ZETTEL 10

FLORIAN LERCH(2404605)/WALDEMAR HAMM(2410010)

Aufgabe 30. $A = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \bar{b}, F)$
$Q = \{q_0, q_1, q_f\}$
$\Sigma = \{0, 1\}$
$\Gamma = \{0, 1, \bar{b}\}$
$F = \{q_f\}$
$\delta :$

q_0	0	0	N	q_f	wenn erstes Zeichen 0: 2erkomplement und Binär identisch, also fertig
q_0	1	1	R	q_1	Phase 1: jedes Bit (bis auf das erste) umdrehen
q_1	1	0	R	q_1	Phase 1: jedes Bit (bis auf das erste) umdrehen
q_1	0	1	R	q_1	Phase 1: jedes Bit (bis auf das erste) umdrehen
q_1	$\bar{b}$	$\bar{b}$	L	q_2	Phase 2: 1 addieren, also von Rechts nach Links
q_2	1	0	L	q_2	jedes Bit umdrehen, bis eine 0 gelesen wird
q_2	0	1	N	q_f	

Aufgabe 31.

$s_n = \underline{\text{in}}(X_1);\underline{\text{var}}(X_,X_);$
$\quad X_2 = 0;$
$\quad X_3 = 0;$
$\quad \underline{\text{loop}}X_1(X_2 = X_3 + 1);$
$\quad \underline{\text{out}}(X_2);$

$\alpha_1 := X_2 := 0$
$\alpha_2 := X_3 := 0$
$\alpha_3 := \underline{loop}X_1(X_2 = X_3 + 1)$

$$[[\alpha_1]]^{(3)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = [[\alpha_1 := X_2 := 0]]^{(3)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$
$$= (\alpha_1, 0, \alpha_3)$$

$$[[\alpha_2]]^{(3)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = [[\alpha_2 := X_3 := 0]]^{(3)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$
$$= (\alpha_1, \alpha_2, 0)$$

$$[[\alpha_3]]^{(3)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3) = [[\underline{loop}X_1(X_2 := X_3 + 1)]]^{(3)}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$
$$= ([[X_2 := X_3 + 1]]^{(3)})^{\alpha_1}(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$

Für $\alpha_1 > 0$:
$$= (\alpha_1, \alpha_3 + 1, \alpha_3)(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$
Für $\alpha_1 = 0$:
$$= (\alpha_1, \alpha_3, \alpha_3)(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$$

$$[[S_n]](\alpha_1) = (\underline{out}_2^{(3)} \circ [[\alpha_3]]^{(3)} \circ [[\alpha_2]]^{(3)} \circ [[\alpha_1]]^{(3)} \circ \underline{in}_3^{(1)})(\alpha_1)$$
$$= (\underline{out}_2^{(3)} \circ [[\alpha_3]] \circ [[\alpha_2]]^{(3)} \circ [[\alpha_1]]^{(3)})(\alpha_1, 0, 0)$$
$$= (\underline{out}_2^{(3)} \circ [[\alpha_3]] \circ [[\alpha_2]]^{(3)})(\alpha_1, 0, 0)$$
$$= (\underline{out}_2^{(3)} \circ [[\alpha_3]])(\alpha_1, 0, 0)$$

Für $\alpha_1 > 0$:
$$= (\underline{out}_2^{(3)})(\alpha_1, 1, 0) = 1$$
Für $\alpha_1 = 0$:
$$= (\underline{out}_2^{(3)})(\alpha_1, 0, 0) = 0$$

$$\Rightarrow [[S_n]] : \mathbb{N} \to \mathbb{N}, (\alpha_1) \to \begin{cases} 1 & \text{falls } \alpha_1 > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Aufgabe 32.

a). Es gilt: $power(a,0) = 1 = C_0^{(1)}(a) + 1 = S(C_0^{(1)}(a)) = S \circ [C_0^{(1)}](a)$
und $power(a,b+1) = power(a,b) * a = mult(power(a,b),a) = mult \circ [p_3^{(3)}, p_1^{(3)}](a,b,power(a,b))$
Dies entspricht dem Schema mit $f = \circ[C_0^{(1)}]$ und $g = mult \circ [p_3^{(3)}, p_1^{(3)}]$

b). Es gilt: $anz(0) = 1 = C_0^{(0)}() + 1 = S(C_0^{(0)}()) = S \circ [C_0^{(0)}]()$
Dies entspricht im Schema $f = S \circ [C_0]^{(0)}]$
Ferner gilt: $anz(n+1) = 4^n - anz(n) + anz(n) * 3 = 4^n + anz(n) * 2$
$= power(C_4^{(1)}(n), n) - mul(anz(n), C_3^{(0)}()) = sub(power(C_4^{(0)}(), n), mul(anz(n), C_3^{(0)}()))$