

## Indépendance de deux événements

 **Exercice 1** On considère les événements  $A$  et  $B$  de probabilités respectives  $\frac{7}{8}$  et  $\frac{2}{7}$  et tels que  $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ .  $A$  et  $B$  sont-ils indépendants ?

 **Exercice 2** On lance un dé équilibré à six faces et on considère les événements suivants.

- $A$  : « le résultat est un nombre supérieur ou égale à 4 »

- $B$  : « le résultat est un nombre pair »

1. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

2. Comment remarque-t-on sur l'arbre que  $A$  et  $B$  ne sont pas indépendants ?

 **Exercice 3** Les événements  $A$  et  $B$  de probabilités respectives 0,5 et 0,7 sont indépendants.

1. Calculer  $P(A \cap B)$

2. Calculer  $P(\bar{A} \cap B)$  de deux manières différentes.

 **Exercice 4** Les événements  $A$  et  $B$  sont indépendants. on sait que  $P(A) = 0,8$  et  $P(A \cap B) = 0,45$ . Calculer  $P(B)$ .

 **Exercice 5** Les événements  $A$  et  $B$  sont indépendants et ont la même probabilité. De plus,  $P(A \cap B) = 0,25$ . Calculer  $P(A)$ .

 **Exercice 6** Dans chacun des cas suivants, dire si les événements  $A$  et  $B$  sont indépendants.

1.  $P(A) = 0,2$ ,  $P(B) = 0,8$  et  $P(A \cap B) = 0,9$ .

2.  $P(A) = 0,4$ ,  $P(B) = 0,8$  et  $P(A \cap B) = 0,32$ .

3.  $P(A) = 0,5$ ,  $P(B) = 0,3$  et  $P(A \cup B) = 0,95$ .

4.  $P(A) = 0,48$ ,  $P(B) = 0,25$  et  $P(A \cap B) = 0$ .

 **Exercice 7** Soient  $A$  et  $B$  deux événements indépendants tels que  $P(\bar{A}) = 0,6$  et  $P(A \cap B) = 0,3$ . Calculer  $P(A)$  puis  $P(B)$ .

 **Exercice 8** Soient  $A$  et  $B$  deux événements incompatibles de probabilités non nulle. Démontrer que  $A$  et  $B$  ne sont pas indépendants.

 **Exercice 9** On considère deux personnes auxquelles on confie à chacune un jeu de 32 cartes. Ces deux personnes tirent une carte simultanément et sans se voir. Quelle est la probabilité d'obtenir deux rois ?

 **Exercice 10** On considère deux événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(A) = p$ ,  $P(B) = P(\bar{A})$  et  $P(A \cap B) = 0,2p + 0,15$ .

1. Montrer que, pour tout  $p \in \mathbb{R}$ ,  $-p^2 + 0,8p - 0,15 = (0,3 - p)(p - 0,5)$

2. Trouver la probabilité  $p$  telle que  $A$  et  $B$  soient indépendants.

 **Exercice 11** On considère deux événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(A \cap B) = 0,8$  et  $P(A \cup B) = 0,9$ .

1. Montrer que, pour tout  $p \in \mathbb{R}$ ,  $x^2 - 1,7x + 0,8 = (x - 0,85)^2 + 0,0775$ .

2. Montre que  $A$  et  $B$  ne peuvent pas être indépendants.

 **Exercice 12** Dans un collège, les élèves doivent choisir une option parmi « latin » et « théâtre » et une langue vivante parmi « allemand » et « italien ». Le tableau ci-dessous donne la répartition des élèves.

1. Les événements « faire du théâtre et de l'italien » et « faire du théâtre » sont-ils indépendants ?
2. Les événements « faire du latin » et « faire de l'allemand » sont-ils indépendants ?
3. Les événements « faire du latin » et « faire du théâtre » sont-ils indépendants ?

	Italien	Allemand	Total
Latin	30	120	150
Théâtre	90	80	170
Total	120	200	320

 **Exercice 13** Soit  $A$  un événement qui est indépendants de lui-même. Démontrer que l'événement certain est  $A$  ou  $\bar{A}$ .