

Übungsblatt 6

14. Dezember 2020

Abgabe bis 21. 12. 2019, 08:00 Uhr

Bitte versehen Sie Ihre Lösungen mit den/dem eigenen Namen sowie dem Namen Ihres Tutors. Laden Sie ein einzelnes gut lesbares PDF Ihrer Lösung zur Bewertung im Moodle hoch. Genauere Informationen finden Sie auf der Kursseite im Moodle → <https://moodle.uni-ulm.de/course/view.php?id=17961>

Aufgabe 6.1 (5 Punkte)

Gegeben sei der Code $C = \{00110, 11010, 10001, 01101\}$.

- a) Ist C linear?
- b) Berechnen Sie die Hammingdistanz $d(01101, 11010)$.
- c) Über einen verrauschten Kanal erhalten Sie die Wörter 01010 sowie 10100. Dekodieren sie, falls möglich, mittels des Maximum-Likelihood Verfahrens die empfangenen Codewörter.
- d) Bestimmen Sie das maximale t , sodass C t -Fehler korrigierend ist.
- e) Bestimmen Sie das maximale k , sodass C k -systematisch ist.

Aufgabe 6.2 (4 Punkte)

Gegeben sei ein linearer Binärcode C der Länge n . Wir hängen an jedes Wort in C ein Paritätsbit und erhalten so den Code C' :

$$C' := \bigcup_{(c_1, \dots, c_n) \in C} \{(c_1, \dots, c_n, c_1 \oplus \dots \oplus c_n)\}$$

- a) Zeigen Sie, dass C' ebenfalls ein linearer Code ist.
- b) Sei nun C ein 2-perfekter Code. Leiten Sie den Minimalabstand von C' her.

Aufgabe 6.3 (3 Punkte)

- a) Gegeben sein ein binärer $[13, 12, 7]$ -Code. Ist dieser Code perfekt? Begründen Sie Ihre Antwort.
- b) Ein binärer Blockcode C der Länge $n = 5$ kann is zu zwei Fehler korrigieren. Wie viele Codewörter hat C höchstens? Geben Sie einen konkreten Code mit diesen Eigenschaften an.
- c) Zeigen Sie, dass es keinen 1-perfekten binären Blockcode der Länge 13 gibt.

Aufgabe 6.4 (3 Punkte)

Bei einem Wiederholungscode mit m Wiederholungen wird jedes Zeichen m mal wiederholt.
Zum Beispiel kann ein Codewort in einem Wiederholungscode mit 3 Wiederholungen also wie folgt aussehen: $c_1c_1c_1c_2c_2c_2c_3c_3c_3 \dots c_nc_nc_n$
Sei C ein Code der Länge n . C' erweitert C zu einem Wiederholungscode mit m Wiederholungen:

$$C' = \bigcup_{(c_1, \dots, c_n) \in C} \{(c_1^{(1)}, \dots, c_1^{(m)}, c_2^{(1)}, \dots, c_2^{(m)}, \dots, c_n^{(1)}, \dots, c_n^{(m)})\}$$

- a) Wenn C k -Fehler korrigierend ist, wie viele Fehler kann C' korrigieren?
- b) Wenn C l -systematisch ist, wie systematisch ist C' ?
- c) Wenn C linear ist, ist auch C' linear?

Begründen Sie jeweils Ihre Antwort.