

# Formale Grundlagen: Übung 3

Alexander Waldenmaier, Tutorin: Constanze Merkt

26. November 2020

## Aufgabe 3.1

Als Zwischenschritt definieren wir zunächst die Äquivalenz:

$$x \leftrightarrow y = (x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow x)$$

Damit lässt sich die Negation definieren:

$$\neg x = x \leftrightarrow 0$$

Wie aus dem Skript bekannt, ist  $\{\neg, \wedge\}$  eine Basis. Demnach ist  $\{\rightarrow, \wedge\}$  eine vollständige Basis.

## Aufgabe 3.2

a) Überprüfung durch Wahrheitstabelle:

$A$	$B$	$C$	$A \oplus (B \vee C)$	$(A \oplus B) \vee (A \oplus C)$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	1	1
1	0	1	0	0
1	1	0	0	0
1	1	1	0	0

$$\Rightarrow A \oplus (B \vee C) = (A \oplus B) \vee (A \oplus C)$$

b) Das Distributivgesetz ist hier nicht anwendbar, da es sich um eine Disjunktion und nicht eine Konjunktion handelt. Ein Gegenbeispiel ist  $A = 1, B = C = 0$ :

$$A \vee (B \oplus C) \stackrel{!}{=} (A \vee B) \oplus (A \vee C)$$

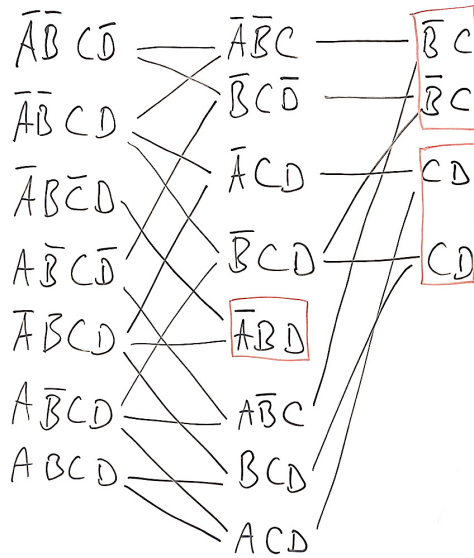
$$1 \vee (0 \oplus 0) \stackrel{!}{=} (1 \vee 0) \oplus (1 \vee 0)$$

$$1 \vee 0 \stackrel{!}{=} 1 \oplus 1$$

$$1 \neq 0$$

$$\Rightarrow A \vee (B \oplus C) \neq (A \vee B) \oplus (A \vee C)$$

### Aufgabe 3.3



Minterm	1	2	3	4	5	6	7
$ABD$			+		+		
$\bar{B}C$	+	+		+		+	
$CD$		+			+	+	+

$$\Rightarrow F = \bar{A}BD \vee \bar{B}C \vee CD$$

### Aufgabe 3.4

$$\begin{aligned}
 F &= \neg(A \wedge \neg B) \wedge (\neg A \vee C) \wedge (\neg A \vee \neg(\neg B \wedge \neg C)) \\
 &= (1 \oplus (A \wedge (1 \oplus B))) \wedge \neg(A \wedge \neg C) \wedge \neg(A \vee (\neg B \wedge \neg C)) \\
 &= (1 \oplus (A \oplus AB)) \wedge (1 \oplus (A \wedge (1 \oplus C))) \wedge \neg(A \vee \neg(B \vee C)) \\
 &= (1 \oplus A \oplus AB)(1 \oplus (A \oplus AC))(1 \oplus (A \wedge (1 \oplus (B \vee C)))) \\
 &= (1 \oplus A \oplus AB)(1 \oplus A \oplus AC)(1 \oplus (A \wedge ((1 \oplus B) \wedge (1 \oplus C)))) \\
 &= (1 \oplus A \oplus AC \oplus A \oplus A \oplus AC \oplus AB \oplus AB \oplus ABC)(1 \oplus ((A \oplus AB)(1 \oplus C))) \\
 &= (1 \oplus A \oplus ABC)(1 \oplus (A \oplus AC \oplus AB \oplus ABC)) \\
 &= (1 \oplus A \oplus ABC)(1 \oplus A \oplus AB \oplus AC \oplus ABC) \\
 &= 1 \oplus A \oplus AB \oplus AC \oplus ABC \oplus A \oplus A \oplus AB \oplus AC \oplus ABC \oplus ABC \oplus ABC \oplus ABC \oplus ABC \oplus ABC \\
 &= 1 \oplus A \oplus ABC
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow a = (a_X)_{X \subseteq \{1, \dots, n\}} = (1, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$$

### Aufgabe 3.5

		AC			
		00	01	11	10
DB	00	0	0	1	1
	01	0	0	1	0
	11	1	1	1	1
	10	1	1	0	0

$$\Rightarrow F = \bar{A}D \vee BD \vee A\bar{B}\bar{D} \vee ACD$$