

Математический анализ 1.
Направление 38.03.01 Экономика
Семинар 1. Школьные и околошкольные сведения

1. В развернутой записи выражения $(2+3x)^5$ найдите коэффициент при x^3 .
2. В развернутой записи заданного выражения укажите слагаемое, не содержащее x :
(1) $(x^2 + \frac{2}{x})^3$; (2) $(x + \frac{1}{x} + 2)^4$.
3. Докажите, что многочлен $P(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 3x + 5$ делится нацело на многочлен $Q(x) = x^2 + 1$, и найдите частное от деления.
4. Найдите частное и остаток от деления многочлена $P(x) = x^3 + 5x^2 - 7x - 3$ на $Q(x) = x^2 - 8x + 16$.
5. Разделите с остатком многочлен $3x^4 - 2x^2 + x + 1$ на многочлен $x^2 - x + 1$.
6. Найдите все корни многочлена $x^3 - x^2 - 16x - 20$, предварительно подобрав один из них. Укажите кратность найденных корней.
7. Убедившись, что $x = 1$ является корнем многочлена $x^5 - 3x^4 + 8x^2 - 9x + 3$, найдите его кратность.
8. Найдите целые корни уравнения:
(1) $x^3 + 2x^2 + x + 2 = 0$; (2) $x^4 + 4x^3 - 25x^2 - 16x + 84 = 0$.
9. Для заданного многочлена определите кратность его корня x_0 :
(1) $3x^4 - 4x^3 + 1 = 0$, $x_0 = 1$; (2) $x^5 - 5x^4 + 7x^3 - 2x^2 + 4x - 8 = 0$, $x_0 = 2$.
10. Найдите все вещественные корни многочлена:
(1) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$; (2) $x^4 + 2x^3 - x - 2 = 0$.
11. Разложите заданный многочлен на произведение неприводимых многочленов:
(1) $3x^3 + 6x^2 + x + 2$; (2) $4 - 20x + 33x^2 - 20x^3 + 4x^4$.
12. (*) Разложите многочлен $x^4 + 1$ на произведение неприводимых многочленов второй степени.
13. Докажите неравенство $|x + \frac{1}{x}| \geq 2$.
14. В таблице приведены данные о стоимости ценной бумаги A в первый, второй, третий и четвертый дни продаж:

x_i , день	1	2	3	4
y_i , у.е.	2	1	3	5

В ней x_i – номер дня, а y_i – стоимость ценной бумаги в этот день. Найдите уравнение прямой вида $y = kx$, для которой *среднеквадратичное отклонение* $D = \sum_{i=1}^4 (y(x_i) - y_i)^2$ минимально.

15. Разложите рациональную дробь в сумму элементарных дробей (и, быть может, многочлена):

$$(1) \frac{x}{(x-3)(x+4)}; \quad (2) \frac{6}{x^3-1}; \quad (3) \frac{3}{x^2-x^5}; \quad (4) \frac{2x^4-5x^3+11x^2-17x+19}{x^3-2x^2+3x-6}.$$

16. Разложите рациональную дробь в сумму элементарных дробей (и, быть может, многочлена):

$$(1) \frac{x^3+x+2}{x^2-6x+8}; \quad (2) \frac{3x^3-3x+9}{(x-1)(x+2)^2}; \quad (3) \frac{5x+5}{(x-1)(x^2+4)}; \quad (4^*) \frac{4}{x^4+1}.$$

17. Упростите выражение

$$\left(\frac{9^{\frac{1}{5}} 27^{\frac{2}{3}}}{3^{\frac{1}{2}}} \right)^{\frac{10}{11}}.$$

18. Решите уравнение

$$(1) 64^x \cdot 2^{x^2} = (16)^{-2}; \quad (2) 25^x - 5^{x+1} + 6 = 0; \quad (3) \log_{\frac{1}{7}}(7-x) = -2;$$

$$(4) (x+2)^{\log_2(x+2)} = 4(x+2); \quad (5) 5^{\log_2 x} + x^{\log_2 5} = 10.$$

19. Решите систему уравнений
$$\begin{cases} x^{0.2} y^{-0.7} = 10 \\ x^{-0.8} y^{0.3} = 5 \end{cases}.$$

20. Представьте в виде суммы выражений вида $\sin ax$ и/или $\cos bx$ выражения:

$$(1) \sin 2x \cos 4x; \quad (2) \sin x \sin 2x \sin 3x; \quad (3) \sin^2 2x \cos 3x.$$

21. Используя представление суммы или разности тригонометрических функций в виде произведения, решите уравнения:

$$(1) \sin x + \sin 3x = 0; \quad (2) \sin x = \cos 2x.$$

22. Найдите $\sin x$ и $\cos x$ из уравнения $3 \sin x + 4 \cos x = 0$.

23. Выразите $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{tg} x$, $\operatorname{ctg} x$ через $\operatorname{tg} \frac{x}{2}$. Используя найденные выражения, решите уравнение $2 \cos x + 5 \sin x = 3$.