

Front matter

title: "Отчёт по лабораторной работе №7"

Математическое моделирование" subtitle: "Модель распространения рекламы. Вариант №59"

author: Куденко Максим

НФИбд-02-21, 1032217048"

Generic otions

lang: ru-RU toc-title: "Содержание"

Bibliography

bibliography: bib/cite.bib csl: pandoc/csl/gost-r-7-0-5-2008-numeric.csl

Pdf output format

toc: true # Table of contents toc-depth: 2 lof: true # List of figures fontsize: 12pt linestretch: 1.5
papersize: a4 documentclass: scrreprt

l18n polyglossia

polyglossia-lang: name: russian options: - spelling=modern - babelshorthands=true polyglossia-
otherlangs: name: english

l18n babel

babel-lang: russian babel-otherlangs: english

Fonts

mainfont: Times New Roman romanfont: Times New Roman sansfont: Times New Roman monofont:
Times New Roman mainfontoptions: Ligatures=TeX romanfontoptions: Ligatures=TeX
sansfontoptions: Ligatures=TeX,Scale=MatchLowercase monofontoptions:
Scale=MatchLowercase,Scale=0.9

Biblatex

biblatex: true biblio-style: "gost-numeric" biblatexoptions:

- parenttracker=true
- backend=biber
- hyperref=auto
- language=auto
- autolang=other*
- citestyle=gost-numeric

Pandoc-crossref LaTeX customization

figureTitle: "Рис." tableTitle: "Таблица" listingTitle: "Листинг" lofTitle: "Список иллюстраций" lolTitle: "Листинги"

Misc options

indent: true header-includes:

- `\usepackage{indentfirst}`
- `\usepackage{float} # keep figures where there are in the text`
- `\floatplacement{figure}{H} # keep figures where there are in the text`

Цель работы

Изучить и построить модель эффективности рекламы.

Теоретическое введение. Построение математической модели.

Организуется рекламная кампания нового товара или услуги. Необходимо, чтобы прибыль будущих продаж с избытком покрывала издержки на рекламу. Вначале расходы могут превышать прибыль, поскольку лишь малая часть потенциальных покупателей будет информирована о новинке. Затем, при увеличении числа продаж, возрастает и прибыль, и, наконец, наступит момент, когда рынок насытится, и рекламировать товар станет бесполезным.

Предположим, что торговыми учреждениями реализуется некоторая продукция, о которой в момент времени t из числа потенциальных покупателей N знает лишь n покупателей. Для ускорения сбыта продукции запускается реклама по радио, телевидению и других средств

массовой информации. После запуска рекламной кампании информация о продукции начнет распространяться среди потенциальных покупателей путем общения друг с другом. Таким образом, после запуска рекламных объявлений скорость изменения числа знающих о продукции людей пропорциональна как числу знающих о товаре покупателей, так и числу покупателей о нем не знающих

Модель рекламной кампании описывается следующими величинами. Считаем, что $\frac{dn}{dt}$ - скорость изменения со временем числа потребителей, узнавших о товаре и готовых его купить, t - время, прошедшее с начала рекламной кампании, N - общее число потенциальных платежеспособных покупателей, $n(t)$ - число уже информированных клиентов. Эта величина пропорциональна числу покупателей, еще не знающих о нем, это описывается следующим образом $\alpha_1(t)(N-n(t))$, где $\alpha_1 > 0$ - характеризует интенсивность рекламной кампании (зависит от затрат на рекламу в данный момент времени). Помимо этого, узнавшие о товаре потребители также распространяют полученную информацию среди потенциальных покупателей, не знающих о нем (в этом случае работает т.н. сарафанное радио). Этот вклад в рекламу описывается величиной $\alpha_2(t)n(t)(N-n(t))$. эта величина увеличивается с увеличением потребителей узнавших о товаре.


Математическая модель распространения рекламы описывается уравнением:

$$\frac{dn}{dt} = (\alpha_1(t) + \alpha_2(t)n(t))(N-n(t))$$

При $\alpha_1(t) \gg \alpha_2(t)$ получается модель типа модели Мальтуса, решение которой имеет вид

 График решения уравнения модели Мальтуса{ #fig:0001 width=70% height=70% }

В обратном случае $\alpha_1(t) \ll \alpha_2(t)$ получаем уравнение логистической кривой

 График логистической кривой{ #fig:0002 width=70% height=70% }

Задание

Вариант 59

Постройте график распространения рекламы, математическая модель которой описывается следующим уравнением:

1. $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N-n(t))$
2. $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N-n(t))$
3. $\frac{dn}{dt} = (0.84\cos\{t\} + 0.84tn(t))(N-n(t))$

При этом объем аудитории $N = 709$, в начальный момент о товаре знает 4 человека.

Для случая 2 определите в какой момент времени скорость распространения рекламы будет иметь максимальное значение.

Выполнение лабораторной работы

Решение с помощью программ

Julia

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N - n(t))$:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 709
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.74 + 0.000047*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 30.0)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

savefig(plt, "lab07_1.png")
```

Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N - n(t))$:

```
using Plots
using DifferentialEquations

N = 709
n0 = 4
```

```

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u
    du[1] = (0.000047 + 0.84*u[1])*(N - u[1])
end

v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]

max_dn = 0;
max_dn_t = 0;
max_dn_n = 0;
for (i, t) in enumerate(T)
    if sol(t, Val{1})[1] > max_dn
        global max_dn = sol(t, Val{1})[1]
        global max_dn_t = t
        global max_dn_n = n[i]
    end
end

plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы",
    legend = false)

plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)

plot!(
    plt,
    [max_dn_t],
    [max_dn_n],
    seriestype = :scatter,
    color = :red)

savefig(plt, "lab07_2.png")

```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.84\cos\{t\} + 0.84tn(t))(N-n(t))$:

```

using Plots
using DifferentialEquations

N = 709
n0 = 4

function ode_fn(du, u, p, t)
    (n) = u

```


```
du[1] = (0.84*sin(t) + 0.84*t*u[1])*(N - u[1])
end
```


```
v0 = [n0]
tspan = (0.0, 0.1)
prob = ODEProblem(ode_fn, v0, tspan)
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
n = [u[1] for u in sol.u]
T = [t for t in sol.t]
```


```
plt = plot(
    dpi = 300,
    title = "Эффективность рекламы ",
    legend = false)
plot!(
    plt,
    T,
    n,
    color = :blue)
```

```
savefig(plt, "lab07_3.png")
```

Результаты работы кода на Julia

График распространения рекламы для первого случая, построенный на языке Julia{ #fig:001
width=70% height=70% }

График распространения рекламы для второго случая, построенный на языке Julia{ #fig:002
width=70% height=70% }

График распространения рекламы для третьего случая, построенный на языке Julia{ #fig:003
width=70% height=70% }

OpenModelica

Код программы для первого случая $\frac{dn}{dt} = (0.74 + 0.000047n(t))(N-n(t))$:

```
model lab07_1
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.74 + 0.000047*n)*(N-n);
annotation(
    experiment(StartTime = 0, StopTime = 30, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.05));
end lab07_1;
```


Код программы для второго случая $\frac{dn}{dt} = (0.000047 + 0.84n(t))(N-n(t))$:

```
model lab07_2
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.000047 + 0.84*n)*(N-n);
annotation(
  experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.002));
end lab07_2;
```

Код программы для третьего случая $\frac{dn}{dt} = (0.84\cos\{t\} + 0.84tn(t))(N-n(t))$:

```
model lab07_3
Real N = 709;
Real n;
initial equation
n = 4;
equation
der(n) = (0.84 * sin(time) + 0.84*time*n)*(N-n);
annotation(
  experiment(StartTime = 0, StopTime = 0.1, Tolerance = 1e-6, Interval = 0.002));
end lab07_3;
```


Результаты работы кода на OpenModelica

 График распространения рекламы для первого случая, построенный с помощью OpenModelica

{ #fig:004 width=70% height=70% }

 График распространения рекламы для второго случая, построенный с помощью OpenModelica

{ #fig:005 width=70% height=70% }

 График распространения рекламы для третьего случая, построенный с помощью OpenModelica

{ #fig:006 width=70% height=70% }

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

В итоге проделанной работы мы построили графики распространения рекламы для трех случаев на языках Julia и OpenModelica. Построение модели распространения рекламы на языке

OpenModelica занимает значительно меньше строк, чем аналогичное построение на Julia. Кроме того, построения на языке OpenModelica проводятся относительно значения времени t по умолчанию, что упрощает нашу работу.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы была изучена модель эффективности рекламы и в дальнейшем построена модель на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография.

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Мальтузианская модель роста:
<https://www.stolaf.edu/people/mckelvey/envision.dir/malthus.html>