応用数学

第1章：線形代数

スカラー、ベクトル、行列

- スカラー
    - いわゆる、通常使われる数
    - 四則演算が可能
- ベクトル
    - スカラーがセットになったものと考えられる
    - 大きさ、向きを表す
- 行列
    - スカラーを表にしたもの、ベクトルを並べたもの
    - ベクトルの変換や、連立方程式を解くのに使う

連立方程式を、行列を用いて書く

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 3 \\ 2x_1 + 5x_2 = 5 \end{cases}$$

の連立方程式を、

$$A\vec{x} = \vec{b}$$

の形式に変換しようと考えると、下記のようになる。

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

行列とベクトルの積

下記のように、行列とベクトルの積は計算できる。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \times b_1 + a_{12} \times b_2 \\ a_{21} \times b_1 + a_{22} \times b_2 \end{pmatrix}$$

例えば、下記のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} 6 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 6 \times 1 + 4 \times 2 \\ 3 \times 1 + 5 \times 2 \end{pmatrix} \quad (1) \\ &= \begin{pmatrix} 6 + 8 \\ 3 + 10 \end{pmatrix} \quad (2) \\ &= \begin{pmatrix} 14 \\ 13 \end{pmatrix} \quad (3) \end{aligned}$$

行列の積

「行列とベクトルの積」の式を元に、
右側の行列を列ベクトルのセットと考えて計算すればよい。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \times b_{11} + a_{12} \times b_{21} + a_{13} \times b_{31} & a_{11} \times b_{12} + a_{12} \times b_{22} + a_{13} \times b_{32} & a_{11} \times b_{13} + a_{12} \times b_{23} + \\ a_{21} \times b_{11} + a_{22} \times b_{21} + a_{23} \times b_{31} & a_{21} \times b_{12} + a_{22} \times b_{22} + a_{23} \times b_{32} & a_{21} \times b_{13} + a_{22} \times b_{23} + \\ a_{31} \times b_{11} + a_{32} \times b_{21} + a_{33} \times b_{31} & a_{31} \times b_{12} + a_{32} \times b_{22} + a_{33} \times b_{32} & a_{31} \times b_{13} + a_{32} \times b_{23} + \end{pmatrix}$$