

Математический анализ 1.

Направление 38.03.01 Экономика

Семинар 2.7. Формула Тейлора для функций нескольких переменных

1. Запишите формулу Тейлора 1-го порядка с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций в заданных точках:
 - (1) $f(x, y) = 3x + 4y$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(2, 1)$;
 - (2) $f(x, y) = x^2 + y^2$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 2)$;
 - (3) $f(x, y) = \ln(1 + x + y)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$; (4) $f(x, y) = \ln(1 + x^2 + y^2)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$;
 - (5) $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $(x_0, y_0) = (1, -1)$ и $(-1, 1)$.
2. **Запишите формулу Тейлора 1-го порядка** с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций в заданных точках:
 - (1) $f(x, y) = 7x - 4y$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 2)$; (2) $f(x, y) = xy$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 2)$;
 - (3) $f(x, y) = \operatorname{arctg}(2x + 3y)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, -1)$;
 - (4) $f(x, y) = \ln(1 + xy)$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 1)$; (5) $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$, $(x_0, y_0) = (4, 3)$;
 - (6) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 1)$.
3. Запишите формулу Тейлора 2-го порядка с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций в заданных точках:
 - (1) $f(x, y) = 2x + 3y$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$; (2) $f(x, y) = xy$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 2)$;
 - (3) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$; (4) $f(x, y) = xy(3 - x - y)$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$;
 - (5) $f(x, y) = x^2 + 2xy + y^2$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$;
 - (6) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 1)$; (7) $f(x, y) = x^y$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$;
 - (8) $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - x^4 - 2y^4$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(1, 0)$;
 - (9) $f(x, y) = (x^2 + y^2)e^{-(x^2 + y^2)}$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$.
4. **Запишите формулу Тейлора 2-го порядка** с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций в заданных точках:
 - (1) $f(x, y) = x^2 + 3xy + y^2$, $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(2, -1)$; (2) $f(x, y) = xy$, $(x_0, y_0) = (3, 2)$;
 - (3) $f(x, y) = xy(3 - x - y)$, $(x_0, y_0) = (1, 0)$ и $(0, 1)$;
 - (4) $f(x, y) = 2x^2 + y^2 - x^4 - 2y^4$, $(x_0, y_0) = (1, \frac{1}{2})$;
 - (5) $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3xy$, $(x_0, y_0) = (2, -1)$; (6) $f(x, y) = x^y$, $(x_0, y_0) = (4, \frac{1}{2})$;
 - (7) $f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$;
 - (8) $f(x, y) = xy \ln(x^2 + y^2)$, $(x_0, y_0) = \left(\frac{1}{\sqrt{2e}}, \frac{1}{\sqrt{2e}}\right)$.
5. Запишите формулу Тейлора 2-го порядка с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций трех переменных в заданных точках:
 - (1) $f(x, y, z) = 2x + 3y + 4z$, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 1)$;
 - (2) $f(x, y, z) = x^3 + x + y + xyz$, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, -1)$;

(3) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$, $(x_0, y_0, z_0) = (0, 1, 2)$ и $(1, 1, 1)$;

(4) $f(x, y, z) = xyz$, $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$.

6. Запишите формулу Тейлора 2-го порядка с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций трех переменных в заданных точках:

(1) $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + xy + xz + yz$, $(x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0)$ и $(1, 1, 1)$;

(2) $f(x, y, z) = xyz(4 - x - y - z)$, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 1)$;

(3) $f(x, y, z) = xy^2z^3(7 - x - 2y - 3z)$, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 1, 1)$.