

计算机图形学

上机作业二

刘国瑞 PB21000145 id: 64

2023 年 4 月 16 日

问题描述

使用 matlab 实现 Tutte 和 Floater 参数化

实验原理

Tutte

参数化是通过算法将三维图压缩到一个二维的圆中，使得每个点的连通性不变，并且相对位置与原图有一定关系。具体实现算法如下：

1. 用老师给的函数读取 Obj 文件，得到面矩阵和点矩阵，通过 findBoundary 函数得到边界点，用 setdiff 函数得到图像内部点。
2. 现设图像点数为 v ，构造一个 $v \times v$ 的矩阵 E 来存储邻接关系，若点 i 和点 j 之间连通，则在 (i,j) 处赋值 1（这个在 Floater 参数化中会优化）。
3. 接着构造系数矩阵 A 。对于图像内部的点，我们通过遍历 E 来找到每个点的邻接点，在对应行上的对应位置赋值 1，最后可以累计出该点的度数 d ，在 $A(i,i)$ 处赋值 $-d$ ，这样可以使该点对应的二维图像中的点是其邻接点的质心。而对于边界点，直接取 $A(i,i)=1$ 。
4. 最后我们将边界点映射到单位圆的内嵌正多边形上，作为方程的边界条件，取 $b(i)=0$ (若内部点) 或 = 多边形顶点坐标 (若边界点)。求解 $Ax = b$ ，即可得到所有坐标的点，画出得到图一结果。

Floater

Floater 算法能实现较好的保型，算法整体流程和 Tutte 完全一样，只是系数矩阵每行的参数需要另外求解，算法设计如下：

1. 对于图像中的任一点 x ，我们先找到其邻接点，并按照逆时针排序，具体来说是通过优化邻接矩阵的方法， $E(i,j)$ 存储的要是 i,j 所在的面第三个点，因为 Obj 存储三角形的时候都是按照逆时针的排序，这样存储就可以按顺序找到 x 点周围的所有点，且按照逆时针的顺序。

2. 设 x 的邻接点为 x_1, x_2, \dots, x_d , 将信息传入 cal para 函数, 可以返回想要的系数。同 Tutte 的后续操作, 将系数赋值给 A 对应位置, 求解方程即可得到图二结果。
3. cal para 函数具体原理: 传入后, 我们设 p 为 $(0,0)$, p_1 为 $(d(x,x_1),0)$, 之后 x 的每个邻接点对应的点 p_i 绕 p 逆时针一圈, 保证 $\text{ang}(p, p_i, p_{i+1})$ 与 $\text{ang}(x, x_i, x_{i+1})$ 相同, 且 $d(x, x_i) = d(p, p_i)$ 。接着, 考虑每个相邻边展开的能包含点 p 的三角形, 进行遍历, 若出现, 设三点为 p_i, p_{i+1}, p_j , 则计算 p 在这个三角形内部的重心坐标, 将坐标值加到 l_i, l_{i+1}, l_j 上。累加后, 向量 l 就是压缩的二维图中, x 对应点在邻接点中的比例。

实验结果

实验结果如下:

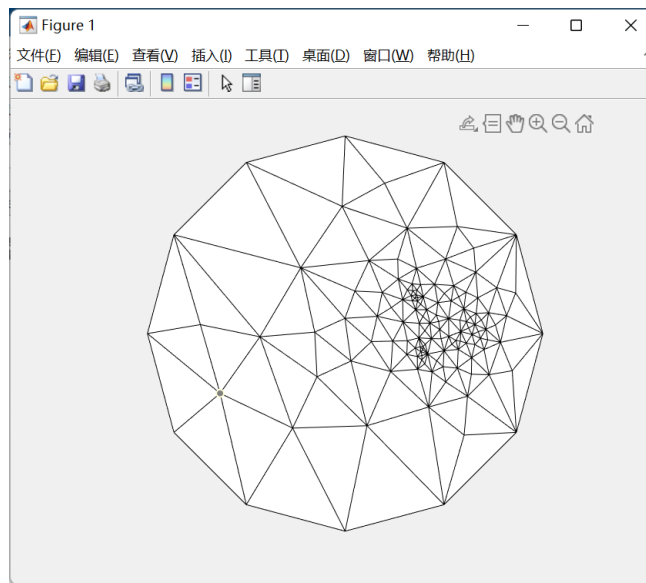


图 1.

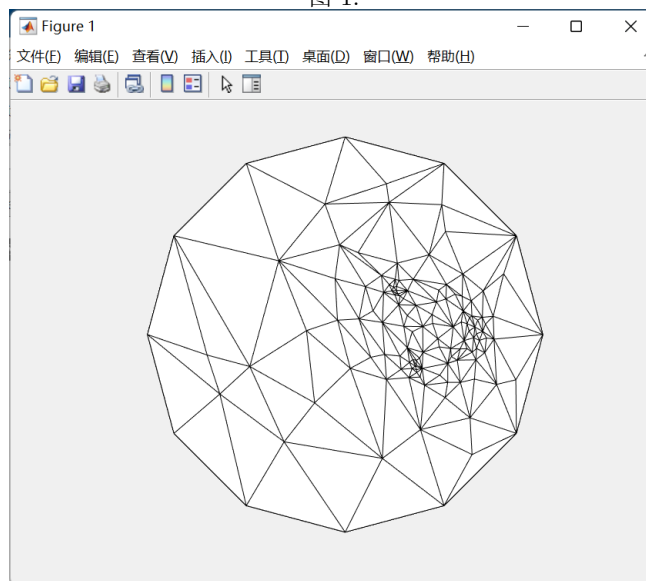


图 2.

```
>> cat=Tutte_floater('cathead')  
  
m =  
  
    'A的内部点对应的行求和为0，且非对角元全为正'  
  
cat =  
  
    'finish'
```

图 3.

结果分析

对于 Floater 算法，我写了一个 check.m 函数来验证得到的系数是否正确。函数检验 A 内部点对应的行，其行和是否为 0，且每个非对角元是否非负。若均满足，则输出：A 的内部点对应的行求和为 0，且非对角元全为正，若否，则输出：算法有问题。运算后可见算法无问题（见图三）。

代码说明

Tutte even.m 是基础作业函数，Tutte floater.m 是 bonus 对应函数。barycenter coordinate.m 是求重心坐标函数，Angle.m 是求离散点之间的夹角函数

致谢

感谢助教的辛苦付出！