

Vecteur directeur et normal

Déterminer un vecteur normal à une droite

 **Exercice 1** Déterminer un vecteur normal à chacune des droites données par les équations ci-dessous.

$$\begin{array}{llll} 1. \quad 2x + y - 3 = 0 & 2. \quad -3x + 5y = 0 & 3. \quad 5x - 3y + 2 = 0 & 4. \quad -2x - 4y + 1 = 0 \end{array}$$

 **Exercice 2** Déterminer un vecteur normal à chacune des droites données par les équations ci-dessous.

$$\begin{array}{llll} 1. \quad y = 2x - 3 & 2. \quad y = 4x & 3. \quad y = -3x + 1 & 4. \quad y = -7x - 2 \end{array}$$

 **Exercice 3** Dans chacune des équations de droites suivants, déterminer un vecteur normal.

$$\begin{array}{lll} 1. \quad x = 2 & 2. \quad 2x + 5y - 1 = 0 & 3. \quad y = 0,5x + 2 \end{array}$$

 **Exercice 4** Déterminer une vecteur directeur et un vecteur normal à la droite (OK) où O est l'origine du repère et $K(-3; 3)$.

 **Exercice 5** Déterminer un vecteur normal à chacune des droites définies par les deux points ci dessous.

$$\begin{array}{llll} 1. \quad B(-3; 2) \text{ et } C(1; -2) & 2. \quad D(1; 0) \text{ et } E(-3; 4) & 3. \quad M(0; -2) \text{ et } N(5; 4) & 4. \quad H(-2; 3) \text{ et } K(1; -5) \end{array}$$

Déterminer une équation de droite avec un point et un vecteur normal

 **Exercice 6** Dans chacun des cas, donner une équation cartésienne de la droite passant par le point B et de vecteur normal \vec{n} .

$$\begin{array}{llll} 1. \quad B(4; 1) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix} & 2. \quad C(2; 3) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} & 3. \quad D(-2; -1) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} & 4. \quad E(0; 5) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \end{array}$$

 **Exercice 7** Dans chacun des cas, donner une équation cartésienne de la droite passant par le point B et de vecteur normal \vec{n} .

$$\begin{array}{lll} 1. \quad B\left(-\frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} & 2. \quad C\left(\frac{3}{2}; -4\right) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} -5 \\ 1 \end{pmatrix} & 3. \quad D(-\sqrt{3}; -1) \text{ et } \vec{n} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \end{array}$$

 **Exercice 8** Déterminer une équation de la droite passant par le point $S(1; 4)$ et de vecteur normal $\vec{n} \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$.

 **Exercice 9** On donne le vecteur $\vec{u} \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \end{pmatrix}$ et le point $D(-3; -7)$.

1. Déterminer un vecteur \vec{n} orthogonal au vecteur \vec{u} .
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par D et de vecteur normal \vec{n} .

 **Exercice 10** On considère la droite d d'équation réduite $y = -4x + 5$.

1. Donner un vecteur directeur de d .
2. En déduire un vecteur normal.
3. Donner une équation cartésienne de la droite d' perpendiculaire à d passant par le point $A(1; 1)$.
4. Donner une équation réduite de la droite d' .

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal d'un point sur une droite

 **Exercice 11** On considère la droite d d'équation cartésienne $6x + 5y - 2 = 0$ et le point $A(-1; -2)$.

1. Vérifier que le point A n'appartient pas à la droite.
2. Donner un vecteur normal de la droite d .
3. En déduire une équation de la droite perpendiculaire à d passant par A .
4. En déduire les coordonnées du point H , projeté orthogonal du point A sur la droite donnée.

 **Exercice 12** On considère la droite d d'équation cartésienne $-2x + 3y + 3 = 0$ et le point $N(-4; -1)$.

1. Donner un vecteur normal à la droite d .
2. En déduire une équation de la droite perpendiculaire à d passant par N .
3. En déduire les coordonnées du point H , projeté orthogonal du point N sur la droite donnée.

 **Exercice 13** On considère la droite d d'équation réduite $y = \frac{5}{4}x + \frac{1}{4}$ et le point $S(-2; -3)$.

1. Donner un vecteur normal à la droite d .
2. En déduire une équation réduite de la droite perpendiculaire à d passant par F .
3. En déduire les coordonnées du point G , projeté orthogonal du point F sur la droite donnée.

 **Exercice 14** On considère la droite d d'équation cartésienne $7x - 3y + 1 = 0$ et le point $G(9; 2)$.

1. Donner un vecteur normal à la droite d .
2. En déduire une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à d passant par G .
3. En déduire les coordonnées du point D , projeté orthogonal du point G sur la droite donnée.
4. Déterminer les coordonnées du point N , projeté orthogonal du point G sur la droite d'équation $x = 2$.
5. Montrer que N est le projeté orthogonal du point D sur la droite (NG)

Des droites perpendiculaires et des projets orthogonaux

 **Exercice 15** Dans chacun des cas suivants, donner une équation cartésienne de la droite perpendiculaire à la droite d et passant par le point A donné.

1. $d : x - 3y + 5 = 0$ et $A(3; 2)$
2. $d : 2x - 3y + 1 = 0$ et $A(-3; -1)$
3. $d : y = -3x + 1$ et $A(-2; 0)$

 **Exercice 16** On donne la droite d d'équation cartésienne $-5x + 3y - 1 = 0$ et le point $F(2; 1)$

1. Déterminer une équation de la droite perpendiculaire passant par F
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de F sur d .

 **Exercice 17** On donne les points $A(5; 0)$, $B(-2; 2)$ et $C(-3; -4)$.

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB)
2. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point C sur la droite (AB).

 **Exercice 18** On donne deux points $A(-1; 2)$ et $B(3; 4)$.

1. Déterminer les coordonnées du milieu I du segment $[AB]$.
2. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} .
3. Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$.

 **Exercice 19** On considère le triangle ABC où $A(2; 1)$, $B(0; -2)$ et $C(-3; -1)$. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal du point A sur le côté $[BC]$.

Distances et longueurs

 **Exercice 20** On considère un triangle ABC avec $A(1; -3)$, $B(-2; 4)$ et $C(3; 0)$.

1. Déterminer les coordonnées du vecteur \overrightarrow{BC} .
2. Déterminer une équation cartésienne de la hauteur issue de A dans le triangle ABC .
3. Déterminer les coordonnées de H projeté orthogonal de A sur $[BC]$
4. Calculer la longueur du segment AH .
5. En déduire l'aire du triangle ABC .

 **Exercice 21** On considère les droites d et d' d'équations cartésiennes $x - 3y + 4 = 0$ et $3x + 2y - 1 = 0$, ainsi que le point $A(5; -1)$.

1. Déterminer les coordonnées du projeté du point A sur la droite d .
2. en déduire la distance du point A à la droite d .
3. Déterminer les coordonnées du projeté de point A sur la droite d' .
4. En déduire la distance de point A à la droite d' .
5. en déduire si le point A est plus proche de d ou de d' .