ISA SOFTWARE V.1.3

1. Caso di studio : Grafo $P_2^{(1)} \times P_7^{(1)}$

Definition 1.1. Un grafo (non orientato e finito) Ë una coppia ordinata (V, E) dove V Ë un insieme finito ed E Ë un multiinsieme di coppie non ordinate di elementi di V. L'insieme V contiene i vertici del grafo ed E i suoi lati. Per un generico grafo G, l'insieme dei suoi vertici Ë indicato con $V(G)$ e quello dei suoi lati con $E(G)$.

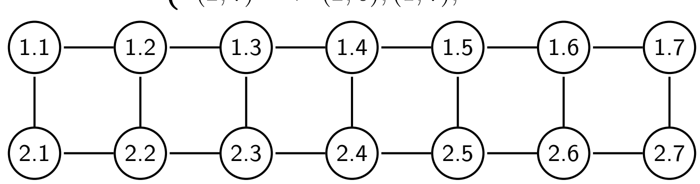
La struttura dati con la quale si Ë scelto di memorizzare il grafo Ë la matrice di adicenza.

Definition 1.2. La matrice di adiacenza di un grafo G i cui vertici siano $v_1, v_2, \ldots, v_n$ Ë una matrice $A(G) = [a(i,j)]$ simmetrica di ordine $n \times n$ in cui si pone:

$$a(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Di seguito viene mostrata invece la lista di adiacenza che permette una pi? facile lettura delle adiacenze:

$$\left\{ \begin{array}{lll} (1;1) & \longrightarrow & (2;1),(1;2), \\ (2;1) & \longrightarrow & (1;1),(2;2), \\ (1;2) & \longrightarrow & (1;1),(2;2),(1;3), \\ (2;2) & \longrightarrow & (2;1),(1;2),(2;3), \\ (1;3) & \longrightarrow & (1;2),(2;3),(1;4), \\ (2;3) & \longrightarrow & (2;2),(1;3),(2;4), \\ (1;4) & \longrightarrow & (1;3),(2;4),(1;5), \\ (2;4) & \longrightarrow & (2;3),(1;4),(2;5), \\ (1;5) & \longrightarrow & (1;4),(2;5),(1;6), \\ (2;5) & \longrightarrow & (2;4),(1;5),(2;6), \\ (1;6) & \longrightarrow & (1;5),(2;6),(1;7), \\ (2;6) & \longrightarrow & (2;5),(1;6),(2;7), \\ (1;7) & \longrightarrow & (1;6),(2;7), \\ (2;7) & \longrightarrow & (2;6),(1;7), \end{array} \right.$$



Date: December 5, 2016.
Key words and phrases. sample.tex.

1.1. **Calcolo insiemi indipendenti con metodo forza bruta.**

Definition 1.3. Un insieme indipendente di un grafo Ë un insieme di vertici non adiacenti del grafo.

Definiamo $T(n,k)$ il numero di k-sottoinsiemi indipendenti di Grafo $P_2^{(1)} \times P_7^{(1)}$
.
Ecco alcuni valori

$T(n,k)$	$k=0$	1	2	3	4	5	6	7
0	1							
1	1	2						
2	1	4	2					
3	1	6	8	2				
4	1	8	18	12	2			
5	1	10	32	38	16	2		
6	1	12	50	88	66	20	2	
7	1	14	72	170	192	102	24	2

Seguono le successioni delle antidiagonali, della somma delle righe e dei valori massimali di k per cui esistono insiemi indipendenti:

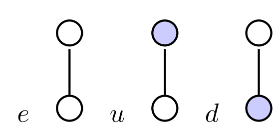
n	0	1	2	3	4	5	6	7
AD_n	1	1	3	5	9	17	31	57
RS_n	1	3	7	17	41	99	239	577
K_n	0	1	2	3	4	5	6	7

Ricerca delle bijezioni disabilitata per questa stampa.

1.2. **Il problema.**

Nel loro lavoro [Wilf], Wilf e Calkin basano la ricerca del numero di insiemi indipendenti di una supergriglia, $SG(m,n)$, sul concetto di *matrice di trasferimento*, TM nel seguito.

Il procedimento per costruire l'automa associato a questa supergriglia Ë il seguente



Il sistema ottenuto dai possibili proseguimenti (di un passo) Ë il seguente:

$$\begin{cases} e \longrightarrow & e+u+d \\ d \longrightarrow & e+u \\ u \longrightarrow & e+d \end{cases}$$

Un risultato di algebra lineare afferma che la somma degli elementi della matrice $(I - xTM)^{-1}$ Ë la funzione generatrice degli insiemi indipendenti. La matrice TM di questo esempio Ë

TM	d	u	e
d	0	1	1
u	1	0	1
e	1	1	1

La funzione generatrice Ë

$$F(x) = \frac{(-3 - x)}{(-1 + 2x + x^2)} = 3 + 7x + 17x^2 + 41x^3 + 99x^4 + 239x^5 + O(x^6)$$

Dalla espansione in serie della fgo otteniamo i valori di RS_n ([1])

n	0	1	2	3	4	5	6	7
RS_n	1	3	7	17	41	99	239	577

[1]Ricordiamo che il metodo di Wilf non considera il grafo vuoto