

# **Лабораторная работа №5. Вариант 50.**

**Модель хищник-жертва**

Силкина Мария Александровна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задачи</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Код программы . . . . .	8
4.2	Ход работы . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>13</b>

## **Список таблиц**

## Список иллюстраций

4.1	Код программы для решения задачи . . . . .	10
4.2	График зависимости численности хищников от численности жертв	10
4.3	Графики изменения численности хищников и численности жертв с течением времени . . . . .	11
4.4	Код программы для нахождения стационарного состояния системы	11
4.5	Стационарное состояние системы . . . . .	12

# 1 Цель работы

Изучить модель Лотки-Вольтерры, которая отражает взаимодействие двух видов типа “хищник-жертва”.

## 2 Задачи

1. Построить график зависимости численности хищников от численности жертв.
2. Построить графики изменения численности хищников и численности жертв.
3. Найти стационарное состояние системы.

### 3 Теоретическое введение

Модель “Хищник-жертва” имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -cy(t) + dx(t)y(t) \end{cases}$$

где  $a$  - скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников;  $c$  - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв;  $b$  и  $d$  - вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников;  $x$  - число жертв;  $y$  - число хищников.

Данная двухвидовая модель основывается на следующих предположениях:

1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени.
2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает.
3. Естественная смертность жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными.
4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается.
5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Код программы

Код программы написан на языке Modelica. Ниже приведено два варианта кода, в зависимости от задачи.

model lab05\_1 //Построение графика зависимости и изменения во времени при определенных начальных значениях

parameter Real a = -0.71; //Скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников

parameter Real b = -0.046; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника

parameter Real c = -0.64; //Скорость естественного вымирания хищников, лишенных пищи в виде жертв

parameter Real d = -0.017; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника

parameter Real x0 = 4;

parameter Real y0 = 12;

Real x(start = x0); //Число жертв

Real y(start = y0); //Число хищников

equation //Модель Лотки-Вольтерры

der(x) = a \* x - b \* x \* y;

der(y) = - c \* y + d \* x \* y;

end lab05\_1;

model lab05\_2 //Нахождение стационарного состояния системы

parameter Real a = -0.71; //Скорость естественного прироста числа жертв в



отсутствие хищников

```
parameter Real b = -0.046; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника
parameter Real c = -0.64; //Скорость естественного вымирания хищников, ли-
шенных пищи в виде жертв
parameter Real d = -0.017; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника
parameter Real x0 = c/d;
parameter Real y0 = a/b;
Real x(start = x0); //Число жертв
Real y(start = y0); //Число хищников
equation //Модель Лотки-Вольтерры
der(x) = a * x - b * x * y;
der(y) = - c * y + d * x * y;
end lab05_2;
```

## 4.2 Ход работы

Уравнение модели “хищник-жертва” для моего варианта имеет следующий вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.71x(t) + 0.046x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.64y(t) - 0.017x(t)y(t) \end{cases}$$

Начальные условия:  $x_0 = 4$  и  $y_0 = 12$ .

Мною был написан код программы, который выводит графики, нужные в задачах. (рис 1. @fig:001)

```

1 model lab05_i //Построение графика зависимости и изменения во времени при определенных начальных значениях
2
3 parameter Real a = -0.71; //Скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников
4 parameter Real b = -0.046; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника
5 parameter Real c = -0.64; //Скорость естественного вымирания хищников, лишенных пищи в виде жертв
6 parameter Real d = -0.017; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника
7
8 parameter Real x0 = 4;
9 parameter Real y0 = 12;
10
11 Real x(start = x0); //Число жертв
12 Real y(start = y0); //Число хищников
13
14 equation
15 //Модель Лотки-Вольтерры
16 der(x) = a * x - b * x * y;
17 der(y) = - c * y + d * x * y;
18
19 end lab05_i;

```

Рис. 4.1: Код программы для решения задачи

Ниже приведен график зависимости численности популяции хищников от численности популяции жертв. (рис 2. @fig:002)

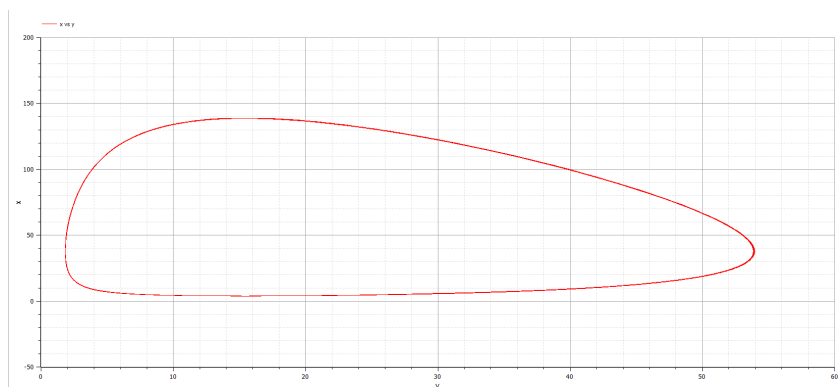


Рис. 4.2: График зависимости численности хищников от численности жертв

Для второй задачи требуется построить графики изменения численности популяции хищников и численности популяции жертв с течением времени. Выведен данный график был при помощи кода, представленного выше. (рис 3. @fig:003)

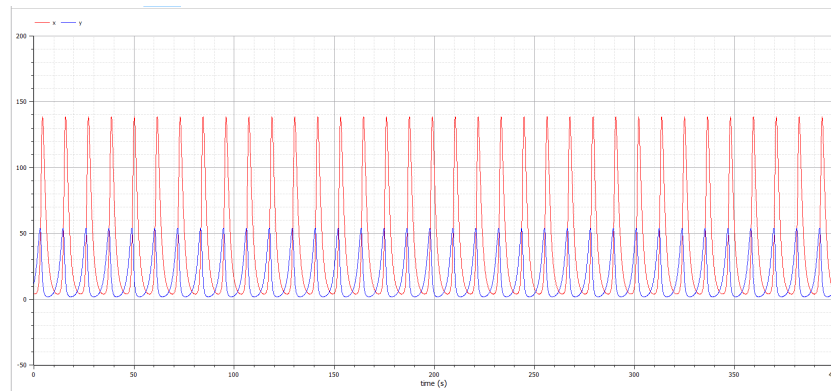


Рис. 4.3: Графики изменения численности хищников и численности жертв с течением времени

Для нахождения стационарного состояния системы, мне необходимо приравнять производные каждой из функций  $x$  и  $y$  к нулю и выразить значения  $y$  и  $x$  соответственно. Сделала я это таким образом:

$$x_0 = \frac{b}{d} = \frac{0.64}{0.017} \approx 37.647$$

$$y_0 = \frac{a}{c} = \frac{0.71}{0.046} \approx 15.4348$$

Для реализации нахождения стационарного состояния системы, мною был написан программный код. (рис 4. @fig:004)

```

1  model lab05_2 //Нахождение стационарного состояния системы
2
3  parameter Real a = -0.71; //Скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников
4  parameter Real b = -0.046; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника
5  parameter Real c = -0.64; //Скорость естественного вымирания хищников, лишенных пищи в виде жертв
6  parameter Real d = -0.017; //Вероятность взаимодействия жертвы и хищника
7
8  parameter Real x0 = c/d;
9  parameter Real y0 = a/b;
10
11  Real x(start = x0); //Число жертв
12  Real y(start = y0); //Число хищников
13
14  equation
15  //Модель Лотки-Вольтерры
16  der(x) = a * x - b * x * y;
17  der(y) = -c * y + d * x * y;
18
19
20  end lab05_2;
21

```

Рис. 4.4: Код программы для нахождения стационарного состояния системы

При стационарном состоянии системы значения числа жертв и хищников не меняется во времени и наблюдать это можно на приведенном ниже графике.

(рис 5. @fig:005)

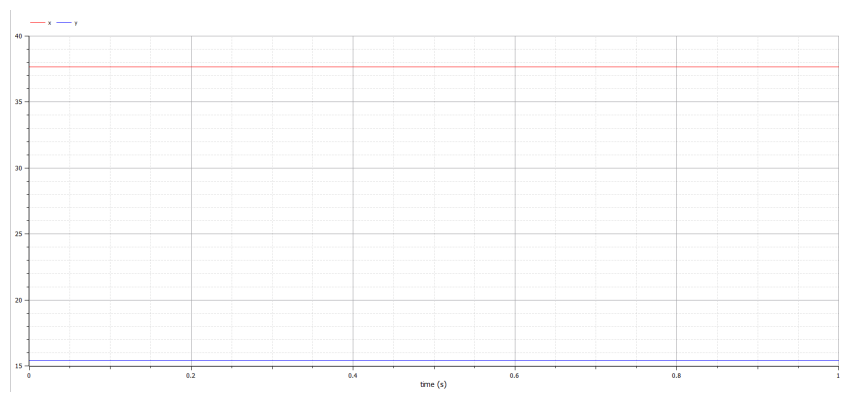


Рис. 4.5: Стационарное состояние системы

## 5 Выводы

При выполнении данной лабораторной работы я изучила модель взаимодействия двух видов типа «хищник — жертва», выполнив задания, данные мне, а именно: построила графики и нашла стационарное состояние системы.