

# **Лабораторная работа №6. Вариант 50.**

**Модель эпидемии**

Силкина Мария Александровна

# Содержание

<b>1</b>	<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>2</b>	<b>Задачи</b>	<b>6</b>
<b>3</b>	<b>Теоретическое введение</b>	<b>7</b>
<b>4</b>	<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
4.1	Код программы . . . . .	8
4.2	Ход работы . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Выводы</b>	<b>12</b>

## **Список таблиц**

## Список иллюстраций

4.1	Код программы для решения задачи . . . . .	10
4.2	График изменения количества инфицированных и выздоравлива- ющих для первого случая . . . . .	10
4.3	Графики изменения всех трех групп для первого случая . . . . .	10
4.4	График изменения численности трех групп для второго случая . .	11

# 1 Цель работы

Изучить простейшую модель эпидемии, которая отражает картину протекания болезни.

## 2 Задачи

1. Построить графики изменения числа особей в каждой группе.
2. Рассмотреть как эпидемия будет протекать в случаях :

$$I(0) \leq I^*$$

и

$$I(0) > I^*$$

.

### 3 Теоретическое введение

Модель эпидемии имеет следующий вид:

Для построения модели скорости изменения числа восприимчивых, но еще здоровых особей:

$$\frac{dS}{dt} = \begin{cases} -\alpha S, I(t) > I^* \\ 0, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Для построения модели скорости изменения числа инфицированных особей:

$$\frac{dI}{dt} = \begin{cases} -\alpha S - \beta I, I(t) > I^* \\ -\beta I, I(t) \leq I^* \end{cases}$$

Для построения модели скорости изменения выздоравливающих особей:

$$\frac{dR}{dt} = -\beta I$$

где  $\alpha$  - коэффициент заболеваемости;

$\beta$  - коэффициент выздоровления;

$I$  - количество инфицированных особей;

$R$  - количество выздоравливающих особей;

$S$  - количество восприимчивых особей.

## 4 Выполнение лабораторной работы

### 4.1 Код программы

Код программы написан на языке Modelica.

```
model lab06

parameter Real a = 0.01; //Коэффициент заболеваемости
parameter Real b = 0.02; //Коэффициент выздоровления
parameter Real N = 4289; //Численность популяции
parameter Real I_0 = 82; //Количество инфицированных в начале эпидемии
parameter Real R_0 = 15; //Количество людей, обладающих в начале эпидемии
иммунитетом

parameter Real S_0 = N - I_0 - R_0; //Число восприимчивых к болезни, но пока
здоровых в момент начала эпидемии

Real I(start = I_0); //Количество инфицированных людей
Real R(start = R_0); //Количество обладающих иммунитетом к болезни
Real S(start = S_0); //Количество восприимчивых к болезни людей
equation
//Для первого случая, когда  $I(0) \leq I^*$ 
//der(S) = 0;
//der(I) = -b * I;
//der(R) = b * I;
//Для второго случая, когда  $I(0) > I^*$ 
der(S) = -a * S;
```



```

der(I) = a * S - b * I;
der(R) = b * I;
end lab06;

```

## 4.2 Ход работы

Уравнения модели эпидемии для моего варианта имеют следующий вид:

Для случая, когда

$$I(0) \leq I^*$$

$$\frac{dS}{dt} = 0$$

$$\frac{dI}{dt} = -\beta I$$

$$\frac{dR}{dt} = -\beta I$$

Для случая, когда

$$I(0) > I^*$$

$$\frac{dS}{dt} = -\alpha S$$

$$\frac{dI}{dt} = -\alpha S - \beta I$$

$$\frac{dR}{dt} = -\beta I$$

Начальные условия:  $N = 4289$ ,  $I(0) = 82$ ,  $R(0) = 15$ ,  $S(0) = 4192$ .

$\alpha = 0.01$ ,  $\beta = 0.02$  и они являются постоянными.

Мною был написан код программы, который выводит графики, нужные в задачах. (рис 1. @fig:001)

```

1 model lab06
2
3 parameter Real a = 0.01; //Коэффициент заболеваемости
4 parameter Real b = 0.02; //Коэффициент выздоровления
5 parameter Real N = 4259; //Численность популяции
6 parameter Real I_0 = 82; //Количество инфицированных в начале эпидемии
7 parameter Real R_0 = 15; //Количество людей, обладающих в начале эпидемии иммунитетом
8 parameter Real S_0 = N - I_0 - R_0; //Число восприимчивых к болезни, но пока здоровых в момент начала эпидемии
9
10 Real I(start = I_0); //Количество инфицированных людей
11 Real R(start = R_0); //Количество обладающих иммунитетом к болезни
12 Real S(start = S_0); //Количество восприимчивых к болезни людей
13 equation
14 //Для первого случая, когда I(0) <= I*
15 //der(S) = 0;
16 //der(I) = -b * I;
17 //der(R) = b * I;
18
19 //Для второго случая, когда I(0) > I*
20
21 der(S) = -a * S;
22 der(I) = a * S - b * I;
23 der(R) = b * I;
24
25 end lab06;

```

Рис. 4.1: Код программы для решения задачи

Ниже приведен графики изменения количества выздоравливающих и инфицированных особей за временной промежуток для первого случая. (рис 2. @fig:002)

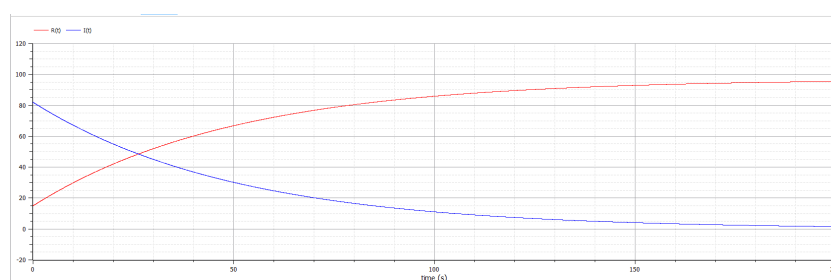


Рис. 4.2: График изменения количества инфицированных и выздоравливающих для первого случая

Также представлен отдельно график изменения всех трех групп особей, включая восприимчивых, но еще здоровых особей. (рис 3. @fig:003)

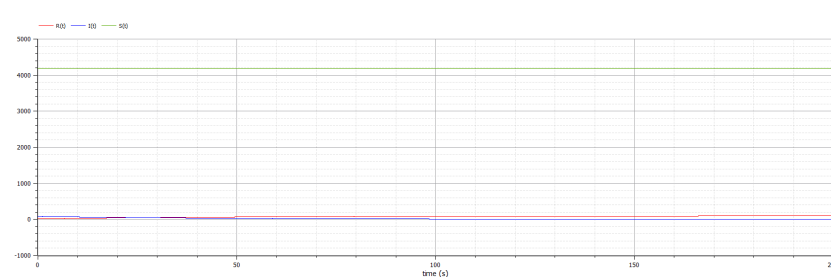


Рис. 4.3: Графики изменения всех трех групп для первого случая

Для второго случая выведен следующий график изменения численности. (рис 4. @fig:004)

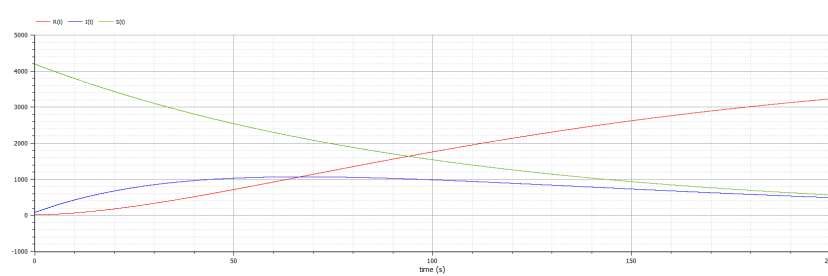


Рис. 4.4: График изменения численности трех групп для второго случая

## 5 Выводы

При выполнении данной лабораторной работы я изучила модель протекания эпидемии, выполнив задания, данные мне, а именно: построила графики изменения численности для двух случаев.