

## ZETTEL 11

FLORIAN LERCH(2404605)/WALDEMAR HAMM(2410010)

### Aufgabe 34.

a). Induktionsanfang( $y=1$ ):

$$ack(1, 1) = ack(0 + 1, 0 + 1) = ack(0, ack(0 + 1, 0)) = ack(0, ack(1, 0)) = ack(0, 1) = 2$$

$$2 * 0 = 2$$

Induktionsvoraussetzung:

$$ack(1, y) = 2 * y \text{ gilt für ein } y \in \mathbb{N} \geq 1$$

Induktionsschritt:

$$\text{z.Z.: } ack(1, y + 1) = 2 * (y + 1) = 2y + 2$$

$$ack(1, y + 1) = ack(0, ack(1, y)) =_{I.V.} ack(0, 2 * y) = 2y + 2$$

b). Induktionsanfang( $y=0$ ):

$$ack(2, 0) = ack(1 + 1, 0) = 1$$

$$2^0 = 1$$

Induktionsvoraussetzung( $y=0$ ):

$$ack(2, y) = 2^y \text{ gilt für ein } y \geq 0 \in \mathbb{N}$$

Induktionsschritt:

$$\text{z.Z.: } ack(2, y + 1) \stackrel{!}{=} 2^{y+1} = 2^y * 2$$

$$ack(2, y + 1) = ack(1, ack(2, y)) =_{I.V.} ack(1, 2^y) = 2^y * 2$$

**Aufgabe 35.**  $h : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}$

$$\text{Sei } h(a, b) := \begin{cases} a - b = sub(a, b) & (\text{falls } a \text{ gerade}) \\ \text{nicht definiert} & (\text{sonst}) \end{cases}$$

**Aufgabe 36.**  $\alpha_1 := X_2 := X_2 - 1$

$$\alpha_2 := \underline{while} X_2 \neq 0 \underline{do} X_2 := X_2 - 1; X_1 := X_1 - 1 \underline{od}$$

$$[[\alpha_1]]^{(2)}(\alpha_1, \alpha_2) = [[\alpha_1 := X_2 := X_2 - 1]]^{(2)}(\alpha_1, \alpha_2)$$

$$= (\alpha_1, \alpha_2 - 1)$$

$$[[\alpha_2]]^{(2)}(\alpha_1, \alpha_2) = [[\underline{while} X_2 \neq 0 \underline{do} X_2 := X_2 - 1; X_1 := X_1 - 1 \underline{od}]]^{(2)}(\alpha_1, \alpha_2)$$

$$= (\alpha_1 - 1, \alpha_2 - 1)^{\alpha_2}$$

$$[[P]](\alpha_1) = (\underline{out}_1^{(2)} \circ [[\alpha_2]]^{(2)} \circ [[\alpha_1]]^{(2)} \circ \underline{in}_2^{(2)})(\alpha_1, \alpha_2)$$

$$= (\underline{out}_1^{(2)} \circ [[\alpha_2]]^{(2)} \circ [[\alpha_1]]^{(2)})(\alpha_1, \alpha_2)$$

$$= (\underline{out}_1^{(2)} \circ [[\alpha_2]]^{(2)})(\alpha_1, \alpha_2 - 1)$$

$$= (\underline{out}_1^{(2)})(\alpha_1 - (\alpha_2 - 1), 0)$$

$$= \alpha_1 - (\alpha_2 - 1)$$

$$\Rightarrow [[P_n]] : \mathbb{N}^2 \rightarrow \mathbb{N}, (\alpha_1, \alpha_2) \mapsto (\alpha_1 - (\alpha_2 - 1))$$