

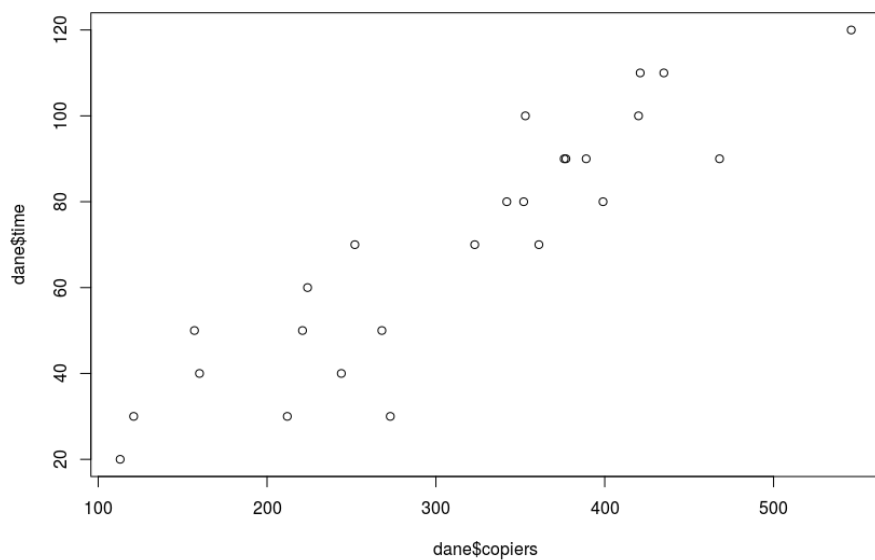
Modele Liniowe

Raport nr 2

Michał Kubica

3 grudnia 2018

1 Zadanie 1



Rysunek 1: Zależność czasu obsługi od ilości kopiarek

Widać, że w przybliżeniu relacja jest liniowa.

```
plot(dane$copiers,dane$time)
```

2 Zadanie 2

- a) Wyestymowane równanie regresji liniowej za pomocą funkcji *lm*
 $Y = 0.2301084 \cdot X - 1.8582511$
Na podstawie wzorów (1) i (2) upewniono się, że równanie regresji zostało obliczone poprawnie.
- b) 95% przedział ufności dla współczynnika kierunkowego.
Wyliczony przedział ufności za pomocą funkcji *confint*:
(0.1838466, 0.2763702)
- c) Testowanie
 H_0 : nie ma zależności liniowej, współczynnik korelacji jest równy 0
Na podstawie małej p wartości równej $4.448828 \cdot 10^{-10}$, możemy odrzucić hipotezę zerową. A więc w podanym zbiorze danych zaobserwujemy zależność liniową.

```
m1 = lm(dane$time~dane$copiers)
confint(m1, level=0.95)
b1 = (sum((dane$copiers-mean(dane$copiers))*(dane$time -
mean(dane$time) ) )) / sum(
(dane$copiers-mean(dane$copiers))^2 )
b0 = mean(dane$time) - b1*mean(dane$copiers)
summary(m1)
```

$$b_1 = \frac{\sum (X_i - \bar{X}) (Y_i - \bar{Y})}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \quad (1)$$

$$b_0 = \bar{Y} - b_1 \bar{X} \quad (2)$$

3 Zadanie 3

Najpierw wyznaczono

$$\hat{Y}_i = b_0 + b_1 X_i$$

Następnie wyliczono estymator wariancji

$$s^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n - 2} = 153.6364$$

Oraz estymator wartości oczekiwanej dla $X_h = 11$

$$\hat{\mu}_h = b_0 + b_1 X_h = 0.6729413$$

I estymator wariancji wartości oczekiwanej

$$s^2(\hat{\mu}_h) = s^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{(X_h - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right] = 205.177$$

Otrzymano przedział ufności ze wzoru

$$\hat{\mu}_h \pm t_c s(\hat{\mu}_h)$$

gdzie $t_c(0.975, 23)$ w naszym przypadku wynosi 2.069

$$0.6729413 \pm 14.85372$$

```

b1 = (sum((dane$copiers-mean(dane$copiers))*(dane$time - mean(dane$time)
  ) ) ) / sum( (dane$copiers-mean(dane$copiers))^2 )
b0 = mean(dane$time) - b1*mean(dane$copiers)

Yi = b0+b1*dane$copiers
s = sqrt( sum( (dane$time-Yi)^2 ) / 23 )

est_odch = s^2*(1+ 1/25 + (x-mean(dane$copiers))^2 / sum(
  (dane$copiers-mean(dane$copiers))^2 ))
b0+b1*x - 2.069*sqrt(est_odch)
b0+b1*x + 2.069*sqrt(est_odch)

```

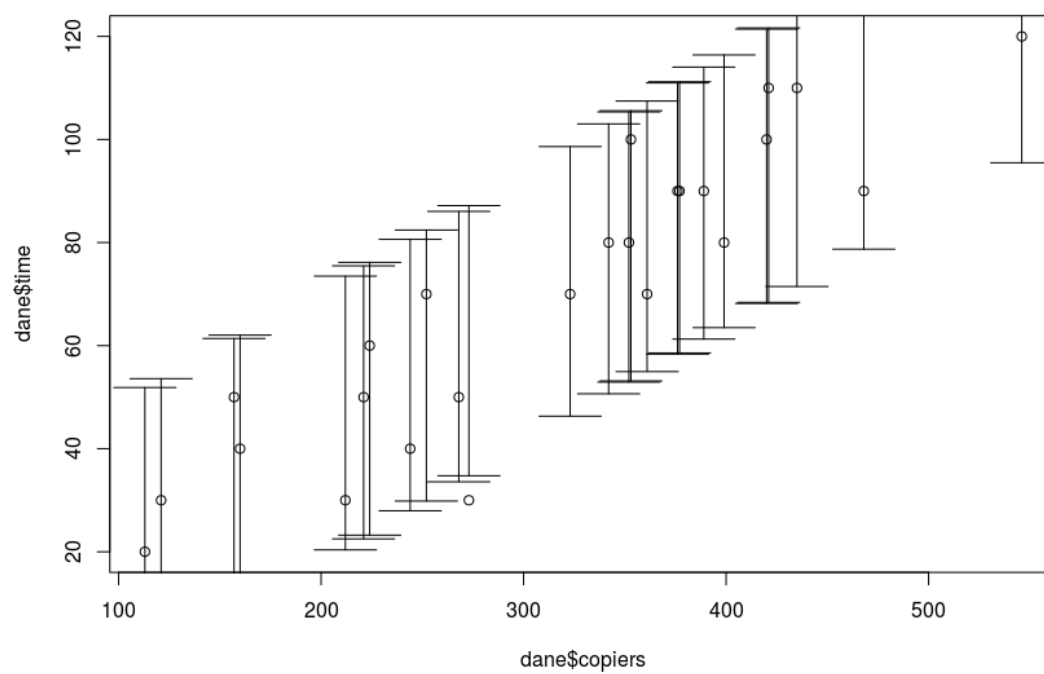
4 Zadanie 4

Korzystając z funkcji *predict* oraz wzorów ze strony prof. Małgorzaty Bogdan (3) wyznaczono prognozę czasu serwisowania 11 kopiarek oraz 95% ufności.

$$s^2(\hat{\mu}_h) = s^2 \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_h - \bar{X})^2}{\sum (X_i - \bar{X})^2} \right] \quad (3)$$

$$0.6729413 \pm 29.63636$$

5 Zadanie 5



Rysunek 2