$A, B, C, \ldots$ Aussagen (können nur wahr oder falsch sein)
(1 oder 0, $\top$ oder $\perp$)

$A =$ "Paris ist die Hauptstadt Frankreich" A
$B =$ "8 ist eine Primzahl"

Disjunktion $\vee$ Konjunktion $\wedge$ und Negation $\neg$

$A \vee B$

A	B	$\vee$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

$A \wedge B$

A	B	$\wedge$
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	$\neg A$
0	1
1	0

Weitere Operatoren

$\rightarrow$ Implikation, $\leftrightarrow$ ganau dann wenn und $\oplus$ (Xor-Funktion, exclusive or),

$A \rightarrow B$

A	B	$\rightarrow$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

A	B	$\leftrightarrow$
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

A	B	$\oplus$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

$A \leftrightarrow B$ $\qquad$ $A \oplus B$

Induktive Def.

1. 0 und 1 sind aussagenlogische Formeln.
2. Jede Aussage A ist eine AF.
3. Wenn A und B aussagenlogische Formeln sind, dann sind auch $(A \wedge B), (A \vee B), \neg A, (A \to B), (A \leftrightarrow B)$ aussagenlogische Formeln.

$A = 0$
$B = 1$
$C = 1$

$F = \neg(((A \vee B) \wedge C) \to A)$

Äquivalenz

Zwei AF F, G heißen äquivalent ($F \equiv G$) falls sie unter allen möglichen Wahrheitsbelegungen denselben Wert annehmen.

$A \vee \neg A \equiv 1$

$A \wedge B \equiv B \wedge A$
$A \vee B \equiv B \vee A$

$(A \wedge B) \vee C \equiv (A \vee C) \wedge (B \vee C)$
$(A \vee B) \wedge C \equiv (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$

$\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$
$\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

$A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$

$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$
$\equiv (\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee A)$
$\equiv \cdots$
$\equiv (A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

Erfüllbarkeit und Tautologie

Def: Eine AF heißt erfüllbar falls es mindestens eine passende Belegung gibt die die Formel wahr macht.

$(A \vee \neg B) \wedge (B \vee C)$

$A = 1$
$B = 1$
$C = 0$

Def: Eine AF heißt gültig oder Tautologie falls alle passende Belegungen die die Formel wahr machen.

$A \vee \neg A \equiv 1$

$(A \rightarrow (B \rightarrow A)) \equiv 1$

P Menge, $x \in P$,
$P(x)$ (x erfüllt die Eigenschaft P)

P $P(x)$

Grundmenge M

Allquantor: $\forall x, P(x)$
(alle Elemente x in der Grundmenge erfüllen P).
Existenzquantor: $\exists x, P(x)$
(es gibt mindestens ein x in der Grundmenge das P erfüllt).

$$\neg\forall x, P(x) \equiv \exists x, \neg P(x)$$

$$\neg\exists x, P(x) \equiv \forall x, \neg P(x)$$

$$\neg\forall x \exists y \forall z, P(x, y, z) = \exists x \forall y \exists z \neg P(x, y, z).$$

$$\neg \forall x \exists y \forall z\, P(x,y,z) \equiv$$
$$\exists x \neg \exists y \forall z\, P(x,y,z) \equiv$$
$$\exists x \forall y \neg \forall z\, P(x,y,z) \equiv$$
$$\exists x \forall y \exists z \neg P(x,y,z)$$

→ Es gibt unendlich viele Primzahlen

$\mathbb{N}$

$P(x)$ x Primzahl

$K(x,y)$ $x<y$

$\forall z \exists y (P(y) \wedge K(z,y))$

$\neg \forall z$ ...