

Probabilités conditionnelles

Calculs de probabilité conditionnelles

Exercice 1 Soit A et B deux événements dont nous savons que : $p(A) = 0,35$, $p_A(B) = 0,42$ et $p_{\bar{A}}(\bar{B}) = 0,18$.

1. Placer les données sur un arbre pondéré.
2. Compléter l'arbre avec les probabilités manquantes.

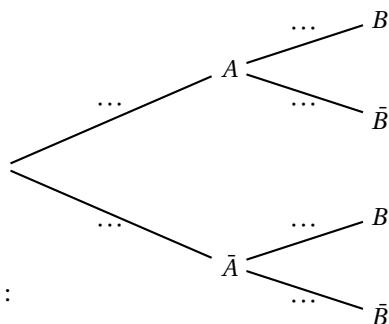
Exercice 2 Soit A et B deux événements.

1. On donne : $p(A) = 0,45$ et $P(A \cap B) = 0,15$. Calculer $p_A(B)$.
2. On donne : $p(A) = 0,38$ et $p_A(B) = 0,5$. Calculer $P(A \cap B)$.
3. On donne : $P(A \cap B) = 0,18$ et $p_A(B) = 0,6$. Calculer $p(A)$.

Exercice 3 Les données d'un exercice de probabilité ont conduit au tableau suivant :

	B	\bar{B}	
A	0,2		0,4
\bar{A}			
	0,3		1

1. Compléter le tableau précédent.
2. Déterminer $p(A \cap B)$ et $p(A \cup B)$.
3. A partir du tableau précédent, compléter l'arbre pondéré ci-contre :



Exercice 4 On dispose des informations suivantes sur une société :

- (1) Elle comporte 40% de cadres.
- (2) 20% des cadres sont des femmes.
- (3) Parmi les employés qui ne sont pas cadres, 60% sont des femmes.

On prend au hasard la fiche d'un des employés et on considère les événements suivants :
 C : « L'employé est un cadre » ; F : « L'employé est une femme ».

1. Traduire les données en termes de probabilités, en utilisant les événements C et F .
2. Représenter la situation par un arbre pondéré.
3. Calculer la probabilité pour qu'un employé interrogé soit une femme cadre.

Exercice 5 Dans un lycée, 98% des élèves de première générale disposent d'une connexion Internet à leur domicile. 99% des élèves qui disposent de cette connexion, ont également un téléphone portable.

La proportion d'élèves ayant un téléphone portable est deux fois moins grande parmi ceux qui n'ont pas de connexion Internet à leur domicile.

Les élèves de première générale ont rempli une fiche indiquant leurs moyens de communication. On tire au hasard l'une de ces fiches.

1. Traduire les informations données par l'énoncé en termes de probabilités.
2. Quelle est la probabilité que cet élève ne dispose ni de connexion Internet, ni de téléphone portable.

Exercice 6 Une enquête sur l'ensemble des clients d'un garage durant l'année passée, montre que 55% des acheteurs potentiels d'un modèle automobile souhaitent qu'il soit équipé d'un GPS intégré, 65% souhaitent la climatisation et 30% souhaitent les deux.

1. Établir un tableau illustrant cette situation.
2. On choisit au hasard une fiche de l'un des clients de ce garage. Quelle est la probabilité qu'il ne souhaite pas de GPS intégré? qu'il souhaite au moins l'un des deux équipements?
3. On choisit au hasard un individu parmi ceux qui souhaitent la climatisation. Quelle est la probabilité qu'il souhaite aussi un GPS? Donner l'arrondi au centième.
4. Calculer la probabilité pour qu'un client, qui ne souhaite pas le GPS, souhaite la climatisation. Donner l'arrondi au centième.

Formules des probabilités totales

Exercice 7 Une agence de voyage propose deux durées de séjours, le week-end ou la semaine, et deux types de destinations, France ou étranger.

Parmi les dossiers de l'agence on constate que :

- 60% des séjours ont lieu en France;
- 45% des séjours en France durent une semaine;
- 75% des séjours à l'étranger durent une semaine.

On choisit un dossier au hasard et on note :

- F l'événement : « Le séjour a lieu en France »;
- S l'événement : « Le séjour dure une semaine »;
- E l'événement contraire de F .

1. En utilisant les données de l'énoncé, déterminer les probabilités suivantes :

a) $P(F)$ b) $P_F(S)$ c) $P_E(S)$.

2. Dessiner un arbre pondéré modélisant cette situation.

3. Calculer $P(F \cap S)$, $P(E \cap S)$.

4. Calculer $P(F \cap \bar{S})$, $P(E \cap \bar{S})$.

5. En déduire $P(S)$ et $P(\bar{S})$.

Exercice 8 Dans l'ensemble des classes de terminale générale, en 2011, il y avait 45% de garçons. 88% des filles ont été reçues au bac et seulement 86% des garçons. On rencontre au hasard un élève qui était en terminale cette année-là. On note :

- G l'événement : « l'élève rencontré est un garçon »;
- F l'événement : « l'élève rencontré est une fille »;
- R l'événement : « l'élève rencontré a été reçu au bac »;

1. En utilisant les notations ci-dessus, traduire en langage des probabilités la phrase : « 88% des filles ont été reçues au bac ».
2. Établir un arbre pondéré modélisant cette situation.
3. Calculer les probabilités $p(G \cap R)$ et $p(F \cap R)$.
4. En déduire $p(R)$.

Exercice 9 Une maladie affecte le cheptel bovin d'une région. On estime que 10% des bovins sont atteints.

Un test permet de diagnostiquer la maladie et on établit que :

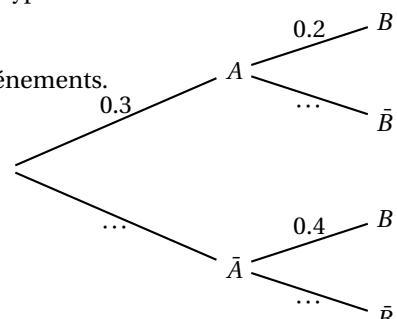
- quand un animal est malade, le test est positif dans 85% des cas;
- quand un animal n'est pas malade, le test est négatif dans 95% des cas.

Un animal est pris au hasard dans le cheptel bovin de cette région.

1. Indiquer deux événements liés à cette situation et préciser les deux événements contraires.
2. Construire un arbre pondéré représentant cette situation et adapté aux hypothèses.
3. Déterminer la probabilité que le test soit erroné.

Exercice 10 L'arbre pondéré modélise une situation où A et B sont deux événements.

1. Lire les valeurs de $p_A(B)$ et de $p_{\bar{A}}(B)$.
2. Compléter l'arbre pondéré.
3. En déduire les probabilités suivantes :
 - a) $P(A \cap B)$
 - b) $P(A \cap \bar{B})$
 - c) $P(\bar{A} \cap B)$
 - d) $P(\bar{A} \cap \bar{B})$.
4. Vérifier que la somme des quatre probabilités précédentes est égale à 1.



Exercice 11 On teste l'efficacité d'un médicament sur un échantillon d'individus ayant un taux de glycémie anormalement élevé.

- Dans cette expérimentation, 50% des individus prennent le médicament, les autres reçoivent un placebo.

On étudie la baisse du taux de glycémie après l'expérimentation.

- On constate une baisse significative de ce taux chez 80% des individus ayant pris le médicament.
- On ne constate aucune baisse significative pour 90% des individus ayant pris le placebo.

On tire au hasard la fiche de l'une des personnes de cet échantillon. Calculer la probabilité que son taux de glycémie ait baissé significativement.

Exercice 12 Un revendeur achète des pièces à trois fournisseurs A , B et C . 60% de sont stock provient de A , 15% de B et le reste de C . 2% des pièces venant de A sont défectueuses, ainsi que 1% de celles venant de B et 0,5% de celles qui viennent de C .

Chaque pièce est référencée. On tire au hasard l'une de ces références.

1. Quelle est, arrondie au millième, la probabilité qu'elle soit défectueuse ?
2. La pièce choisie est défectueuse. Calculer une valeur approchée de la probabilité qu'elle provienne du fournisseur A .

Exercice 13 A l'entrée d'un parc d'attraction, on peut acheter son billet soit à un guichet, soit à une caisse automatique. Dans les deux cas, on peut payer soit par carte bancaire, soit en argent liquide.

80% des clients choisissent d'aller au guichet et utilisent alors leur carte bancaire dans 5% des cas.

Les utilisateurs de la caisse automatique paient par carte bancaire dans 65% des cas.

Chaque jour, on tire au hasard une des contremarques pour désigner l'heureux bénéficiaire du remboursement de son billet.

Calculer la probabilité pour que le gagnant ait payé par carte bancaire.

Exercice 14 Une entreprise vend des calculatrices. Le service après-vente s'est aperçu qu'elles pouvaient présenter deux types de défauts, l'un lié au clavier et l'autre lié à l'affichage.

Des études statistiques ont permis à l'entreprise d'utiliser la modélisation suivante :

- La probabilité pour une calculatrice tirée au hasard de présenter un défaut de clavier est égale à 0,04.
- En présence du défaut de clavier, la probabilité que la calculatrice soit en panne d'affichage est de 0,03.
- En l'absence de défaut clavier, la probabilité de ne pas présenter de défaut d'affichage est de 0,94. On note C l'événement « la calculatrice présente un défaut de clavier » et A l'événement « la calculatrice présente un défaut d'affichage ».

1. a. Déterminer les probabilités suivantes : $p_{\bar{C}}(\bar{A})$, $p_C(A)$ et $p(C)$.
 - b. Construire un arbre pondéré décrivant cette situation.
2. On choisit une calculatrice au hasard.
 - a. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente les deux défauts.
 - b. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente au moins un défaut.
 - c. Calculer la probabilité pour que la calculatrice présente le défaut d'affichage mais pas le défaut de clavier.

Exercice 15 Pour recruter des stagiaires, une entreprise organise des tests de sélection. Parmi les candidats qui se présentent aux épreuves, il y a 60% de garçons. Après avoir pris connaissance des résultats aux tests, l'entreprise engage 70% des garçons candidats et 80% des filles candidates.

On rencontre au hasard un candidat qui s'est présenté aux tests.

1. Quelle est la probabilité que ce candidat soit un garçon et qu'il soit engagé comme stagiaire ?
2. Quelle est la probabilité que ce candidat soit une fille et qu'elle soit engagée comme stagiaire ?
3. Calculer la probabilité que ce candidat soit engagé.

Exercice 16 Une situation est modélisée par l'arbre ci-dessous. A et B désignant deux événements. En utilisant l'arbre de gauche, compléter l'arbre de droite :

