

# 计算机图形学

## 上机作业六

刘国瑞 PB21000145 id: 64

2023 年 5 月 2 日

## 问题描述

使用 C++ 语言实现 Laplace Editing 算法，并对比基于均匀权重和 cot 权重的网格变形效果。在 bonus 中，需要实现对 Laplace 坐标可交互的旋转操作。

## 实验原理

### 一些无奈

由于 matlab 和 vs 连接不上，只能被迫用 c++ 写本次算法，完整了 main.cpp 和 laplacian.h 从而实现算法。

### Laplace 矩阵构造

#### 基于均匀权重

网格每个点的 laplace 坐标是其余顶点坐标的加权平均到该点的向量，可以理解成该点的突起程度，或者说细节多少，具体公式为：

$$\delta_i = x_i - \sum_j \omega_{i,j} x_j$$

其中系数  $\omega_{i,j}$  可取相同，即均取该点度数分之 1，这个构造方法第五次作业也做过了，不再赘述。

#### cot 权重

见老师 ppt 上所述

- Discrete harmonic coordinates (cot weights)  
 $w_i = \cot \beta_{i-1} + \cot \gamma_i$

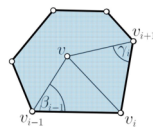


图 1.

而  $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sqrt{1 - \cos^2 \alpha}}$ ,  $\cos$  可以用余角公式计算得到。注意三元数构造稀疏矩阵是在对应位置累加，

所以在算法中我们直接遍历每个三角形，把每条边对应的两点加这条边对应的角度的  $\cot$  进行存储即可，这样恰好得到的矩阵每点元素就是  $\cot$  权重的两倍。

## 求出目标图像

我们希望得到的目标图像满足：

1. 用户选择的固定点基本保持不动
2. 用户拖动的点要到位
3. 每个点尽可能保持原有的 laplace 坐标

具体算法如下：

由上得到 Laplace 矩阵  $L$ ，和原图数据相乘得到 laplace 坐标  $Lx$ ，设用户选择的点组成的准对角矩阵为  $C$ （若选了第  $i$  个点，则第  $i$  行第  $i$  列取 1）， $b$  为用户拖动后所有点位置。计算：

$$(L + \lambda C)y = Lx + Lb$$

即可求出目标图像结果  $y$ 。取  $\lambda$  进行加权意在使选中的点尽可能满足要求，故要比较大，验证了 10, 100, 1000, 10000, 100000 之后发现取 10000 比较合适。

## bonus

这里有个缺陷要注意!!! 必须要按按钮了才有图像，你不想旋转也得按按钮

当我们旋转左上角图标中的球体时，可以得到一个旋转四元数，我通过使用 AntTweakBar 库中的 TwAddButton 函数实现回调，即转一下球体，点一下按钮即可执行我写好的函数，（后面才发现每个 AntTweakBar 中的控件都可以绑定回调函数）首先将四元数转换成旋转矩阵  $R$  如下：

$$\text{For } q = a + bi + cj + dk$$

$$R = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2bc - 2ad & 2bd + 2ac \\ 2bc + 2ad & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2cd - 2ab \\ 2bd - 2ac & 2cd + 2ab & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{pmatrix}$$

图 2.

然后对算出的 laplace 坐标  $Lx$  进行旋转： $Lx' = (R * Lx^T)^T$ ，将结果代入上述算法即可。

## 实验结果

均匀权重:

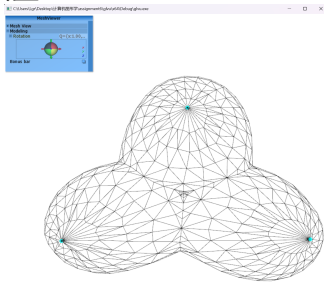


图 3.

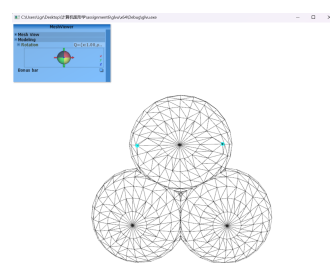


图 4.

cot 权重:

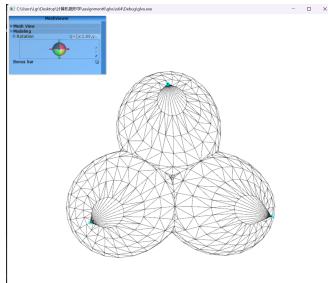


图 5.

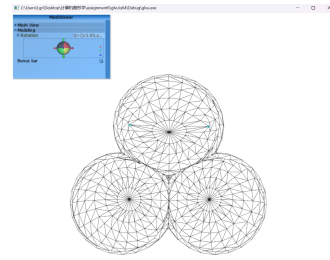


图 6.

bonus 结果展示:

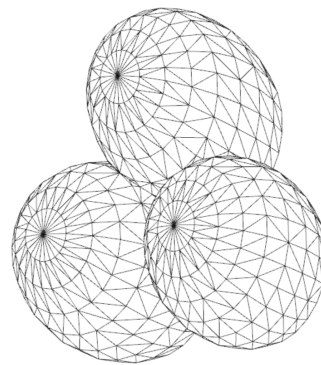


图 7.

## 结果分析

可以很明显看到 cot 权重幅度大时拉不太动, 换句话说就是 cot 权重为保形变换, 变换中会让形状变化小, 所以当点拉伸幅度过大的时候, 就会拉不太动, 反而不好。

## 代码说明

在 laplacian.h 中有均匀权重和 cot 权重生成 laplace 矩阵两个函数, 如果想看 cot 权重结果需要在 main 函数中将 deform preprocess 函数里面第 57 行中的 Laplacian 改成 Laplacian(下划线)cotweight

## 致谢

感谢助教的辛苦付出!