

Úlohy na numerické chyby, stabilitu

1. Určite rád metódy aproximácie prvej a druhej derivácie v závislosti na konečne krátkom kroku h

a)

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

b)

$$f'(x) \approx \frac{f(x) - f(x-h)}{h} \quad (2)$$

c)

$$f'(x) \approx \frac{f(x+h/2) - f(x-h/2)}{h} \quad (3)$$

d)

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \quad (4)$$

e)

$$f'(x) \approx \frac{2f(x+h) + 3f(x) - 6f(x-h) + f(x-2h)}{6h} \quad (5)$$

2. Odhadnite relatívnu chybu čísel 1,32483726 a 1,32483357. (Počítajte s tým, že máte k dispozícii len 9 platných cifier). Potom odhadnite relatívnu chybu rozdielu týchto čísel. Ako sa odhad relatívnej chyby rozdielu zmenil oproti pôvodným relatívnym chybám?
3. Vyskúšajte v Matlabe príkaz `realmax('double')`, ktorý Vám určí najväčšie číslo typu `double`. potom toto číslo kladnou reálnou konštantou $c > 1$. Čo ste dostali?
4. Vyriešte analyticky diferenciálnu rovnicu

$$\frac{dv}{dt} = -v, \quad (6)$$

s počiatočnou podmienkou $v(0) = 1$. V programe `"stabilita_priklad.m"` sa nachádza numerické riešenie pomocou 2 metód aproximácie derivácie:

Eulerova metóda

Nekonečne krátky časový krok dt nahradíme krátkym konečným krokom h :

$$\frac{v(t+h) - v(t)}{h} = -v(t) \quad (7)$$

Rýchlosť v čase $t+h$ budeme teda počítať ako

$$v(t+h) = -v(t)h + v(t) \quad (8)$$

Dvojkroková metóda

Pri dvojkrokovej metóde sa derivácia aproximuje pomocou dvojnásobného kroku $2h$:

$$\frac{v(t+h) - v(t-h)}{2h} = -v(t) \quad (9)$$

Rýchlosť v čase $t+h$ budeme teda počítať ako

$$v(t+h) = -2hv(t) + v(t-h) \quad (10)$$

Namiesto komentárov `%%%DOPLNTE%%%` doplňte výpočty $v(t+h)$ jednotlivými metódami. Program spustíte a všimnite si, ako sa mení $v(t)$ s rastúcim t .