

ISA SOFTWARE V.1.3

1. CASO DI STUDIO : GRAFO $P_1^{(1)} \times H_1 2^{(1)}$

Definition 1.1. Un grafo (non orientato e finito) è una coppia ordinata (V, E) dove V è un insieme finito ed E è un multiinsieme di coppie non ordinate di elementi di V . L'insieme V contiene i vertici del grafo ed E i suoi lati. Per un generico grafo G , l'insieme dei suoi vertici è indicato con $V(G)$ e quello dei suoi lati con $E(G)$.

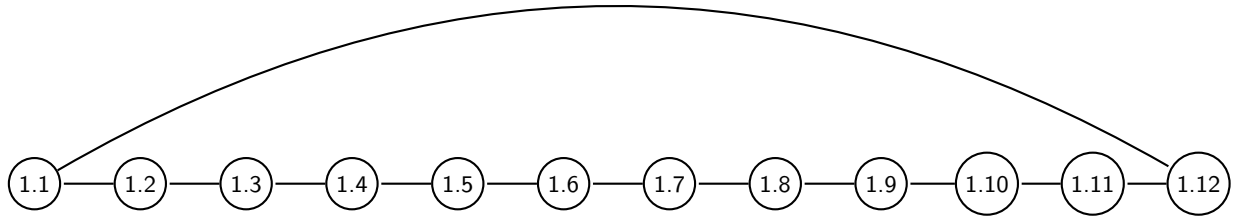
La struttura dati con la quale si è scelto di memorizzare il grafo è la matrice di adicenza.

Definition 1.2. La matrice di adiacenza di un grafo G i cui vertici siano v_1, v_2, \dots, v_n è una matrice $A(G) = [a(i, j)]$ simmetrica di ordine $n \times n$ in cui si pone:

$$a(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Di seguito viene mostrata invece la lista di adiacenza che permette una più facile lettura delle adiacenze:

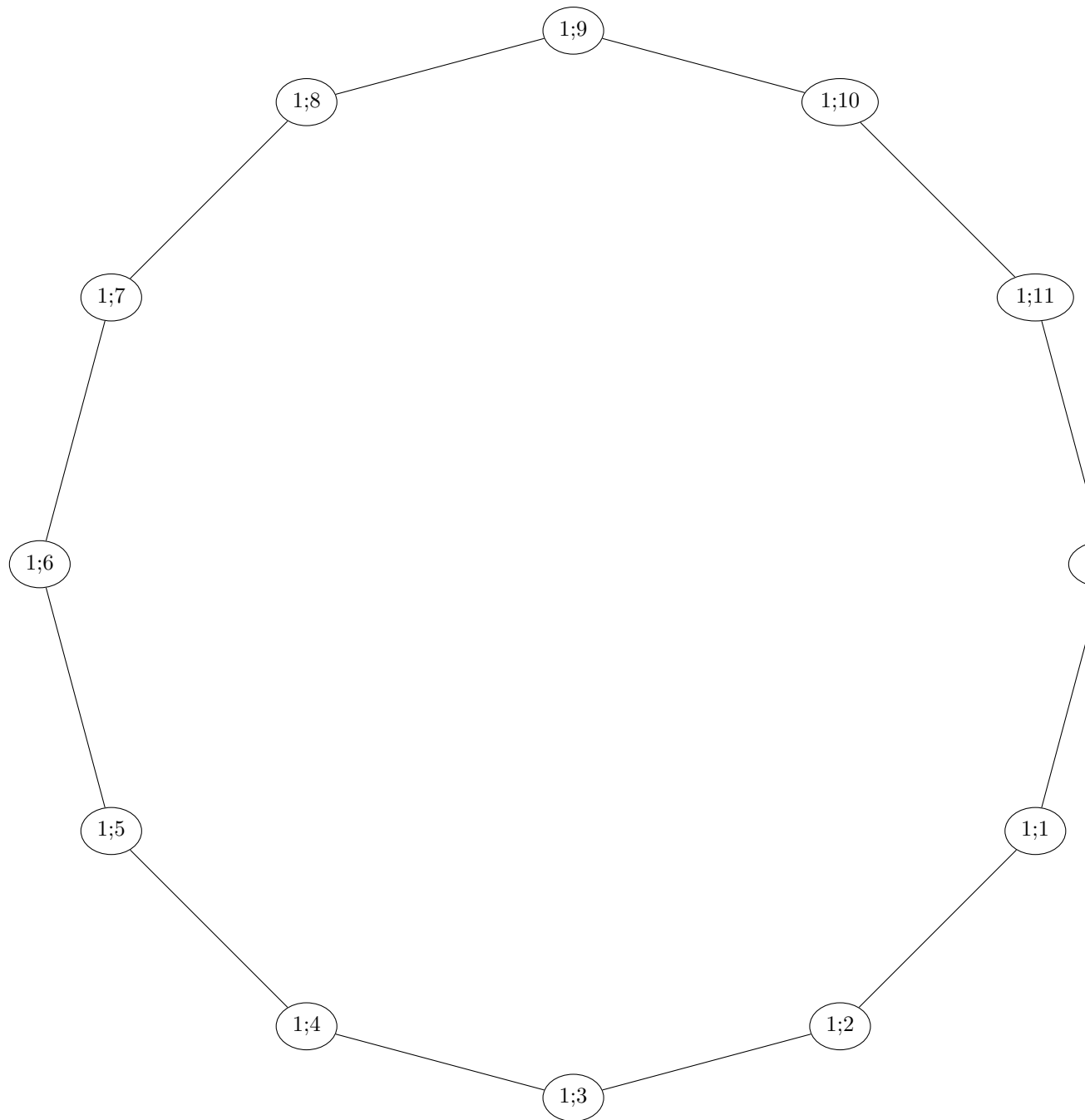
$$\left\{ \begin{array}{l} (1; 1) \longrightarrow (1; 2), (1; 12), \\ (1; 2) \longrightarrow (1; 1), (1; 3), \\ (1; 3) \longrightarrow (1; 2), (1; 4), \\ (1; 4) \longrightarrow (1; 3), (1; 5), \\ (1; 5) \longrightarrow (1; 4), (1; 6), \\ (1; 6) \longrightarrow (1; 5), (1; 7), \\ (1; 7) \longrightarrow (1; 6), (1; 8), \\ (1; 8) \longrightarrow (1; 7), (1; 9), \\ (1; 9) \longrightarrow (1; 8), (1; 10), \\ (1; 10) \longrightarrow (1; 9), (1; 11), \\ (1; 11) \longrightarrow (1; 10), (1; 12), \\ (1; 12) \longrightarrow (1; 1), (1; 11), \end{array} \right.$$



Date: January 20, 2016.

Key words and phrases. sample.tex.

In forma circolare diventa:



Con le famiglie di grafi H vogliamo indicare dei circuiti che hanno le potenze orizzontali *limitate* al valore di n , quindi l'unico arco che fa da circuito è quello tra il primo nodo e l'ultimo.

1.1. Calcolo insiemi indipendenti con metodo forza bruta.

Definition 1.3. Un insieme indipendente di un grafo è un insieme di vertici non adiacenti del grafo.

Definiamo $T(n, k)$ il numero di k -sottoinsiemi indipendenti di Grafo $P_1^{(1)} \times H_1 2^{(1)}$.

Ecco alcuni valori

$T(n, k)$	$k = 0$	1	2	3	4	5	6
0	1						
1	1	1					
2	1	2					
3	1	3					
4	1	4	2				
5	1	5	5				
6	1	6	9	2			
7	1	7	14	7			
8	1	8	20	16	2		
9	1	9	27	30	9		
10	1	10	35	50	25	2	
11	1	11	44	77	55	11	
12	1	12	54	112	105	36	2

Seguono le successioni delle antidiagonali, della somma delle righe e dei valori massimali di k per cui esistono insiemi indipendenti:

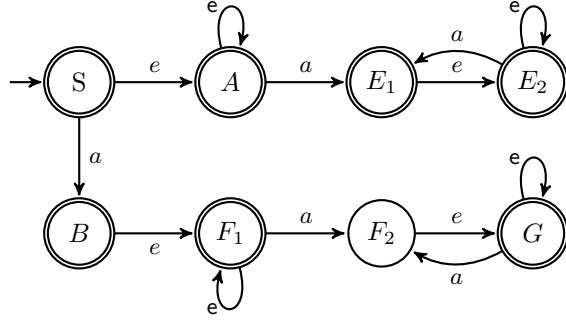
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
AD_n	1	1	2	3	4	5	8	12	17	25	37	54	79
RS_n	1	2	3	4	7	11	18	29	47	76	123	199	322
K_n	0	1	1	1	2	2	3	3	4	4	5	5	6

Ricerca delle bijezioni disabilitata per questa stampa.

Wilf: Non possiamo usare il metodo di Wilf per trovare la Fgo delle somme delle righe in quanto il grafo è un circuito.

1.2. Automa.

Questo è l'automa che riconosce (tutte e sole) le stringhe che corrispondono agli insiemi indipendenti di $C_n^{(1)}$:



Il sistema lineare diventa:

```
eqs = {
s==t * a + t * b + 1,
a == t * a + t * e1 + 1,
e1 == t * e2 + 1,
e2 == t * e1 + t * e2 + 1,
b == t * f1 + 1,
f1 == t * f1 + t * f2 + 1,
f2 == t * g,
g == t * f2 + t * g + 1
}
```

$$F(t) = \frac{-1 - t + t^3}{-1 + t + t^2}$$

$$1 + 2t + 3t^2 + 4t^3 + 7t^4 + 11t^5 + 18t^6 + 29t^7 + 47t^8 + 76t^9 + O[t]^{10}$$

Calcolo automatico sistema lineare e automa per circuiti:

$$e \quad \bigcirc \quad u \quad \textcolor{blue}{\bigcirc}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} e \longrightarrow e + u \\ u_i \longrightarrow e_f \\ u \longrightarrow e \\ s \longrightarrow e + u_i \\ u_1 \longrightarrow e_f \\ e_f \longrightarrow e_f + u_1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E(x) = xE(x) + xU(x) + 1 \\ U(x) = xE(x) + 1 \\ U_i(x) = xE_f(x) + 1 \\ S(x) = xE(x) + xU_i(x) + 1 \\ U_1(x) = xE_f(x) \\ E_f(x) = xE_f(x) + xU_1(x) + 1 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E \rightarrow eE \mid uU \mid \lambda \\ U \rightarrow eE \mid \lambda \\ U_i \rightarrow eE_f \mid \lambda \\ S \rightarrow eE \mid uU_i \mid \lambda \\ U_1 \rightarrow eE_f \\ E_f \rightarrow eE_f \mid uU_1 \mid \lambda \end{array} \right.$$

$$E(x) = \frac{(-1 - x + x^3)}{(-1 + x + x^2)} = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + 7x^4 + 11x^5 + O(x^6)$$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RS_n	1	2	3	4	7	11	18	29	47	76

