

Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №3

Математическое моделирование" subtitle: "Модель боевых действий. Вариант №51" author: Куденко Максим

Generic options

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures fontsize: 12pt linestretch: 1.5 papersize: a4 documentclass: scrreprt

l18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-otherlangs: name: english

l18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: Times New Roman romanfont: Times New Roman sansfont: Times New Roman monofont: Times New Roman mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions: Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lolTitle: "Листинги"

Misc options

indent: true header-includes:

- `\usepackage{indentfirst}`
- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
- `\floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text`

Цель работы

Изучить модели боевых действий Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

Теоретическое введение

Законы Ланчестера (законы Осипова — Ланчестера) — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил

- В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассматривается три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками

2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Задание

Между страной X и страной Y идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 5000000 человек, а в распоряжении страны Y армия численностью в 5000000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a , b , c , h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии Y для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.86y(t) + \sin(t+1) \quad \frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.73y(t) + \cos(t+2)$$

2. Модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.17x(t) - 0.65y(t) + \sin(2t) + 2 \quad \frac{dy}{dt} = -0.31x(t)y(t) - 0.28y(t) + \cos(t) + 2$$

Задачи

1. Построить модель боевых действий между регулярными войсками на языках Julia и OpenModelica
2. Построить модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на языках Julia и OpenModelica

Выполнение лабораторной работы

Регулярная армия X против регулярной армии Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связано с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

В первом пункте нами рассматривается как раз такая модель. Она является доработанной моделью Ланчестера, так его изначальная модель учитывала лишь члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$, то есть, на потери за промежутки времени влияли лишь численность армий и "эффективность оружия" (коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$).

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$$

Именно эти уравнения [3] и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по оси ox будет отображаться численность армии государства X , по оси oy будет отображаться соответствующая численность армии Y . По тому, с какой осью пересечётся график, можно определить исход войны. Если ось ox будет пересечена в положительных значениях, победа будет на стороне армии государства X (так как при таком раскладе численность армии Y достигла нуля при положительном значении численности армии X). Аналогичная ситуация для оси oy и победы армии государства Y .

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Коэффициенты a , b , c и h всё так же будут положительными десятичными числами:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t) \quad \frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) - hy(t) + Q(t)$$

Решение с помощью программ

Julia

Программный код решения на Julia [1]

Код программы:

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```

using Plots
using DifferentialEquations
#X army quantity
x0 = 500000
#Y army quantity
y0 = 500000

a = 0.45 # army X casualties factor
b = 0.86 # Y army efficiency
c = 0.73 # X army efficiency
h = 0.49 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(t+1)
Q(t) = cos(t+2)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t)
    dF[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t)
end

T = [0,4]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,T,p)
solution = solve(problem)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]

plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий - Регулярные а
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_1.png")

```

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```

using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 500000
y0 = 500000
t0 = 0

```

```

a = 0.17 # army X casualties factor
b = 0.65 # Y army efficiency
c = 0.28 # X army efficiency
h = 0.31 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(2*t)
Q(t) = cos(t)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t) + 2
    dF[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t) + 2
end

T = [0.0,0.0005]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,T,p)
solution = solve(problem, dtmax = 0.000001)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]


plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель Регулярная армия vs Партизаны"
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_2.png")

```

Результаты работы кода на Julia

На рис. @fig:001 и @fig:002 изображены итоговые графики для обоих случаев.

 "График в Julia. Первый случай" {#fig:001}

 "График в Julia. Второй случай" {#fig:002}

Программный код решения на OpenModelica [2]

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```

model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.45;

```

```

parameter Real b = 0.86;
parameter Real c = 0.73;
parameter Real h = 0.49;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(time + 1);
Q = sin(time + 2);
der(x) = - a * x - b * y + P;
der(y) = - c * x - h * y + Q;
end lab3;

```

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```

model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.17;
parameter Real b = 0.65;
parameter Real c = 0.28;
parameter Real h = 0.31;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(2*time);
Q = sin(time);
der(x) = - a * x - b * y + P + 2;
der(y) = - c * x * y - h * y + Q + 2;
end lab3;

```

Результаты работы кода на OpenModelica

На графиках на рис. @fig:003 и @fig:004, построенных с помощью OpenModelica изображены графики, аналогичные графикам @fig:002 и @fig:003 соответственно.



"График в OpenModelica. Первый случай"{#fig:003}



"График в OpenModelica. Второй случай"{#fig:004}

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

Графики для всех случаев в OpenModelica и в Julia идентичны в своей сути. Единственное отличие заключается в различии масштаба для графиков характеризующие боевые действия между регулярной армией и партизанами.

Вывод

Были изучены модели боевых действий Ланкастера. В результате были получены графики для двух случаев боевых действий.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>

[2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>

[3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>

[4] Законы Ланчестера:

https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%8B_%D0%9E%D1%81%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%E2%80%94%D0%9B%D0%B0%D0%BD%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0