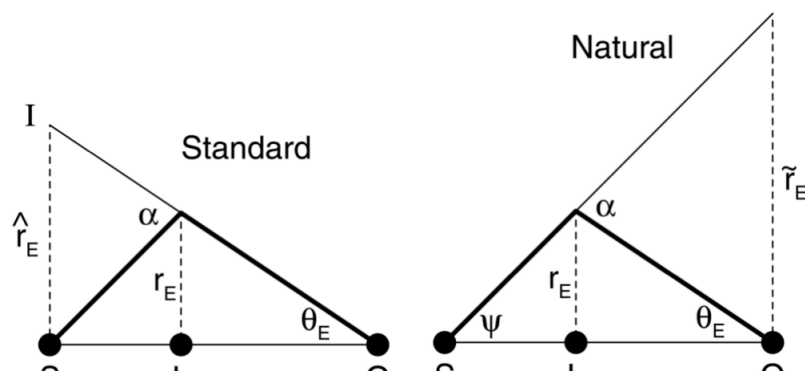
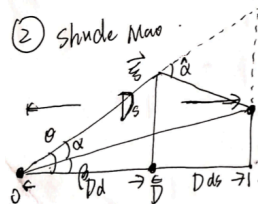


微引力透镜视差

1. 首先通过行星的有限元效应得到 $\rho = \frac{\theta_*}{\theta_E}$ (MCMC参数之一)，再测量源的角径即可得 θ_E 。
2. 测量源的角径：
 - a. 测量（修正消光后的）颜色 $(V-I)_0$ 、（修正消光后的）视星等 I_0 。前者可得源的面亮度 σ ，后者可得流量。 $L = 4\pi(\theta_* D_{OS})^2 \sigma = 4\pi D_{OS}^2 f$ ，即可得角径。
 - b. 通过微引力透镜模型计算instrumental星等（fs to mag）、instrumental颜色 $(-2.5\log_{10}(f_{s,v}/f_{s,i}))$ ，然后源就可以画在instrumental color-magnitude diagram (CMD) 上面，和red giant clump比较可得修正消光后的颜色和星等。（比如：研究核球方向的源，就与核球方向的红团簇星比较。已知附近的未被消光的红团簇星的星等/颜色，于是可知核球方向恒星在V、I波段中被消光的百分比）
3. 下图两种作图方法在几何上是等效的，但右图中的 \tilde{r}_E 是可测量量，通过地球运动所带来的光变曲线变化可以得到： $\pi_E = \frac{1\text{AU}}{\tilde{r}_E}$ 。



S L O S L O



小角近似 + 点透镜

$$\eta + D_S \hat{\alpha} = \frac{D_S}{D_d}$$

同时 $D_S \hat{\alpha} = \frac{D_S}{D_d} \hat{\alpha}$

$$\beta + \alpha = 0$$

结论: $\hat{\alpha} = \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{b}$

$\therefore \alpha = \frac{D_S}{D_d} \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{b} = \frac{D_S}{D_d} \frac{4GM}{c^2} \frac{1}{D_d \theta} = \frac{\theta_E^2}{\theta}$

$\Rightarrow \beta + \frac{\theta_E^2}{\theta} = 0$

若 $\beta > 0$, $\theta = \theta_E$ Einstein ring

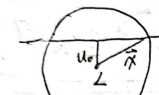
$= \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_S}{D_d}} \sim 0.55 \text{ mas}$

$$\textcircled{1} \tilde{r}_E = \theta_E \cdot \frac{D_{OS}}{D_{SL}} = \left(\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{OS} \cdot D_{OL}}{D_{SL}} \right)^{\frac{1}{2}}$$

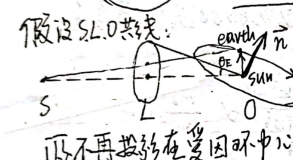
$$\textcircled{2} \chi = \frac{\beta}{\theta_E}$$

$$\vec{x}_{\text{相对}}(t) = \vec{u}_0 + \vec{w}(t-t_0)$$

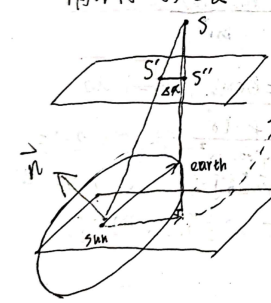
与透镜的相对速度?



假设太阳运动, 则在太阳静止系中 L, S 都运动 把望远镜对准 S 观测, 即有上述模型



假设 \vec{w} 与 SLO 同向, 则 \vec{w} 在爱因斯坦环投影的偏离为 $\frac{1 \text{ AU}}{D_{OS}} \cdot D_{SL}$, 用爱因斯坦半径归一化: $\chi = \frac{1 \text{ AU}}{\tilde{r}_E}$ def: π_E



夹角大小, 爱因斯坦环平面与不需区分垂直于 $SS'O_{\text{sun}}$ 还是 $SS'O_{\text{earth}}$. 因此地球轨道在爱因斯坦环平面上投影为一个椭圆, 就很好求 $\chi(t)$ 了.

$\pi_E \sin(\omega(t-t_0) + \varphi) + \pi_E \cos \psi \cos(\omega(t-t_0) + \varphi)$

$$\vec{x}_{\text{相对}}(t) = \vec{u}_0 + \vec{w}(t-t_0) + \Delta \chi(t)$$

由 $\textcircled{1} \rightarrow$ 可得 $\pi_{\text{rel}} \xrightarrow{\text{由 } \theta_E^2 = \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{OS}}{D_{SL}}}$ 可得 M_L 若 L 有行星, 可得行星质量.

Δx 是源在爱因斯坦环平面的位置偏差, 上述讨论中不需要假设 SLO 共线.

4. 现在已知 $\pi_{\text{rel}} = \frac{D_{SL}}{D_{OS} D_{OL}}$, 而源的位置好确定 (如在核球中), 可得 D_{OL} .