Отчёт по лабораторной работе №3 Математическое моделирование

Модель боевых действий. Вариант №59

Мальков Роман Сергеевич

Содержание

Цель работы **4**

Теоретическое введение **5**

Задание **6**

Задачи **7**

Выполнение лабораторной работы **8**
Регулярная армия X против регулярной армии Y 8
Регулярная армия X против партизанской армии Y 9
Решение с помощью программ 10
Julia 10
Результаты работы кода на Julia 13
Программный код решения на OpenModelica [2] 14
Результаты работы кода на OpenModelica 16

Анализ полученных результатов. Сравнение языков. **17**

Вывод **18**

Список литературы. Библиография **19**

Список иллюстраций

1 “График в Julia. Первый случай” 13
2 “График в Julia. Второй случай” 14
3 “График в OpenModelica. Первый случай” 16
4 “График в OpenModelica. Второй случай” 16

Цель работы

Изучить модели боевых действий Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

Теоретическое введение

Законы Ланчестера (законы Осипова — Ланчестера) — математическая формула для расчета относительных сил пары сражающихся сторон — подразделений вооруженных сил - В противоборстве могут принимать участие как регулярные войска, так и партизанские отряды. В общем случае главной характеристикой соперников являются численности сторон. Если в какой-то момент времени одна из численностей обращается в нуль, то данная сторона считается проигравшей (при условии, что численность другой стороны в данный момент положительна).

Рассмотривается три случая ведения боевых действий:

1. Боевые действия между регулярными войсками
2. Боевые действия с участием регулярных войск и партизанских отрядов
3. Боевые действия между партизанскими отрядами

Задание

Между страной X и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна X имеет армию численностью 500000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 500000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Постройте графики изменения численности войск армии X и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0.45x(t) - 0.86y(t) + sin(t+1)$$
$$\frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.73y(t) + cos(t+2)$$

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.17x(t) - 0.65y(t) + sin(2t) + 2$$
$$\frac{dy}{dt} = -0.31x(t)y(t) - 0.28y(t) + cos(t) + 2$$

Задачи

1. Построить модель боевых действий между регулярными войсками на языках Julia и OpenModelica
2. Построить модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на языках Julia и OpenModelica

Выполнение лабораторной работы

Регулярная армия X против регулярной армии Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

В первом пункте нами рассматривается как раз такая модель. Она является доработанной моделью Ланчестера, так его изначальная модель учитывала лишь члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$, то есть, на потери за промежуток времени влияли лишь численность армий и “эффективность оружия” (коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$).

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$$

Именно эти уравнения [3] и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по оси ox будет отображаться численность армии государства X, по оси oy будет отображаться соответствующая численность армии Y. По тому, с какой осью пересечётся график, можно определить исход войны. Если ось ox будет пересечена в положительных значениях, победа будет на стороне армии государства X (так как при таком раскладе численность армии Y достигла нуля при положительном значении численности армии X). Аналогичная ситуация для оси oy и победы армии государства Y.

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Коэффициенты a, b, c и h всё так же будут положительными десятичными числами:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) - hy(t) + Q(t)$$

Решение с помощью программ

Julia

Программный код решения на Julia [1]

Код программы:

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

```
using Plots
using DifferentialEquations
#X army quantity
x0 = 500000
#Y army quantity
y0 = 500000

a = 0.45 # army X casualties factor
b = 0.86 # Y army efficiency
c = 0.73 # X army efficiency
h = 0.49 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(t+1)
Q(t) = cos(t+2)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t)
```

```
    dF[2] = -c * u[1] - h * u[2] + Q(t)
end

T = [0,4]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,T,p)
solution = solve(problem)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]



plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель боевых действий - Регулярные армии", legend=:oute
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_1.png")
```

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```
using Plots
using DifferentialEquations

x0 = 500000
y0 = 500000
t0 = 0

a = 0.17 # army X casualties factor
b = 0.65 # Y army efficiency
```

```
c = 0.28 # X army efficiency
h = 0.31 # army Y casualties factor

p = (a, b, c, h)
quantity = [x0,y0]

P(t) = sin(2*t)
Q(t) = cos(t)

#differential system
function rr_warfare(dF,u,p,t)
    a, b, c, h = p
    dF[1] = -a * u[1] - b * u[2] + P(t) + 2
    dF[2] = -c * u[1] * u[2] - h * u[2] + Q(t) + 2
end

T = [0.0,0.0005]

problem = ODEProblem(rr_warfare,quantity,T,p)
solution = solve(problem, dtmax = 0.000001)

A1 = [u[1] for u in solution.u]
A2 = [u[2] for u in solution.u]
T1 = [t for t in solution.t]


plt1 = plot(dpi = 300, legend= true, bg =:white)
plot!(plt1, xlabel="Время", ylabel="Численность", title="Модель Регулярная армия vs Партизаны", legend=:outerbotto
plot!(plt1, T1, A1, label="Численность армии X", color =:red)
```

```
plot!(plt1, T1, A2, label="Численность армии Y", color =:green)
savefig(plt1, "lab03_2.png")
```

Результаты работы кода на Julia

На рис. @fig:001 и @fig:002 изображены итоговые графики для обоих случаев.

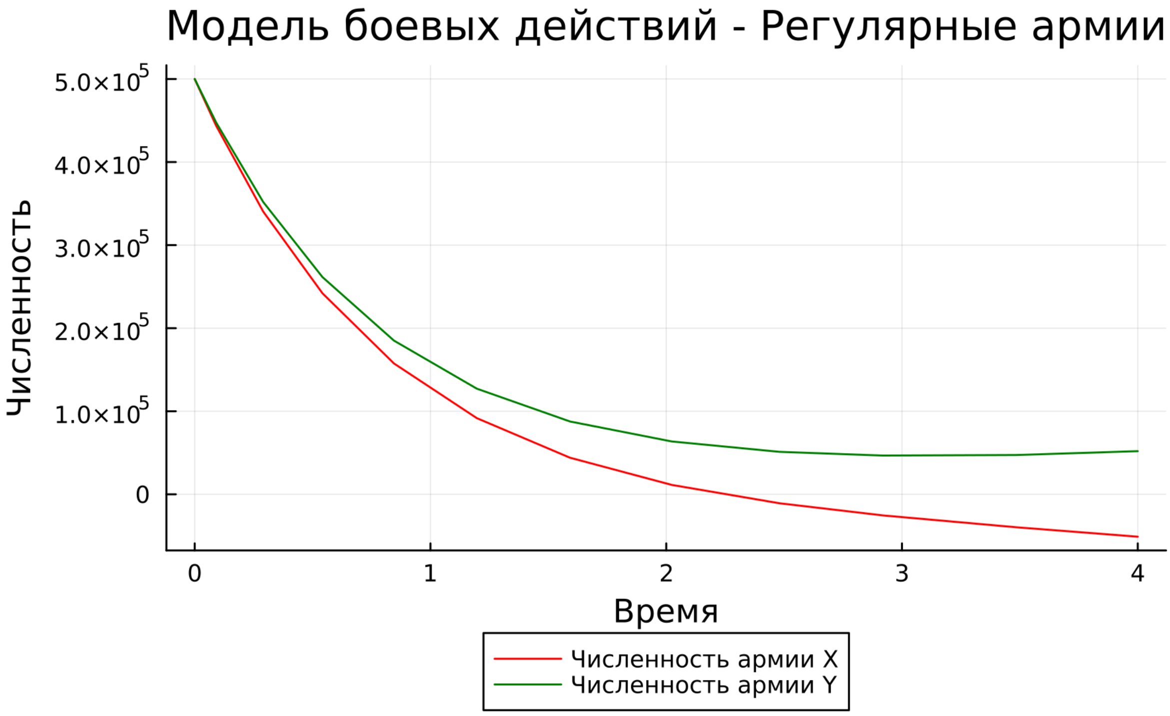

Рис. 1: “График в Julia. Первый случай”

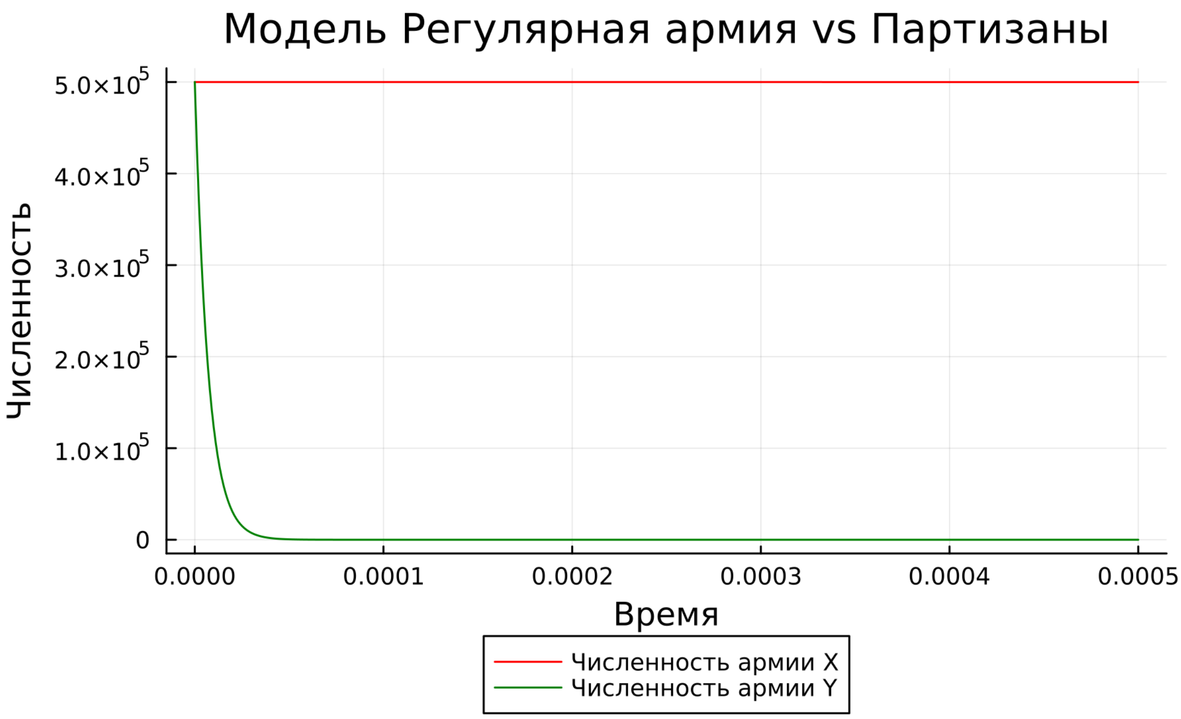

Рис. 2: “График в Julia. Второй случай”

Программный код решения на OpenModelica [2]

Случай сражения регулярная армия против регулярной армии.

model lab3 "Battle between forces"

parameter Integer x0 = 500000;

parameter Integer y0 = 500000;

parameter Real a = 0.45;

parameter Real b = 0.86;

parameter Real c = 0.73;

parameter Real h = 0.49;

Real P;

Real Q;

Real x(start=x0);

```
Real y(start=y0);
equation
P = sin(time + 1);
Q = sin(time + 2);
der(x) = - a * x - b * y + P;
der(y) = - c * x - h * y + Q;
end lab3;
```

Случай сражения регулярной армии против партизан.

```
model lab3 "Battle between forces"
parameter Integer x0 = 500000;
parameter Integer y0 = 500000;
parameter Real a = 0.17;
parameter Real b = 0.65;
parameter Real c = 0.28;
parameter Real h = 0.31;
Real P;
Real Q;
Real x(start=x0);
Real y(start=y0);
equation
P = sin(2*time);
Q = sin(time);
der(x) = - a * x - b * y + P + 2;
der(y) = - c * x * y - h * y + Q + 2;
end lab3;
```

Результаты работы кода на OpenModelica

На графиках на рис. @fig:003 и @fig:004, построенных с помощью OpenModelica изображены графики, аналогичные графикам @fig:002 и @fig:003 соответственно.

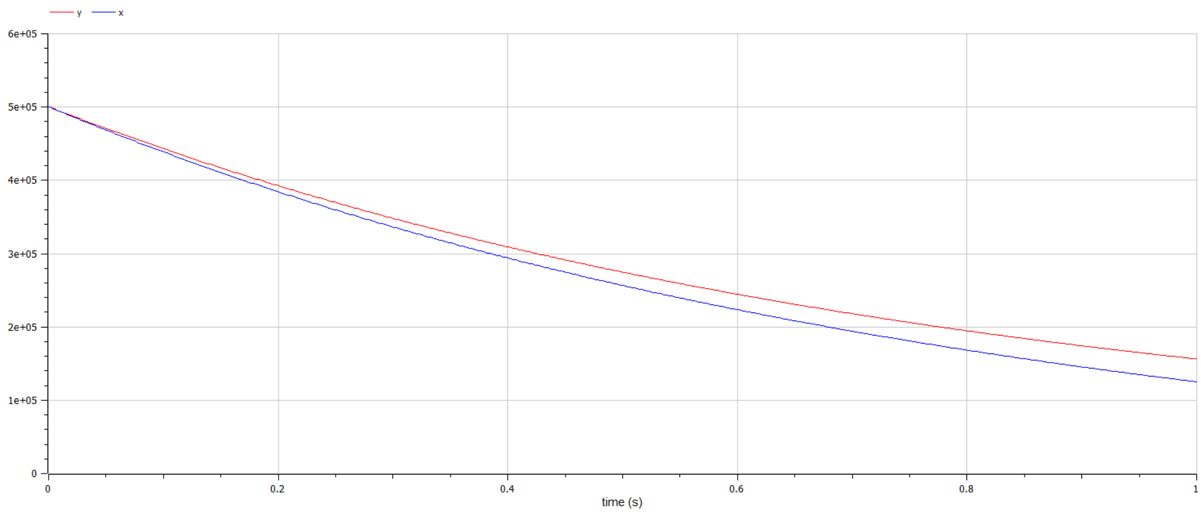

Рис. 3: “График в OpenModelica. Первый случай”

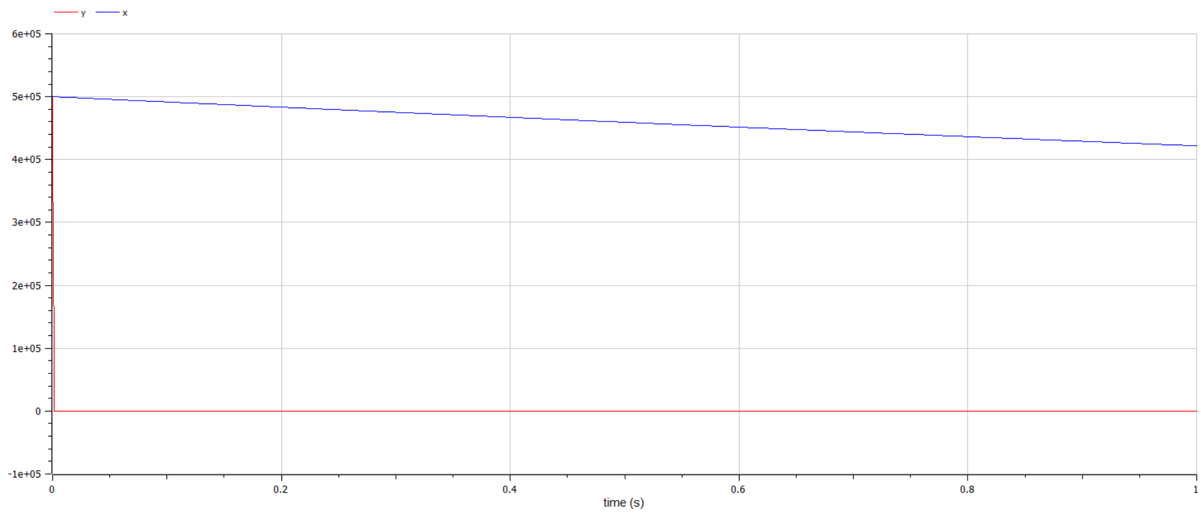

Рис. 4: “График в OpenModelica. Второй случай”

Анализ полученных результатов. Сравнение языков.

Графики для всех случаев в OpenModelica и в Julia индентичны в своей сути. Единственное отличие заключается в различии масштаба для графиков характеризующие боевые действия между регулярной армией и партизанами.

Вывод

Были изучены модели боевых действий Ланкастера. В результате были получены графики для двух случаев боевых действий.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Законы Ланчестера: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%