

Математический анализ 1.
Направление 38.03.01 Экономика
Семинар 13. Графики — II.

1. Для следующих функций $f(x)$ – произведений степенной функции на показательную – найдите область определения, корни, $f'(x)$, исследуйте характер монотонности и найдите точки локального минимума и максимума. Укажите все асимптоты. Найдите также $f''(x)$, исследуйте функции на выпуклость и вогнутость и найдите точки перегиба. Укажите точки глобального минимума и максимума и область значений $f(x)$. Нарисуйте эскизы графиков:

(1) $f(x) = x^2 e^{-x}$; (2) $f(x) = \sqrt{x} e^{-x}$; (3) $f(x) = x e^{-x}$; (4) $f(x) = \sqrt[3]{x} e^{-x}$.

2. Для следующих тригонометрических функций $f(x)$ найдите область определения, корни, $f'(x)$, исследуйте характер монотонности и найдите точки локального минимума и максимума. Укажите все асимптоты. Найдите также $f''(x)$, исследуйте функции на выпуклость и вогнутость и найдите точки перегиба. Укажите точки глобального минимума и максимума и область значений $f(x)$. Нарисуйте эскизы графиков:

(1) $f(x) = \sin x$; (2) $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$; (3) $f(x) = \operatorname{tg} x$;

(4) $f(x) = \cos x$; (5) $f(x) = \sin^6 x + \cos^6 x$; (6) $f(x) = \operatorname{tg}^2 x$.

3. Для следующих функций $f(x)$ – произведений и частного степенной функции и логарифмической – найдите область определения, корни, $f'(x)$, исследуйте характер монотонности и найдите точки локального минимума и максимума. Укажите все асимптоты. Найдите также $f''(x)$, исследуйте функции на выпуклость и вогнутость и найдите точки перегиба. Укажите точки глобального минимума и максимума и область значений $f(x)$. Нарисуйте эскизы графиков функций, указанных в п. а, и по ним – функций, указанных в соответствующем п. б:

(1a) $f(x) = x \ln x$; (1b) $f(x) = \begin{cases} x \ln |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$;

(2a) $f(x) = x^2 \ln x$; (2b) $f(x) = \begin{cases} x|x| \ln |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$;

(3a) $f(x) = \frac{x}{\ln x}$; (3b) $f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\ln |x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$;

(4a) $f(x) = x \ln(-x)$; (4b) $f(x) = \begin{cases} x \ln |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$;

(5a) $f(x) = x^2 \ln x$; (5b) $f(x) = \begin{cases} x^2 \ln |x|, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$;

(6a) $f(x) = \frac{x}{\ln |x|}$; (6b) $f(x) = \begin{cases} \frac{|x|}{\ln |x|}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$.

4. Для следующих показательно-степенных функций $f(x)$ найдите область определения, корни, $f'(x)$, исследуйте характер монотонности и найдите точки локального минимума и максимума. Укажите все асимптоты. Найдите также $f''(x)$, исследуйте функции на выпуклость и вогнутость и найдите точки перегиба. Укажите точки глобального минимума и максимума и область значений $f(x)$. Нарисуйте эскизы графиков:

(1) $f(x) = x^x$; (2) $f(x) = e^{1/x}$; (3) $f(x) = e^{-x^3}$; (4) $f(x) = e^{-1/x^2}$;

(5) $f(x) = e^{-x^2}$; (6) $f(x) = e^{-1/x^3}$.