

## ISA SOFTWARE V.1.3

### 1. CASO DI STUDIO : GRAFO $P_2^{(1)} \times C_5^{(2)}$

**Definition 1.1.** Un grafo (non orientato e finito) è una coppia ordinata  $(V, E)$  dove  $V$  è un insieme finito ed  $E$  è un multiinsieme di coppie non ordinate di elementi di  $V$ . L'insieme  $V$  contiene i vertici del grafo ed  $E$  i suoi lati. Per un generico grafo  $G$ , l'insieme dei suoi vertici è indicato con  $V(G)$  e quello dei suoi lati con  $E(G)$ .

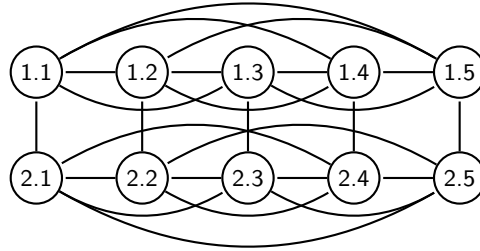
La struttura dati con la quale si è scelto di memorizzare il grafo è la matrice di adicenza.

**Definition 1.2.** La matrice di adiacenza di un grafo  $G$  i cui vertici siano  $v_1, v_2, \dots, v_n$  è una matrice  $A(G) = [a(i, j)]$  simmetrica di ordine  $n \times n$  in cui si pone:

$$a(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{se } (v_i, v_j) \in E(G) \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Di seguito viene mostrata invece la lista di adiacenza che permette una più facile lettura delle adiacenze:

$$\left\{ \begin{array}{l} (1; 1) \rightarrow (2; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), \\ (2; 1) \rightarrow (1; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), \\ (1; 2) \rightarrow (1; 1), (2; 2), (1; 3), (1; 4), (1; 5), \\ (2; 2) \rightarrow (2; 1), (1; 2), (2; 3), (2; 4), (2; 5), \\ (1; 3) \rightarrow (1; 1), (1; 2), (2; 3), (1; 4), (1; 5), \\ (2; 3) \rightarrow (2; 1), (2; 2), (1; 3), (2; 4), (2; 5), \\ (1; 4) \rightarrow (1; 1), (1; 2), (1; 3), (2; 4), (1; 5), \\ (2; 4) \rightarrow (2; 1), (2; 2), (2; 3), (1; 4), (2; 5), \\ (1; 5) \rightarrow (1; 1), (1; 2), (1; 3), (1; 4), (2; 5), \\ (2; 5) \rightarrow (2; 1), (2; 2), (2; 3), (2; 4), (1; 5), \end{array} \right.$$



Con le famiglie di grafi  $C$  vogliamo indicare dei circuiti *veri e propri* in cui, oltre all'arco che collega il primo nodo con l'ultimo, abbiamo anche archi delle potenze dei cammini orizzontali che possono collegarsi ai nodi precedenti rispetto ai nodi dai quali partono.

### 1.1. Calcolo insiemi indipendenti con metodo forza bruta.

**Definition 1.3.** Un insieme indipendente di un grafo è un insieme di vertici non adiacenti del grafo.

Definiamo  $T(n, k)$  il numero di  $k$ -sottoinsiemi indipendenti di Grafo  $P_2^{(1)} \times C_5^{(2)}$ .

Ecco alcuni valori

$T(n, k)$	$k = 0$	1	2	3	4
0	1				
1	1	2			
2	1	4	2		
3	1	6	6		
4	1	8	12		
5	1	10	20		
6	1	12	36	24	6
7	1	14	56	70	28

Seguono le successioni delle antidiagonali, della somma delle righe e dei valori massimali di  $k$  per cui esistono insiemi indipendenti:

$n$	0	1	2	3	4	5	6	7
$AD_n$	1	1	3	5	9	15	23	33
$RS_n$	1	3	7	13	21	31	79	169
$K_n$	0	1	2	2	2	2	4	4

*Ricerca delle bijezioni disabilitata per questa stampa.*

**Wilf:** Non possiamo usare il metodo di Wilf per trovare la Fgo delle somme delle righe in quanto il grafo è un circuito.