

実験レポート P1

東京大学工学部電気電子工学科 03210517

藤田 誠之

April 15, 2021

1 実験方法

1.1 直列共振回路の測定

- インダクタンス, キャパシタンス, 抵抗を組み合わせで直列共振回路を構成する. インダクタとして $47\mu\text{H}$ のマイクロインダクタを使用し, 共振周波数 f_0 となるような素子の値を計算すると, $C = 540\text{pF}$, $R = 29.53\Omega$ となる. 実際に使用した素子の値をマルチメータを用いて計測したところ $C = 467.4\text{pF}$, $R = 29.85\Omega$, $L = 47.30\mu\text{H}$ となり, 実際の共振周波数は 1.0MHz という計算になった.
- ハンダゴテを使い, 基盤に差し込んだ素子を以下のように組んではんだ付けをして回路を作成した.
- ファンクションジェネレーターを使い, 図 1 の回路図の電源電圧の部分につなげて回路に正弦波の交流電圧をかけた.
- ファンクションジェネレーターにかける電圧の周波数を変え, オシロスコープを用いて図 1 の V_1 と V_2 の部分の電圧の振幅および位相のズレを測定した.
- 使用したオシロスコープは IWATSU DIGITAL OSCILLOSCOPE DS-5102 である.
- 使用したファンクションジェネレーターは TEXIO SYNTHESIZED FUNCTION GENERATOR FG-274 である.
- デジタルマルチメーターは KEYSIGHT U1733C である.
- 図 1 の抵抗に可変抵抗を直列でつなげた.
- ファンクションジェネレーターの電圧を正弦波に変え, オシロスコープを観測しながら可変抵抗の値を上下させた.
- 回路を変更後のものに置き換えて電圧の計測をした.
- 方形波の電圧をかけ, ステップ応答をさせ, 結果をオシロスコープから出力した.

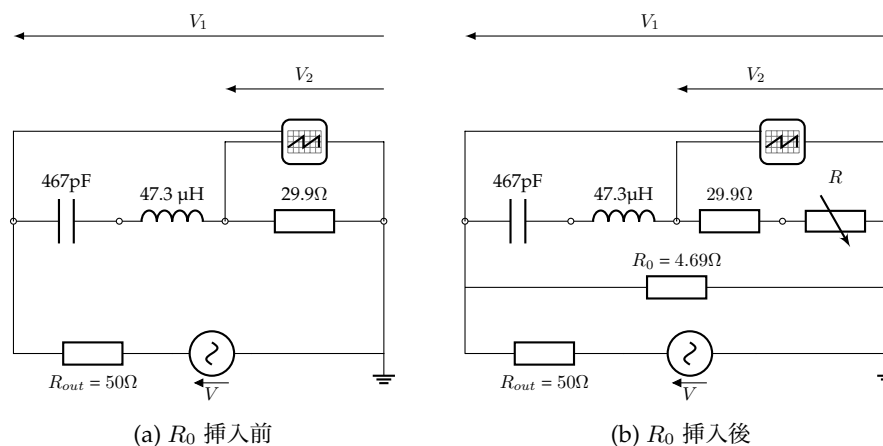


図 1: RLC 直列共振回路

1.2 RC 4端子網回路の測定

- 図に示すような LPF と HPF の RC 4 端子網を作成した. 使用した抵抗, コンデンサはそれぞれ抵抗値, キャパシタンスが $R = 999\Omega$, $C = 124.9nF$ のものである.
- ハンダゴテを使い, 基盤に差し込んだ素子をはんだ付けした.
- ファンクションジェネレーターを使い, 図 2 の回路図の電源電圧の部分につなげて回路に正弦波の交流電圧をかけた.
- ファンクションジェネレーターにかける電圧の周波数を変え, オシロスコープを用いて図 2 の V_1 と V_2 の部分の電圧の振幅および位相のズレを測定した.
- 方形波の電圧をかけ, ステップ応答を記録し, オシロスコープから出力した.

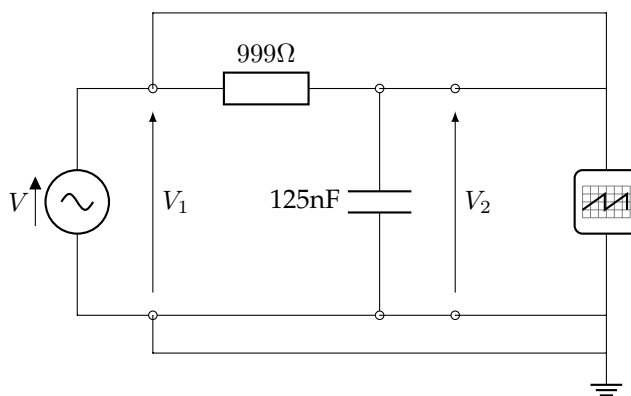


図 2: 低域通過型 RC 回路

2 実験結果

2.1 直列共振回路の測定

(1)(a) 実験方法で書いたとおりに測定した値を取り, 周波数を横軸, V_2/V_1 の値を dB 表示したものを縦軸として表示したグラフものが以下のグラフである. ただし, 実際に使用したインダクタンス, キャパシタンス, 抵抗の値を使い理論値として計算したものを実線で表した. 1MHz 付近で振幅の比がピークとなっていることが分かる.

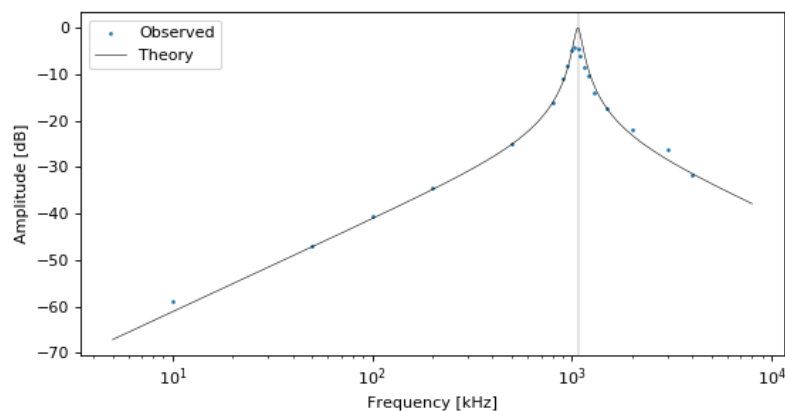


図 3: 直列共振 RLC 回路の振幅応答

また, 縦軸を位相として表示したものが以下である. 設計通り, 1MHz 付近で位相が大きく動いていることが分かる.

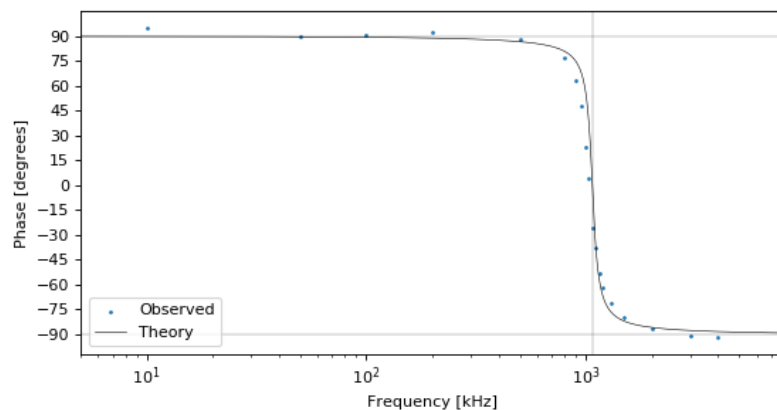


図 4: 直列共振 RLC 回路の振幅応答

(1)(b) 実験方法で述べた通りの方法で臨界的になる周波数を探した. 抵抗 R_0 を入れない場合の臨界値は 463Ω , 抵抗 R_0 を入れた場合の臨界値は 533Ω と計測された. また, ステップ応答は以下ようになった.

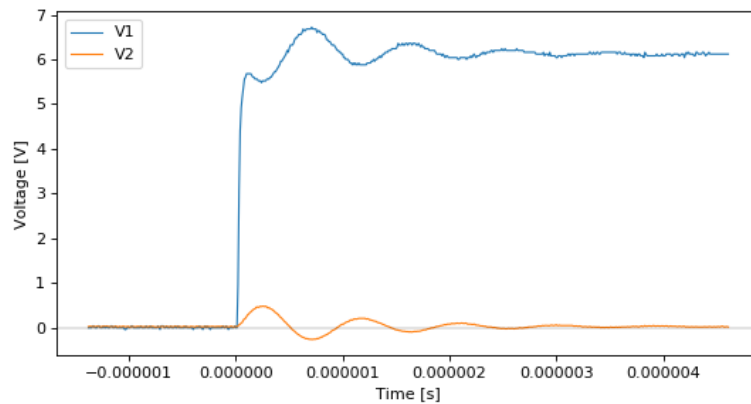


図 5: 直列共振 RLC 回路の振幅応答

2.2 RC 4 端子網回路の測定

(2)(a) こちらも同じく, 実験方法に書いた通りに測定した値を用い, 横軸を周波数, 縦軸を V_2/V_1 の dB 表示したものが以下のグラフである. 黒の実線は使用した抵抗とキャパシタンスの値を用いて計算した理論値である. グラフから, 低周波数領域は通しており, また 1213Hz 付近から信号を通さなくなっていることが分かる.

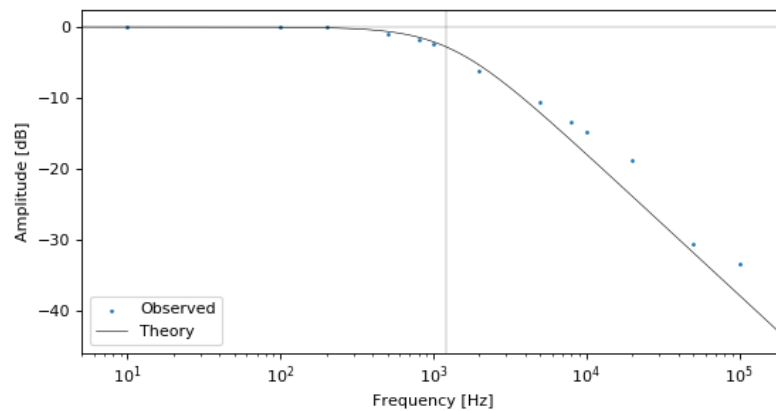


図 6: RC4 端子網回路の振幅応答

また, 縦軸を位相として表示したものが以下である. こちらも, 1213Hz を中心に位相が変動していることが分かる.

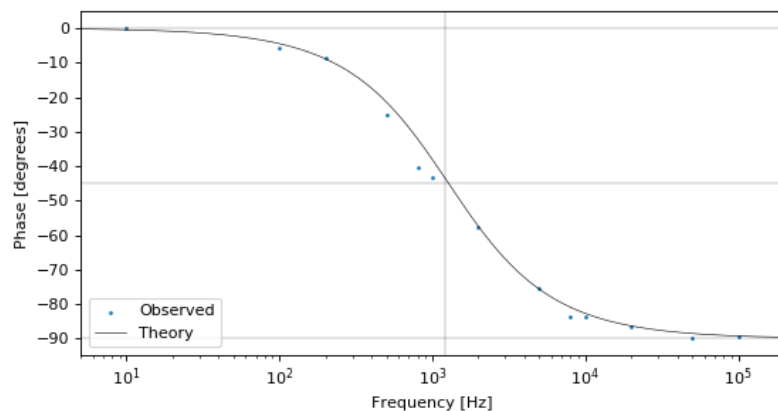


図 7: RC4 端子網回路の位相応答

(2)(b)LPF に方形波を流し, 応答を見た.

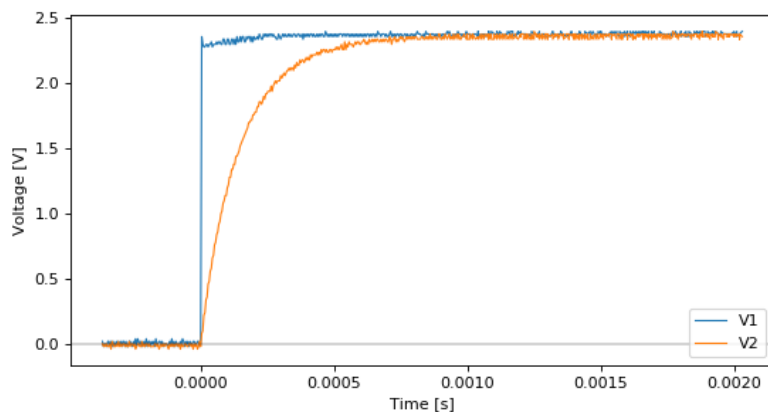


図 8: RC4 端子網回路のステップ応答

3 考察課題

(1) v_1 を計測した場合, RLC 回路の共振周波数付近ではファンクションジェネレーターの出力インピーダンスの R_{out} が大きくなるため, R_{out} での電圧降下を無視できなくなり, 正しい周波数特性を測定することができない. そこで, 図の v_1 と v_2 を測定する. ファンクションジェネレーターの出力インピーダンスを考慮すると, Y などの値は以下となる.

$$Y = \frac{1}{R_{out} + R + sL + \frac{1}{sC}}$$

ここで,

$$v_1 = \left(R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) \right) I$$

$$v_2 = RI$$

であるため, 比をとると以下のようになる.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

この値は, R_{out} によって影響されない. v_1 と v_2 を計測することで, R_{out} によって影響されない周波数特性を求めることができる.

直列共振回路のアドミタンスは以下である.

$$Y(s) = \frac{1}{Z(s)} = \frac{1}{R + sL + \frac{1}{sC}} = \frac{s}{s^2L + sR + \frac{1}{C}}$$

周波数特性は $s = j\omega$ において

$$Y(j\omega) = \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})}$$

となり, 大きさ, 偏角はそれぞれ

$$\begin{aligned} |Y(j\omega)| &= \left| \frac{1}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \\ \arg H(j\omega) &= \tan^{-1} \frac{1}{R} \left(\frac{1}{\omega C} - \omega L \right) \end{aligned}$$

実験結果にその曲線を記した. 最大点は $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ で表される. 今回使用した素子の値を代入すると $\omega = \frac{1}{\sqrt{(47.3 \times 10^{-6}) \times (467.4 \times 10^{-12})}} = 6.7255 \times 10^6$, 周波数に変換すると $f = 1.0704 \times 10^6$ となる. 実験結果の図3において, 1.0704MHz のところに縦線を引いたが, 共振周波数が実験結果とよく一致していることが分かる. 実験で得られた最大値は $f = 1030kHz$ において -4.0dB であるため, 周波数の誤差は理論値の 4%程度である.

Q 値を求める. $Q = \frac{\omega}{\Delta\omega}$ と表される. ここで, ω はピーク時の値, $\Delta\omega$ は電圧比の値が $1/\sqrt{2}$ となるときの 2つの周波数の差である. 実験結果のグラフに補助的な線を引いたものが以下である. ピーク値の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ の値ということは, ピーク時の値の $-3dB$ であるため, $-4 - 3 = -7dB$ のところに線を引き, 実測値との交点の周波数を読み取った.

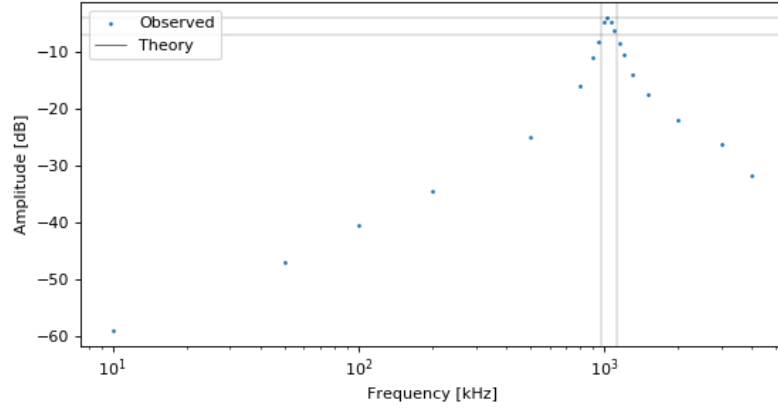


図 9: RC4 端子網回路の振幅応答

ここから,

$$\omega = 1040 \text{ kHz}, \omega_1 = 1120 \text{ kHz}, \omega_2 = 970 \text{ kHz}, Q = \frac{\omega}{\omega_1 - \omega_2} = \frac{\omega}{\Delta\omega} = 6.93$$

と求まる. 実験に用いた素子を使って Q の値を計算すると

$$Q = \frac{1}{\omega_0 CR} = \frac{1}{1030 \cdot 467.4 \times 10^{-12} \cdot 29.85} = 10.65$$

となるため, 35%の誤差率と分かる.

実測値から求めた Q を用いて実効的な R の値を計算すると,

$$R = \frac{1}{\omega_0 C Q} = 47.3$$

となる. 使用した抵抗素子は 29.5Ω なので, 抵抗素子以外の部分での抵抗は 17.4Ω になると考えられる. インダクタの抵抗上限は 5.8Ω であるが, インダクタの抵抗が上限だったとしても 25%程度の誤差と分かる.

(2) (1)(b) において, ステップ応答が臨界的となったときの抵抗値を求める. 臨界的になる時,

$$\left(\frac{R}{2L}\right)^2 = \frac{1}{LC}$$

$$R = 2\sqrt{\frac{L}{C}} = 2\sqrt{\frac{47.3 \times 10^{-6}}{467.4 \times 10^{-12}}} = 636\Omega$$

であると計算できる. ファンクションジェネレーターの出力インピーダンスは 50Ω なので, 可変抵抗の値は $636 - 29.9 - 50 = 556$ となると分かる. オシロスコープを観測しながら可変抵抗の値を変え, 臨界的になる点を探した. 実測結果は 463Ω となった. これは誤差率が 16.7%である.

出力インピーダンスを下げる方法として, 抵抗 R_0 を挿入した. この結果, 等価な出力インピーダンスは R_{out} ではなく $1/(\frac{1}{R_{out}} + \frac{1}{R})$ となる. また, RLC 回路の実効的な抵抗成分は

$$1/\left(\frac{1}{R_{out}} + \frac{1}{R_0}\right) + R = 1/\left(\frac{1}{50} + \frac{1}{4.69}\right) + R = 4.28 + R$$

となり, 臨界点の可変抵抗の値は $636 - 4.28 - 29.9 = 602$ と計算できる. 実際に計測された値は 533Ω となったが, この誤差率は 11.5% である. R_0 を挿入する前と後の差は理論上 46Ω であるが, 実測値の差は 70Ω となっており, 想定される上がり幅よりも 52% ほど大きい上がり幅となった.

(3) (2)(a) で測定した値を考察する. 伝達関数は

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T}$$

であるから振幅と位相は

$$|H(j\omega)| = \left| \frac{1}{1 + j\omega T} \right| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2 T^2}}$$

$$\arg H(j\omega) = \tan^{-1}(-\omega T)$$

と求まる. この計算値を計測値とともにグラフに表示したものが実験結果のグラフである. 計測値と大まかな傾向は一致していることが分かる. 1213Hz よりも大きなデータの部分を最小二乗法でフィッティングすると, 傾きが -0.857 となった. 上の式を考えると, 高周波数域での伝達関数は $\frac{1}{sT}$ と近似できる. その場合の両対数グラフの傾きは -1 となるが, フィッティングした結果は理論値の 86% の値となっていることが分かる. 内部抵抗による誤差などは両対数グラフの傾きには影響しないと考えられるので, 実測された傾の方が絶対値が小さいのは他に原因があると考えられる. また, 位相特性は理論曲線とよく一致していることが分かる.

(4) 実験 (1)(b) の結果のグラフの V1 の値を計測用に拡大したものが以下である. 電圧をかけた直後の最大振幅は 0.46V 程度であり, その 4% の値は 0.018V である. グラフは 0.02V を中心としているため, $0.02\text{V} \pm 0.018\text{V}$ のところに薄い 赤線を引いた. このような減衰振動では振動の振幅が 4% になるまでにほぼ Q 個の山が観測されるはずである. グラフから観測すると, この 4% に収まる前に少なくとも 5 個の山がある, ということが分かる. 考察 (1) で実験値から求められた Q の値は 6.93 であり, 4% に収まるまでに実際には 7 個程度の山が観測されると予想できるが, データが $5.0 \times 10^{-6}\text{s}$ で切れており, これ以降のデータをとっていないことは反省すべき点である.

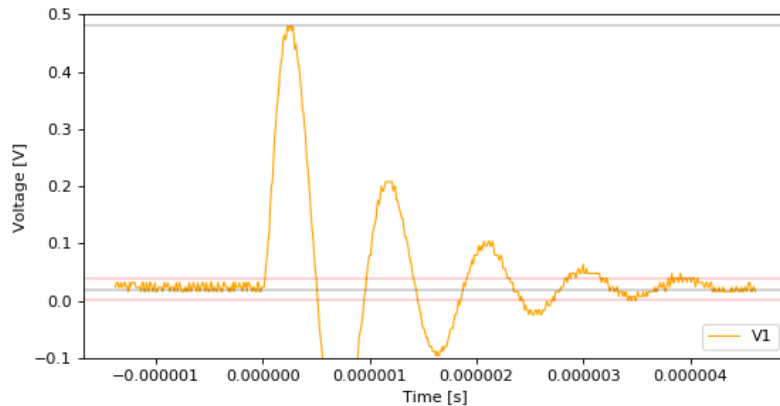


図 10: 直列共振 RLC 回路の振幅応答

(5) ステップ応答の $T=0$ における微分係数は,

$$\frac{0.34 - (-0.02)}{2.0 \times 10^{-5} - 9.4 \times 10^{-12}} = 18000$$

と計算できる. ステップ応答の最大値は 2.36V であり, 出力時の立ち上がりが経過時間に比例するため, 以下の式が成り立つ (ただし $T=RC$ とする).

$$18000 = \frac{2.36}{T}$$

$$T = \frac{2.36}{18000} = 2.1 \times 10^{-4}$$

ここで, しゃ断周波数 f_c は $\omega T = 1$ を満たすため,

$$f_c = \frac{1}{2\pi T} = 1213\text{Hz}$$

であると計算できる. 一方, 実験の素子の値を用いて計算すると

$$f_c = \frac{1}{2\pi T} = \frac{1}{2\pi \times 999 \times 124.9 \times 10^{-9}} = 1275\text{Hz}$$

であるので, 4.8%の誤差であることが分かる. 実験結果の図には 1213Hz の位置に線を引いた. 周波数特性は 1213Hz 付近で大きく減少していることが分かる. また, 位相についてであるが, しゃ断周波数付近では位相は -45° となるはずであるが, 実際に 1213Hz 付近で位相のずれが -45° となっている事がグラフからわかる.

4 参考文献

『ファンクションジェネレータの基礎と概要 (第1回)』<https://www.techeyesonline.com/tech-column/detail/Reference-FunctionGenerator-01/?page=2> 2021 年 4 月 10 日アクセス

『Q 値』<http://ja.wikipedia.org/w/index.php?curid=47183> 2021 年 4 月 11 日アクセス

廣瀬 明. (2015). 電気電子計測 [第 2 版]. 数理工学社