Front matter

lang: ru-RU title: Лабораторная работа 3 author: Куденко Максим date: 01.06.2022

Formatting

toc: false slide_level: 2 theme: metropolis header-includes:

- \metroset{progressbar=frametitle,sectionpage=progressbar,numbering=fraction}
- '\makeatletter'
- '\beamer@ignorenonframefalse'
- '\makeatother' aspectratio: 43 section-titles: true

Цель работы

Изучить модели боевых действий Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

Теоретическое введение

Рассмотривается три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками

2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов

3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Задание

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 500000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 500000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Задание

Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$ {dx\over {dt}} = -0.45x(t)-0.86y(t)+sin(t+1) $$ $$ {dy\over {dt}} = -0.49x(t)-0.73y(t)+cos(t+2) $$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$ {dx\over {dt}} = -0.17x(t)-0.65y(t)+sin(2t) + 2 $$ $$ {dy\over {dt}} = -0.31x(t)y(t)-0.28y(t)+cos(t) + 2 $$

Задачи

1. Построить модель боевых действий между регулярными войсками на языках Julia и OpenModelica
2. Построить модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на языках Julia и OpenModelica

Регулярная армия X против регулярной армии Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$ {dx\over {dt}} = -a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t) $$ $$ {dy\over {dt}} = -c(t)x(t)-h(t)y(t)+Q(t) $$

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В первом пункте нами рассматривается как раз такая модель. Она является доработанной моделью Ланчестера, так его изначальная модель учитывала лишь члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$, то есть, на потери за промежуток времени влияли лишь численность армий и "эффективность оружия" (коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$).

$$ {dx\over {dt}} = -ax(t)-by(t)+P(t) $$ $$ {dy\over {dt}} = -cx(t)-hy(t)+Q(t) $$

Именно эти уравнения [3] и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по оси ox будет отображаться численность армии государства X, по оси oy будет отображаться соответствующая численность армии Y. По тому, с какой осью пересечётся график, можно определить исход войны. Если ось ox будет пересечена в положительных значениях, победа будет на стороне армии государства X (так как при таком раскладе численность армии Y достигла нуля при положительном значении численности армии X). Аналогичная ситуация для оси oy и победы армии государства Y.

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

$$ {dx\over {dt}} = -a(t)x(t)-b(t)y(t)+P(t) $$ $$ {dy\over {dt}} = -c(t)x(t)y(t)-h(t)y(t)+Q(t) $$

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Коэффициенты a, b, c и h всё так же будут положительными десятичными числами:

$$ {dx\over {dt}} = -ax(t)-by(t)+P(t) $$ $$ {dy\over {dt}} = -cx(t)y(t)-hy(t)+Q(t) $$

Программный код решения на Julia

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.
"Код для первого случая на Julia"{#fig:001}

Программный код решения на Julia

Случай сражения регулярной армии против партизан. "Код для второго случая на Julia"{#fig:002}

Результаты работы кода на Julia

"График в Julia. Первый случай"{#fig:003}

Результаты работы кода на Julia

"График в Julia. Второй случай"{#fig:004}

Программный код решения на OpenModelica

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.
"Код для первого случая на OpenModelica"{#fig:005}

Программный код решения на OpenModelica

Случай сражения регулярной армии против партизан.
"Код для второго случая на OpenModelica"{#fig:005}

Результаты работы кода на OpenModelica

"График в OpenModelica. Первый случай"{#fig:006}

Результаты работы кода на OpenModelica

"График в OpenModelica. Второй случай"{#fig:007}

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

Графики для всех случаев в OpenModelica и в Julia индентичны в своей сути. Единственное отличие заключается в различии масштаба для графиков характеризующие боевые действия между регулярной армией и партизанами.

Вывод

Были изучены модели боевых действий Ланкастера. В результате были получены графики для двух случаев боевых действий.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Законы Ланчестера: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%8B_%D0%9E%D1%81%D0%B8%D0%BF%D0%BE%D0%B2%D0%B0_%E2%80%94_%D0%9B%D0%B0%D0%BD%D1%87%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%B0