

## Front matter

---

lang: ru-RU title: Лабораторная работа номер 5 author: Куденко Максим date: 01.03.2024

## Formatting

---

toc: false slide\_level: 2 theme: metropolis header-includes:

- `\metroset{progressbar=frametitle,sectionpage=progressbar,numbering=fraction}`
- `'\makeatletter'`
- `'\beamer@ignorenonframefalse'`
- `'\makeatother'` aspectratio: 43 section-titles: true

## Цель работы

---

Изучить жесткую модель хищник-жертва и построить эту модель.

## Теоретическое введение

---

- Модель Лотки—Вольтерры — модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», названная в честь её авторов, которые предложили модельные уравнения независимо друг от друга. Такие уравнения можно использовать для моделирования систем «хищник — жертва», «паразит — хозяин», конкуренции и других видов взаимодействия между двумя видами. [4]

Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории)
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

# Теоретическое введение

---

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = (-ax(t) + by(t)x(t)) \\ \frac{dy}{dt} = (cy(t) - dy(t)x(t)) \end{cases}$$

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

# Теоретическое введение

---

Математический анализ этой (жёсткой) модели показывает, что имеется стационарное состояние, всякое же другое начальное состояние приводит к периодическому колебанию численности как жертв, так и хищников, так что по прошествии некоторого времени такая система вернётся в изначальное состояние.

# Теоретическое введение

---

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решения) будет находиться в точке  $x_0 = \frac{c}{d}$ ,  $y_0 = \frac{a}{b}$ . Если начальные значения задать в стационарном состоянии  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ , то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет. При малом отклонении от положения равновесия численности как хищника, так и жертвы с течением времени не возвращаются к равновесным значениям, а совершают периодические колебания вокруг стационарной точки. Амплитуда колебаний и их период определяется начальными значениями численностей  $x(0)$ ,  $y(0)$ . Колебания совершаются в противофазе.

# Задачи

---

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв
2. Построить график зависимости численности хищников и численности жертв от времени
3. Найти стационарное состояние системы

# Задание

---

Вариант 59:

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.48x(t) + 0.053y(t)x(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.52y(t) - 0.048y(t)x(t) \end{cases}$$

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:  $x_0=6$ ,  $y_0=21$ . Найдите стационарное состояние системы.

## Выполнение лабораторной работы

---

Код программы для нестационарного состояния:

 График численности хищников от численности жертв{ #fig:001 width=70% height=70% }

## Выполнение лабораторной работы

---

Код программы для стационарного состояния:

 График численности хищников от численности жертв{ #fig:002 width=70% height=70% }

## Выполнение лабораторной работы

---

 График численности хищников от численности жертв{ #fig:003 width=70% height=70% }

## Выполнение лабораторной работы

---

 График численности жертв и хищников от времени{ #fig:004 width=70% height=70% }

## Выполнение лабораторной работы

---

 Стационарное состояние{ #fig:005 width=70% height=70% }

## Выполнение лабораторной работы

---

Код программы для нестационарного состояния:

 График численности хищников от численности жертв{ #fig:006 width=70% height=70% }

# Выполнение лабораторной работы


---

Код программы для стационарного состояния:

 График численности хищников от численности жертв{ #fig:007 width=70% height=70% }


# Выполнение лабораторной работы

---

 График численности хищников от численности жертв{ #fig:008 width=70% height=70% }

# Выполнение лабораторной работы

---

 График численности жертв и хищников от времени{ #fig:009 width=70% height=70% }

# Выполнение лабораторной работы

---

 Стационарное состояние{ #fig:010 width=70% height=70% }

# Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

---

В итоге проделанной работы мы построили график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв на языках Julia и OpenModelica. Построение модели хищник-жертва на языке openModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

# Вывод

---

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель хищник-жертва и построена модель на языках Julia и Open Modelica.