ISA SOFTWARE V.1.3

1. Caso di studio : Grafo $P_1^{(1)} \times H_1 2^{(2)}$

Definition 1.1. Un grafo (non orientato e finito) è una coppia ordinata (V, E) dove V è un insieme finito ed E è un multiinsieme di coppie non ordinate di elementi di V. L'insieme V contiene i vertici del grafo ed E i suoi lati. Per un generico grafo G, l'insieme dei suoi vertici è indicato con $V(G)$ e quello dei suoi lati con $E(G)$.

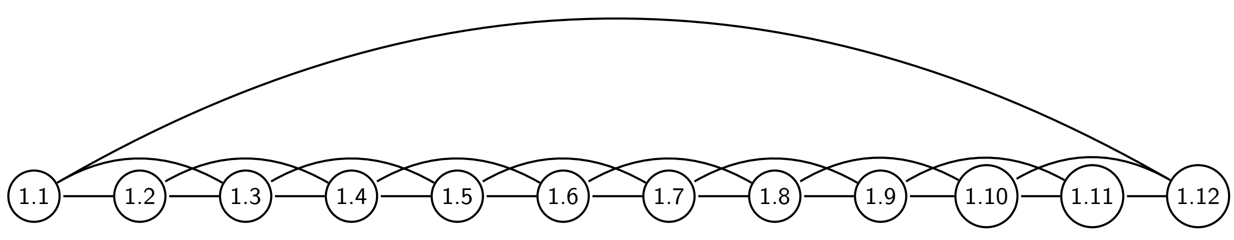
La struttura dati con la quale si è scelto di memorizzare il grafo è la matrice di adicenza.

Definition 1.2. La matrice di adiacenza di un grafo G i cui vertici siano $v_1, v_2, \ldots, v_n$ è una matrice $A(G) = [a(i,j)]$ simmetrica di ordine $n \times n$ in cui si pone:

$$a(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

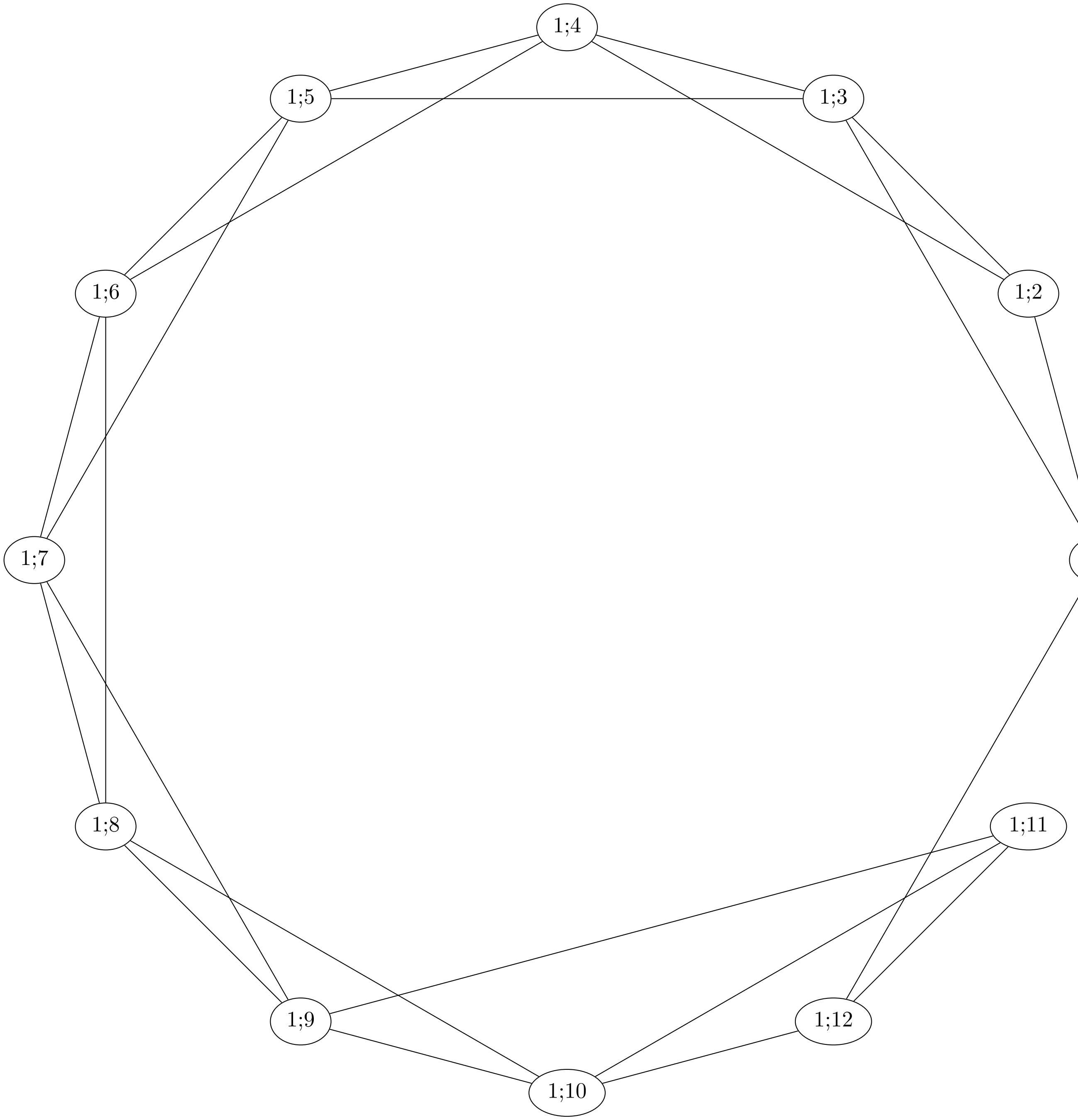
Di seguito viene mostrata invece la lista di adiacenza che permette una più facile lettura delle adiacenze:

$$\begin{cases} (1;1) \longrightarrow & (1;2), (1;3), (1;12), \\ (1;2) \longrightarrow & (1;1), (1;3), (1;4), \\ (1;3) \longrightarrow & (1;1), (1;2), (1;4), (1;5), \\ (1;4) \longrightarrow & (1;2), (1;3), (1;5), (1;6), \\ (1;5) \longrightarrow & (1;3), (1;4), (1;6), (1;7), \\ (1;6) \longrightarrow & (1;4), (1;5), (1;7), (1;8), \\ (1;7) \longrightarrow & (1;5), (1;6), (1;8), (1;9), \\ (1;8) \longrightarrow & (1;6), (1;7), (1;9), (1;10), \\ (1;9) \longrightarrow & (1;7), (1;8), (1;10), (1;11), \\ (1;10) \longrightarrow & (1;8), (1;9), (1;11), (1;12), \\ (1;11) \longrightarrow & (1;9), (1;10), (1;12), \\ (1;12) \longrightarrow & (1;1), (1;10), (1;11), \end{cases}$$



Date: January 20, 2016.
Key words and phrases. sample.tex.

In forma circolare diventa:



Con le famiglie di grafi H vogliamo indicare dei circuiti che hanno le potenze orizzontali *limitate* al valore di n, quindi l'unico arco che fa da circuito è quello tra il primo nodo e l'ultimo.

1.1. **Calcolo insiemi indipendenti con metodo forza bruta.**

Definition 1.3. Un insieme indipendente di un grafo è un insieme di vertici non adiacenti del grafo.

Definiamo $T(n,k)$ il numero di k-sottoinsiemi indipendenti di Grafo $P_1^{(1)} \times H_1 2^{(2)}$
.
Ecco alcuni valori

$T(n,k)$	$k=0$	1	2	3	4
0	1				
1	1	1			
2	1	2			
3	1	3			
4	1	4			
5	1	5	2		
6	1	6	5		
7	1	7	9		
8	1	8	14	2	
9	1	9	20	7	
10	1	10	27	16	
11	1	11	35	30	2
12	1	12	44	50	9

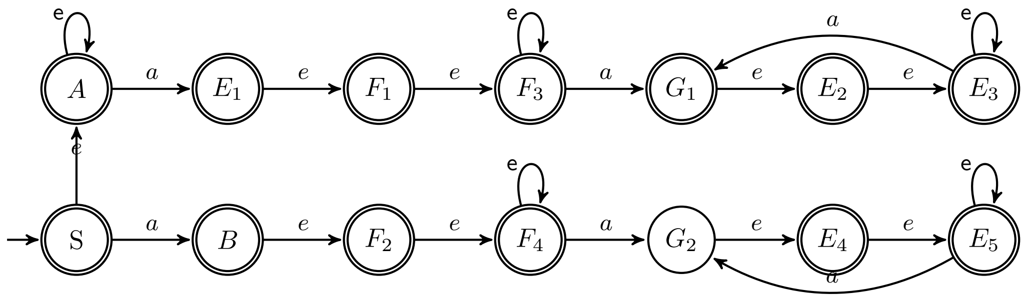
Seguono le successioni delle antidiagonali, della somma delle righe e dei valori massimali di k per cui esistono insiemi indipendenti:

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
AD_n	1	1	2	3	4	5	6	9	13	18	24	33	46
RS_n	1	2	3	4	5	8	12	17	25	37	54	79	116
K_n	0	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4

Ricerca delle bijezioni disabilitata per questa stampa.

Wilf: Non possiamo usare il metodo di Wilf per trovare la Fgo delle somme delle righe in quanto il grafo è un circuito.

1.2. **Automa.**
Ed ecco l'automa che riconosce (tutte e sole) le stringhe che corrispondono agli insiemi indipendenti di H_2:



Il sistema lineare diventa:

$$
\begin{aligned}
&\mathbf{eqs} = \{\\
&s == t*a + t*b + 1,\\
&a == t*a + t*\mathrm{e1} + 1,\\
&\mathrm{e1} == t*\mathrm{f1} + 1,\\
&\mathrm{f1} == t*\mathrm{f3} + 1,\\
&\mathrm{f3} == t*\mathrm{f3} + t*\mathrm{g1} + 1,\\
&\mathrm{g1} == t*\mathrm{e2} + 1,\\
&\mathrm{e2} == t*\mathrm{e3} + 1,\\
&\mathrm{e3} == t*\mathrm{e3} + t*\mathrm{g1} + 1,\\
&b == t*\mathrm{f2} + 1,\\
&\mathrm{f2} == t*\mathrm{f4} + 1,\\
&\mathrm{f4} == t*\mathrm{f4} + t*\mathrm{g2} + 1,\\
&\mathrm{g2} == t*\mathrm{e4},\\
&\mathrm{e4} == t*\mathrm{e5} + 1,\\
&\mathrm{e5} == t*\mathrm{e5} + t*\mathrm{g2} + 1\\
&\}
\end{aligned}
$$

$$F(t) = \frac{-1 - t - t^2 + t^4}{-1 + t + t^3}$$

$$1 + 2t + 3t^2 + 4t^3 + 5t^4 + 8t^5 + 12t^6 + 17t^7 + 25t^8 + 37t^9 + O[t]^{10}$$

Calcolo automatico sistema lineare e automa per circuiti:

$$\begin{cases} ee \longrightarrow\ e+u \\ u_i \longrightarrow\ e_r \\ s \longrightarrow\ ee+u_i \\ e_b \longrightarrow\ e_b+u_1 \\ eu \longrightarrow\ e \\ e_r \longrightarrow\ e_b \\ u_1 \longrightarrow\ e_b \\ ue \longrightarrow\ e \end{cases}$$

$$\begin{cases} EE(x) = xEE(x) + xEU(x) + 1 \\ U_i(x) = xE_r(x) + 1 \\ S(x) = xEE(x) + xU_i(x) + 1 \\ EU(x) = xUE(x) + 1 \\ E_b(x) = xE_b(x) + xU_1(x) + 1 \\ U_1(x) = xE_b(x) \\ E_r(x) = xE_b(x) + 1 \\ UE(x) = xEE(x) + 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} EE \to eEE \mid uEU \mid \lambda \\ U_i \to eE_r \mid \lambda \\ S \to eEE \mid uU_i \mid \lambda \\ EU \to eUE \mid \lambda \\ E_b \to eE_b \mid uU_1 \mid \lambda \\ U_1 \to eE_b \\ E_r \to eE_b \mid \lambda \\ UE \to eEE \mid \lambda \end{cases}$$

$$EE(x) = \frac{(1-x^2-2x^3-2x^4+x^5+x^6+x^7)}{((-1+x+x^2)(-1+x+x^3))} = 1{+}2x{+}3x^2{+}4x^3{+}5x^4{+}8x^5{+}O(x^6)$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RS_n	1	2	3	4	5	8	12	18	27	41