

אלגוריתם למשחק XO

Tic Tac Toe determine winner in $O(1)$ constant time

"Asymptotic complexity" is a notion that only makes sense when you have some notion of "problem size" that can increase to infinity.

The game of tic-tac-toe is always played on a 3x3 board and never takes longer than 9 moves. There is nothing to increase to infinity and no sense in asking about the asymptotic complexity of anything to do with it.

The question is what happens when we have an arbitrary square board with size N ($N \times N$), the player wins if there is a complete line of X in the board. How do you check if the player has won the Tic Tac Toe game in constant time?

מספר אופציות הניצחון:

תהיה המטריצה ממימד n ,

מספר האפשרויות לניצחון יהיה: $2 + n + n$ (מספר שורות + מספר עמודות + 2 אלכסונים).

המשתנים הנדרשים למימוש האלגוריתם:

- ניצור מטריצה בגודל $n \times n$
- ניצור שני מערכים עבור שני השחקנים – כל מערך יהיה בגודל $2 + n + n$
 - n תאים ראשונים יהיו עבור השורות במטריצה
 - n תאים הבאים יהיו עבור העמודות במטריצה
 - תא הבא יהיה עבור האלכסון הראשי
 - תא הבא יהיה עבור האלכסון המשני
- שים לב: ביצירת המערך החד מימדי נאתחל כל תא לאפס
- ניצור משתנה מספרי שתפקידו יהיה לסכום את התורים - בשלב הראשוני נאתחל אותו לאפס.

עבור כל בחירת תא במטריצה:

- נקדם באחד את סוכם התורים
- נבדוק מה התא שהשחקן בחר במטריצה – ואז בהתאם נקדם באחד את תוכן התאים המתאימים לבחירה, לפי האלגוריתם הבא:
 - התא בהכרח גם בשורה מסוימת, וגם בעמודה מסוימת:
 - כדי לסמן במערך החד ממדי את השורה שנבחרה – נפנה לתא לפי אינדקס השורה במטריצה
 - כדי לסמן במערך החד ממדי את העמודה שנבחרה – נפנה לתא לפי אינדקס העמודה במטריצה + n
 - נבדוק האם הוא גם באלכסון הראשי:
 - (אופן הבדיקה יהיה האם אינדקס שורה שווה לאינדקס עמודה)
 - אם התא נמצא באלכסון הראשי כדי לסמנו במערך החד ממדי – נפנה לתא $n + n$
 - נבדוק האם הוא גם באלכסון המשני:
 - (אופן הבדיקה יהיה האם אינדקס שורה + אינדקס עמודה = מימד המטריצה - 1)
 - אם התא נמצא באלכסון המשני כדי לסמנו במערך החד ממדי – נפנה לתא $n + n + 1$
- בכל פעם שנקדם את תוכן התא במערך החד ממדי – נבדוק האם הוא שווה לח – אם כן סימן שהשחקן ניצח
- אם השחקן לא ניצח – נבדוק האם הגענו למצב של תיקו על ידי:
 - בדיקה האם סוכם התורים שווה ל- n

דוגמה למימוש האלגוריתם

לשם הדגמה נבחר מטריצה בגודל 3*3:

0,0	0,1	0,2
1,0	1,1	1,2
2,0	2,1	2,2

עבור כל שחקן ניצור מערך חד ממדי של טיפוס int מהסוג הבא: (בצורה דיפולטיבית כל תא במערך יקבל את הערך 0)

0	1	2	3	4	5	6	7
(שורה 0)	(שורה 1)	(שורה 2)	(עמודה 0)	(עמודה 1)	(עמודה 2)	(אלכסון ראשי)	(אלכסון משני)

מספר עמודה במערך החד ממדי	משמעות התא	התאים האופציונליים במטריצה
0	שורה 0 במטריצה	0,0 0,1 0,2
1	שורה 1 במטריצה	1,0 1,1 1,2
2	שורה 2 במטריצה	2,0 2,1 2,2
3	עמודה 0 במטריצה	0,0 1,0 2,0
4	עמודה 1 במטריצה	0,1 1,1 2,1
5	עמודה 2 במטריצה	0,2 1,2 2,2
6	אלכסון ראשי במטריצה	0,0 1,1 2,2
7	אלכסון משני במטריצה	0,2 1,1 2,0

דוגמה של ניצחון עבור X:

שלב 1:

התחלת המשחק

0,0	0,1	0,2
1,0	1,1	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

שלב 2:

X בחר את תא 0,0

X	0,1	0,2
1,0	1,1	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

שלב 3:

O בחר את תא 1,0

X	0,1	0,2
O	1,1	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

שלב 4:

X בחר את תא 1,1

X	0,1	0,2
O	X	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

1	1	0	1	1	0	2	1
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מטריצה בגודל 3*3:

X	0,1	O
O	X	1,2
2,0	2,1	2,2

שלב 5:
O בחר את תא
0,2

מערך של X:

1	1	0	1	1	0	2	1
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

1	1	0	1	0	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

מטריצה בגודל 3*3:

X	0,1	O
O	X	1,2
2,0	2,1	X

שלב 6:
X בחר את תא
2,2

מערך של X:

1	1	1	1	1	1	3	1
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

1	1	0	1	0	1	0	1
0	1	2	3	4	5	6	7

X ניצח כי היה לו בטבלה החד ממדית תא שתוכנו שווה לx (כלומר ל 3 שזה ממד המטריצה)
התא שהכיל את x – הוא תא מספר 6 – שנמצא במקום x+x – שמסמל את האלכסון הראשי
כלומר: X ניצח על ידי מילוי האלכסון הראשי

דוגמה של תיקו:

שלב 1:
התחלת המשחק

מטריצה בגודל 3*3:

	0,0	0,1	0,2
	1,0	1,1	1,2
	2,0	2,1	2,2

מערך של X:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

שלב 2:
X בחר את תא 0,0

מטריצה בגודל 3*3:

X	0,1	0,2
1,0	1,1	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

שלב 3:
O בחר את תא 1,0

מטריצה בגודל 3*3:

X	0,1	0,2
O	1,1	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

1	0	0	1	0	0	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

שלב 4:
X בחר את תא 1,1

מטריצה בגודל 3*3:

X	0,1	0,2
O	X	1,2
2,0	2,1	2,2

מערך של X:

1	1	0	1	1	0	2	1
0	1	2	3	4	5	6	7

מערך של O:

0	1	0	1	0	0	0	0
0	1	2	3	4	5	6	7

<div> <div> <div> <div> <div>X</div> <div>0,1</div> <div>O</div> </div> <div> <div>O</div> <div>X</div> <div>1,2</div> </div> <div> <div>2,0</div> <div>2,1</div> <div>2,2</div> </div> </div> </div> <div> <div> <div>1</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>2</div> <div>1</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> <div> <div> <div>1</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> </div>	<div> <div> <div> <div> <div>5</div> <div>שלב</div> </div> <div> <div>O</div> <div>בחר את תא</div> </div> </div> <div>0,2</div> </div> </div>
<div> <div> <div> <div> <div>X</div> <div>0,1</div> <div>O</div> </div> <div> <div>O</div> <div>X</div> <div>1,2</div> </div> <div> <div>X</div> <div>2,1</div> <div>2,2</div> </div> </div> </div> <div> <div> <div>1</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>2</div> <div>2</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> <div> <div> <div>1</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> </div>	<div> <div> <div> <div> <div>6</div> <div>שלב</div> </div> <div> <div>X</div> <div>בחר את תא</div> </div> </div> <div>2,0</div> </div> </div>
<div> <div> <div> <div> <div>X</div> <div>O</div> <div>O</div> </div> <div> <div>O</div> <div>X</div> <div>1,2</div> </div> <div> <div>X</div> <div>2,1</div> <div>2,2</div> </div> </div> </div> <div> <div> <div>1</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>2</div> <div>2</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> <div> <div> <div>2</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> </div>	<div> <div> <div> <div> <div>7</div> <div>שלב</div> </div> <div> <div>O</div> <div>בחר את תא</div> </div> </div> <div>0,1</div> </div> </div>
<div> <div> <div> <div> <div>X</div> <div>O</div> <div>O</div> </div> <div> <div>O</div> <div>X</div> <div>1,2</div> </div> <div> <div>X</div> <div>X</div> <div>2,2</div> </div> </div> </div> <div> <div> <div>1</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>2</div> <div>2</div> <div>0</div> <div>2</div> <div>2</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> <div> <div> <div>2</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>1</div> <div>0</div> <div>1</div> </div> <div> <div>0</div> <div>1</div> <div>2</div> <div>3</div> <div>4</div> <div>5</div> <div>6</div> <div>7</div> </div> </div> </div>	<div> <div> <div> <div> <div>8</div> <div>שלב</div> </div> <div> <div>X</div> <div>בחר את תא</div> </div> </div> <div>2,1</div> </div> </div>
<div> <div> <div> <div> <div> <div>3</div> <div>שלב</div> </div> <div> <div>3</div> <div>בגודל</div> </div> </div> </div> </div> </div>	

<table><tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td></tr><tr><td>O</td><td>X</td><td>1,2</td></tr><tr><td>X</td><td>X</td><td>O</td></tr></table>	X	O	O	O	X	1,2	X	X	O	O בחר את תא 2,2																							
X	O	O																															
O	X	1,2																															
X	X	O																															
<div>מערך של X:</div> <table><tr><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>0</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table> <div>מערך של O:</div> <table><tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table>	1	1	2	2	2	0	2	2	0	1	2	3	4	5	6	7	2	1	1	1	1	2	1	1	0	1	2	3	4	5	6	7	
1	1	2	2	2	0	2	2																										
0	1	2	3	4	5	6	7																										
2	1	1	1	1	2	1	1																										
0	1	2	3	4	5	6	7																										
<table><tr><td>X</td><td>O</td><td>O</td></tr><tr><td>O</td><td>X</td><td>X</td></tr><tr><td>X</td><td>X</td><td>O</td></tr></table>	X	O	O	O	X	X	X	X	O	שלב 10: X בחר את תא 1,2																							
X	O	O																															
O	X	X																															
X	X	O																															
<div>מערך של X:</div> <table><tr><td>1</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>1</td><td>2</td><td>2</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table> <div>מערך של O:</div> <table><tr><td>2</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>1</td><td>2</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr></table>	1	2	2	2	2	1	2	2	0	1	2	3	4	5	6	7	2	1	1	1	1	2	1	1	0	1	2	3	4	5	6	7	
1	2	2	2	2	1	2	2																										
0	1	2	3	4	5	6	7																										
2	1	1	1	1	2	1	1																										
0	1	2	3	4	5	6	7																										