag moment at the root of main rotor blade
p	rad/s	roll angular velocity in the aircraft coordinate system
q	rad/s	pitch angular velocity in the aircraft coordinate system
R	m	rotor radius
r	rad/s	yaw angular velocity in the aircraft coordinate system
\vec{r}_0	m	vector from the origin of the ground coordinate system to the center of
\vec{r}_i	m	vector from the center of gravity position to the pilot seat position
S	m^2	blade area
S_x	N	drag force at the root of main rotor blade
S_r	N	radial force at the root of a main rotor blade
S_z	N	lift force at the root of a main rotor blade
S_β	$kg \cdot m^2$	first flapping moment of inertia at the root of a main rotor blade
T_{tr}	N	lift of tail rotor
u	m/s	velocity in the x axis direction in the aircraft coordinate system
v	m/s	velocity in the y axis direction in the aircraft coordinate system
w	m/s	velocity in the z axis direction in the aircraft coordinate system
V_c	m/s	cruising speed
X	N	external force acting in the x axis direction
x_{cg}	m	distance in the x axis direction from the center of gravity to MRH
x_f	m	distance in the x axis direction from the center of gravity to fuselage load application point
x_{ht}	m	distance in the x axis direction from horizontal stabilizer to MRH
x_{tr}	m	distance in the x axis direction from tail rotor head to MRH
x_{vt}	m	distance in the x axis direction from vertical stabilizer to MRH
x_{wt}	m	distance in the x axis direction from fuselage load application point to

Symbol	Unit	Explanation
Y	N	external force acting in the y axis direction
y_{cg}	m	distance in the y axis direction from the center of gravity to MRH
Z	N	external force acting in the z axis direction
$x - y - z$	-	aircraft coordinate system with the center of gravity at origin
$x_{fus} - y_{fus} - z_{fus}$	-	aircraft coordinate system parallel to $x - y - z$ with MRH at origin
$x_{hub} - y_{hub} - z_{hub}$	-	MRH coordinate system with the MRH center at origin
α	deg	angle of attack at the blade element
α_f	deg	angle of attack of fuselage
α_{ht}	deg	angle of attack of horizontal tail
α_{vt}	deg	angle of attack of vertical tail
β	deg	flapping angle of MRH
β_0	deg	coning angle
β_c	deg	longitudinal tilt angle of the main rotor tip path plane (forward tilt is positive)
β_s	deg	lateral tilt angle of the main rotor tip path plane (left tilt is positive)
γ_β	rad/s	dimensionless blade flapping natural frequency
ζ	-	inflow ratio
ζ_0	-	Coefficients in Drees' inflow model
ζ_{1c}	-	Coefficients in Drees' inflow model
ζ_{1s}	-	Coefficients in Drees' inflow model
Θ	deg	pitch angle
Θ_{bd}	deg	Forward/aftward tilt mounting angle of the main rotor (forward tilt is positive)
θ_c	deg	lateral cyclic pitch angle
θ_s	deg	longitudinal cyclic pitch angle
θ_{tr}	deg	tail rotor pitch angle
λ	-	real part of complex eigenvalue
μ	-	advance ratio ($= V_c / \Omega R$)
ρ	kg/m ³	air density
Φ	deg	roll angle
Ψ	deg	blade azimuth angle
Ω	rad/s,[RPM]	main rotor rotational angular velocity
ω	rad/s	imaginary part of complex eigenvalue (angular frequency)
$\vec{\omega}$	rad/s	angular velocity vector of the fuselage
subscript		
e	-	trim point
i	-	parameters of the micro-disturbance $u, v, w, p, q, r, \Theta, \Psi$

略語表

Abbreviation	Description
AOA	Angle of Attack
CAMRAD <i>II</i>	Comprehensive Analytical Model of Rotorcraft Aerodynamics
COPTER	Comprehensive Program for Theoretical Evaluation of Rotorcraft
EOM	Equation of Motion
FEA	Finite Element Analysis
FFT	Fast Fourier Transform
MRB	Main Rotor Blade
MRH	Main Rotor Hub
NASTRAN	NASA Structure Analysis
PPM	Rotations Per Minute
SAS	Stability Augmentation System
TEF	Trailing-Edge Flaps
TRB	Tail Rotor Blade
TRH	Tail Rotor Hub
UMARC	University of Maryland Advanced Rotorcraft Code
2GCHAS	The Second Generation Helicopter Analysis System

第1章

序論

本章では、本論文の研究背景と研究目的について説明する。まず、シングルロータヘリコプタの現状と運用上の課題である N/rev の振動荷重について説明する。次に、低振動化への従来の取り組みを示す。そして、本論文の提案手法である重心移動によるシングルロータヘリコプタの低振動化について述べる。最後に本研究で使用する解析ツールについて説明する。

1.1 研究背景

航空機は一般に揚力を利用して飛行するが、固定翼機とは異なり、回転翼機はホバリングや鉛直方向の移動が可能である。この特性から、災害救助活動やドクターへリによる患者輸送など、多様な応用が可能となっている。固定翼機における揚力は主翼によって発生するのに対し、回転翼機では一定角速度で回転する複数の翼（ブレード）によって揚力が発生する。これらのブレードは、メインロータとして機体の運動を制御する主機構を構成しており、通常 2 枚以上で構成される。メインロータブレードのピッチ角は、スワッシュプレートと呼ばれる機構を介して定常的にも周期的にも変更可能である。この機構により、機体の上昇・下降・前進・横進といった各方向の運動制御が行われる。しかしながら、メインロータが回転する際には必然的に機体に対してトルクが作用する。このトルクを打ち消すために、回転翼機には様々な様式がある。代表的な構成として、単一のメインロータと機体尾部のテールロータによってトルクを制御するシングルロータヘリコプタが挙げられる。一例として、SH-60K 哨戒ヘリコプタ (Fig.1.1i) が挙げられる。さらに、前後方向に配置された 2 つのロータが互いのトルクを打ち消すことで機体を安定化させるタンデムロータヘリコプタが知られている。この形式には、CH-47J (Fig.1.1ii) のような機体がある。タンデムロータ機は、ロータが機体前後方向に存在するため、胴体の重心移動に対してロバスト性を有する特徴を持つ。また、二重反転式ロータヘリコプタとして、X2 (Fig.1.1iii) 等の上下二段で反対方向に回転するロータを備えた形式が存在し、テールロータを不要としている。さらに、二重反転ロータの機構を簡素化し整備性を向上させた交差反転式ロータヘリコプタとして、K-MAX (Fig.1.1iv) のような機体も存在する。(Fig.1.1) これらいずれの回転翼機においても、前進飛行時にはロータ面が飛行速度ベクトルに対してほぼ平行となるエッジワイズフライトとなる。この状態は固定翼機におけるプロペラ運

動とは大きく異なり、回転翼まわりの空気の流れに非軸対称性を生じさせ、振動の発生要因となる。例えば、シングルロータの上面図を Fig.1.2 に示す。メインロータブレードに作用する空力荷重は、ブレードの位置を表すアジマス角 Ψ に依存して異なる。特に、前進側ブレード ($\Psi = 90 \text{ deg}$) と後退側ブレード ($\Psi = 270 \text{ deg}$) では、ブレードに作用する相対速度が大きく異なる。前進側/後退側ブレードの Rotor Station r 位置の微小翼素が受けるロータ回転面内流体速度は次の式で表される。（ロータ回転面は V_c に対して平行とする。）

$$V = V_c + r\Omega(\Psi = 90\text{deg}) \quad (1.1)$$

$$V = -V_c + r\Omega(\Psi = 270\text{deg}) \quad (1.2)$$



(i) SH-60K (シングルロータ)



(ii) CH-47J (タンデムロータ)



(iii) X2 (二重反転式ロータ)



(iv) K-MAX (交差反転式ロータ)

Fig.1.1: ヘリコプタの様式 [1, 2, 3, 4]

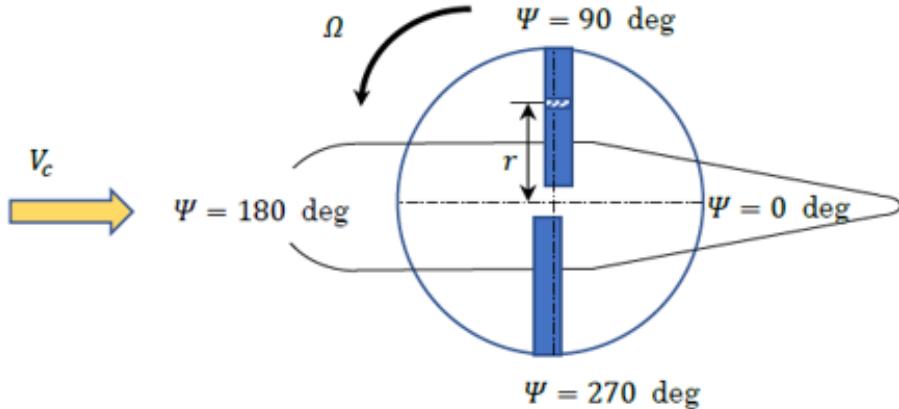


Fig.1.2: 前進飛行時のシングルロータ（上面図）[5]

高速前進飛行時のヘリコプタにおいては, N/rev 振動 (N : メインロータのブレード枚数) が卓越することが知られている。この N/rev 振動は、メインロータブレードに作用する回転面外方向成分の荷重およびモーメントのうち, N/rev 成分のみが機体に直接伝達されること、ならびに回転面内方向成分に含まれる $(N - 1)/\text{rev}$ および $(N + 1)/\text{rev}$ の荷重とモーメントが, N/rev 成分として機体に伝達することに起因するものである。メインロータブレードのルート部においては, $1/\text{rev}$ 以上の高調波成分の荷重およびモーメントが発生する。これは、回転翼機が前進飛行する際、メインロータ回転面へのインフロー分布が非一様となり、回転する各ブレード翼素の迎角 α に影響を与えるためである。その結果として生じるルート部の荷重およびモーメントは、メインロータブレードが弾性体であるがゆえに, N/rev 成分 ($N = 1, 2, \dots$) 近傍に存在する固有振動モードを励起する。この励起により, $1/\text{rev}$ 以上の高調波成分を含む荷重およびモーメントが発生することとなる。通常、初期の開発設計段階においては、これらの影響を低減するよう配慮した設計が行われているものの、その発生自体を完全に抑制することは困難である。特に回転面外方向の振動荷重については、回転する各ブレードに個別に発生する N/rev 荷重が、胴体側において N/rev 荷重として伝達される。このため、機体に伝達される荷重には、主として $1/\text{rev}$ 成分として観測される荷重の中に高調波成分が含まれる形で現れる。一方, N 枚のメインロータブレードが、厳密に管理された製造工程により、形状、重量および剛性のいずれにおいても極めて均一な品質を有していると仮定するならば、 N/rev 成分以外の高調波成分は、機体座標系へ伝達される過程で互いに打ち消し合い、結果として極めて小さな値となり、実用上問題とならない。ここで N/rev 振動とは、メインロータハブ中央位置における $x_{\text{hub}}, y_{\text{hub}}, z_{\text{hub}}$ 座標系で定義される N/rev 成分の $F_{x\text{hub}}, F_{y\text{hub}}, F_{z\text{hub}}, M_{x\text{hub}}, M_{y\text{hub}}, M_{z\text{hub}}$ に起因する振動を指す。これらの N/rev 成分は、その荷重またはモーメントがインプレーンであるか、アウトオブプレーンであるかによって、メインロータ回転系における振動成分が異なる。(Table.1.1～Table.1.6) 回転翼機における振動源としては、このほかにもシングルロータ機におけるテールロータ由来の振動、エンジンおよび駆動系統からの振動、さらには操縦系統からのトランジェントな入力やガスト応答などが挙げられる。しかしながら、これらはいずれもメインロータ由

来の N/rev 振動と比較して十分に小さいため、本論文では議論の対象としない。

メインロータハブ中央位置における荷重およびモーメントを Table.1.1～Table.1.6 に示す。これらの表は、回転するブレードが空力荷重を受けて結果的に固定側である胴体側に伝わる荷重をまとめおり、回転系でのブレードルート部における荷重を Fig.1.3 に示す。

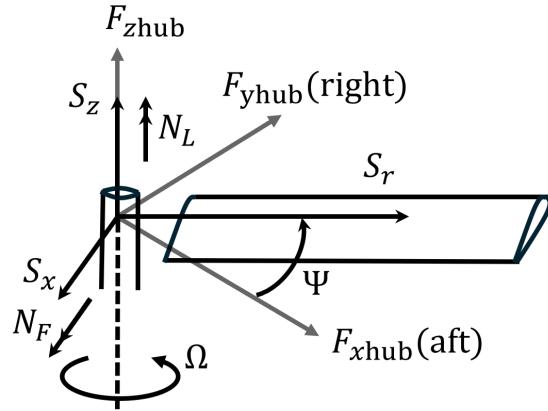


Fig.1.3: 回転系におけるメインロータブレードルート部荷重 およびモーメント

$$\begin{aligned}
 S_z &= S_{z0} + S_{znc} \cos n\Psi_m + S_{zns} \sin n\Psi_m (n = 1, 2 \dots, m = 1, \dots N) \\
 S_x &= S_{x0} + S_{xnc} \cos n\Psi_m + S_{xns} \sin n\Psi_m (n = 1, 2 \dots, m = 1, \dots N) \\
 S_r &= S_{r0} + S_{rnc} \cos n\Psi_m + S_{rns} \sin n\Psi_m (n = 1, 2 \dots, m = 1, \dots N) \\
 N_F &= N_{F0} + N_{Fnc} \cos n\Psi_m + N_{Fns} \sin n\Psi_m (n = 1, 2 \dots, m = 1, \dots N) \\
 N_L &= N_{L0} + N_{Lnc} \cos n\Psi_m + N_{Lns} \sin n\Psi_m (n = 1, 2 \dots, m = 1, \dots N)
 \end{aligned} \tag{1.3}$$

ここで Eq.(1.3) に示すように、 N 本ブレードを有するヘリコプタにおいて、アジマス角 Ψ_m に位置する m 番目ブレードのルート部に作用する荷重は、一般に定常成分、 $1/\text{rev}$ 成分、およびそれらの高調波成分から構成される。例えば S_z については、各周波数成分を列挙することで、Table.1.1 の左列に示される成分の総和として表される。なお、 $6/\text{rev}$ 以上の高調波成分は省略する。また、Table.1.1 は $F_{z\text{hub}}$ に関する結果を示しており、メインロータ回転面内の荷重である $F_{x\text{hub}}$ 、 $F_{y\text{hub}}$ については Table.1.2 および Table.1.3 に示す。さらに、 $M_{x\text{hub}}$ 、 $M_{y\text{hub}}$ 、および $M_{z\text{hub}}$ については Table.1.4～Table.1.6 に示す。Table.1.1～Table.1.6 では、左列に周波数成分を整理して示しており、回転しているブレードルート荷重が、回転していない MRH 座標系へどのように伝達されるかをまとめている。これらはすべてブレード枚数 $N = 4$ の場合の結果である。胴体系に伝達された後の荷重およびモーメントについては、Table.1.1 および Table.1.6 に示されるように、アウトオブプレーンの荷重 $F_{z\text{hub}}$ およびモーメント $M_{z\text{hub}}$ は、定常成分および $4/\text{rev}$ 成分が周波数変調することなく、回転系から胴体系へ伝達される。また、 $4/\text{rev}$ の整数倍以外の高調波成分は 0 となる。一方、インプレーンの荷重およびモーメントについては、Table.1.3～Table.1.5 に示されるように、回転系における $3/\text{rev}$ および $5/\text{rev}$ 成分が変調し、胴体系において $4/\text{rev}$ 成分として伝達する。また、回転系の

$1/\text{rev}$ 成分は定常成分として伝達され, それ以外の高調波成分は 0 となる. なお, 伝達後のアジマス角 Ψ は $m = 1$ のアジマス角を基準としている. 各荷重およびモーメント成分に対する周波数変調の詳細については Ref.[8] に示されている. 特に, 変調後にキャンセルされず 0 とならない場合については AppendixB に示す.

Table.1.1: S_z 各周波数成分の胴体系伝達後の $F_{z\text{hub}}$

周波数	S_z 荷重成分	MRH 荷重 $F_{z\text{hub}}$ N=4
定常	S_{z0}	$4S_{z0}$
$1/\text{rev}$	$S_{z1c} \cos \Psi_m$	0
	$S_{z1s} \sin \Psi_m$	0
$2/\text{rev}$	$S_{z2c} \cos 2\Psi_m$	0
	$S_{z2s} \sin 2\Psi_m$	0
$3/\text{rev}$	$S_{z3c} \cos 3\Psi_m$	0
	$S_{z3s} \sin 3\Psi_m$	0
$4/\text{rev}$	$S_{z4c} \cos 4\Psi_m$	$4S_{z4c} \cos 4\Psi$
	$S_{z4s} \sin 4\Psi_m$	$4S_{z4s} \sin 4\Psi$
$5/\text{rev}$	$S_{z5c} \cos 5\Psi_m$	0
	$S_{z5s} \sin 5\Psi_m$	0
$6/\text{rev}$	$S_{z6c} \cos 6\Psi_m$	0
	$S_{z6s} \sin 6\Psi_m$	0

Table.1.2: S_x, S_r 各周波数成分の胴体系伝達後の $F_{x\text{hub}}$

周波数	S_x 荷重成分	S_r 荷重成分	MRH 荷重 $F_{x\text{hub}}$ N=4
定常	S_{x0}	S_{r0}	0
1/rev	$S_{x1c} \cos \Psi_m$	$S_{r1c} \cos \Psi_m$	$2S_{r1c}$
	$S_{x1s} \sin \Psi_m$	$S_{r1s} \sin \Psi_m$	$2S_{r1s}$
2/rev	$S_{x2c} \cos 2\Psi_m$	$S_{r2c} \cos 2\Psi_m$	0
	$S_{x2s} \sin 2\Psi_m$	$S_{r2s} \sin 2\Psi_m$	0
3/rev	$S_{x3c} \cos 3\Psi_m$	$S_{r3c} \cos 3\Psi_m$	$2S_{x3c} \sin 4\Psi + 2S_{r3c} \cos 4\Psi$
	$S_{x3s} \sin 3\Psi_m$	$S_{r3s} \sin 3\Psi_m$	$-2S_{x3s} \cos 4\Psi + 2S_{r3s} \sin 4\Psi$
4/rev	$S_{x4c} \cos 4\Psi_m$	$S_{r4c} \cos 4\Psi_m$	0
	$S_{x4s} \sin 4\Psi_m$	$S_{r4s} \sin 4\Psi_m$	0
5/rev	$S_{x5c} \cos 5\Psi_m$	$S_{r5c} \cos 5\Psi_m$	$-2S_{x5c} \sin 4\Psi + 2S_{r5c} \cos 4\Psi$
	$S_{x5s} \sin 5\Psi_m$	$S_{r5s} \sin 5\Psi_m$	$2S_{x5s} \cos 4\Psi + 2S_{r5s} \sin 4\Psi$
6/rev	$S_{x6c} \cos 6\Psi_m$	$S_{r6c} \cos 6\Psi_m$	0
	$S_{x6s} \sin 6\Psi_m$	$S_{r6s} \sin 6\Psi_m$	0

Table.1.3: S_x, S_r 各周波数成分の胴体系伝達後の $F_{y\text{hub}}$

周波数	S_x 荷重成分	S_r 荷重成分	MRH 荷重 $F_{y\text{hub}}$ N=4
定常	S_{x0}	S_{r0}	0
1/rev	$S_{x1c} \cos \Psi_m$	$S_{r1c} \cos \Psi_m$	$-2S_{r1c}$
	$S_{x1s} \sin \Psi_m$	$S_{r1s} \sin \Psi_m$	$-2S_{r1s}$
2/rev	$S_{x2c} \cos 2\Psi_m$	$S_{r2c} \cos 2\Psi_m$	0
	$S_{x2s} \sin 2\Psi_m$	$S_{r2s} \sin 2\Psi_m$	0
3/rev	$S_{x3c} \cos 3\Psi_m$	$S_{r3c} \cos 3\Psi_m$	$-2S_{x3c} \cos 4\Psi + 2S_{r3c} \sin 4\Psi$
	$S_{x3s} \sin 3\Psi_m$	$S_{r3s} \sin 3\Psi_m$	$-2S_{x3s} \sin 4\Psi - 2S_{r3s} \cos 4\Psi$
4/rev	$S_{x4c} \cos 4\Psi_m$	$S_{r4c} \cos 4\Psi_m$	0
	$S_{x4s} \sin 4\Psi_m$	$S_{r4s} \sin 4\Psi_m$	0
5/rev	$S_{x5c} \cos 5\Psi_m$	$S_{r5c} \cos 5\Psi_m$	$-2S_{x5c} \cos 4\Psi - 2S_{r5c} \sin 4\Psi$
	$S_{x5s} \sin 5\Psi_m$	$S_{r5s} \sin 5\Psi_m$	$-2S_{x5s} \sin 4\Psi + 2S_{r5s} \cos 4\Psi$
6/rev	$S_{x6c} \cos 6\Psi_m$	$S_{r6c} \cos 6\Psi_m$	0
	$S_{x6s} \sin 6\Psi_m$	$S_{r6s} \sin 6\Psi_m$	0

Table.1.4: N_F 各周波数成分の胴体系伝達後の M_{xhub}

周波数	N_F 荷重成分	MRH 荷重 M_{xhub} N=4
定常	N_{F0}	0
1/rev	$N_{F1c} \cos \Psi_m$	0
	$N_{F1s} \sin \Psi_m$	$2N_{F1s}$
2/rev	$N_{F2c} \cos 2\Psi_m$	0
	$N_{F2s} \sin 2\Psi_m$	0
3/rev	$N_{F3c} \cos 3\Psi_m$	$2N_{F3c} \sin 4\psi$
	$N_{F3s} \sin 3\Psi_m$	$-2N_{F3s} \cos 4\psi$
4/rev	$N_{F4c} \cos 4\Psi_m$	0
	$N_{F4s} \sin 4\Psi_m$	0
5/rev	$N_{F5c} \cos 5\Psi_m$	$-2N_{F5c} \sin 4\psi$
	$N_{F5s} \sin 5\Psi_m$	$2N_{F5s} \cos 4\psi$
6/rev	$N_{F6c} \cos 6\Psi_m$	0
	$N_{F6s} \sin 6\Psi_m$	0

Table.1.5: N_F 各周波数成分の胴体系伝達後の $M_{y\text{hub}}$

周波数	N_F 荷重成分	MRH 荷重 $M_{y\text{hub}}$ N=4
定常	N_{F0}	0
1/rev	$N_{F1c} \cos \Psi_m$	$-2N_{F1c}$
	$N_{F1s} \sin \Psi_m$	0
2/rev	$N_{F2c} \cos 2\Psi_m$	0
	$N_{F2s} \sin 2\Psi_m$	0
3/rev	$N_{F3c} \cos 3\Psi_m$	$-2N_{F3c} \cos 4\psi$
	$N_{F3s} \sin 3\Psi_m$	$-2N_{F3s} \sin 4\psi$
4/rev	$N_{F4c} \cos 4\Psi_m$	0
	$N_{F4s} \sin 4\Psi_m$	0
5/rev	$N_{F5c} \cos 5\Psi_m$	$-2N_{F5c} \cos 4\psi$
	$N_{F5s} \sin 5\Psi_m$	$-2N_{F5s} \sin 4\psi$
6/rev	$N_{F6c} \cos 6\Psi_m$	0
	$N_{F6s} \sin 6\Psi_m$	0

Table.1.6: N_L 各周波数成分の胴体系伝達後の $M_{z\text{hub}}$

周波数	N_L 荷重成分	MRH 荷重 $M_{z\text{hub}}$ N=4
定常	N_{L0}	$4N_{L0}$
1/rev	$N_{L1c} \cos \Psi_m$	0
	$N_{L1s} \sin \Psi_m$	0
2/rev	$N_{L2c} \cos 2\Psi_m$	0
	$N_{L2s} \sin 2\Psi_m$	0
3/rev	$N_{L3c} \cos 3\Psi_m$	0
	$N_{L3s} \sin 3\Psi_m$	0
4/rev	$N_{L4c} \cos 4\Psi_m$	$4N_{L4c} \cos 4\Psi$
	$N_{L4s} \sin 4\Psi_m$	$4N_{L4s} \sin 4\Psi$
5/rev	$N_{L5c} \cos 5\Psi_m$	0
	$N_{L5s} \sin 5\Psi_m$	0
6/rev	$N_{L6c} \cos 6\Psi_m$	0
	$N_{L6s} \sin 6\Psi_m$	0

1.2 低振動化に対する取り組み

回転翼機が高速で前進巡航飛行する場合、メインロータハブに作用する振動荷重およびモーメントが増大することは、前項で述べたとおりである。この振動の増大は、プライマリサーボよりメインロータ側に存在するすべてのメインロータダイナミックコンポーネントの構成品における疲労寿命の低下を招く。さらに、振動の下流に位置する胴体構造に対しても疲労強度の低下を引き起こす要因となる。また、これらの振動荷重およびモーメントが胴体を加振することにより、パイロット座席において発生する加速度が増大し、パイロット人体の疲労や不快感を生起することとなる。^([9],[10],[11],[12],[13],[14]) さらに、エンジン、装備品、計器類、航法支援装置、武装システムなどの機器に対しても、環境振動に関する機能上の許容値を超過するおそれが生じる。低振動化への対策を講じない場合、上述したダイナミックコンポーネントおよび胴体構造の疲労強度低下に対しては、部品の肉厚増加などの設計変更によって対応せざるを得ず、結果として機体重量の増加を招く。また、人体の疲労増大はミッションパフォーマンスの低下につながり、装備品の誤作動や機能停止は飛行安全そのものを脅かす要因となる。近年、MIL スタンダードにおける振動要求値は、改訂が行われるたびに段階的に下がっており、より低振動な機体に対する要求が高まっている。さらに、今後はコンパウンドヘリコプタに代表される高速飛行可能な回転翼機の需要が一層高まることが予想されている。^[15] これらの背景から、高速巡航飛行時における振動低減技術は、今後ますます重要な技術課題となることが予想される。

胴体の振動を低減する手法は、大きく分けて二つの様式に分類される。すなわち、胴体に代表される固定系における対策と、メインロータブレードに代表される回転系における対策である。前者の固定系における対策としては、ダイナミックバイブレーションアブソーバー (Dynamic Vibration Absorber,DVA) や、アクティブバイブレーションコントロール (Active Vibration Control,AVC) が代表的な手法として挙げられる。^[16] (図 1-4) にこれらの概念を示す。一般に、DVA が十分な制振性能を発揮するためには、機体質量のおよそ 2 倍に相当する動マスを有する DVA を搭載する必要があるとされており、航空機に搭載する装備品としては重量面の観点から必ずしも好ましいものではない。また、固定系における対策としては、いわゆる “nodamatic system” と呼ばれる振動絶縁装置も知られている。^[17] (図 1-5) に示すように、MGB の胴体取付部に梁の曲げ変形を利用して荷重を伝達する機構を設け、MGB 取付部がモード形状における節の位置となるよう、あらかじめ設計する手法である。(図 1-6) には、Dynamic Antiresonant Vibration Isolator (DAVI)^([18],[19],[20]) の装置写真を示す。DAVI は “nodamatic system” と同様に、MGB と胴体を接続する荷重伝達部において、バネおよびウェイトから構成される機構を用い、固有振動数が応答の小さくなる反共振点となるよう設計することで、振動の伝達を低減することを目的とした装置である。一方、回転系における対策としては、パッシブな手法としてメインロータブレードのルート部にペンドュラム（遠心振り子）を装着する方法や、メインロータハブ中央位置にバイファイラを装着する方法が一般的である(図 1-7, 図 1-8)。ペンドュラムは Table.1.1 に示した F_z 成分を低減することを目的として、 N/rev に共振点を設定する。一方、バイファイラは Table.1.2, Table.1.3 に示した

$F_{x\text{hub}}, F_{y\text{hub}}$ 成分を低減するため, $(N - 1)/\text{rev}$ あるいは $(N + 1)/\text{rev}$ に合わせて共振点を調整することが基本である。このうちバイファイラについては、遠心振り子のような完全なパッシブ装置にとどまらず、アクティブな装置についても試作品が開発されており、パッシブ型バイファイラと比較して大幅な重量軽減が実現されている。また、飛行試験においても一定の効果が確認されているものの、実用化には至っていない。(HMVS: Hub Mounting Vibration Suppression[21])。これまで述べた回転系および固定系の振動低減手法はいずれも、十分な振動低減効果を得るために相応の質量を必要とし、航空機への搭載という観点からは課題となる。さらに、これらの装置は調整が極めてセンシティブであり、メインロータ回転数のわずかな変動によっても振動低減効果に有意な差が生じるため、調整作業に多大な労力を要する。また、振動低減のために増加した質量を抑制する目的でアクティブ化などの対策を講じる必要が生じ、結果としてコスト増を招き、運用者側に対する負担が大きくなる。回転系における対策には、もう一つの代表的な手法として TEF (Trailing Edge Flaps) が挙げられる。(図 1-9) にその概念図を示す。TEF の初期のアイディアは Straub and Charles[22] により紹介され、その後 Ormiston[23] によって発展が図られた。TEF は事前の数値解析および実証試験において非常に大きな労力を要する手法であり、当初の目標であったスワッシュプレートレス設計を実現するためには、TEF を駆動するスマート材料において十分な変位量を確保することが困難であることが指摘されている。([24],[25],[26],[27],[28]) さらに、回転系の TEF に対して、胴体側の固定系からスリップリングを介して十分な電力を供給する点においても、技術的な困難を伴うことが明らかとなっている。しかしながら、TEF はこれらの技術的課題が未解決であるにもかかわらず、プライマリコントロールのみならず振動低減を目的としたデバイスとして極めて有望な手法であった。4 枚ブレードを有する回転翼機においては、メインロータハブ中央位置の $x_{\text{hub}}, y_{\text{hub}}, z_{\text{hub}}$ 座標系における $F_{z\text{hub}}$ 、および $M_{x\text{hub}}, M_{y\text{hub}}$ の $4/\text{rev}$ 振動荷重およびモーメントが、約 90% 低減可能であることが解析で示されている。([29],[30]) 一方で、実機においては前述のとおり、TEF を駆動するアクチュエータの変位量が不足しており、現時点ではこの水準の振動低減効果を実現することは困難である。さらに、空力弾性学的な観点からも慎重な検討が必要であることが明らかとなっている.[31]

ここまで述べたとおり、回転翼機の振動を低減するためには、一定の質量増加を受け入れる必要があり、またその調整には多くの時間と労力を要する。さらに、一部の手法については革新的な技術の進展を待たなければならない課題も存在する。では、生来振動の少ない機体を実現するためには、どのような方策が考えられるであろうか。先行研究として, Gandhi,F.S. and Sekura,M.K.[32] は、回転翼機後方に配置された水平尾翼の舵角を変更することにより、メインロータハブ中央位置に定常的なモーメント (M_x, M_y) および F_z を付与した場合の振動変化を解析的に検討している。同研究では、UH-60 および Bo-105 の 2 種類の機体を対象とし、UMARC を用いた解析により、メインロータハブ中央位置に作用する $4/\text{rev}$ 振動荷重およびモーメントが評価された。評価指標としては、 $F_{x\text{hub}}, F_{y\text{hub}}, F_{z\text{hub}}$ 、および $M_{x\text{hub}}, M_{y\text{hub}}, M_{z\text{hub}}$ の 6 成分を無次元化した値の二乗平均値 J (Vibration Index) が用いられ、この指標に基づいて結果が整理されている。その結果、ベースラインのスタビレータ舵角設定とは異なる舵角において、振動が極小値を示すことが明らかとなった。ただし、Ref.[32] はにおける検討は高速巡航時に限定されている。一方で、中速域においても振動レ

ベルは必ずしも小さくないことが知られており、さらに中速域ではスタビレータに作用する空力荷重が低下するため、スタビレータ舵角の変更による振動低減効果が十分に得られない可能性があると考えられる。

1.3 本論文の目的

本論文では、機体の重心移動による振動低減の可能性について検討を行う。既に小型から中型の回転翼機においては、サイクリックピッチの代替手法として、重心移動による機体制御が可能であることが解析的に示されている。（[33],[34]）本研究では、まず第2章において、メインロータハブ中央位置に作用する振動荷重およびモーメントを低減することを目的として、機体の重心位置を前後および左右方向に移動させることにより、機体座標系における定的な M_x, M_y をメインロータハブ中央位置に作用させる手法について検討する。重心移動は、機体内部に搭載された装備品を移動させることによって実現するものとし、可動式の重心移動機構は想定しない。重心移動により作用する M_x, M_y は、機体速度に依存せず、高速域以外の飛行条件においても振動低減効果が期待できる。本解析に使用するツールは CAMRAD II とし、同ツールを用いてトリム解析を実施する。得られた解析結果に基づき、重心移動が振動荷重およびモーメントに与える影響について考察するとともに、解析結果の妥当性について論じる。CAMRAD II によるトリム解析では、各重心位置において機体重心点に作用する荷重およびモーメントの釣合いが解かれるが、同時にメインロータハブ中央位置に作用する空力起因の振動荷重およびモーメントも導出される。また、振動低減が生じる要因についても検討する。さらに、本研究では重心移動に可動方式を採用しないことから、重心移動に伴って変化するトリム状態が機体に与える影響について検討する必要がある。そこで第4章では、重心移動がメインロータの必要パワーおよび機体の固有安定性に与える影響について検討する。

1.4 使用する解析ツール

本論文では、回転翼機の振動と機体重心位置との関係性について、解析的な検討を実施する。本解析により、機体のトリム姿勢角、メインロータハブ中央位置に作用する振動荷重およびモーメント、ならびにメインロータブレードが1回転する間の各アジマス角における諸量が得られる。これまでに、回転翼機の包括的解析ツールは産官学において数多く開発されてきた。Fig.1.4には、代表的な解析ツールとその開発者および開発時期を示す。本論文で使用する解析ツールは、回転翼機の振動解析において豊富な実績を有する CAMRAD II[6] である。CAMRAD II は、シングルロータヘリコプタに限らず、多様な形態の回転翼機を対象とした包括的な空力解析ツールである。本ツールは、NASA に所属していた Wayne Johnson により、NASA および米陸軍向けに開発された CAMRAD を起源としている。CAMRAD は 1978 年から 1979 年にかけて開発され、当時は回転翼機を包括的に解析する技術が存在せず、個別の用途に応じた解析が行われていた。初期の CAMRAD では、メインロータおよびテールロータから構成されるシングルロータヘリコプタを対象とし、各ブレードを梁要素として取り扱うとともに、Scully Vortex Wake Model に基づくイン

フロー計算が用いられていた。その後、1986年から1989年にかけて Johnson Aeronauticsにより CAMRAD/JA として改良が加えられ、特にインフロー計算の精度が大幅に向上了。この過程で開発された自由後流法 (Free Wake Model) は、COPTER, UMARC, 2GCHASなどの同種の解析ソフトウェアにも採用されている。回転翼機の解析は、空気力学、構造力学、振動工学など複数の力学分野を同時に考慮する必要があり、極めて複雑である。こうした背景のもと、CAMRAD は最新版である CAMRAD II へと発展し、メインロータブレードを含む胴体やドライブシャフトを弾性体として取り扱うマルチボディダイナミクスと、回転翼の空気力学を統合した解析が可能となった。CAMRAD II による解析は、トリム解析、非定常解析、およびフラッター解析の三つの主要なタスクから構成されている。本ツールは、メインロータハブ中央位置における振動荷重およびモーメントを高い精度で解析できることが示されており [35]、本論文で評価対象とする過渡応答解析および安定性解析も実施可能である。本論文では、トリム解析においてメインロータ回転面を通過するインフローを求める際に、自由後流モデル (Free Wake Model) を用いた。

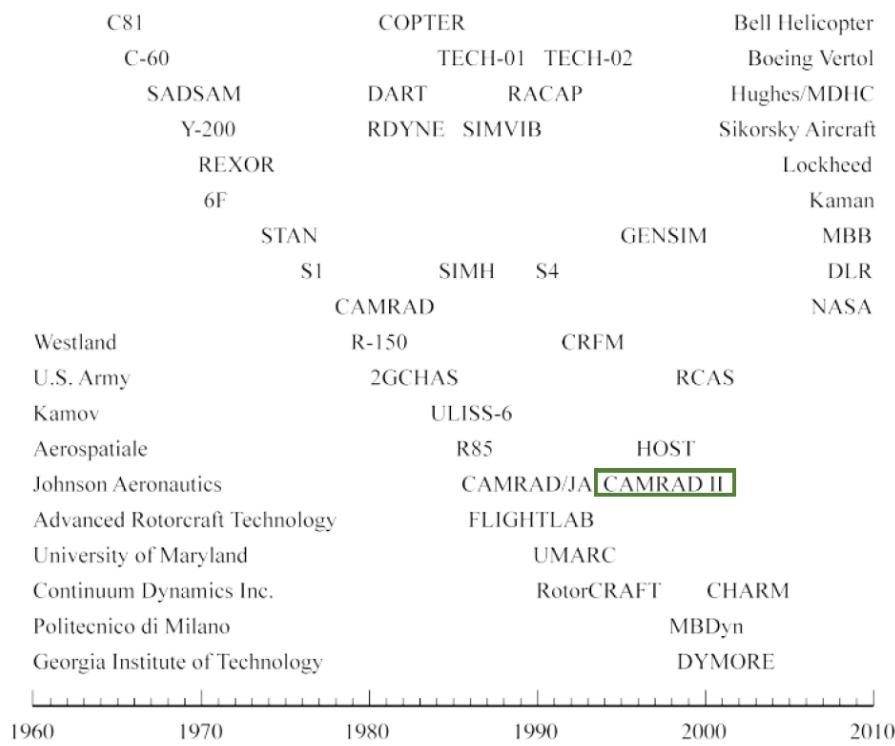


Fig.1.4: 回転翼機の包括的解析ツール [6]

第2章

飛行試験

本章では、ラジコンヘリコプタを用いた飛行試験の概要とその結果を示す。まず、飛行試験に用いたラジコンヘリコプタの機体諸元と飛行条件について示す。加えて、重心位置を変更するための錘の位置を説明する。そして、飛行試験でのデータ取得方法と計測結果について述べる。

2.1 検討対象機体

AppendixA の内容から, $F_{z\text{hub}}$ を評価指標とし、重心移動による低振動化の効果の確認を飛行試験が可能なラジコンヘリコプタのサイズで行う。Fig.2.1 にラジコンヘリコプタのモデルを示す。飛行試験には、4枚ブレードのヒンジレス・ロータを持つラジコンヘリコプタを使用した。また、Table.2.1 に飛行条件を示す。メインロータブレードは弾性ブレードとしてモデル化し、胴体は剛体として扱った。搭載するロータは Table.2.2 に示す諸元のものである。

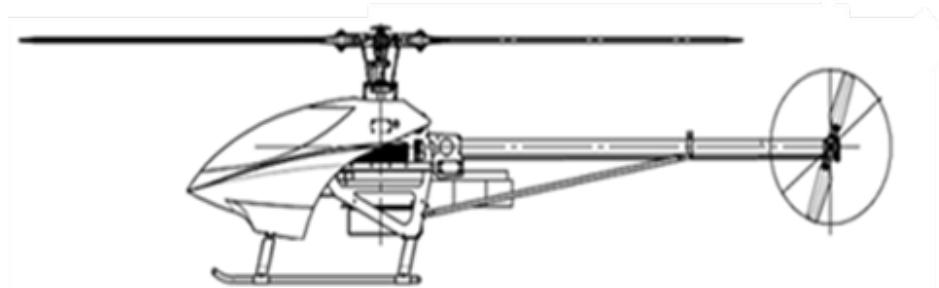


Fig.2.1: ラジコンヘリコプタのモデル

Table.2.1: 飛行条件

飛行形態	前進飛行
飛行速度 V_c [m/s]	30.0
メインロータ回転方向 [-]	CW
ロータ回転数 Ω [RPM]	1500

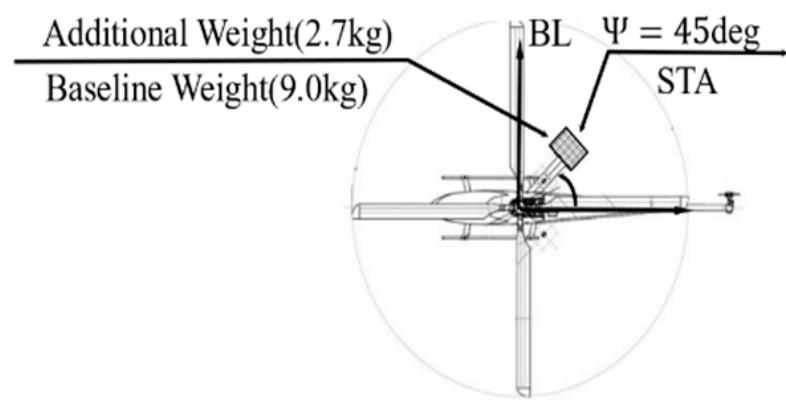
Table.2.2: 機体諸元

機体質量 m [kg]	11.70
半径 R [m]	0.786
ブレードコード長 c [m]	0.0617
合計ブレード数 b [-]	4
平面形	矩形
翼型	NACA0012
リードラグヒンジオフセット e_0 [m]	CW

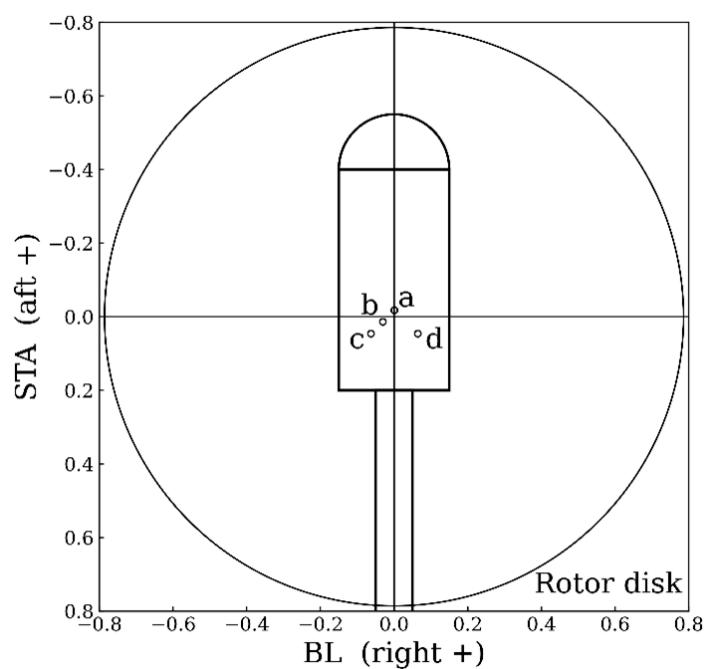
Fig.2.2 にシミュレーションと飛行試験で用いたラジコンヘリコプタを示す。メインロータの真下に 2.7kg の錘を配置した状態を a とする。このとき、重心はシャフトの真下である。また、棒状のアームを胴体から振動が軽減されると想定される左舷後方側に伸ばし、錘をロータの前後方向位置の 20% と 40% の位置に配置し、これらをそれぞれ b, c とする。一方、振動が大きくなると予想される右舷後方に対してロータの前後方向位置の 40% の位置に錘を配置した状態を d とする。Table.2.3 は、これらのケースにおける重心の位置づけを整理したものである。

Table.2.3: 重心の構成

重心位置	錘の位置		メインロータシャフトに対する重心位置 [m]		
	ロータ前後方向位置 [%]	方位角 [deg]	前後（後方が正）	左右（右方が正）	上下（上方が正）
a	メインロータハブ中心の真下		-1.78×10^{-2}	9.11×10^{-4}	-2.25×10^{-1}
b	20	315	1.39×10^{-2}	-3.08×10^{-2}	-2.25×10^{-1}
c	40	315	4.57×10^{-2}	-6.26×10^{-2}	-2.25×10^{-1}
d	40	45	4.57×10^{-2}	6.44×10^{-2}	-2.25×10^{-1}



Additional Weight installed on a $0.4R$ station (case d : $\Psi = 45\text{deg}$)



2.2 データ取得方法

2.1 節で紹介したラジコンヘリコプタには、メインロータシャフトの周辺に加速度/ジャイロセンサーが搭載されており、メインロータが 1500RPM の一定回転速度で飛行している間,300Hz のサンプリングレートで x,y,z 角速度/加速度を同時に取得し,SD カードに保存することができる。また、ロータ回転速度、GPS の経度、緯度、高度、速度、気圧、温度も計測した。

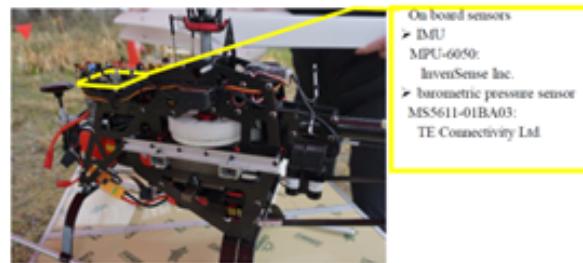


Fig.2.3: IMU(Inertial Measurement Unit)

Fig.2.4 に示す限られた空域で飛行試験を行うため、約 300m の直線飛行経路で往復動作を繰り返し行い、最低高度、最高速度でほぼ定常飛行した約 3 秒間のデータを評価データとして取得した。試験は 2.1 節で述べた 4 ケースの重心位置で行った。飛行試験当日は、曇り空ににわか雨が降るもの、風は穏やかで突風もなく、外乱の影響を受けにくい振動測定に適した気象条件であった。ラジコンヘリコプタは、第 A 章で解析・検証したヘリコプタとは異なり、メインロータが時計回りに回転する。そのため、振動が最小となる重心位置は、左舷側かつ後方位置であると推定された。飛行試験は自律飛行ではなくマニュアル操縦であり、速度の偏差は約 30m/s から ± 3m/s の範囲であった。

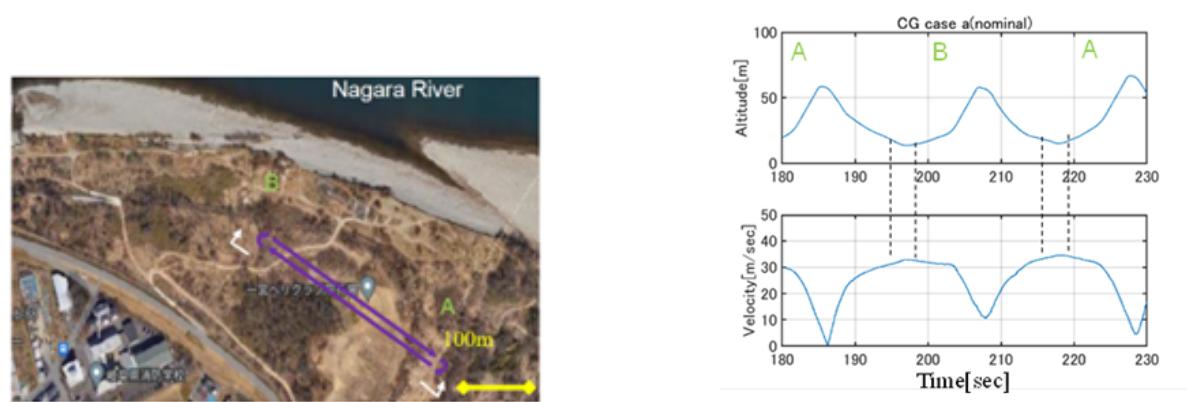


Fig.2.4: 飛行試験場と高度、速度のデータ

2.3 計測結果

Table.2.4 に機体構成ごとの試験結果を示す。この試験では、重心を通常位置から左舷後方の位置 b に移動させることで,4/rev 振動が 26% 減少した。重心をさらに左舷後方の位置 c まで移動させても、通常位置の振動から 16% しか減少しなかった。一方、振動が増加すると予想された右舷後方位置 d では、振動が 33% 増加し、予想通りの結果となった。

Table.2.4: 飛行試験の計測結果

重心位置	a		b		c	d		
計測回数	1 回目	2 回目	1 回目	2 回目	1 回目	1 回目	2 回目	3 回目
Ω [RPM]	1494	1521	1500	1490	1528	1489	1494	1505
気圧 [bar]	1017.08	1016.3	1015.9	1015.1	1016.6	1015.9	1015.5	1015.1
気温 [°]	18.3	18.8	15.8	16.9	16.1	14.0	14.7	15.4
高度 [m]	13.5	18.9	17.6	27.6	10.5	10.3	12.5	18.6
速度 [m/s]	31.0	33.7	31.9	34.0	31.8	31.0	28.9	32.0
Φ [deg](右舷下げ正)	6.1	6.1	-5.7	-5.0	3.5	0.6	7.4	2.5
Θ [deg](頭上げ正)	-6.3	-7.4	-10.9	-14.1	-5.8	-4.4	-5.5	-4.7
$4/\text{rev } a_z[\text{m/s}^2]$	1.47	1.57	1.08	1.18	1.27	1.86	1.96	2.06
平均 $4/\text{rev } a_z[\text{m/s}^2]$	1.52		1.13		1.27	1.96		
比率	1.00		0.74		0.84	1.33		

第3章

CAMRAD IIによる解析

本章では、飛行試験で用いたラジコンヘリコプタについて CAMRAD II による解析結果を示す。まず、飛行試験とによる結果の違いについて述べる。次に、ブレード方位角 Ψ と有効迎角 α の関係や、有効迎角 α と揚力係数 C_l の関係などのグラフから、低振動化に寄与する要素を特定する。最後に、 $r/R = 0.855$ における $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅の値を FFT により求め、支配的な周波数成分の組み合わせについて述べる。

3.1 CAMRAD II と飛行試験の $F_{z\text{hub}}$ の比較

飛行試験の結果に加えて、ラジコンヘリコプタの CAMRAD II による解析を実施した。Fig.3.1 に解析結果を示す。黒色の棒グラフが 4/rev 振動に強い相関のあるハブでの z 方向の外力 $F_{z\text{hub}}$ の 4/rev 成分であり、灰色の棒グラフが飛行試験から得られた a_z と機体質量 m の積を示している。飛行試験と同様に case b, case c は case a よりも $F_{z\text{hub}}$ の 4/rev 成分が低減していることが確認できる。振動が増加すると予想していた case d も case a より $F_{z\text{hub}}$ の 4/rev 成分が大きい。

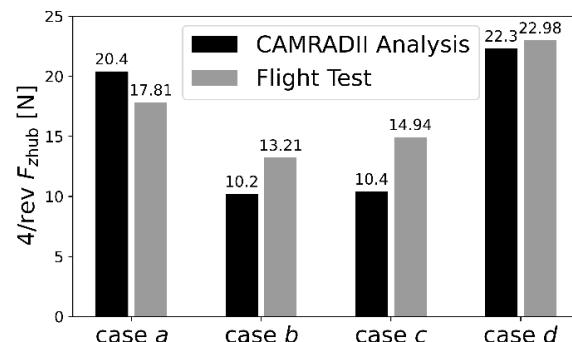


Fig.3.1: CAMRAD II と飛行試験の $F_{z\text{hub}}$ の比較

3.2 有効迎角 α と揚力係数 C_l , 誘導速度 v_i について

Fig.3.2 には各ケースにおけるブレード方位角 Ψ と有効迎角 α の関係を示す。case a と比較した際、重心を左舷後方にした場合の case b と case c では α の振幅が小さくなっている。一方、重心を右舷後方においていた case d においては α の振幅が大きくなっている。また、どのケースにおいても $\Psi = 300^\circ$ 付近で α の減少が見られる。Fig.3.3 には、有効迎角 α と揚力係数 C_l の関係を示す。 C_l は α と翼素の揚力の非定常効果によって決まる。有効迎角は準定常空気力に対応することに留意されたい。どのケースにおいても $r/R = 0.750$ より $r/R = 0.855$ で非線形性が大きい。しかしながら、 C_l における非定常効果によって生じるこの非線形性は大きくならない。なぜなら α は失速角よりも十分に小さいためである。有効迎角 α の最大値は case b と case c で約 4° であり、case a では約 5° 、case d では約 5.5° である。これらの値の大きさの関係は、Fig.3.1 に示す $F_{z\text{hub}}$ の $4/\text{rev}$ 成分の関係と一致することに留意されたい。

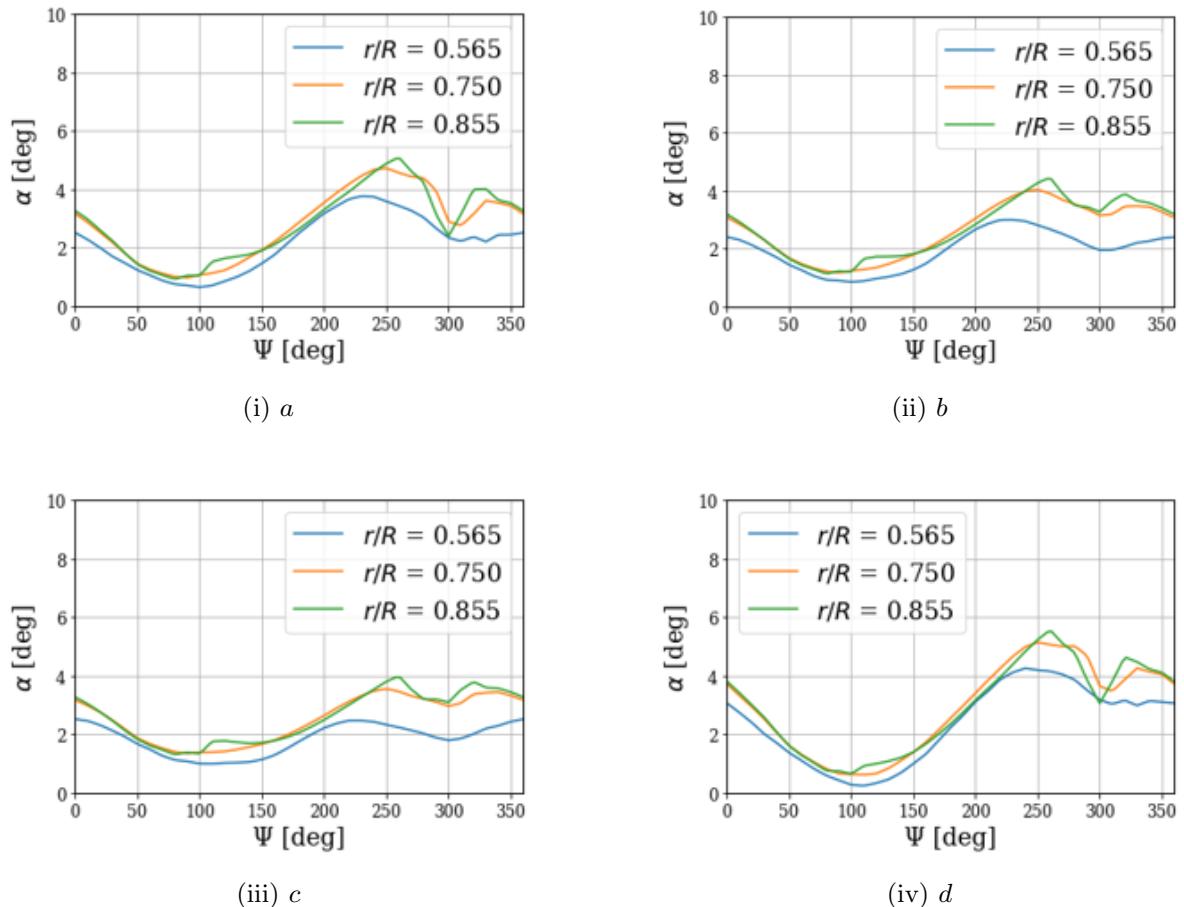


Fig.3.2: 方位角 Ψ に対する有効迎角 α の変化

Fig.3.4 は誘導速度 v_i の分布を表している。case a と case d においては、 $\Psi = 300^\circ$ 付近の翼端

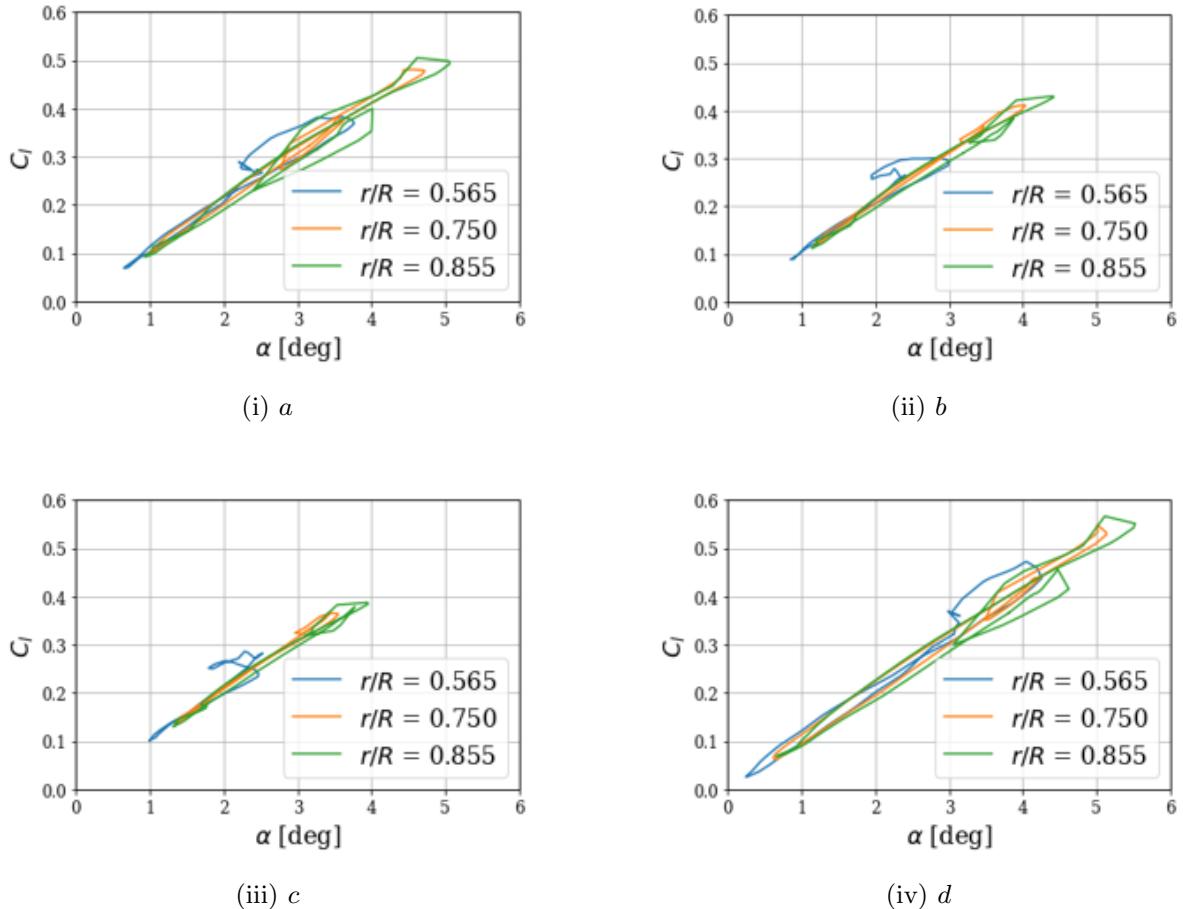


Fig.3.3: 有効迎角 α と揚力係数 C_l の関係

で v_i が増加している。Table.3.1 に各ケースにおける航空機の姿勢角を示す。case d ではピッチ角が 0 に近いため、ブレードと後流の干渉効果が増大し、Fig.3.1 の $F_{z\text{hub}}$ における大きな 4/rev 成分を引き起こしている。

Table.3.1: 機体の姿勢角

	a	b	c	d
ロール角 Φ [deg]	3.793	3.235	2.604	4.714
ピッチ角 Θ [deg]	-6.533	-6.653	-6.597	-5.748

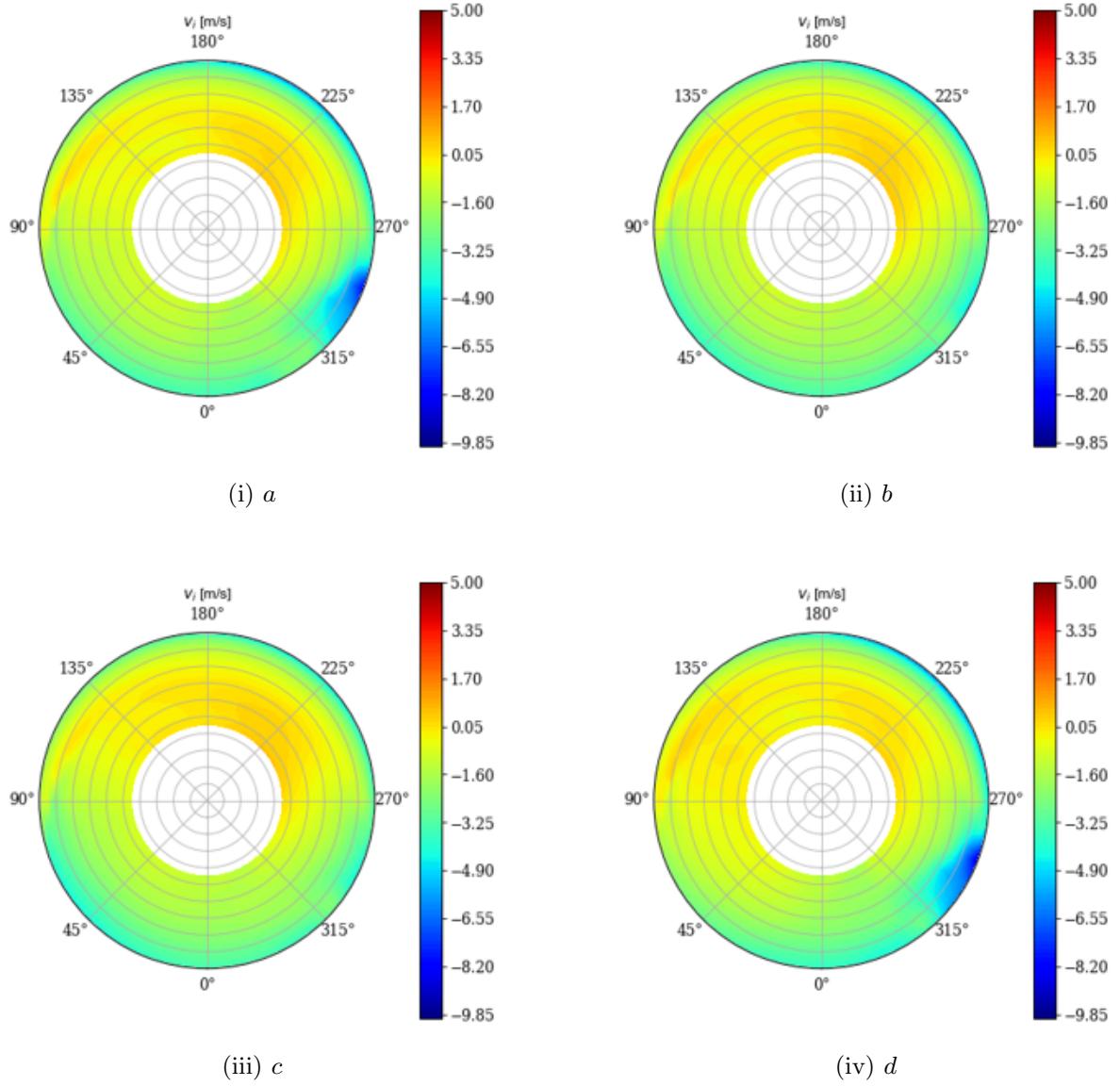


Fig.3.4: 誘導速度 v_i の分布

3.3 $r/R = 0.855$ における α, C_l, U^2 の周波数成分の分析

翼素理論から、ロータハブに作用する荷重 $F_{z\text{hub}}$ は Eq.(3.1) のように表すことができる。ここで、シャフト系から見たフラップ角 $\beta_0, \beta_c, \beta_s$ は小さいとしている。

$$F_{z\text{hub}} = \frac{1}{2} \rho S U^2 C_L \quad (3.1)$$

U および C_L は、翼のスパン方向における代表（平均）値を示す。Eq.(3.1) の右辺において、 U^2 および C_L は方位角に依存し、周波数成分を有する。Table.3.2 に列挙されているように、周波数成分の組み合わせにより $4/\text{rev}$ が生じる。この $4/\text{rev}$ 成分は、これら 5 つのパターンを足し合わせることで得られる。

Table.3.2: $4/\text{rev}$ となる周波数成分の組み合わせ

product	α, C_l の周波数成分	U^2 の周波数成分
1	0/rev	4/rev
2	1/rev	3/rev
3	2/rev	2/rev
4	3/rev	1/rev
5	4/rev	0/rev

α, C_l, U^2 を以下のように方位角 Ψ に関する Fourier 級数で展開する。ここで、添え字は各周波数成分を表す。

$$\alpha = \alpha_0 + \sum_{i=1}^4 \alpha_i \cos(i\Psi + \delta_i) \quad (3.2)$$

$$C_l = C_{l0} + \sum_{i=1}^4 C_{li} \cos(i\Psi + \varepsilon_i) \quad (3.3)$$

$$U^2 = U_0^2 + \sum_{i=1}^4 U_i^2 \cos(i\Psi + \xi_i) \quad (3.4)$$

αU^2 と $C_l U^2$ の $4/\text{rev}$ の項 $(\alpha U^2)_4, (C_l U^2)_4$ は以下のように表される。

$$\begin{aligned} (\alpha U^2)_4 &= \alpha_0 U_4^2 \cos(4\Psi + \xi_4) + \frac{\alpha_1 U_3^2}{2} \cos(4\Psi + \delta_1 + \xi_3) + \frac{\alpha_2 U_2^2}{2} \cos(4\Psi + \delta_2 + \xi_2) \\ &\quad + \frac{\alpha_3 U_1^2}{2} \cos(4\Psi + \delta_3 + \xi_1) + \alpha_4 U_0^2 \cos(4\Psi + \delta_4), \end{aligned} \quad (3.5)$$

$$(C_l U^2)_4 = C_{l0} U_4^2 \cos(4\Psi + \xi_4) + \frac{C_{l1} U_3^2}{2} \cos(4\Psi + \varepsilon_1 + \xi_3) + \frac{C_{l2} U_2^2}{2} \cos(4\Psi + \varepsilon_2 + \xi_2) \\ + \frac{C_{l3} U_1^2}{2} \cos(4\Psi + \varepsilon_3 + \xi_1) + C_{l4} U_0^2 \cos(4\Psi + \varepsilon_4). \quad (3.6)$$

Fig.3.5~Fig.3.9 に $r/R = 0.855$ の $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅の値を示す。 U^2 は、ブレードの運動と前進速度によって決まる翼素への流入速度と、翼素における誘導速度によって決定される。 α は、 U^2 とコレクティブピッチ角及びサイクリックピッチ角によって決定される。 C_l は前述の通り、 α と翼素の揚力に対する非定常効果によって決まる。

αU^2 と $C_l U^2$ について、case *b* の値と case *c* の値の関係は、いかなる組み合わせにおいても Fig.3.1 の結果に対応しない。しかしながら、Fig.3.6, Fig.3.7, Fig.3.9 に示されるように Fig.3.1 に見られた case *b*, case *c*; case *a*; case *d* という傾向に一致している。Fig.3.4 に示されるように、 v_i は $\Psi = 300^\circ$ 付近で増加しており、翼端付近ではより顕著な増加が観察された。翼端付近での誘導速度の増加が Fig.3.11 に見られる流入角の減少を引き起こしている。これが結果として Fig.3.2 の有効迎角 α の大幅な減少を招いている。ここで $r/R = 0.855$ の点に注目した解析では、この α の大幅な減少をとらえていないことも、Fig.3.1 と Fig.3.5~Fig.3.9 の差が生じる原因である。Fig.3.5~Fig.3.9 のどの組み合わせにおいても αU^2 の振幅と $C_l U^2$ の振幅の各 case 間での大小関係が一致している。これはあらゆる case 間の α の周波数成分の大小関係が C_l のそれと同じになることを意味している。Fig.3.3 から C_l はおよそ 0.1α と推定される。ただし、Fig.3.9 に示される case *b* と case *c* については、揚力傾斜の比率 ($0.1[1/\text{deg}]$) との差は大きく、 C_l の 4/rev 成分には大きな翼の非定常効果が見られる。Fig.3.5~Fig.3.9 での $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅の値から、機体の 4/rev 振動は α, C_l の 4/rev 成分と U^2 の定常成分の積が主成分であることが分かる。Ref.[36] では C_l の 2/rev と U^2 の 2/rev の振幅に注目し、重心移動により低振動化を議論している。精度の高い低周波数の現象で、4/rev 振動を説明する方針のためである。Fig.3.7 における値の大小関係は、case *b*, case *c*; case *a*; case *d* という Fig.3.1 の $F_{z\text{hub}}$ の傾向と一致している。Ref.[36] での C_l の 2/rev と U^2 の 2/rev の振幅に注目した分析は、4/rev 振動の分析として大きなエラーを持たないと推測できる。さらに、Fig.3.7 における各 case の値の比は、他の product での比に比べて Fig.3.1 での比に近く、上記方針（精度の高い低周波数の現象で、4/rev 振動を説明する）の妥当性と言える。

Fig.3.10 に αU^2 と $C_l U^2$ の 4/rev 成分の振幅を示す。Fig.3.10 での 4case 振幅の大小関係は Fig.3.6, Fig.3.7, Fig.3.9 での関係と同一である。Fig.3.10 で示した振幅の値は 4/rev 振動の主成分である Fig.3.9 に示した振幅より小さい。これは、Fig.3.9 (α, C_l の 4/rev と U^2 の定常成分) と Fig.3.9 (α, C_l の 3/rev と U^2 の 1/rev) 振動の位相が大きく異なり、両振動が打ち消し合うためである。また、Fig.3.10 に示した case 間の値の比は、Fig.3.6, Fig.3.7, Fig.3.9 での比よりも Fig.3.1 での比に近いとは言えず、スパン方向の 1 点に注目した、本研究での分析方法の限界と考えられる。

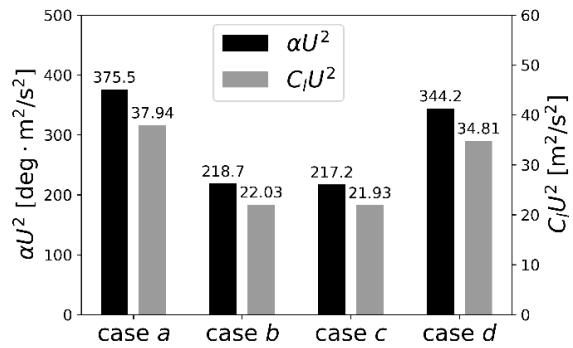


Fig.3.5: $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 1)

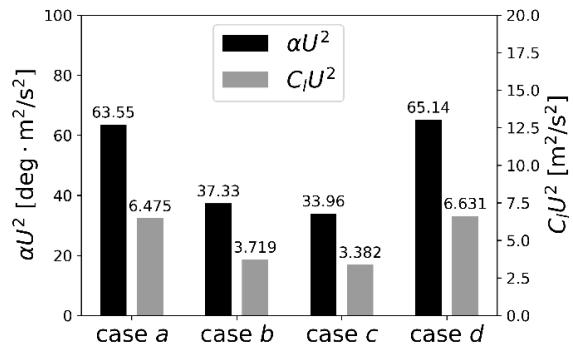


Fig.3.6: $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 2)

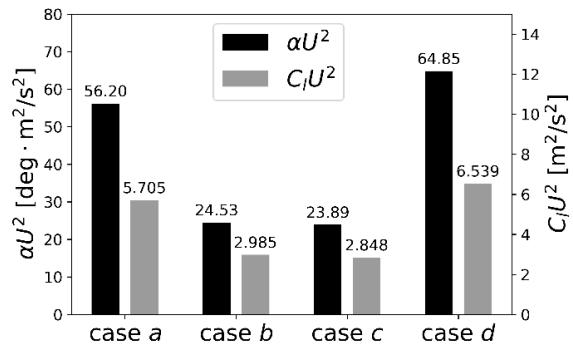


Fig.3.7: $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 3)

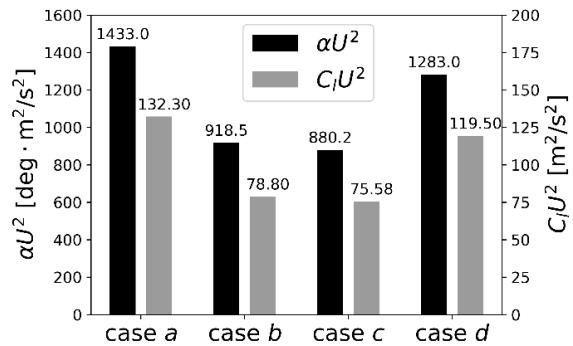


Fig.3.8: $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 4)

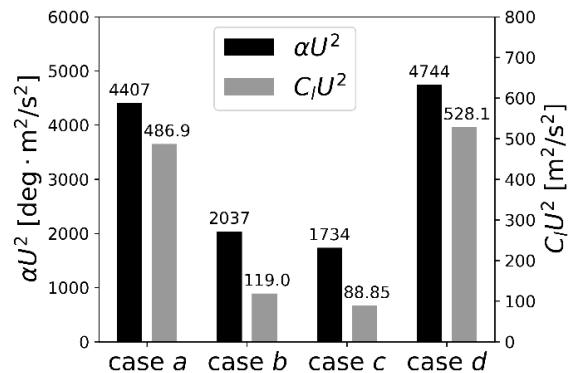


Fig.3.9: $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅 (product 5)

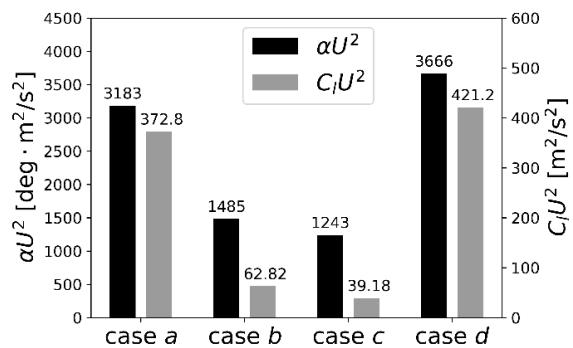


Fig.3.10: $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅

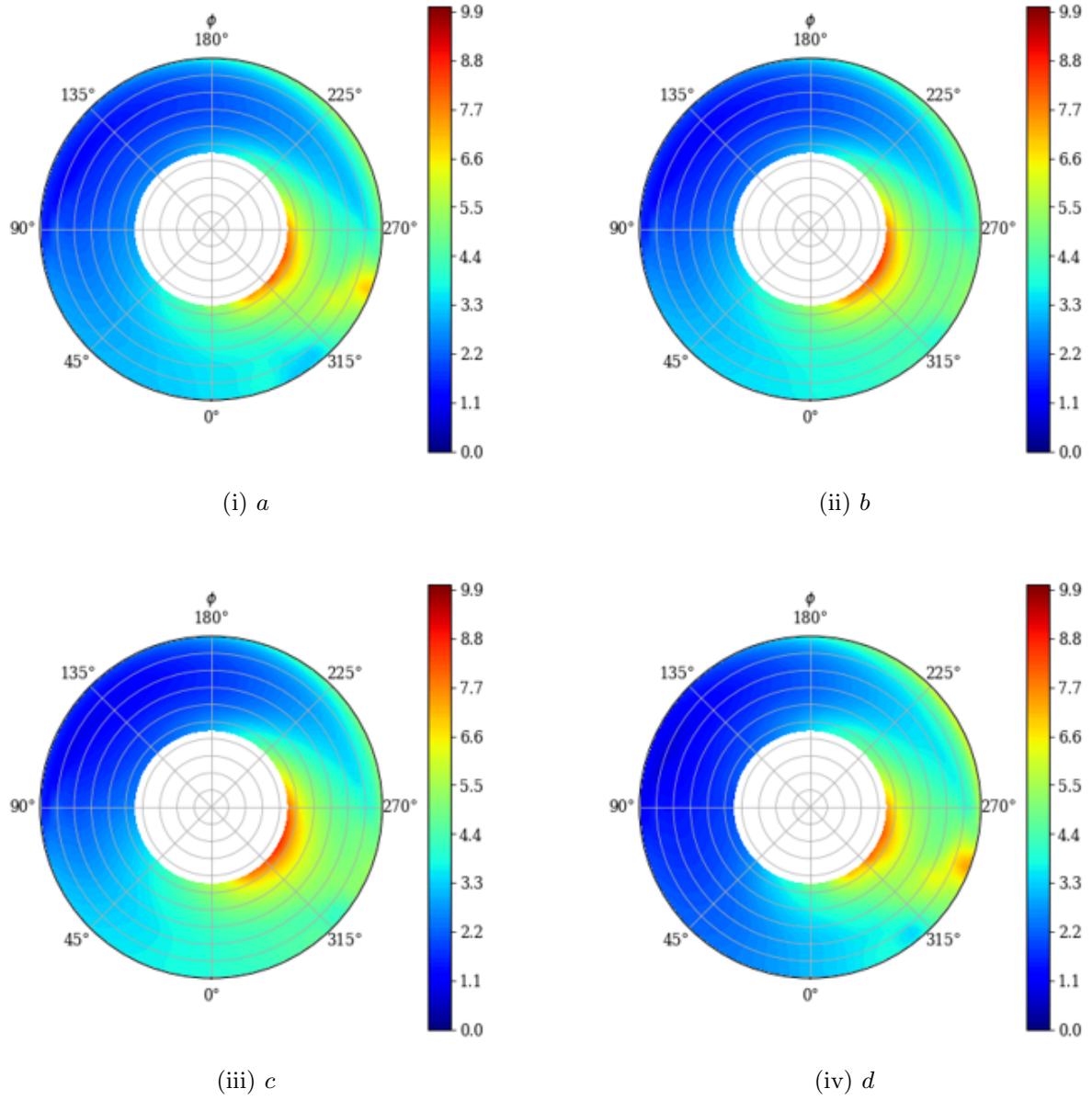


Fig.3.11: 流入角 ϕ の分布

第4章

考察

本章では、飛行試験で用いたラジコンヘリコプタについて CAMRAD II による解析結果を示す。まず、飛行試験とによる結果の違いについて述べる。次に、ブレード方位角 Ψ と有効迎角 α の関係や、有効迎角 α と揚力係数 C_l の関係などのグラフから、低振動化に寄与する要素を特定する。最後に、 $r/R = 0.855$ における $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅の値を FFT により求め、支配的な周波数成分の組み合わせについて述べる。

4.1 メインロータブレードの固有振動数とモード形状

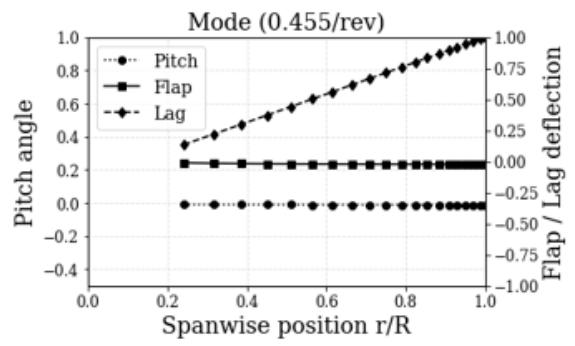
Table.4.1 および Fig.4.1 にメインロータブレードの固有振動数とモード形状を示す。なお、フランップとラグの変位はローター半径で無次元化され、ピッチ角はラジアンである。リード・ラグヒンジを採用した場合、フランッピングモードの振動周波数は 4/rev 周波数に極めて近接するため、振動の増大に寄与する。フランップはリード・ラグに関連するが、ラジコンヘリコプタにはフランッピングヒンジが存在しないため、リード・ラグヒンジにおけるブレード拘束に自由度が生まれる。したがって、リード・ラグヒンジにおける拘束条件をパラメータとして振動解析を実施した。Table.4.2 および Fig.4.2 に、ヒンジレスロータを搭載したラジコンヘリコプタにおけるメインロータブレードの固有振動数とモード形状を示す。ヒンジレスロータを採用すると、固有振動数とモード形状が変化することが確認できる。

Table.4.1: MRB の固有振動数解析結果

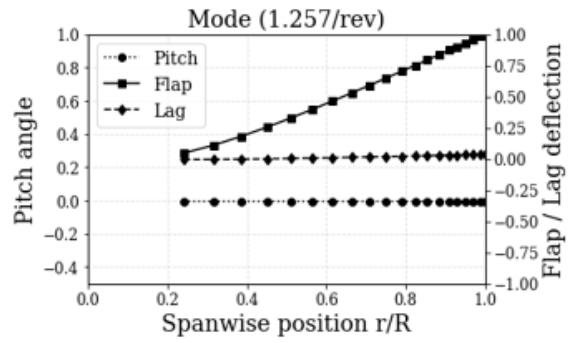
No.	モード形状	固有振動数	モード形
1	ラグ 1 次	0.455/rev	Fig.4.1i
2	フランップ 1 次	1.257/rev	Fig.4.1ii
3	フランップ 2 次	4.058/rev	Fig.4.1iii
4	ピッチ 1 次	4.283/rev	Fig.4.1iv

Table.4.2: MRB の固有振動数解析結果（ヒンジレスロータ）

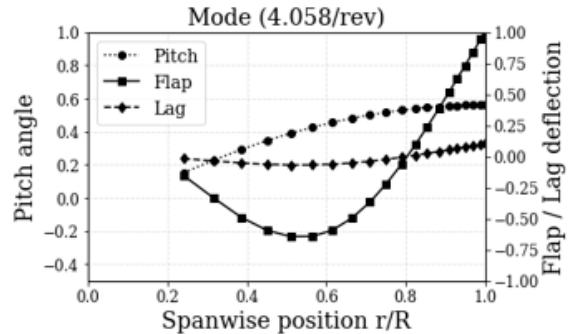
No.	モード形状	固有振動数	モード形
1	フラップ 1 次	1.180/rev	Fig.4.2i
2	ラグ 1 次	1.391/rev	Fig.4.2ii
3	ピッチ 1 次	3.741/rev	Fig.4.2iii
4	ピッチ 2 次	4.096/rev	Fig.4.2iv



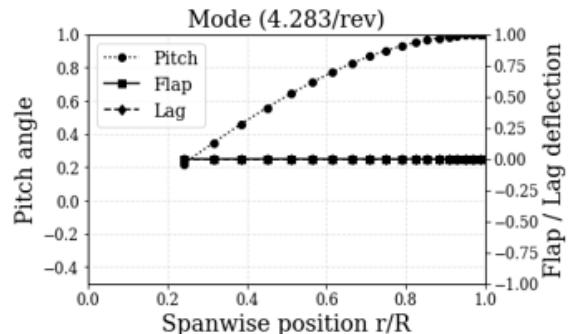
(i) ラグ 1 次



(ii) フラップ 1 次



(iii) フラップ 2 次



(iv) ピッチ 1 次

Fig.4.1: ラジコンヘリコプタのMRBのモード形

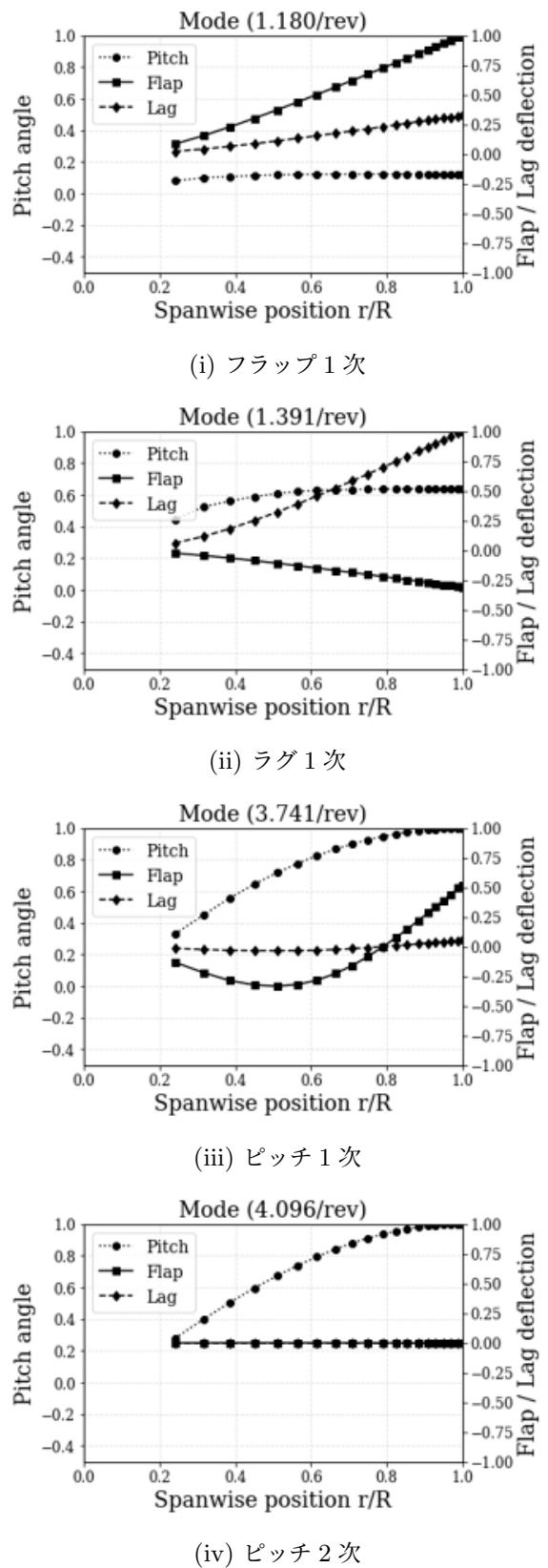


Fig.4.2: ラジコンヘリコプタのMRBのモード形（ヒンジレスロータ）

4.2 リードラグヒンジがフラッピング運動に与える影響

Fig.4.3 に示すように, リードラグヒンジの有無によって, 空力である S_z には大きな変化は見られなかった. 一方, Fig.4.4 に示すように, ブレード 4 枚分の F_z には約 10N ほどの違いが見られる. Fig.4.5 に $r/R = 0.855$ におけるフラップの変位を示す. 重心移動により, フラップの 1/rev 成分が支配的となった. リード・ラグヒンジを使用することで, フラップの最大値が減少する. これは, フラップの変位が増え, その結果として慣性力が増大したためと考えられる. 図 18 は, 各ケースにおける 4/rev の $F_{z\text{hub}}$ を示している.

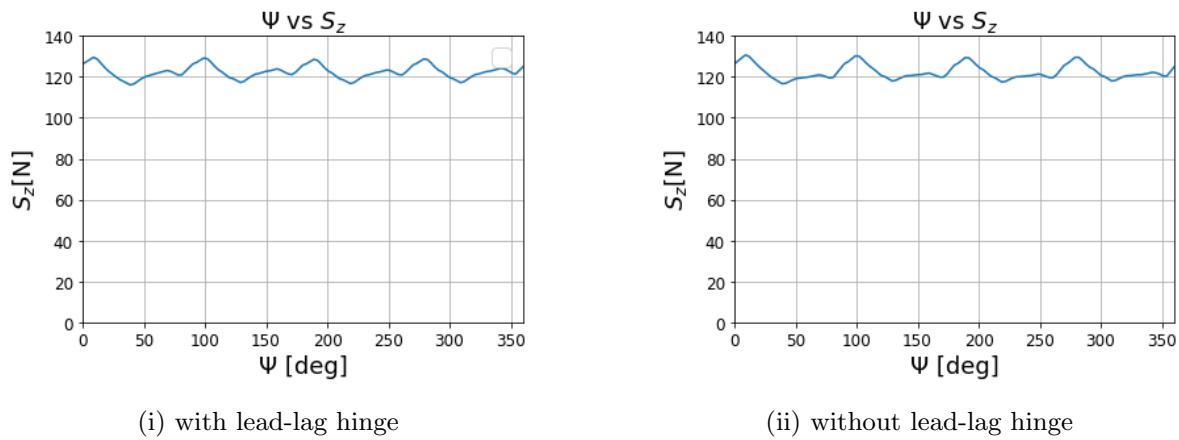


Fig.4.3: z 方向空力荷重 S_z の比較

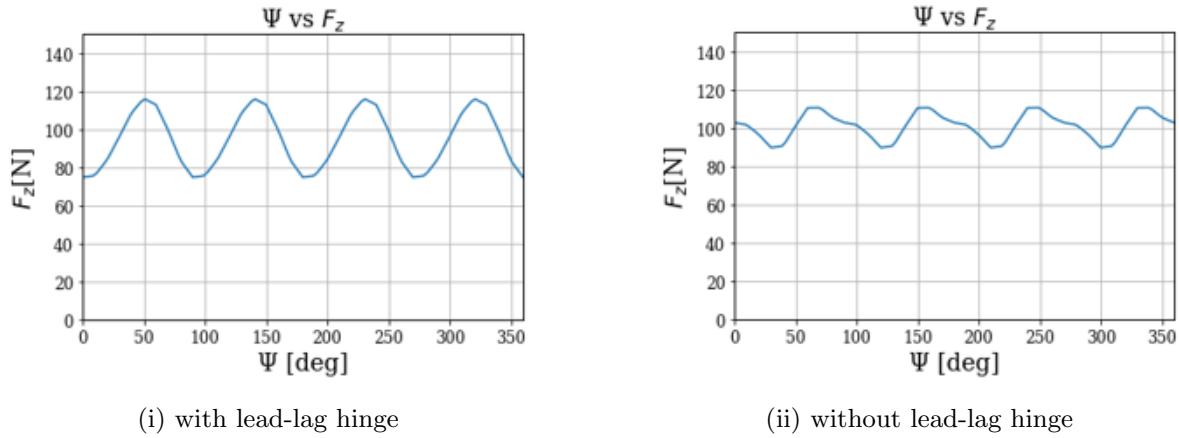


Fig.4.4: z 方向荷重 F_z の比較

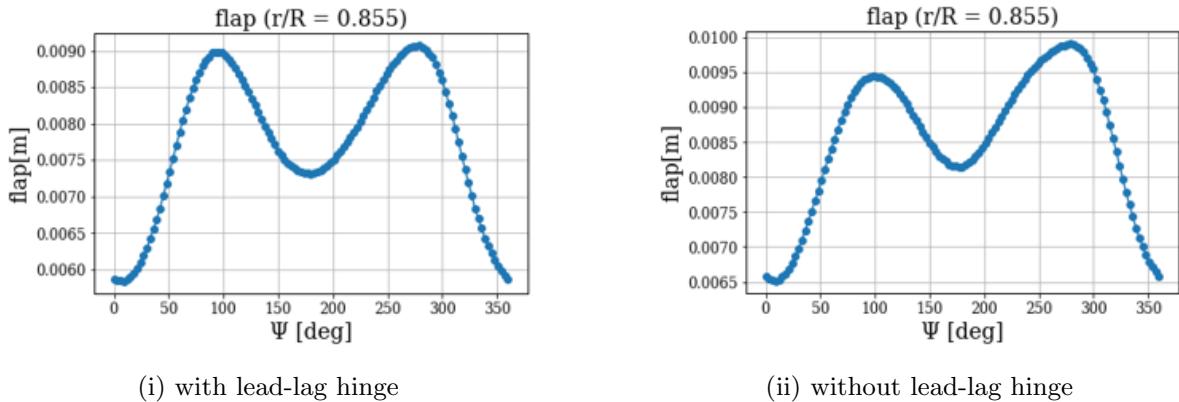


Fig.4.5: $r/R = 0.855$ でのフラップ

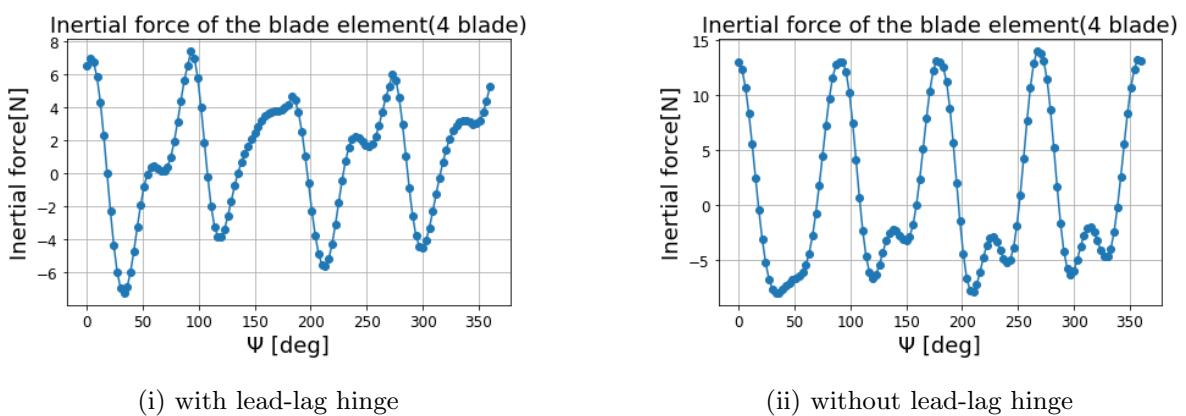


Fig.4.6: 方位角 Ψ と慣性力の関係 (4 ブレード)

第 5 章

結論

第 1 章では、シングルロータヘリコプタの現状と運用上の課題である N/rev の振動荷重について説明した。次に、低振動化への従来の取り組みを示した。そして、本論文の提案手法である重心移動によるシングルロータヘリコプタの低振動化について述べた。最後に本研究で使用する解析ツールについて説明した。

第 2 章では、ラジコンヘリコプタを用いた飛行試験の概要とその結果を示した。まず、飛行試験に用いたラジコンヘリコプタの機体諸元と飛行条件について示した。加えて、重心位置を変更するための錘の位置を説明した。次に、飛行試験でのデータ取得方法と計測結果について述べた。

第 3 章では、飛行試験で用いたラジコンヘリコプタについて CAMRAD II による解析結果を示した。まず、飛行試験による結果の違いについて述べる。次に、ブレード方位角 Ψ と有効迎角 α の関係や、有効迎角 α と揚力係数 C_l の関係などのグラフから、低振動化に寄与する要素を特定した。最後に, $r/R = 0.855$ における $\alpha U^2, C_l U^2$ の振幅の値を FFT により求め、支配的な周波数成分の組み合わせについて述べた。

第 4 章では、

本論文では、ラジコンヘリコプターを用いて、通常の重心位置を含む 4 つのケースで重心位置を移動させ振動測定を行った。先行研究の結果に基づき、振動が減少する位置は主ローターの回転方向に依存すると仮説を立てた。具体的には、反時計回り回転の場合は右舷後方、時計回り回転の場合は左舷後方である。時計回りに回転するブレードを備えたラジコンヘリコプターを用いて飛行試験を実施した。重心位置を後方左側に移動させると $4/\text{rev}$ 振動が減少した一方、後方右側に移動させると $4/\text{rev}$ 振動が増加した。いずれの場合も観測された変化率は約 30% であった。CAMRAD II を用いた解析により以下のことが明らかになった：

- $4/\text{rev}$ 振動は、有効迎角の $4/\text{rev}$ 成分、揚力係数、および流入速度の二乗の定常成分において支配的である。
- 有効迎角と揚力係数の方位角に対する変動は、揚力傾斜の差とほぼ等しく、翼の非定常効果は小さいことを示している。
- ローターブレードの有効迎角は失速角より小さく、ダイナミックストールが $4/\text{rev}$ 振動に及

ぼす影響は認められなかった.

- ブレードの最大有効迎角を低減し, ブレードと渦の干渉効果を最小化することで, 航空機の 4/rev 振動を抑制できる.

この手法はシングルロータヘリコプタの振動を低減し, 振動に敏感なセンサーを必要とする計測への適用を可能とする. ただし, 重心移動は離着陸時の姿勢角を増加させる. この問題と 4/rev の振動抑制の両方を考慮し, 適切な重心移動量を決定する必要がある.

参考文献

- [1] 海上自衛隊. Sh-60k 哨戒ヘリコプタ. <https://www.mod.go.jp/msdf/equipment/rotorcraft/patrol/sh60k/>. 最終アクセス日: 2026-01-08.
- [2] 航空自衛隊. CH-47J 輸送ヘリコプタ. <https://www.mod.go.jp/asdf/equipment/yusouki/CH-47J/>. 最終アクセス日: 2026-01-08.
- [3] Lockheed Martin. X2 technology. <https://www.lockheedmartin.com/en-us/products/x2-technology.html>. 最終アクセス日: 2026-01-08.
- [4] Kaman Aerospace. K-max intermeshing rotor helicopter. <https://kaman.com/our-businesses/kaman-air-vehicles/k-max/>. 最終アクセス日: 2026-01-09.
- [5] Raymond W. Prouty. *Helicopter Performance, Stability, and Control*. Krieger Publishing Company, Melbourne, 2 edition, 2001.
- [6] Wayne Johnson. Rotorcraft aeromechanics applications of a comprehensive analysis. In *Heli Japan 98: AHS International Meeting on Advanced Rotorcraft Technology and Disaster Relief*, Nagarafukumitsu, Gifu, Japan, apr 1998.
- [7] 吉崎裕治. 回転翼機における重心位置変更が振動に与える影響. PhD thesis, 名古屋大学, 2023. 博士論文（令和 5 年度）.
- [8] Wayne Johnson. *Rotorcraft Aeromechanics*. Cambridge University Press, New York, 2013.
- [9] S. Stupar, A. Simonović, and M. Jovanović. Measurement and analysis of vibrations on the helicopter structure in order to detect defects of operating elements. *Scientific Technical Review*, Vol. 62, No. 1, pp. 58–63, 2012.
- [10] C. Farrar and N. Lieven. Damage prognosis: The future of structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, Vol. 365, pp. 623–632, 2007.
- [11] M. K. Ali, M. F. H. Youssef, M. A. Hamaad, and A. A. El-Butch. A study on fault diagnosis by vibration analysis at different loading and speed conditions. In *13th International Conference on Aerospace Science & Aviation Technology*, Egypt, 2010.
- [12] Miroslav Jovanović. Analysis of low frequency vibrations on the structural connection elements of the gazelle helicopter. *Vojnotehnicki glasnik*, Vol. 58, No. 4, pp. 17–36, 2010.
- [13] M Jovanović, Z Filipović, S Stupar, and A Simonović. An example of equipment sub-system for aircraft life extending model. *Quality of Life Research*, Vol. 25, No. 12, pp.

3173–3180, 2011.

- [14] M Harris. *Shock and Vibration Handbook*, Vol. 4. McGraw-Hill, New York, NY, 1996.
- [15] Kevin Ferguson and Douglas Thomson. Investigation of a compound helicopter flying the depart and abort mission task element. *Journal of Aircraft*, Vol. 52, No. 1, pp. 156–167, 2017.
- [16] Richard Bielawa. *Rotary Wing Structural Dynamics and Aeroelasticity*, pp. 239–274. American Institute of Aeronautics and Astronautics, Reston, VA, 1 2006.
- [17] T. Gaffey and R. Balke. Isolation of rotor induced vibration with the bell focal pylon-nodal beam system. Technical Report SAE Technical Paper 760892, SAE International, 1976.
- [18] W. G. Flannelly. The dynamic antiresonant vibration isolator. In *22nd Annual Forum of the American Helicopter Society*, pp. 152–160, 1966.
- [19] E. P. Schuett. Application of passive helicopter isolation for alleviation of rotor induced vibration. *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 34–48, apr 1969.
- [20] A. D. Rita, J. H. McGarvey, and R. Jones. Helicopter rotor isolation evaluation utilizing the dynamic antiresonant isolator. *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 22–29, jan 1978.
- [21] D. E. Kakaley, M. R. Jolly, and G. D. Buckner. An offset hub active vibration control system for mitigating helicopter vibrations during power loss: Simulation and experimental demonstration. *Aerospace Science and Technology*, Vol. 77, pp. 610–625, 2018.
- [22] F. Straub and B. Charles. Preliminary assessment of advanced rotor/control system concepts (arcs). Technical Report Technical Report 90-D03, USA AVSCOM, 1990.
- [23] R. Ormiston. Aeroelastic considerations for rotorcraft primary control with on-blade elevons. In *American Helicopter Society 57th Annual Forum Proceedings*, Washington, D.C., may 2001.
- [24] J. Shen and I. Chopra. Actuation requirements for a swashplateless helicopter control system with trailing-edge flaps. In *43rd AIAA/ASME/ASCE/AHS Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference and 10th AIAA/ASME/AHS Adaptive Structures Conference*, No. AIAA-2002-1444, Denver, Colorado, apr 2002.
- [25] J. Shen and I. Chopra. A parametric design study for a swashplateless helicopter rotor with trailing-edge flaps. In *American Helicopter Society 58th Annual Forum*, Montreal, Canada, jun 2002.
- [26] J. Shen and I. Chopra. A parametric design study for a swashplateless helicopter rotor with trailing-edge flaps. *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 49, No. 1, pp. 43–53, 2004.
- [27] J. Shen and I. Chopra. Swashplateless helicopter rotor system with trailing-edge flaps for flight and vibration controls. *Journal of Aircraft*, pp. 346–352, 2006.

- [28] J. Bluman and F. Gandhi. Reducing trailing edge flap deflection requirements in primary control with a movable horizontal tail. *Journal of the American Helicopter Society*, 2011.
- [29] J. Shen and I. Chopra. Swashplateless helicopter rotor with trailing edge flaps. *AIAA Journal*, pp. 208–214, 2004.
- [30] P. P. Friedmann and T. A. Millott. Vibration reduction in rotorcraft using active control: A comparison of various approaches. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, pp. 664–673, 1995.
- [31] J. Shen and I. Chopra. Aeroelastic stability of trailing-edge flap helicopter rotors. *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 236–243, 2003.
- [32] F. S. Gandhi and M. K. Sekura. Helicopter vibration reduction using fixed-system auxiliary moments. *AIAA Journal*, pp. 501–512, 2004.
- [33] Y. Yoshizaki, F. S. Gandhi, and M. K. Sekura. Swashplateless control of a rotary-wing uav using variable rpm and a movable cg. In *American Helicopter Society 62nd Annual Forum*, Phoenix, AZ, may 2006.
- [34] J. H. Steiner, F. S. Gandhi, and Y. Yoshizaki. An investigation of variable rotor rpm on performance and trim. In *American Helicopter Society 64th Annual Forum*, Montreal, Canada, apr 2008.
- [35] Joon W. Lim, Yung H. Yu, and Wayne Johnson. Calculation of rotor blade-vortex interaction airloads using a multiple-trailer free-wake model. *Journal of Aircraft*, Vol. 40, No. 6, pp. 1123–1130, November 2003.
- [36] Yuji YOSHIZAKI and Shigeru SUNADA. Analysis of rotorcraft vibration reduction using a center-of-gravity offset. *TRANSACTIONS OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES*, Vol. 66, No. 1, pp. 1–9, 2023.
- [37] 寛一郎加藤, 勇生今永. ヘリコプタ入門. 東京大学出版会, 1985.
- [38] 康平齊藤. ヘリコプタ (航空工学講座). 日本航空技術協会, 2008.
- [39] Yuji Yoshizaki and Shigeru Sunada. The effect of rotorcraft cg offset on aerodynamic stability aiming to obtain vibration reduction. *JOURNAL OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES*, Vol. 71, No. 3, pp. 105–111, 2023.
- [40] Yuji Yoshizaki and Shigeru Sunada. Note on auxiliary substitution measures of cg offset aiming for rotorcraft vibration reduction. *JOURNAL OF THE JAPAN SOCIETY FOR AERONAUTICAL AND SPACE SCIENCES*, Vol. 71, No. 4, pp. 174–180, 2023.
- [41] Milton A. Schwartzberg, Roger L. Smith, James L. Means, Harold Y. H. Law, and David P. Chappell. Single-rotor helicopter design and performance estimation programs. volume i. methodology. Technical report, Defense Technical Information Center, 1977.
- [42] David Doyle. *CH-47 Chinook*. Squadron/Signal Publications, 2018.
- [43] C. P. Coleman. A survey of theoretical and experimental coaxial rotor aerodynamic research. Technical report, NASA Ames Research Center, 1997.

- [44] R. Kaur and P. M. Kishan. Intermeshing rotor helicopter “kaman k-max”. *International Research Journal of Modernization in Engineering Technology and Science*, pp. 870–874, 2021.
- [45] R. A. Desjardins and W. E. Hooper. Antiresonant rotor isolation for vibration reduction. *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 46–55, jul 1980.
- [46] D. Braun. Development of antiresonant force isolators for helicopter vibration reduction. *Journal of the American Helicopter Society*, pp. 37–44, oct 1980.
- [47] D. R. Halwes. Live – liquid inertia vibration eliminator. In *36th Annual Forum of the American Helicopter Society*, Washington, D.C., may 1980.
- [48] P. P. Friedmann. Rotary-wing aeroelasticity: Current status and future trends. *AIAA Journal*, Vol. 42, No. 10, pp. 1965–, oct 2004.
- [49] Wayne Johnson. A history of rotorcraft comprehensive analyses. In *American Helicopter Society 69th Annual Forum*, Phoenix, Arizona, may 2013.
- [50] Q. Y. Cheng, et al. A coupled helicopter rotor/fuselage dynamics model using finite element multi-body. In *MATEC Web of Conferences*, Vol. 77, p. 01016, 2016.
- [51] R. E. Hansford. Considerations in the development of the coupled rotor fuselage model. In *American Helicopter Society 48th Annual Forum*, Washington, D.C., jun 1992.
- [52] A. O. Bauchau, J. Rodriguez, and S. Y. Chen. Coupled rotor-fuselage analysis with finite motions using component mode synthesis. *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 49, No. 2, pp. 201–211, 2004.
- [53] Bernard Etkin and Lloyd D. Reid. *Dynamics of Flight: Stability and Control*. John Wiley and Sons Inc., Toronto, 1995.
- [54] Wayne Johnson. Rotorcraft aerodynamics models for a comprehensive analysis. In *American Helicopter Society 54th Annual Forum*, Washington, D.C., may 1998.
- [55] J. G. Leishman and T. S. Beddoes. A semi-empirical model for dynamic stall. *Journal of the American Helicopter Society*, Vol. 24, No. 3, jul 1989.
- [56] J. G. Leishman and T. S. Beddoes. A generalized model for airfoil unsteady aerodynamic behavior and dynamic stall using the indicial method. In *American Helicopter Society Forum*, jun 1986.
- [57] J. G. Leishman and Jr. Crouse, G. L. State-space model for unsteady airfoil behavior and dynamic stall. In *AIAA Paper*, No. AIAA-89-1319, apr 1989.
- [58] Gareth D. Padfield. *Helicopter Flight Dynamics: Including a Treatment of Tiltrotor Aircraft*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, 3 edition, 2018.
- [59] U.S. Army. Ads-33e-prf: Handling qualities requirements for military rotorcraft. Technical report, United States Army Aviation and Missile Command, 2000. Revision E, Feb. 29.
- [60] C. A. Bertolino, M. Gaidano, S. Smorto, G. P. Porro, and M. Sorli. Development of a

high-performance low-weight hydraulic damper for active vibration control of the main rotor on helicopters—part 1: Design and mathematical model. *Aerospace*, Vol. 10, No. 391, 2023.

謝辞

本論文の執筆にあたり、名古屋大学大学院工学研究科砂田茂教授には、ご多忙の中ミーティング等を通じて研究方針から結果考察、資料作成に至るまで長期に渡りご指導ご鞭撻をいただきました。ここに厚く御礼申し上げます。

また、名古屋大学大学院工学研究科稻守孝哉准教授には、研究内発表を通じて宇宙機からの視点を踏まえた貴重なご助言やご指摘をいただきました。ここに深く感謝の意を示します。

加えて、工学研究科修士二年藤井寛人殿には、本研究の多岐にわたる部分でご相談いただきました。この場を借りて厚く御礼申し上げます。

最後に、研究のみならず、研究室での生活を豊かなものとしていただいた、名古屋大学大学院工学研究科宇宙航空機運動システム工学研究グループの皆様にも、深く御礼申し上げます。

令和 8 年 2 月 中島悠貴

付録 A

先行研究

本章では、先行研究としてシングルロータヘリコプタ SH-60K について、トリム解析を実施した結果と振動評価指標について示す。まず、トリム解析の手順について示す。次に、検討対象であるシングルロータヘリコプタについて機体モデルを設定する。そして、トリム解析によって得られた結果について示す。さらに、パイロット座席での加速度を対象として振動の評価を行い、振動評価指標の決定をする。

A.1 CAMRAD II を用いたトリム解析

第 1 章で述べたように、回転翼機において発生する振動の大部分は、メインロータに作用する空力荷重に起因するものである。本論文では、これらの振動荷重およびモーメントを解析的に高い精度で評価するために,CAMRAD II を使用する。水平飛行時に生じる周期的な振動を議論の対象とするため、水平飛行状態において機体に作用するメインロータ、テールロータ、水平尾翼、垂直尾翼、胴体の空力荷重、および重力が釣り合う状態をトリム解析により求める。このトリム解析の過程において、メインロータハブ中央位置に作用する振動荷重およびモーメントも同時に算出される。A.2 項では、重心移動を行った場合に得られるトリム変数が物理的に妥当なものであるかを検討し、本解析が正しく実行されていることを確認する。ここで、メインロータ回転座標系における n/rev 成分 (n : 整数) の振動荷重を正しく評価するためには、メインロータブレードを弾性体として取り扱う必要がある。さらに、振動荷重の精度を向上させるため、ブレード先端から発生するチップボルテックスの取り扱いに関しては、専用の解析オプションを導入した。Fig.A.1 に CAMRAD II におけるトリム解析の流れを示す。トリム解析は、メインロータおよびテールロータの各ブレードを弾性体として取り扱ったフラッピング、リードラグ、フェザリング応答の計算と、インフロー計算部における収束計算、ならびに機体全体の 6 自由度の荷重およびモーメントのバランスに対する収束計算から構成されている。これらの計算においては、収束性を高めるために、インフロー分布や機体姿勢角などの初期値設定が極めて重要となる。インフロー計算については,Free Wake Model での解析結果の予測が困難であることから,LEVEL 1 (Momentum Theory) , LEVEL 2 (Prescribed Wake Model) ,LEVEL 3 (Free Wake Model) の順に解析レベルを段階的に移行させ、収束計算

を行った。初期条件としては Drees Model を採用しており, Eq.A.1, Eq.A.2, Eq.A.3, Eq.A.4 に示す式によって定義される。

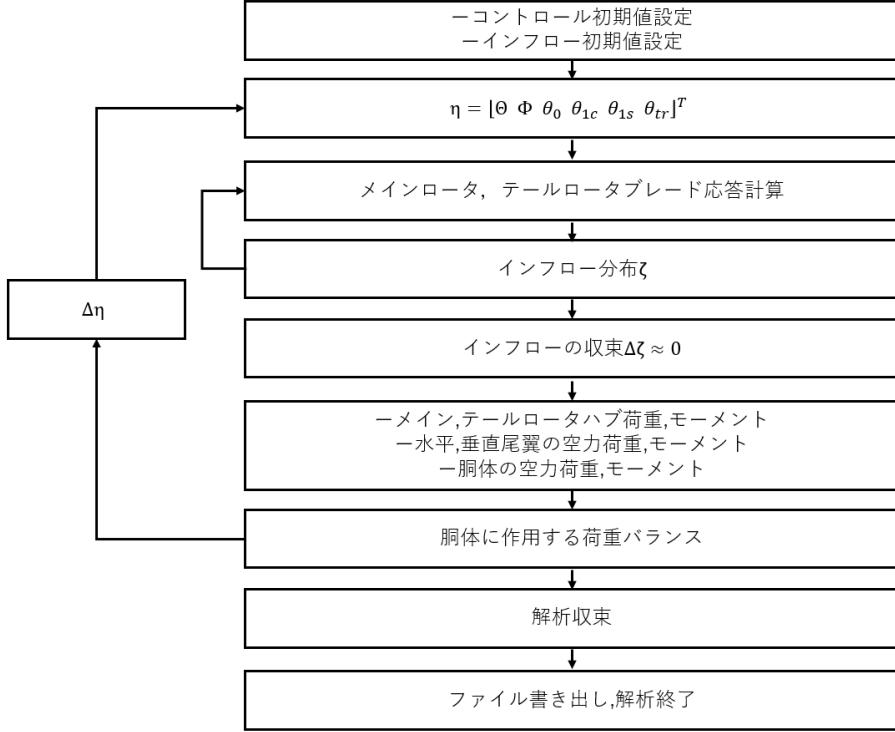


Fig.A.1: トリム解析の流れ [7]

$$\zeta = \zeta_0 + \zeta_{1c} \frac{r}{R} \cos \Psi + \zeta_{1s} \frac{r}{R} \sin \Psi \quad (\text{A.1})$$

ここで,

$$\zeta_0 = \frac{c_T}{2\sqrt{\lambda_0^2 + \mu^2}} + \mu \tan(-\Theta) \quad (\text{A.2})$$

$$\zeta_{1c} = \frac{c_T}{2\sqrt{\lambda_0^2 + \mu^2}} \frac{4}{3} [(1 - 8\mu^2) \sqrt{1 + (\frac{\lambda}{\mu})^2} - \frac{\lambda}{\mu}] \quad (\text{A.3})$$

$$\zeta_{1s} = \frac{c_T}{2\sqrt{\lambda_0^2 + \mu^2}} (-2\mu) \quad (\text{A.4})$$

インフローの収束が得られたのちに, 胴体に作用する各コンポーネント (メインロータ, テールロータ, 胴体, 水平/垂直尾翼) からの空力荷重および重力が重心位置でバランスした状態での機体座標系における荷重およびモーメント, 計 6 自由度の式 (後述する Eq. (5-7) 参照) における左辺項を $\bar{F} = [X, Y, Z, L, M, N]^T$ と表記してトリム変数である

$\eta = [\Theta, \Psi, \theta_0, \theta_{1c}, \theta_{1s}, \theta_{tr}]^T$ について初期値を η_0 としたときに \bar{F} を 0 とするために Taylor の 1 次展開式を用いて記載すると

$$\bar{F}(\eta_0 + \Delta\eta) = \bar{F}(\eta_0) + \Delta\eta \frac{\partial \bar{F}(\eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\eta_0} = 0 \quad (\text{A.5})$$

となり、トリム収束解を得るための次のステップとして $\Delta\eta$ は Eq.(A.6) の様に表現できる。

$$\Delta\eta = \left[\frac{\partial \bar{F}(\eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\eta_0} \right]^{-1} \bar{F}(\eta_0) \quad (\text{A.6})$$

ここで、 $\frac{\partial \bar{F}(\eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\eta_0}$ は $\bar{F}(\eta)$ の $\eta = \eta_0$ におけるヤコビ行列であり (A.7) に示す行列となる

$$\frac{\partial \bar{F}(\eta)}{\partial \eta} \Big|_{\eta=\eta_0} = \begin{bmatrix} \frac{\partial X}{\partial \alpha_s} & \frac{\partial X}{\partial \varphi_s} & \frac{\partial X}{\partial \theta_0} & \frac{\partial X}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial X}{\partial \theta_{1s}} & \frac{\partial X}{\partial \theta_{tr}} \\ \frac{\partial Y}{\partial \alpha_s} & \frac{\partial Y}{\partial \varphi_s} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_0} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_{1s}} & \frac{\partial Y}{\partial \theta_{tr}} \\ \frac{\partial Z}{\partial \alpha_s} & \frac{\partial Z}{\partial \varphi_s} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_0} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_{1s}} & \frac{\partial Z}{\partial \theta_{tr}} \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_s} & \frac{\partial L}{\partial \varphi_s} & \frac{\partial L}{\partial \theta_0} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{1s}} & \frac{\partial L}{\partial \theta_{tr}} \\ \frac{\partial M}{\partial \alpha_s} & \frac{\partial M}{\partial \varphi_s} & \frac{\partial M}{\partial \theta_0} & \frac{\partial M}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial M}{\partial \theta_{1s}} & \frac{\partial M}{\partial \theta_{tr}} \\ \frac{\partial N}{\partial \alpha_s} & \frac{\partial N}{\partial \varphi_s} & \frac{\partial N}{\partial \theta_0} & \frac{\partial N}{\partial \theta_{1c}} & \frac{\partial N}{\partial \theta_{1s}} & \frac{\partial N}{\partial \theta_{tr}} \end{bmatrix}_{\eta=\eta_0} \quad (\text{A.7})$$

Eq.(A.6) で得られる $\Delta\eta$ を用いて初期値 η_0 に $K\Delta\eta (0 < K < 1)$ を加算して Fig.A.1 に示されるフロー全体が収束するまで、つまりトリム変数 η が収束するまで計算を実施することでトリム計算が完了することになる。

A.2 トリム解析結果

先行研究では解析の対象となる機体は中型機である SH-60K とした。Table.A.1 にその諸元を示す。

Table.A.1: SH-60K 諸元 [7]

SH-60K (三菱重工業株式会社)			
質量		エンジン	
空虚質量 [kg]	7,167	型式	T700-IHI-401
最大全備質量 [kg]	9,979	数量	2
最大燃料質量 [kg]	2,041		
ロータ諸元			
メインロータ		テールロータ	
半径 [m]	8.18	1.68	
コード長 [m]	0.550	0.250	
ソリディティ	0.086	0.19	
ブレード枚数	4	4	
回転数 [rpm]	258	1,190	
ねじれ角 [deg]	8.8	0	
ヒンジオフセット e/R	0.047	ヒンジレスロータ	

数値解析は、機体が 30.8 m/s (120 kt) で高速巡航飛行している状態を対象としてトリム解析を実施した。振動を高精度に評価することを目的として、メインロータブレードは弾性体としてモデル化し、ブレードスパン方向に 20 分割した。各要素は、断面特性が正確に算出されたモデルを用いて定義されている。一方、胴体については剛体としてモデル化した。これは、メインロータシャフトおよびメインギアボックスが取り付けられる構造部位が有意に変形するような胴体の固有振動モードが、主たる関心対象である 4/rev 成分 (25.0 Hz) から十分に離れており、メインロータと胴体の動的連成を考慮しなくても解析結果に本質的な影響を与えないためである。この点については後述する。CAMRAD II によるトリム解析は、Fig.A.2 に示すように、ベースラインの重心位置から前方に 0.305 m、後方に 1.68 m の範囲、ならびに左舷および右舷方向にそれぞれ 0.912 m の範囲において、0.152 m の刻み幅で設定した計 182箇所の重心位置に対して実施した。機体の慣性モーメントについては、いずれの重心位置においてもベースラインの値に統一し、一定の値を用いた。この仮定の下においても、胴体の 4/rev 振動評価には影響を及ぼさないため、本解析の目的に対して問題はない。

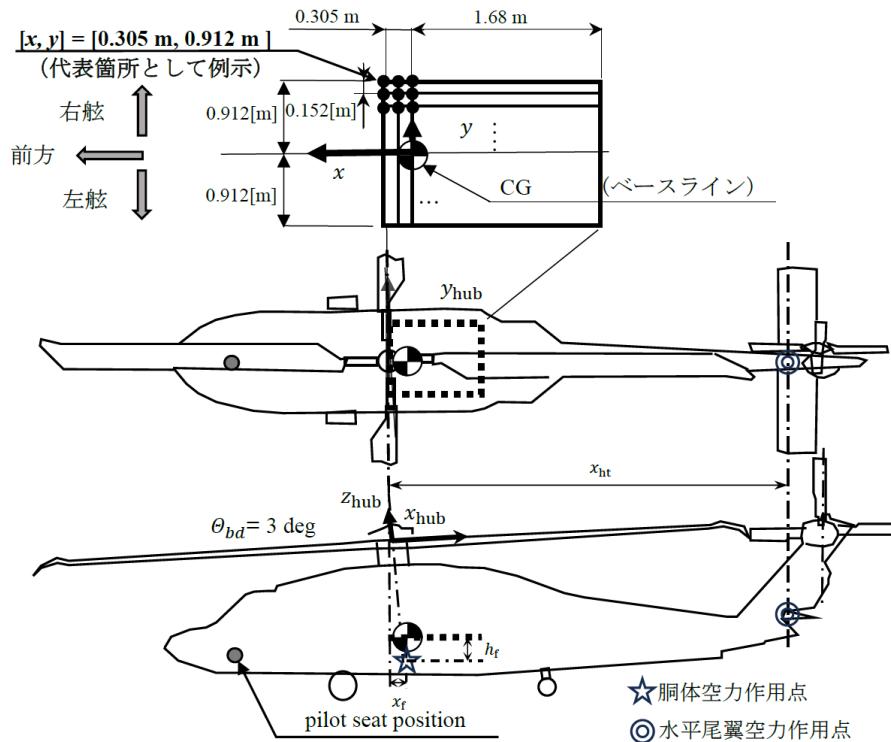


Fig.A.2: SH-60K 上面図及び側面図 [7]

その他の解析条件としては、例えばメインロータブレードの弾性変形応答に関する構造減衰率や、自由後流モデルにおいてインフローに影響を与えるウェイクの周期数などが挙げられる。これらの条件については、重心位置の違いによる影響を純粋に評価するため、すべての評価点においてベースライン解析で用いている値と同一のものを使用した。また、水平尾翼の取付角については、ベースラインの機体と同様に 0 deg に設定した。Fig.A.3 にトリム変数の解析結果として、機体ピッチ角、ロール角、およびメインロータブレードのフラッピング角を示す。さらに、Fig.A.4 には、Fig.A.2 に示した胴体および水平尾翼の空力作用点に作用する、機体座標系における F_x および F_z を示す。各図において、横軸および縦軸は Fig.A.2 に示される機体座標系の y 軸および x 軸をそれぞれ表しており、重心位置の変化に対する各物理量の分布を示したコンター図となっている。これらの結果から、以下に示す所見が得られた。

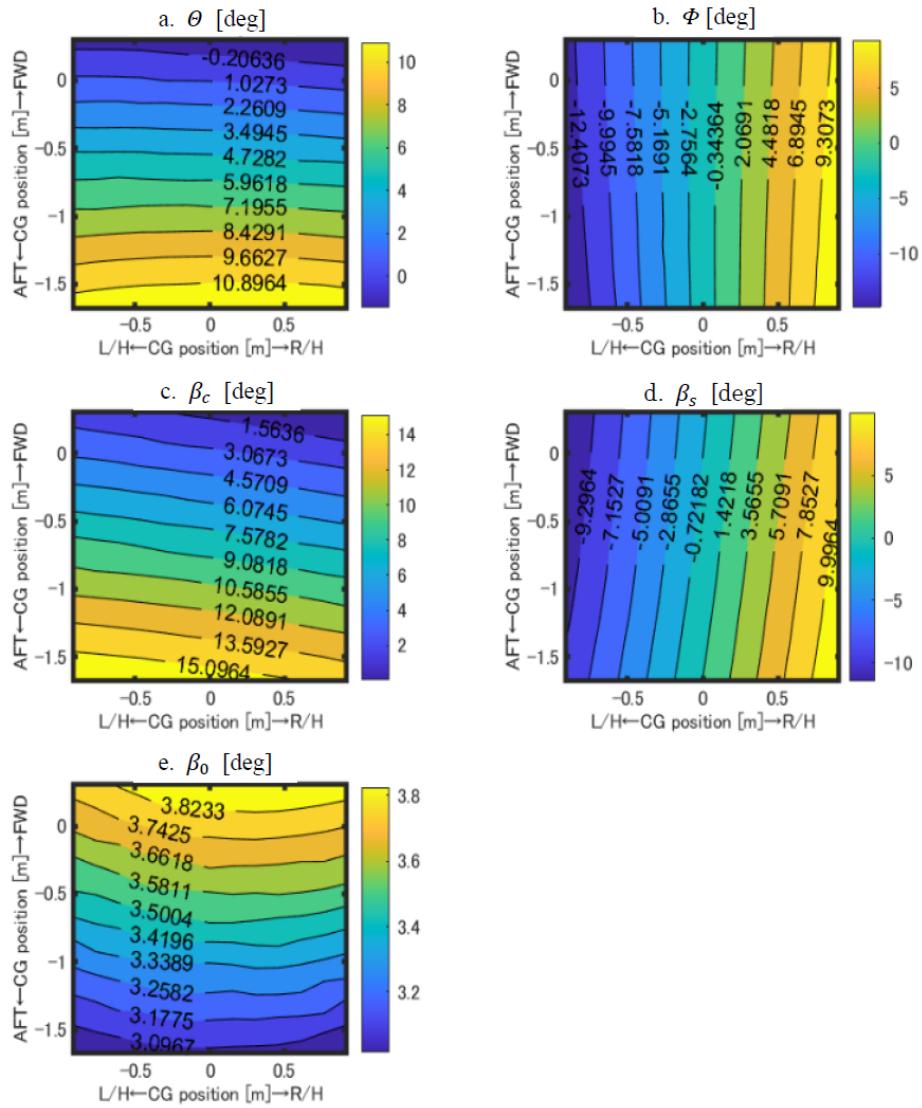


Fig.A.3: 重心移動に伴うトリム変数解析結果 [7]

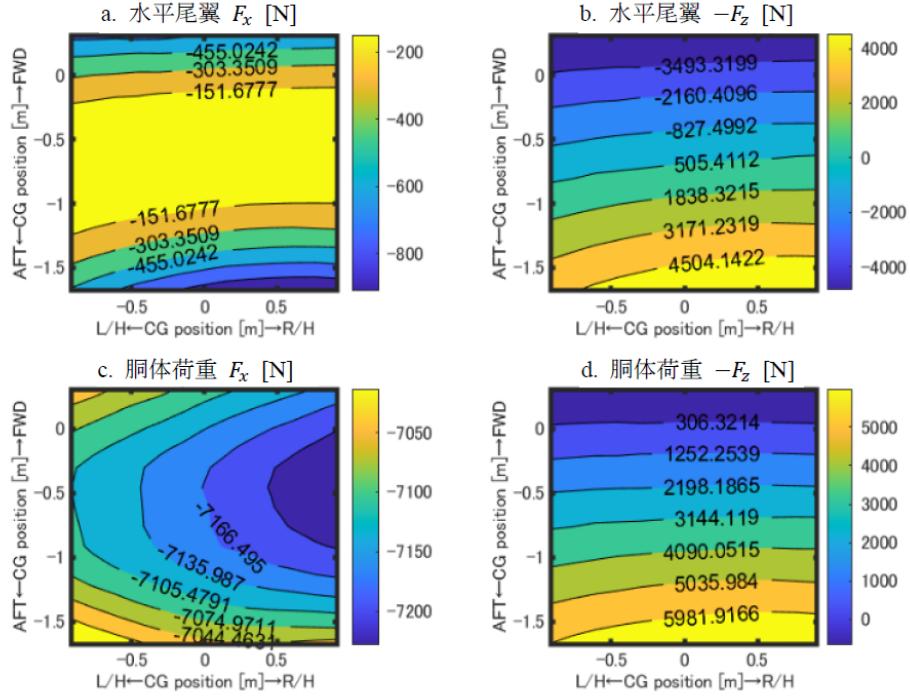


Fig.A.4: 胴体及び水平尾翼に作用する F_x 及び $-F_z$ [7]

- Θ 及び Φ は、重心位置が後方および右舷側へ移動すると想定通りそれぞれ増加する。一方で、これらの姿勢角の変化を打ち消すように、 β_{1c} および β_{1s} はそれぞれ増加し、メインロータ推力を前方および左舷方向へ傾けることでトリムが維持されている。
- Fig.A.3 a に示されるように Θ が増加すると, Fig.A.4 b~d に示される水平尾翼および胴体に作用する $-F_z$ が増加する。この結果、メインロータが負担すべき揚力が低下するため、コーニング角 β_0 は低下する。この傾向は Fig.A.3 e に示されている。
- Fig.A.3 a に示される Θ が 5 度を超えて増加するにつれて, Fig.A.4 a~c に示される水平尾翼および胴体の $-F_x$ はそれぞれ増加および減少の傾向を示す。 Θ は巡航速度とメインロータのダウンウォッシュによる流速分布によって決定される。また、重心位置が変化する際, Fig.A.3 b に示される Φ は-13 度から-10 度の範囲で大きく変化するが, Fig.A.4 c に示される胴体の $-F_x$ への影響は比較的小さい。

A.3 メインロータハブ位置での振動荷重およびモーメント

A.2において示したトリム解析結果は、重心移動による影響が物理的に妥当な形で正しく解析されていることを明確に示している。したがって、これらの解析結果を用いて、メインロータハブ中央位置に作用する振動荷重およびモーメントの評価を行う。前述の通り、本解析では胴体を剛体として取り扱っているが、Cheng, Q.Y., et al.[50] は、ロータおよび胴体の連成モデルにより得られたメインロータブレードの固有振動数が、連成を考慮しないモデルによる結果とほぼ同一であることを示している。この知見から、胴体を剛体と仮定したモデルは、ロータ・胴体連成モデルと等価であるとみなすことができる。さらに、本研究における SH-60K の解析結果においても、メインロータブレードの固有振動数が 4/rev から十分に離れていることが確認されている。この結果は Appendix B に示す通りである。加えて、Hansford, R.E.[51] や Bauchau et al.[52] は、メインロータ回転面に対して面外、すなわち法線方向の振動荷重については、メインロータハブの変動応答を考慮しなくても高い精度で解析可能であることを示している。これらの知見を踏まえ、本解析ではメインロータブレードのフリッピング運動を評価する際にも、メインロータハブの運動を考慮せず、振動荷重およびモーメントを算出している。

Fig.A.5 および Fig.A.6 に、メインロータハブ中央位置を原点とし、Fig.A.2 に示される $x_{\text{hub}}, y_{\text{hub}}, z_{\text{hub}}$ 座標系で表現される 4/rev 振動荷重およびモーメントの振幅ならびに位相角のコンタープロットをそれぞれ示す。また、Johnson[8] は 1.1において、4 枚ブレードのヘリコプタでは 4/rev 振動成分が卓越することを示しており、本研究においても同様の周波数成分に着目して評価を行う。Fig.A.5 a～f に示される結果から、各振動荷重およびモーメント成分は、それぞれ異なる重心位置において極小値をとることが確認された。一方で、Fig.A.6 c に示す $F_{z\text{hub}}$ の位相角コンタープロットは、Fig.A.5 c に示す同成分の振幅分布と類似した傾向を示している。振動荷重およびモーメントの振幅が極小となる重心位置は成分ごとに厳密には一致しないものの、全体としては右舷後方領域において振動レベルが小さくなる傾向が本結果から推定される。

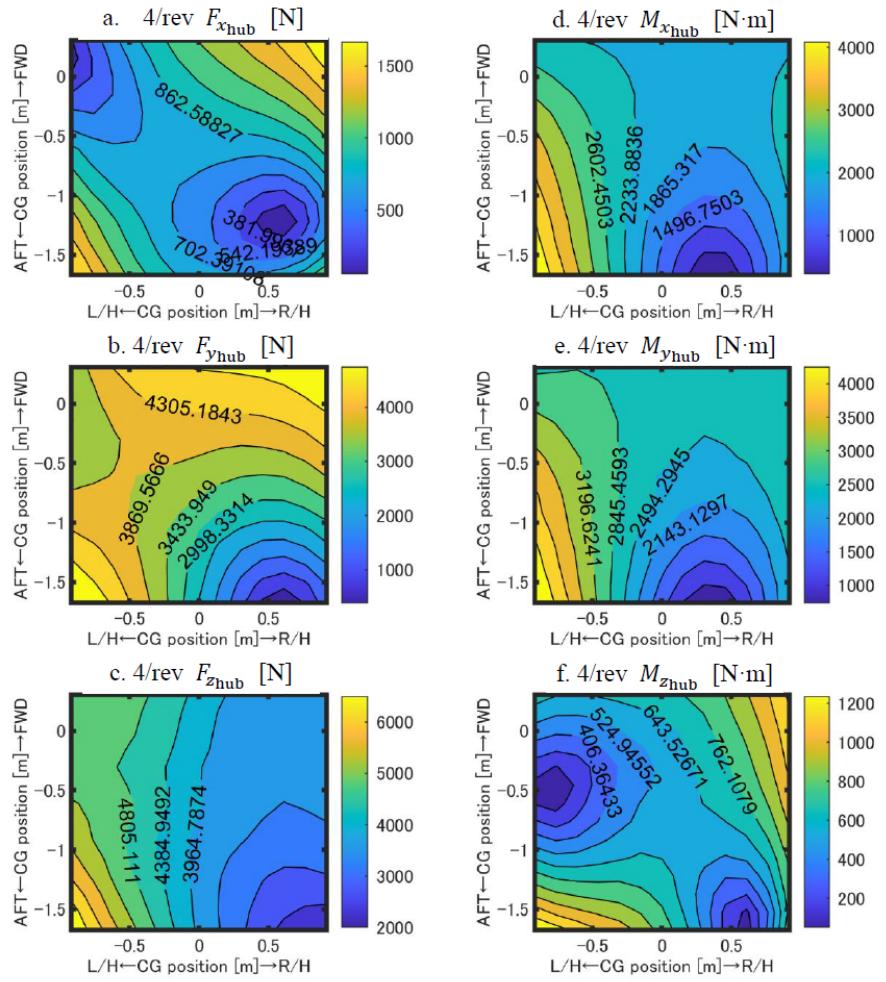


Fig.A.5: MRH 中央位置における 4/rev 振動荷重及びモーメント (振幅 $V_c = 61.7 \text{ m/s}$) [7]

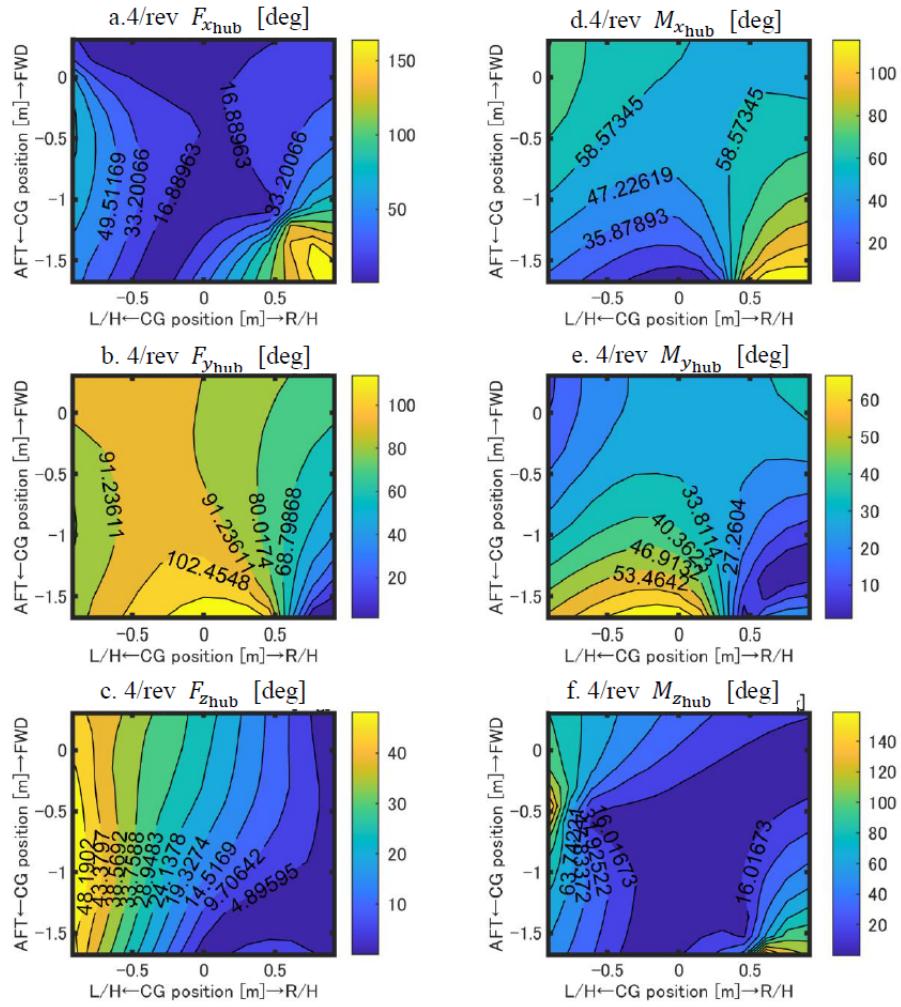


Fig.A.6: MRH 中央位置における 4/rev 振動荷重及びモーメント（位相 $V_c = 61.7$ m/s） [7]

次節では、本節で得られたメインロータハブ中央位置における振動荷重およびモーメントを基に、機体の代表的な居住区画であるパイロット席位置における加速度を導出し、振動レベルの評価を行う。

A.4 パイロット座席位置での加速度

回転翼機においてホバリング時を含む巡航飛行中にはメインロータ、テールロータの荷重及びモーメントのロータ 1 周期の平均値と胴体、水平尾翼、および垂直尾翼に作用する空力荷重とモーメントは機体の重心位置で全て釣り合っている。この状態で、4 枚ブレードの SH-60K においては 4/rev の振動荷重及びモーメントがメインロータハブ中央位置に作用し結果的に胴体を振動させることになる前節で得られたメインロータハブの中央位置での荷重及びモーメントは、回転翼機での代表的な振動評価位置となるパイロット座席位置での x, y, z 方向の加速度を代表的な振動インデックスとして評価することにするまず、CAMRAD II にて計算された $x_{\text{hub}}, y_{\text{hub}}, z_{\text{hub}}$ 座標系における荷重およびモーメントである $F_{x\text{hub}}, F_{y\text{hub}}, F_{z\text{hub}}, M_{x\text{hub}}, M_{y\text{hub}}, M_{z\text{hub}}$ を Eq.(A.8) 及び Eq.(A.9) を用いて、Fig.A.7 で示される機体座標系の重心位置に作用する $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ に変換する。

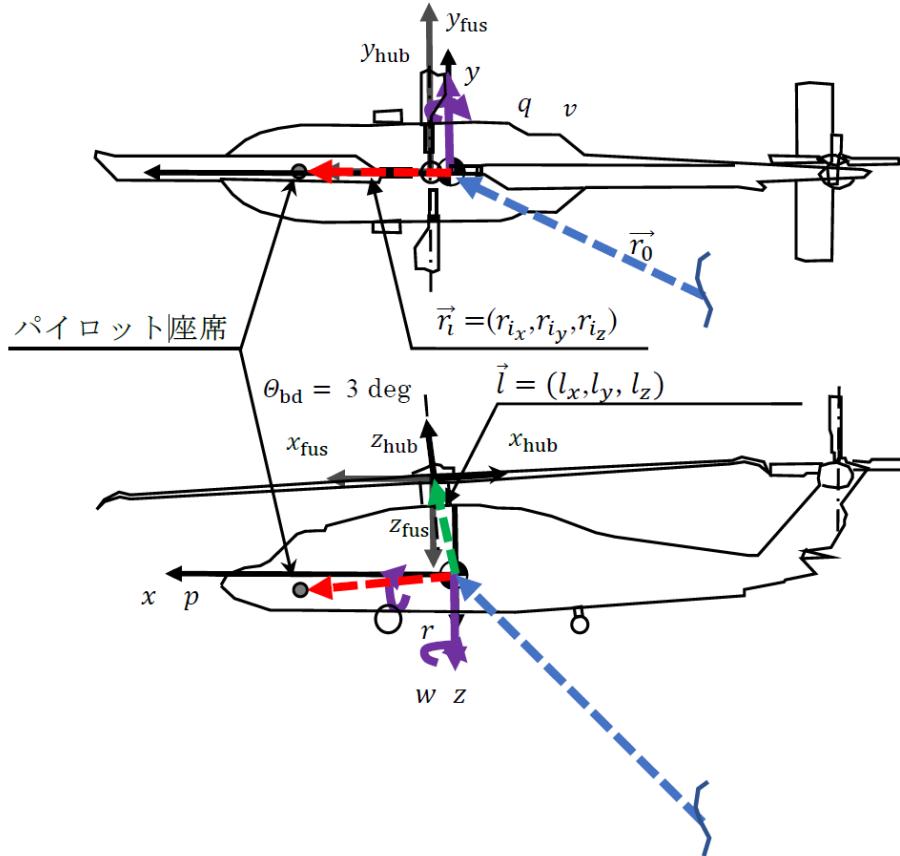


Fig.A.7: メインロータハブ座標系および機体座標系 [7]

$$\begin{Bmatrix} F_{x\text{fus}} & M_{x\text{fus}} \\ F_{y\text{fus}} & M_{y\text{fus}} \\ F_{z\text{fus}} & M_{z\text{fus}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \Theta_{bd} & 0 & \sin \Theta_{bd} \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \Theta_{bd} & 0 & -\cos \Theta_{bd} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x\text{hub}} & M_{x\text{hub}} \\ F_{y\text{hub}} & M_{y\text{hub}} \\ F_{z\text{hub}} & M_{z\text{hub}} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

$$\begin{Bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -l_z & l_y & 1 & 0 & 0 \\ l_z & 0 & -l_x & 0 & 1 & 0 \\ -l_y & l_x & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{xfus} \\ F_{yfus} \\ F_{zfus} \\ M_{xfus} \\ M_{yfus} \\ M_{zfus} \end{Bmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Etkin and Reid[53] によると重心に原点を置く機体座標系 x,y,z での運動方程式は Eq.(A.10) のように書ける。

$$\begin{aligned} m(\dot{u} + qw - rv) &= F_x \\ m(\dot{v} + ru - pw) &= F_y \\ m(\dot{w} + pv - qu) &= F_z \\ I_x\dot{p} - I_{yz}(q^2 - r^2) - I_{zx}(\dot{r} + pq) - I_{xy}(\dot{q} - rp) - (I_y - I_z)qr &= M_x \\ I_y\dot{q} - I_{zx}(r^2 - p^2) - I_{xy}(\dot{p} + qr) - I_{yz}(\dot{r} - pq) - (I_z - I_x)rp &= M_y \\ I_z\dot{r} - I_{xy}(p^2 - q^2) - I_{yz}(\dot{q} + rp) - I_{zx}(\dot{p} - qr) - (I_x - I_y)pq &= M_z \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

オイラー角 Ψ, Θ および Φ を用いて機体固定系 $x-y-z$ は地球座標系 $x'-y'-z'$ から Eq.(A.11) を用いて変換することができる。

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos \Psi & \cos \Theta \sin \Psi & -\sin \Theta \\ \sin \Phi \sin \Theta \cos \Psi - \cos \Phi \sin \Psi & \sin \Phi \sin \Theta \sin \Psi + \cos \Phi \cos \Psi & \sin \Phi \cos \Theta \\ \cos \Phi \sin \Theta \cos \Psi + \sin \Phi \sin \Psi & \cos \Phi \sin \Theta \sin \Psi - \sin \Phi \cos \Psi & \cos \Phi \cos \Theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{Bmatrix} \quad (\text{A.11})$$

前進巡航飛行中は Eq.(A.8) に示される u, v および w は V_c, Θ_e および Φ_e を用いて Eq.(A.12) のように書くことができる。

$$\begin{aligned} u &= V_c \cos \Theta_e \\ v &= V_c \sin \Theta_e \sin \Phi_e \\ w &= V_c \sin \Theta_e \cos \Phi_e \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

ここで, $V_c = 61.7 \text{ m/s}$ (120 kt) である。ベースライン回転翼機における慣性テンソルは Eq.(A.13) のように書くことができて Eq.(A.13) のそれぞれの成分は Eq.(A.14) のように書くことができる。

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{aligned}
I_x &= \int (y^2 + z^2) dm \\
I_y &= \int (x^2 + z^2) dm \\
I_z &= \int (x^2 + y^2) dm \\
I_{xy} &= \int xy dm \\
I_{yz} &= \int yz dm \\
I_{xz} &= \int xz dm
\end{aligned} \tag{A.14}$$

ここで Eq.(A.13) 中の Eq.(A.14) の成分は別途作成した SH-60K の全機振動モデルである NASTRAN FEA のバルクデータより求めた。この NASTRAN モデルは材料の密度が入力された構造要素モデルと機体に搭載された全ての装備品を質点として構造部材に剛体要素で取り付けられたモデルである。地面固定座標系でのパイロット座席の場所は Fig.A.7 に示される通り, Eq.(A.15) のように表されるとする。

$$\vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{r}_i \tag{A.15}$$

ここで, \vec{r}_0 は地面固定座標系における原点から機体の重心位置までのベクトルであり, \vec{r}_i は重心位置からパイロット座席までのオフセットベクトルである。ここで \vec{r}_i は $\vec{\omega} = (p, q, r)$ で回転している Eq.(A.15) の時間微分によってパイロット座席の速度は Eq.(A.16) のように書き表すことができる。

$$\dot{\vec{r}} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{r}_0}{dt} + \frac{d^*\vec{r}_i}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}_i \tag{A.16}$$

さらに Eq.(A.16) の 1 階時間微分をとることによってパイロット座席の加速度は Eq.(A.17) のように書き表される。

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}_0}{dt} + \frac{d^*}{dt} \left(\frac{d^*\vec{r}_i}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}_i \right) + \vec{\omega} \times \left(\frac{d^*\vec{r}_i}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{r}_i \right) \\
&= \frac{d^2\vec{r}_0}{dt} + \frac{d^{*2}\vec{r}_i}{dt} + 2\vec{\omega} \times \frac{d^*\vec{r}_i}{dt} + \frac{d^*\vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_i + (\vec{\omega} \cdot \vec{r}_i) \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) \vec{r}_i
\end{aligned} \tag{A.17}$$

ここで, $\vec{r}_i = (r_{ix}, r_{iy}, r_{iz})$ は時間に依存しない成分を持つベクトルであるから Eq.(A.17) はさらに Eq.(A.18) のように書くことができる。

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \frac{d^2 \vec{r}_0}{dt^2} + \frac{d^* \vec{\omega}}{dt} \times \vec{r}_i + (\vec{\omega} \cdot \vec{r}_i) \vec{\omega} - (\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}) \vec{r}_i \\
&= \begin{bmatrix} \dot{u} + qw - rv + r_{iy}(pq - \dot{r}) + r_{iz}(pr + \dot{q}) - r_{ix}(q^2 + r^2) \\ \dot{v} + ru - pw + r_{iz}(qr - \dot{p}) + r_{ix}(pq + \dot{r}) - r_{iy}(p^2 + r^2) \\ \dot{w} + pv - qu + r_{ix}(pr - \dot{q}) + r_{iy}(qr + \dot{p}) - r_{iz}(p^2 + q^2) \end{bmatrix} \quad (A.18)
\end{aligned}$$

$4/\text{rev}$ の $F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z$ を Eq.(A.10) に代入して並進および回転速度を SIMULINK® を用いて数値解析的に解き、その結果を Eq.(A.18) に代入してパイロット座席における加速度の生波形を導出した。そのうえで生波形に FFT 处理を実施することで $4/\text{rev}$ の加速度成分を整理することができる。

A.5 解析結果

メインロータハブに作用する Fig.A.5, Fig.A.6 に示される各重心位置の 4/rev の振動荷重およびモーメントを Eq.(A.10) に入力、数値解析を行った。その結果として u, v, w, p, q, r およびその時間微分項を得た。これらを Eq.(A.18) に代入することにより、パイロット座席位置での x, y, z 方向の加速度を計算することができる。重心位置は Fig.A.2 に示されている位置で解析を実施した。動解析で得られた生波形を FFT 处理して 4/rev 成分を抽出した結果を Fig.A.8 に示す。

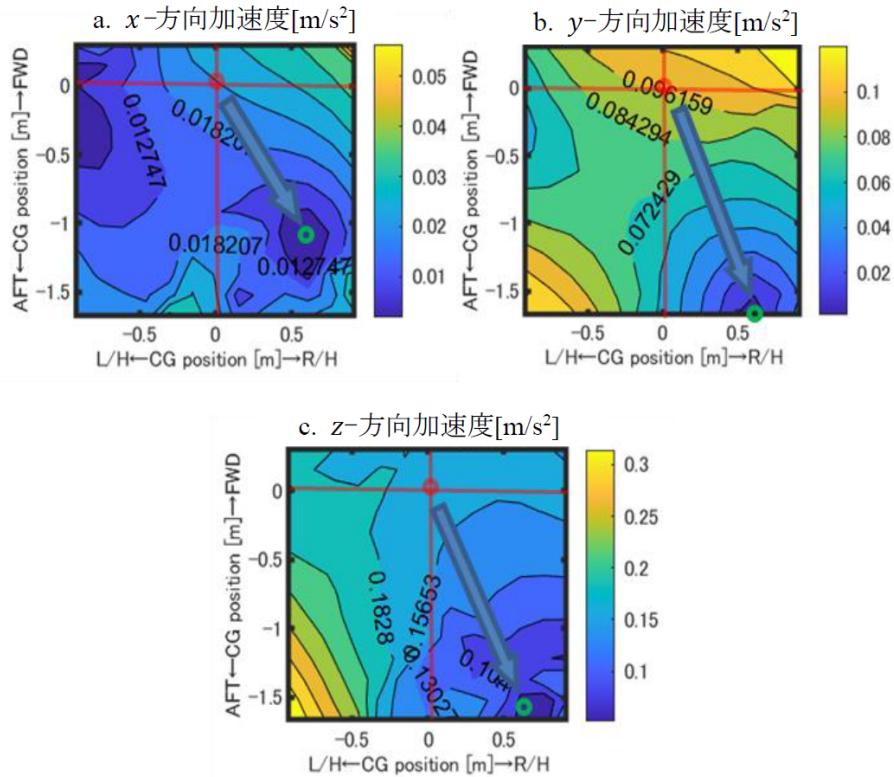


Fig.A.8: パイロット座席での 4/rev 加速度 ($V_c = 61.7 \text{ m/s}$) [7]

Fig.A.8 で示される結果について次のような考察が述べられる。 x, y, z 方向の加速度はそれぞれ異なる重心位置で極小値をとることが分かる。メインロータハブ中央位置での荷重およびモーメントの結果から想定していた通り、右舷後方で全ての成分の極小値をとることが分かる。 z 方向の加速度については重心位置が $[x \ y] = [-1.60 \text{ m} \ 0.690 \text{ m}]$ にある時にベースライン位置での値の僅か 40% にまで低減する。重心位置をこの位置まで移動させることができ現実に困難だとしても、その方向に可能な限り移動させることで移動量に応じた振動低減効果が得られる。 x, y 方向の加速度についても同様であり、それぞれ $[x \ y] = [-1.14 \text{ m} \ 0.610 \text{ m}], [x \ y] = [-1.68 \text{ m} \ 0.610 \text{ m}]$ の位置でベースラインの 10%、および 20% にまで低減する。

Fig.A.8 を見て分かることは、パイロット座席における z 方向の加速度は x,y 方向の加速度と比較して支配的である。そのうえ、元来人間工学的にパイロットは z 方向の加速度を一番敏感に感じ取りやすいものであることから、 z 方向の加速度そのものが振動を評価する指標となりうることが分かった。Fig.A.8 a～c は Fig.A.5 a～c とセンター図の傾向が類似している。この類似性は x,y,z 方向の加速度はそれぞれ主として $F_{x\text{hub}}, F_{y\text{hub}}, F_{z\text{hub}}$ からもたらされるということを意味している。さらに、4/rev の z 方向の加速度が卓越していることから、4/rev の $F_{z\text{hub}}$ が振動の評価基準としてみなせることが分かった。

Fig.A.9 にパイロット座席で支配的な z 方向の加速度について、6 成分の 4/rev 荷重およびモーメントにより加振した結果、また、3 成分の荷重により加振した結果、および $F_{z\text{hub}}$ のみで加振した 3 つの結果について示す Fig.A.9 a と Fig.A.9 b の類似性から、4/rev のモーメント成分 $M_{x\text{hub}}, M_{y\text{hub}}, M_{z\text{hub}}$ はパイロット座席位置の z 方向の加速度にほぼ影響を与えていないことが分かる。同様に Fig.A.9 c は Fig.A.9 a および Fig.A.9 b とよく似ていることから、 $F_{x\text{hub}}$ と $F_{y\text{hub}}$ についても、パイロット座席位置の z 方向の加速度にあまり影響を与えないことが分かる。繰り返しとなるが、このことからも $F_{z\text{hub}}$ そのものが最もシンプルな振動の評価基準であることが分かる。以上の考察から $F_{z\text{hub}}/m$ によりパイロット座席位置の z 方向の加速度をよく見積もれることが分かった。従って、ベースライン位置における機体の慣性テンソルを全ての重心位置で同一の値として使用することに問題はないことを表している。さらに付け加えると、 z 方向の加速度はパイロット座席を含めて任意の位置で $F_{z\text{hub}}/m$ で見積もることができる。

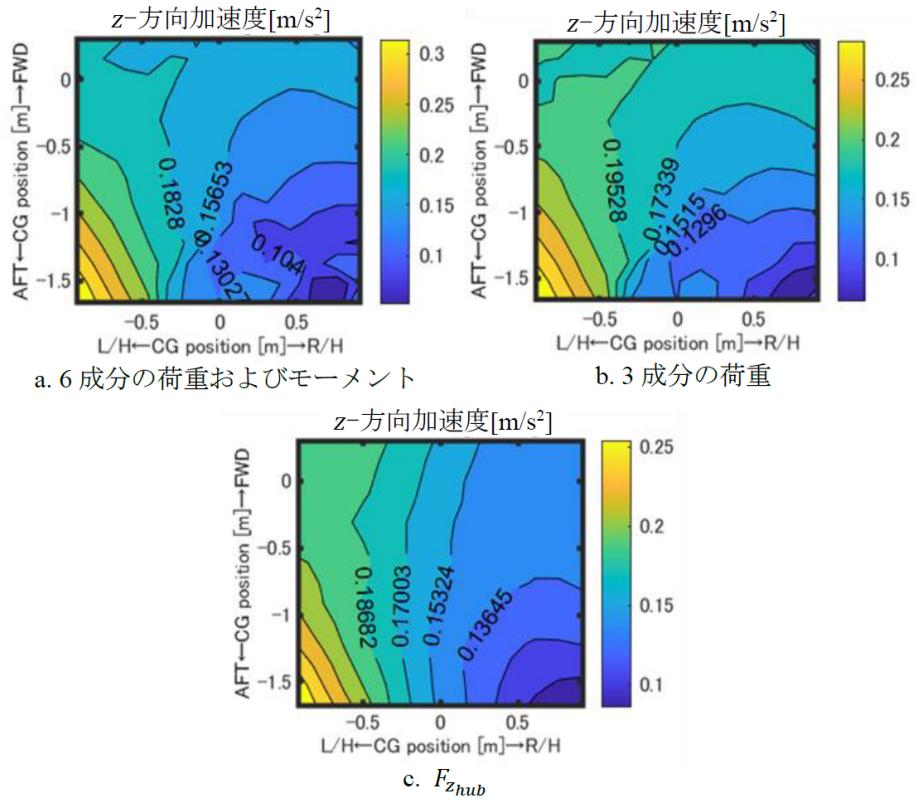


Fig.A.9: パイロット座席での 4/rev z 方向加速度の比較 ($V_c = 61.7$ m/s) [7]

付録 B

回転系のブレードルート荷重の固定系 の MRH 座標系への伝達

本章では,Table.1.1～Table.1.6 に示した, 回転するブレードが空力荷重を受けて固定側である胴体側に伝わる荷重の導出過程を記載する.

Table.1.1～Table.1.6 には回転する 4 枚のメインロータブレードのルート荷重について, 周波数成分ごとに MRH 中央位置を原点とする固定座標系である $x_{\text{hub}}, y_{\text{hub}}, z_{\text{hub}}$ 座標系での荷重およびモーメントに変換して表示している. ここでは表中で, 4 本のブレードの荷重がキャンセルされて, 結果として 0 となるケース以外についてその導出について示す. $m = 1$ 番目のブレードのアジマス角を Ψ とする.

B-1. Table.1.1

- 定常成分
自明のため, 省略する.
- 4/rev 成分

$$\begin{aligned} F_{z\text{hub}} &= \sum_{m=1}^4 (S_{z4c} \cos 4\Psi_m + S_{z4s} \sin 4\Psi_m) \\ &= S_{z4c} \left\{ \cos 4\Psi + \cos 4\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) + \cos 4\left(\Psi + \pi\right) + \cos 4\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) \right\} \\ &\quad + S_{z4s} \left\{ \sin 4\Psi + \sin 4\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) + \sin 4\left(\Psi + \pi\right) + \sin 4\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) \right\} \\ &= 4(S_{z4c} \cos 4\Psi + S_{z4s} \sin 4\Psi) \end{aligned} \tag{B.1}$$

B-2. Table.1.2

- 1/rev 成分

[cos 成分]

$$\begin{aligned}
 F_{x\text{hub}} &= \cos \Psi (S_{x1c} \sin \Psi + S_{r1c} \cos \Psi) + \cos \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) (S_{x1c} \cos \Psi - S_{r1c} \sin \Psi) \\
 &\quad + \cos(\Psi + \pi) (-S_{x1c} \sin \Psi - S_{r1c} \cos \Psi) + \cos \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) (-S_{x1c} \cos \Psi + S_{r1c} \sin \Psi) \\
 &= 2S_{r1c}
 \end{aligned} \tag{B.2}$$

[sin 成分]

$$\begin{aligned}
 F_{x\text{hub}} &= \sin \Psi (S_{x1s} \sin \Psi + S_{r1s} \cos \Psi) + \sin \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) (S_{x1s} \cos \Psi - S_{r1s} \sin \Psi) \\
 &\quad + \sin(\Psi + \pi) (-S_{x1s} \sin \Psi - S_{r1s} \cos \Psi) + \sin \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) (-S_{x1s} \cos \Psi + S_{r1s} \sin \Psi) \\
 &= 2S_{x1s}
 \end{aligned} \tag{B.3}$$

- 3/rev 成分

[cos 成分]

$$\begin{aligned}
 F_{x,\text{hub}} &= \cos 3\Psi (S_{x3c} \sin \Psi + S_{r3c} \cos \Psi) + \cos 3 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) (S_{x3c} \cos \Psi - S_{r3c} \sin \Psi) \\
 &\quad + \cos 3(\Psi + \pi) (-S_{x3c} \sin \Psi - S_{r3c} \cos \Psi) + \cos 3 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) (-S_{x3c} \cos \Psi + S_{r3c} \sin \Psi) \\
 &= 2(S_{r3c} \cos 4\Psi + S_{x3c} \sin 4\Psi)
 \end{aligned} \tag{B.4}$$

[sin 成分]

$$\begin{aligned}
 F_{x\text{hub}} &= \sin 3\Psi (S_{x3s} \sin \Psi + S_{r3s} \cos \Psi) + \sin 3 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) (S_{x3s} \cos \Psi - S_{r3s} \sin \Psi) \\
 &\quad + \sin 3(\Psi + \pi) (-S_{x3s} \sin \Psi - S_{r3s} \cos \Psi) + \sin 3 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) (-S_{x3s} \cos \Psi + S_{r3s} \sin \Psi) \\
 &= 2(S_{r3s} \sin 4\Psi - S_{x3s} \cos 4\Psi)
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

- 5/rev 成分

[cos 成分]

$$\begin{aligned}
F_{x\text{hub}} &= \cos 5\Psi (S_{x5c} \sin \Psi + S_{r5c} \cos \Psi) + \cos 5\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x5c} \cos \Psi - S_{r5c} \sin \Psi) \\
&\quad + \cos 5(\Psi + \pi) (-S_{x5c} \sin \Psi - S_{r5c} \cos \Psi) + \cos 5\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x5c} \cos \Psi + S_{r5c} \sin \Psi) \\
&= 2(S_{r5c} \cos 4\Psi - S_{x5c} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.6}$$

[sin 成分]

$$\begin{aligned}
F_{x\text{hub}} &= \sin 5\Psi (S_{x5s} \sin \Psi + S_{r5s} \cos \Psi) + \sin 5\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x5s} \cos \Psi - S_{r5s} \sin \Psi) \\
&\quad + \sin 5(\Psi + \pi) (-S_{x5s} \sin \Psi - S_{r5s} \cos \Psi) + \sin 5\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x5s} \cos \Psi + S_{r5s} \sin \Psi) \\
&= 2(S_{r5s} \cos 4\Psi - S_{x5s} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.7}$$

B-3. Table.1.3

• 1/rev 成分

[cos 成分]

$$\begin{aligned}
F_{y\text{hub}} &= \cos \Psi (-S_{x1c} \cos \Psi + S_{r1c} \sin \Psi) + \cos \left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x1c} \sin \Psi + S_{r1c} \cos \Psi) \\
&\quad + \cos(\Psi + \pi) (S_{x1c} \cos \Psi - S_{r1c} \sin \Psi) + \cos \left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x1c} \sin \Psi - S_{r1c} \cos \Psi) \\
&= -2S_{x1c}
\end{aligned} \tag{B.8}$$

[sin 成分]

$$\begin{aligned}
F_{y\text{hub}} &= \sin \Psi (-S_{x1s} \cos \Psi + S_{r1s} \sin \Psi) + \sin \left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x1s} \sin \Psi + S_{r1s} \cos \Psi) \\
&\quad + \sin(\Psi + \pi) (S_{x1s} \cos \Psi - S_{r1s} \sin \Psi) + \sin \left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x1s} \sin \Psi - S_{r1s} \cos \Psi) \\
&= 2S_{r1s}
\end{aligned} \tag{B.9}$$

• 3/rev 成分

[cos 成分]

$$\begin{aligned}
F_{y\text{hub}} &= \cos 3\Psi (-S_{x3c} \cos \Psi + S_{r3c} \sin \Psi) + \cos 3\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (-S_{x3c} \sin \Psi - S_{r3c} \cos \Psi) \\
&\quad + \cos 3(\Psi + \pi) (S_{x3c} \cos \Psi - S_{r3c} \sin \Psi) + \cos 3\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x3c} \sin \Psi - S_{r3c} \cos \Psi) \\
&= 2(S_{r3c} \sin 4\Psi - S_{x3c} \cos 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.10}$$

[sin 成分]

$$\begin{aligned}
F_{y\text{hub}} &= \sin 3\Psi (-S_{x3s} \cos \Psi + S_{r3s} \sin \Psi) + \sin 3\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x3s} \sin \Psi + S_{r3s} \cos \Psi) \\
&\quad + \sin 3(\Psi + \pi) (S_{x3s} \cos \Psi - S_{r3s} \sin \Psi) + \sin 3\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x3s} \sin \Psi - S_{r3s} \cos \Psi) \\
&= -2(S_{r3s} \cos 4\Psi + S_{x3s} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.11}$$

- 5/rev 成分

[cos 成分]

$$\begin{aligned}
F_{y\text{hub}} &= \cos 5\Psi (-S_{x5c} \cos \Psi + S_{r5c} \sin \Psi) + \cos 5\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x5c} \sin \Psi + S_{r5c} \cos \Psi) \\
&\quad + \cos 5(\Psi + \pi) (S_{x5c} \cos \Psi - S_{r5c} \sin \Psi) + \cos 5\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x5c} \sin \Psi - S_{r5c} \cos \Psi) \\
&= -2(S_{r5c} \sin 4\Psi + S_{x5c} \cos 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.12}$$

[sin 成分]

$$\begin{aligned}
F_{y\text{hub}} &= \sin 5\Psi (-S_{x5s} \cos \Psi + S_{r5s} \sin \Psi) + \sin 5\left(\Psi + \frac{\pi}{2}\right) (S_{x5s} \sin \Psi + S_{r5s} \cos \Psi) \\
&\quad + \sin 5(\Psi + \pi) (S_{x5s} \cos \Psi - S_{r5s} \sin \Psi) + \sin 5\left(\Psi + \frac{3\pi}{2}\right) (-S_{x5s} \sin \Psi - S_{r5s} \cos \Psi) \\
&= -2(S_{r5s} \sin 4\Psi + S_{x5s} \cos 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.13}$$

B-4. Table.1.4

- 1/rev 成分

[cos + sin 成分]

$$\begin{aligned}
M_{x\text{hub}} &= \sin \Psi (N_{F1c} \cos \Psi + N_{F1s} \sin \Psi) + \cos \Psi \left(N_{F1c} \cos \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + N_{F1s} \sin \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\
&\quad - \sin \Psi (N_{F1c} \cos(\Psi + \pi) + N_{F1s} \sin(\Psi + \pi)) - \cos \Psi \left(N_{F1c} \cos \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) + N_{F1s} \sin \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right) \\
&= 2N_{F1s}
\end{aligned} \tag{B.14}$$

- 3/rev 成分

[cos + sin 成分]

$$\begin{aligned}
M_{x\text{hub}} &= \sin \Psi (N_{F3c} \cos 3\Psi + N_{F3s} \sin 3\Psi) + \cos \Psi \left(N_{F3c} \cos 3 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + N_{F3s} \sin 3 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\
&\quad - \sin \Psi (N_{F3c} \cos 3(\Psi + \pi) + N_{F3s} \sin 3(\Psi + \pi)) \\
&\quad - \cos \Psi \left(N_{F3c} \cos 3 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) + N_{F3s} \sin 3 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right) \\
&= 2(N_{F3c} \sin 4\Psi - N_{F3s} \cos 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.15}$$

- 5/rev 成分

[cos + sin 成分]

$$\begin{aligned}
M_{x\text{hub}} &= \sin \Psi (N_{F5c} \cos 5\Psi + N_{F5s} \sin 5\Psi) + \cos \Psi \left(N_{F5c} \cos 5 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + N_{F5s} \sin 5 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\
&\quad - \sin \Psi (N_{F5c} \cos 5(\Psi + \pi) + N_{F5s} \sin 5(\Psi + \pi)) \\
&\quad - \cos \Psi \left(N_{F5c} \cos 5 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) + N_{F5s} \sin 5 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right) \\
&= 2(N_{F5s} \cos 4\Psi - N_{F5c} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.16}$$

B-5. Table.1.5

- 1/rev 成分

[cos + sin 成分]

$$\begin{aligned}
M_{y\text{hub}} &= -\cos \Psi (N_{F1c} \cos \Psi + N_{F1s} \sin \Psi) + \sin \Psi \left(N_{F1c} \cos \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + N_{F1s} \sin \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\
&\quad + \cos \Psi (N_{F1c} \cos(\Psi + \pi) + N_{F1s} \sin(\Psi + \pi)) - \sin \Psi \left(N_{F1c} \cos \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) + N_{F1s} \sin \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right) \\
&= -2N_{F1c}
\end{aligned} \tag{B.17}$$

- 3/rev 成分

[cos + sin 成分]

$$\begin{aligned}
M_{y\text{hub}} &= -\cos \Psi (N_{F3c} \cos 3\Psi + N_{F3s} \sin 3\Psi) + \sin \Psi \left(N_{F3c} \cos 3 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + N_{F3s} \sin 3 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\
&\quad + \cos \Psi (N_{F3c} \cos 3(\Psi + \pi) + N_{F3s} \sin 3(\Psi + \pi)) \\
&\quad - \sin \Psi \left(N_{F3c} \cos 3 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) + N_{F3s} \sin 3 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right) \\
&= -2(N_{F3c} \cos 4\Psi + N_{F3s} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.18}$$

- 5/rev 成分

[cos + sin 成分]

$$\begin{aligned}
M_{y\text{hub}} &= -\cos \Psi (N_{F5c} \cos 5\Psi + N_{F5s} \sin 5\Psi) + \sin \Psi \left(N_{F5c} \cos 5 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + N_{F5s} \sin 5 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) \right) \\
&\quad + \cos \Psi (N_{F5c} \cos 5(\Psi + \pi) + N_{F5s} \sin 5(\Psi + \pi)) \\
&\quad - \sin \Psi \left(N_{F5c} \cos 5 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) + N_{F5s} \sin 5 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right) \\
&= -2(N_{F5c} \cos 4\Psi + N_{F5s} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.19}$$

B-6. Table.1.6

- 定常成分

自明のため, 省略する.

- 4/rev 成分

$$\begin{aligned}
M_{z\text{hub}} &= \sum_{m=1}^4 (N_{L4c} \cos 4\Psi_m + N_{L4s} \sin 4\Psi_m) \\
&= N_{L4c} \left\{ \cos 4\Psi + \cos 4 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + \cos 4(\Psi + \pi) + \cos 4 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right\} \\
&\quad + N_{L4s} \left\{ \sin 4\Psi + \sin 4 \left(\Psi + \frac{\pi}{2} \right) + \sin 4(\Psi + \pi) + \sin 4 \left(\Psi + \frac{3\pi}{2} \right) \right\} \\
&= 4(N_{L4c} \cos 4\Psi + N_{L4s} \sin 4\Psi)
\end{aligned} \tag{B.20}$$