Grundlagen der Rechnerarchitektur: Aufgabenblatt 2

Maryia Masla, Alexander Waldenmaier

21. November 2020

Aufgabe 1: Umrechnung zwischen Zahlensystemen

a) $11000111_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^6 + 0 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 128 + 64 + 4 + 2 + 1 = 199$

b) $1065_7 = 1 \cdot 7^3 + 6 \cdot 7^1 + 5 \cdot 7^0 = 343 + 42 + 5 = 390$

c) Anwendung von Definition (2.6) aus dem Skript:

i	x_i	b			a_i
0	1944	$/2 =$	972	Rest	0
1	972	$/2 =$	486	Rest	0
2	486	$/2 =$	243	Rest	0
3	243	$/2 =$	121	Rest	1
4	121	$/2 =$	60	Rest	1
5	60	$/2 =$	30	Rest	0
6	30	$/2 =$	15	Rest	0
7	15	$/2 =$	7	Rest	1
8	7	$/2 =$	3	Rest	1
9	3	$/2 =$	1	Rest	1
10	1	$/2 =$	0	Rest	1

$\Rightarrow 1944_{10} = 11110011000_2$

d) (2.6):

i	x_i	b			a_i
0	1535	$/16 =$	95	Rest	$\text{F} = 15_{10}$
0	95	$/16 =$	5	Rest	$\text{F} = 15_{10}$
0	5	$/16 =$	0	Rest	5

$\Rightarrow 1535_{10} = 5\text{FF}_{16}$

e) Umwandlung via Zwischenschritt ins Binärsystem:

Z_{16}	2	2	7
Z_2	0010	0010	0111

Z_2	001	000	100	111
Z_8	1	0	4	7

$\Rightarrow 227_{16} = 1047_8$

f) Da $2^3 = 8$, sind je 3 Elemente der Binärzahl ein Element der Oktalzahl:

Z_2	10	010	001	101
Z_8	2	2	1	5

$\Rightarrow 10010001101_2 = 2215_8$

g) Da $2^4 = 16$, sind je 4 Elemente der Binärzahl ein Element der Hexadezimalzahl:

Z_2	1010	1111	1111	1110	1101	0000	0000	1111
Z_{16}	A	F	F	E	D	0	0	F

v

h) Da $3^2 = 9$, sind je 2 Elemente der Ternärzahl ein Element der Zahl aus dem Neunersystem:

Z_9	5	7	4	2
Z_3	12	21	11	02

$\Rightarrow 5742_9 = 12211102_3$

Aufgabe 2: Bitwertigkeit

Bei dem Zahlensystem handelt sich es offensichtlich um ein Quartär-System, also ein System mit 4 verschiedenen Ziffern. Das System mit den Ziffern $\{0, 1, 2, 3\}$ verhält sich analog zum System $\{*, \#, \sim, \$\}$. Damit folgt:

a) I) $3 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 0 \cdot 4^1 + 1 \cdot 4^0 = 3 \cdot 64 + 2 \cdot 16 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 225$
   II) $1 \cdot 4^3 + 2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 3 \cdot 4^0 = 1 \cdot 64 + 2 \cdot 16 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 1 = 107$

b) I) $3 \cdot 4^0 + 2 \cdot 4^1 + 0 \cdot 4^2 + 1 \cdot 4^3 = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 0 \cdot 16 + 1 \cdot 64 = 75$
   II) $1 \cdot 4^0 + 2 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4^3 = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 16 + 3 \cdot 64 = 233$

Aufgabe 3: Bytereihenfolgen

Zunächst empfiehlt es sich, die beiden Zahlen in die gewohnte Binärdarstellung umzurechenen, bei der sich das LSB rechts befindet (also Big Endian). Wir machen uns dabei die Tatsache zu Nutze, dass $2^4 = 16$:

I) Umrechnung von BEEF_{16} ins Binärsystem:

Z_{16}	B	E	E	F
Z_2	1011	1110	1110	1111

$\Rightarrow \text{BEEF}_{16} = 10111110\ 11101111_2$

II) Umrechnung von FF11_{16} ins Binärsystem:

Z_{16}	F	F	1	1
Z_2	1111	1111	0001	0001

$\Rightarrow \text{FF11}_{16} = 11111111\ 00010001_2$

a) I) Big Endian: 10111110 11101111, Little Endian: 11101111 10111110
   II) Big Endian: 11111111 00010001, Little Endian: 00010001 11111111

b) I) $11101111\ 10111110_2 = 61374_{10}$, statt $10111110\ 11101111_2 = 48879_{10}$
   II) $00010001\ 11111111_2 = \ \ 4607_{10}$, statt $11111111\ 00010001_2 = 65297_{10}$

Aufgabe 4: Komplementbildung

a)

i	x_i	b			a_i
0	861	/2 =	430	Rest	1
1	430	/2 =	215	Rest	0
2	215	/2 =	107	Rest	1
3	107	/2 =	53	Rest	1
4	53	/2 =	26	Rest	1
5	26	/2 =	13	Rest	0
6	13	/2 =	6	Rest	1
7	6	/2 =	3	Rest	0
8	3	/2 =	1	Rest	1
9	1	/2 =	0	Rest	1

mit Vorz. : 11101011101_2

b-Komp. : 10010100011_2

b-1-Komp. : 10010100010_2

b)

Z_8	7	6	5
Z_2	111	110	101

mit Vorz. : 0111110101_2

b-Komp. : 0111110101_2

b-1-Komp. : 0111110101_2

c) $210_3 = 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = 21_{10}$

i	x_i	b			a_i
0	21	/2 =	10	Rest	1
1	10	/2 =	5	Rest	0
2	5	/2 =	2	Rest	1
3	2	/2 =	1	Rest	0
4	1	/2 =	0	Rest	1

mit Vorz. : 110101_2

b-Komp. : 101011_2

b-1-Komp. : 101010_2

Aufgabe 5: Rechnen mit den Natürlichen Zahlen

Die dritte (graue) Zeile stellt jeweils den Übertrag dar.

a)

$$\begin{array}{rr} & 1037 \\ + & 3802 \\ & 0000 \\ \hline & 4839 \end{array}$$

b)

$$\begin{array}{rr} & 01010110 \\ + & 01010001 \\ & 10100000 \\ \hline & 10100111 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rr} & 01101001 \\ + & 00011110 \\ & 11110000 \\ \hline & 10000111 \end{array}$$

Aufgabe 6: Rechnen mit ganzen Zahlen

a) $1101001_2 + 11110_2 = 10000111_2$

b) $0101001_2 + 1011110_2 = 0101001_2 - 0011110_2$

$$\Rightarrow \begin{array}{rr} & 0101001 \\ - & 0011110 \\ & 0111100 \\ \hline & 0001011 \end{array}$$

c)

$$\begin{array}{rr} & 0011110 \\ + & 1101001 \\ & 11110000 \\ \hline & 10000111 \\ + & 0000001 \\ & 0001110 \\ \hline & 0001000 \end{array}$$

d)

$$\begin{array}{rr} & 1101001 \\ + & 0011110 \\ & 11110000 \\ \hline & 0000111 \end{array}$$

Aufgabe 7: Festkommazahlen

a) $10,625_{10} = 1010,101_2$

i	x_i	b			a_i
0	10	$/2 =$	5	Rest	0
1	5	$/2 =$	2	Rest	1
2	2	$/2 =$	1	Rest	0
3	1	$/2 =$	0	Rest	1

$\Rightarrow 10_{10} = 1010_2$

i	x_i	b			a_i
0	0,625	$*2 =$	1,25	$>=$ 1:	1
1	0,25	$*2 =$	0,5	$>=$ 1:	0
2	0,5	$*2 =$	1,0	$>=$ 1:	1

$\Rightarrow 0,625_{10} = 0,101_2$

b)

$$\begin{aligned}101101,1101_2 &= 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} \\ &= ((((1 \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 1) \cdot 2 + 0) \cdot 2 + 1 + (((1/2 + 0)/2 + 1)/2 + 1)/2 \\ &= 45,8125_{10}\end{aligned}$$