

ISA SOFTWARE V.1.3

1. CASO DI STUDIO : GRAFO $P_2^{(1)} \times CZ_7^{(1)}$

Definition 1.1. Un grafo (non orientato e finito) è una coppia ordinata (V, E) dove V è un insieme finito ed E è un multiinsieme di coppie non ordinate di elementi di V . L'insieme V contiene i vertici del grafo ed E i suoi lati. Per un generico grafo G , l'insieme dei suoi vertici è indicato con $V(G)$ e quello dei suoi lati con $E(G)$.

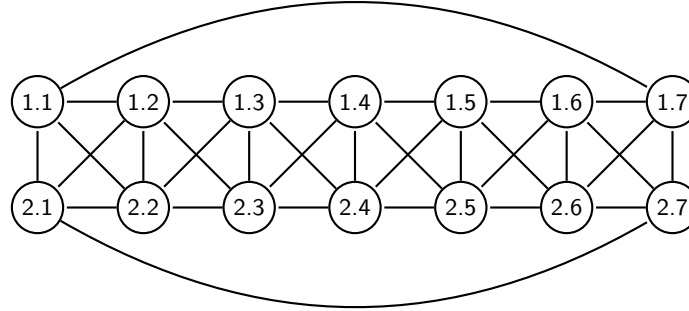
La struttura dati con la quale si è scelto di memorizzare il grafo è la matrice di adicenza.

Definition 1.2. La matrice di adiacenza di un grafo G i cui vertici siano v_1, v_2, \dots, v_n è una matrice $A(G) = [a(i, j)]$ simmetrica di ordine $n \times n$ in cui si pone:

$$a(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Di seguito viene mostrata invece la lista di adiacenza che permette una più facile lettura delle adiacenze:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1; 1) \longrightarrow (2; 1), (1; 2), (2; 2), (1; 7), \\ (2; 1) \longrightarrow (1; 1), (1; 2), (2; 2), (2; 7), \\ (1; 2) \longrightarrow (1; 1), (2; 1), (2; 2), (1; 3), (2; 3), \\ (2; 2) \longrightarrow (1; 1), (2; 1), (1; 2), (1; 3), (2; 3), \\ (1; 3) \longrightarrow (1; 2), (2; 2), (2; 3), (1; 4), (2; 4), \\ (2; 3) \longrightarrow (1; 2), (2; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 4), \\ (1; 4) \longrightarrow (1; 3), (2; 3), (2; 4), (1; 5), (2; 5), \\ (2; 4) \longrightarrow (1; 3), (2; 3), (1; 4), (1; 5), (2; 5), \\ (1; 5) \longrightarrow (1; 4), (2; 4), (2; 5), (1; 6), (2; 6), \\ (2; 5) \longrightarrow (1; 4), (2; 4), (1; 5), (1; 6), (2; 6), \\ (1; 6) \longrightarrow (1; 5), (2; 5), (2; 6), (1; 7), (2; 7), \\ (2; 6) \longrightarrow (1; 5), (2; 5), (1; 6), (1; 7), (2; 7), \\ (1; 7) \longrightarrow (1; 1), (1; 6), (2; 6), (2; 7), \\ (2; 7) \longrightarrow (2; 1), (1; 6), (2; 6), (1; 7), \end{array} \right.$$



1.1. Calcolo insiemi indipendenti con metodo forza bruta.

Definition 1.3. Un insieme indipendente di un grafo è un insieme di vertici non adiacenti del grafo.

Definiamo $T(n, k)$ il numero di k -sottoinsiemi indipendenti di Grafo $P_2^{(1)} \times CZ_7^{(1)}$.

Ecco alcuni valori

$T(n, k)$	$k = 0$	1	2	3	4
0	1				
1	1	2			
2	1	4			
3	1	6	2		
4	1	8	10		
5	1	10	22	4	
6	1	12	38	24	
7	1	14	58	68	8

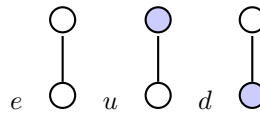
Seguono le successioni delle antidiagonali, della somma delle righe e dei valori massimali di k per cui esistono insiemi indipendenti:

n	0	1	2	3	4	5	6	7
AD_n	1	1	3	5	7	11	21	35
RS_n	1	3	5	9	19	37	75	149
K_n	0	1	1	2	2	3	3	4

Ricerca delle bijezioni disabilitata per questa stampa.

Wilf: Non possiamo usare il metodo di Wilf per trovare la Fgo delle somme delle righe in quanto il grafo è un circuito.

Calcolo automatico sistema lineare e automa per circuiti:



$$\left\{ \begin{array}{l} e \longrightarrow e + u + d \\ u_i \longrightarrow e_m \\ e_m \longrightarrow e_m + u_1 \\ d \longrightarrow e \\ u \longrightarrow e \\ s \longrightarrow e + u_i + d_i \\ d_i \longrightarrow e_x \\ u_1 \longrightarrow e_m \\ e_x \longrightarrow e_x + d_1 \\ d_1 \longrightarrow e_x \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(x) = xE(x) + xU(x) + xD(x) + 1 \\ U(x) = xE(x) + 1 \\ D(x) = xE(x) + 1 \\ E_m(x) = xE_m(x) + xU_1(x) + 1 \\ U_i(x) = xE_m(x) + 1 \\ S(x) = xE(x) + xU_i(x) + xD_i(x) + 1 \\ U_1(x) = xE_m(x) \\ D_i(x) = xE_x(x) + 1 \\ D_1(x) = xE_x(x) \\ E_x(x) = xE_x(x) + xD_1(x) + 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow eE \mid uU \mid dD \mid \lambda \\ U \rightarrow eE \mid \lambda \\ D \rightarrow eE \mid \lambda \\ E_m \rightarrow eE_m \mid uU_1 \mid \lambda \\ U_i \rightarrow eE_m \mid \lambda \\ S \rightarrow eE \mid uU_i \mid dD_i \mid \lambda \\ U_1 \rightarrow eE_m \\ D_i \rightarrow eE_x \mid \lambda \\ D_1 \rightarrow eE_x \\ E_x \rightarrow eE_x \mid dD_1 \mid \lambda \end{array} \right.$$

$$E(x) = \frac{(1 + x - 3x^2 - 6x^3 + 2x^4 + 4x^5)}{((-1 + x + x^2)(-1 + x + 2x^2))} = 1 + 3x + 5x^2 + 7x^3 + 15x^4 + 27x^5 + O(x^6)$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RS_n	1	3	5	7	15	27	53	101	197	383

