

1. Найдите предел $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x,y)$ и доопределите функцию f в точке $(0,0)$ так, чтобы она стала непрерывной в этой точке, для:

(1) $f(x,y) = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$

9. Найдите повторные пределы $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x,y)$ и $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x,y)$ для:

(3) $f(x,y) = \frac{\cos x - \cos y}{x^2 + y^2}$;

8. Найдите частные производные функции $f(x,y,z)$. Выпишите ее градиент и 1-й дифференциал. Найдите производную по направлению \mathbf{L} в любой точке (x_0, y_0, z_0) и указанной конкретной (x_0, y_0, z_0) :

(2) $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2$, $\mathbf{L} = (1, 2, -1)$, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 2, 3)$;

3. Запишите формулу Тейлора 2-го порядка с остаточным членом в форме Пеано для указанных функций в заданных точках:

(7) $f(x,y) = x^y$, $(x_0, y_0) = (1, 1)$;

3. Найдите dz и d^2z в заданной точке для неявной функции $z = f(x,y)$, заданной указанным уравнением:

(1) $xz^5 + y^3z - x^3 = 0$, $(x_0, y_0, z_0) = (1, 0, 1)$;

9. Найдите все точки возможного экстремума и проверьте в них выполнение достаточных условий локального экстремума для следующих функций:

(1) $f(x,y) = x^3 + y^3$; (2) $f(x,y) = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$;

1. Найдите все точки экстремума заданной функции $f(x,y)$ при указанном условии связи $F(x,y) = 0$ методом Лагранжа, включая проверку выполнения достаточных условий экстремума.

(5) $f(x,y) = x+y$, $F(x,y) \equiv x^2 + y^2 - 2x = 0$;