

به نام خدا

تمرین کامپیوتری اول

درس فرآیندهای تصادفی

موعده تحویل: ۱۴۰۲/۰۸/۲۱

استاد: دکتر بهنیا

نکات تحویل تمرین:

- (۱) برای انجام این تمرین از MATLAB استفاده کنید.
- (۲) برای این تمرین لازم است که علاوه بر نوشتن کدهای مورد نیاز، یک فایل گزارش به فرمت pdf. برای پاسخگویی به پرسشهای مطرح شده و درج نتایج و توضیح آنها تحویل بدهید.
- (۳) کد هر سوال را در یک m. فایل جداگانه با نام شماره سوال بنویسید. قسمت‌های مختلف یک سوال را با %% از هم جدا و نام‌گذاری کنید.
- (۴) کامنت‌گذاری مناسب انجام دهید.
- (۵) برای نمودارها عناوین مناسب استفاده کنید.
- (۶) در نهایت باید یک فایل به فرمت zip. تحویل بدهید که حاوی کدها و گزارش شما باشد.
- (۷) سوالات خود را از طریق ایمیل sm.matin.alemohammad@gmail.com مطرح کنید.

۱- الف) تابع چگالی احتمال متغیر تصادفی $Y = X^2$ را برحسب تابع چگالی احتمال $f_X(x)$ بدست آورید.
($f_Y(y) = ?$)

ب) نشان دهید در حالتی که $X \sim N(0, 1)$ باشد، Y توزیع chi-square با درجه آزادی یک دارد. $f_Y(y)$ را در این حالت رسم کنید.

ج) 10000 نمونه تصادفی از $X \sim N(0, 1)$ تولید کنید. با مقادیر تولیدشده، $f_Y(y)$ را تقریب بزنید و رسم کنید.
د) نمودارهای قسمت ب و ج را با هم مقایسه کنید.

۲- الف) به تعداد 10000 نمونه از یک فرآیند نویز سفید گوسی با واریانس $\sigma_X^2 = 5$ تولید کنید.
ب) تابع خودهمبستگی این فرآیند، $R_{XX}(\tau)$ ، را از روی نمونه‌های تولیدشده در بازه $-10 \leq \tau \leq 10$ به طور عددی محاسبه و رسم کنید.

ج) از روی مقادیر محاسبه‌شده برای $R_{XX}(\tau)$ ، تابع چگالی طیف توان این فرآیند، $S_{XX}(\omega)$ ، را به طور عددی محاسبه و در بازه $-\pi \leq \omega \leq \pi$ رسم کنید.

د) نتایج بدست آمده را با محاسبات نظری توجیه کنید.
نکته: برای اینکه به نتایج بهتری برسید، روند نمونه‌برداری از فرآیند و محاسبه $R_{XX}(\tau)$ و $S_{XX}(\omega)$ را به تعداد زیاد تکرار کنید و روی نتایج میانگین بگیرید.

۳- معادله تفاضلی زیر بین ورودی $v[n]$ و خروجی $x[n]$ یک سیستم خطی و پایدار برقرار است:

$$x[n] = \frac{1}{2}x[n-1] + v[n] - \frac{1}{3}v[n-1]$$

الف) نوع فرآیند خروجی را مشخص کنید. (AR, MA, ARMA)

ب) 10000 نمونه نویز سفید گوسی با میانگین صفر و واریانس یک تولید کنید و خروجی‌های $x[n]$ را بسازید. سپس از روی مقادیر تولیدشده، توابع خودهمبستگی $R_{XX}[m]$ و همبستگی متقابل $R_{XV}[m]$ را در بازه $|m| \leq 50$ و طیف توان $S_{XX}(\omega)$ و $S_{XV}(\omega)$ را در بازه $|\omega| \leq \pi$ تقریب بزنید و رسم کنید.

ج) نتایج قسمت ب را با محاسبات نظری توجیه کنید.

د) تابع تبدیل سیستم را بدست آورید. آیا معکوس این سیستم هم پایدار است؟