



PROGETTO LAUREE SCIENTIFICHE

CRISI DEL MODELLO ATOMICO DELL'ATOMO DI RUTHERFORD

di enrico giaché

Liceo Scientifico Vito Volterra di Ciampino

UNIVERSITA' degli STUDI di ROMA - TOR VERGATA





L'atomo prima di Rutherford

- 1897: Joseph John Thompson (1856 – 1940; Nobel per la Fisica 1906) scopre l'elettrone.
- Modelli di atomi senza nucleo
- Dopo la misura del rapporto tra la carica e la massa dell'elettrone, Thompson e altri cominciarono ad elaborare modelli d'atomo basati sull'idea che il portatore della carica elementare (elettrone) fosse il costituente elementare dell'edificio atomico
- Quest'ultimo era, in condizioni normali, elettricamente neutro. Si poneva quindi la necessità di introdurre, nell'atomo, una quantità di elettricità positiva capace di neutralizzare le singole cariche negative degli elettroni
- Per raggiungere questo scopo erano percorribili due strade:
L'una raffigurava la carica positiva come concentrata in uno o più nuclei
L'altra faceva riferimento all'ipotesi che la carica positiva fosse distribuita uniformemente nella zona di spazio occupata dall'atomo.





L'atomo di J.J Thomson

- J.J.Thompson, in seguito alla scoperta dell'elettrone (1867), propose un modello dell'atomo in cui si ipotizzava che gli elettroni, dotati di carica negativa, fossero uniformemente distribuiti in una sfera omogenea di carica positiva più o meno come l'uvetta all'interno di un panettone.
- In base ai suoi calcoli, Thompson riteneva che la regione di carica positiva avesse un diametro dell'ordine di 10^{-10} metri.
- In base a questo modello atomico ci si aspettava che le particelle α (nuclei di He^{++}) sparate contro il nucleo (con una velocità di circa 10^7 m/s), subissero solo piccole deviazioni in seguito agli urti contro gli elettroni presenti nell'atomo.
- I risultati sperimentali furono però diversi da quelli prevedibili in base a questo modello





L'atomo di Rutherford

- Fino al 1911, sebbene in precedenza fossero state svolte molte ricerche, il modello nucleare dell'atomo non venne confermato
- In quell'anno, Ernest Rutherford (1871 – 1937) ed altri realizzarono un esperimento fondamentale
- Rutherford usò particelle emesse dal radio radioattivo come proiettili (oggi chiamate particelle α) che sono il nucleo degli atomi di elio (He^{++})
- Un fascio di tali particelle fu lanciato contro una sottile pellicola d'oro, spessa poche centinaia di atomi
- Rutherford si aspettava come risultato che le particelle avrebbero dovuto essere rallentate dagli atomi della pellicola d'oro, ed eventualmente deviate leggermente.
- Il risultato fu che sebbene la maggior parte delle particelle non venissero deviate dalla pellicola, pochissime risultarono fortemente deviate come se avessero colpito un corpo molto piccolo, ma massiccio



L'atomo di Rutherford

- Una particella α considerata come puntiforme, incidente sul nucleo, viene respinta con legge coulombiana e, come era già stato calcolato da Newton, segue un'orbita iperbolica con il nucleo in uno dei fuochi dell'iperbole
- Si può da ciò determinare la probabilità che la particella α venga deflessa di un certo angolo θ .
- In termini concreti il numero di particelle α che cadono su uno schermo che sottende un angolo solido $d\omega$ visto dal bersaglio, per una particella incidente su un bersaglio contenente n atomi per unità di volume e di spessore t è dato

da $nt \frac{d\sigma}{d\omega}$, con $\frac{d\sigma}{d\omega} = \left(\frac{2Ze^2}{mv^2} \right)^2 \frac{1}{\sin^4(\theta/2)}$

dove θ è l'angolo di deflessione e v la velocità delle particelle e m la loro massa.



L'atomo di Rutherford

- Da queste osservazioni, Rutherford sviluppò il concetto moderno di atomo, quello chiamato atomo nucleare
- Al centro dell'atomo c'è un nucleo minuscolo, con raggio di circa 10^{-15} m, che contiene circa il 99,9% della massa dell'atomo
- Il nucleo possiede una carica positiva Ze , dove e è il valore assoluto della carica dell'elettrone e Z è il numero atomico dell'elemento in questione, cioè il numero di protoni presenti nel nucleo dell'atomo di tale elemento
- Il raggio dell'atomo è, come ordine di grandezza, 40.000 volte quello del nucleo
- Quindi il nucleo è veramente un piccolissimo granello all'interno dell'atomo
- Fuori dal nucleo ci sono Z elettroni che descrivono orbite a (relativamente) grandi distanze
- Gli elettroni possiedono una carica complessiva $-Ze$, così che l'atomo è elettricamente neutro
- Oggi sappiamo che, nel determinare le proprietà fisiche dell'atomo, prevale la natura ondulatoria dell'elettrone sulla sua natura corpuscolare





L'atomo di Rutherford

- L'atomo più semplice è quello di idrogeno, che è costituito da un singolo protone, come nucleo, e da un singolo elettrone.
- Il modello appare in accordo con le ipotesi di Rutherford: l'elettrone descrive un'orbita intorno al nucleo, mentre l'attrazione di Coulomb esercitata sull'elettrone dal nucleo stesso fornisce la forza centripeta richiesta
- Nell'esperimento di Rutherford una particella alfa non risente di alcuna azione da parte del nucleo di un atomo (e quindi si muove di moto rettilineo uniforme) fino a quando si trova al di fuori del volume di spazio occupato dall'atomo stesso
- Se, però, si avvicina al nucleo, inizia a risentire della forza repulsiva coulombiana e ciò provoca il suo rallentamento e l'incurvarsi della sua traiettoria
- Quindi, dal punto di vista fisico l'interazione particella alfa – nucleo è un urto
- In particolare, in essa si conservano istante per istante la quantità di moto totale, l'energia totale e il momento angolare totale





Esperimento di Rutherford

- L' esperimento è stato da noi realizzato utilizzando una camera scattering della Leybold costituita da un cilindro con diametro di 19 cm e alto 11 cm in cui si deve raggiungere un vuoto di valore inferiore a 100 Pa.
- Si dispone di una sorgente di particelle α (He^{++}) come l'Americio 241 (tempo di semi-vita 432.7 anni), di un film d'oro spesso $2\mu\text{m}$ e di un rivelatore di particelle α che può essere orientato su diverse posizioni fino a rilevare fenomeni di backscattering (circa 150°).
- In verità durante l'esperimento invece di ruotare il rivelatore è stata fatta ruotare la sorgente per fare una mappa dello scattering subito dalle particelle a causa dell'urto dei nuclei d'oro.
- Per collimare meglio il fascio incidente sul film si può mettere tra la sorgente ed il film stesso una fessura da 1 mm di spessore.
- Le particelle che passano lontane dal nucleo non vengono deviate, quelle che passano più vicine vengono deviate sempre di più dalla loro traiettoria fino a quando le particelle α vengono respinte indietro dalla forza repulsiva tra il nucleo positivo e la particella positiva He^{++} .





Scopo dell'esperimento

- studiare la struttura interna dell'atomo
- conferma del modello planetario di Rutherford

Modello di Thomson

- l'atomo viene considerato come una nube atomica con carica positiva distribuita in modo continuo sull'intero volume
- all'interno di tale regione sono presenti le cariche negative
- questo modello non spiega fenomeni di back-scattering

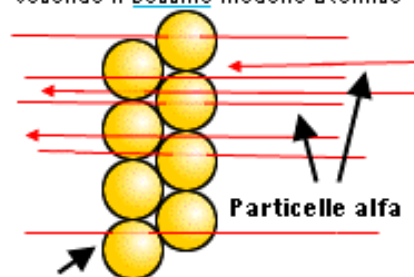
Modello di Rutherford

- la carica positiva è concentrata nel nucleo atomico di dimensioni ridotte rispetto al volume occupato dall'atomo e di elevata densità
- le cariche negative ruotano su orbite esterne al nucleo
- sono spiegabili piccoli fenomeni di back-scattering



Foto

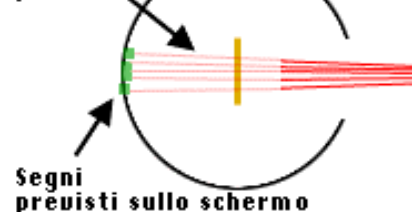
Dettaglio della lamina d'oro
secondo il vecchio modello atomico



Atomi della lamina d'oro,
ingranditi

Il risultato atteso:

Percorso
previsto



Risultato atteso: secondo Thomson ↑

Il risultato

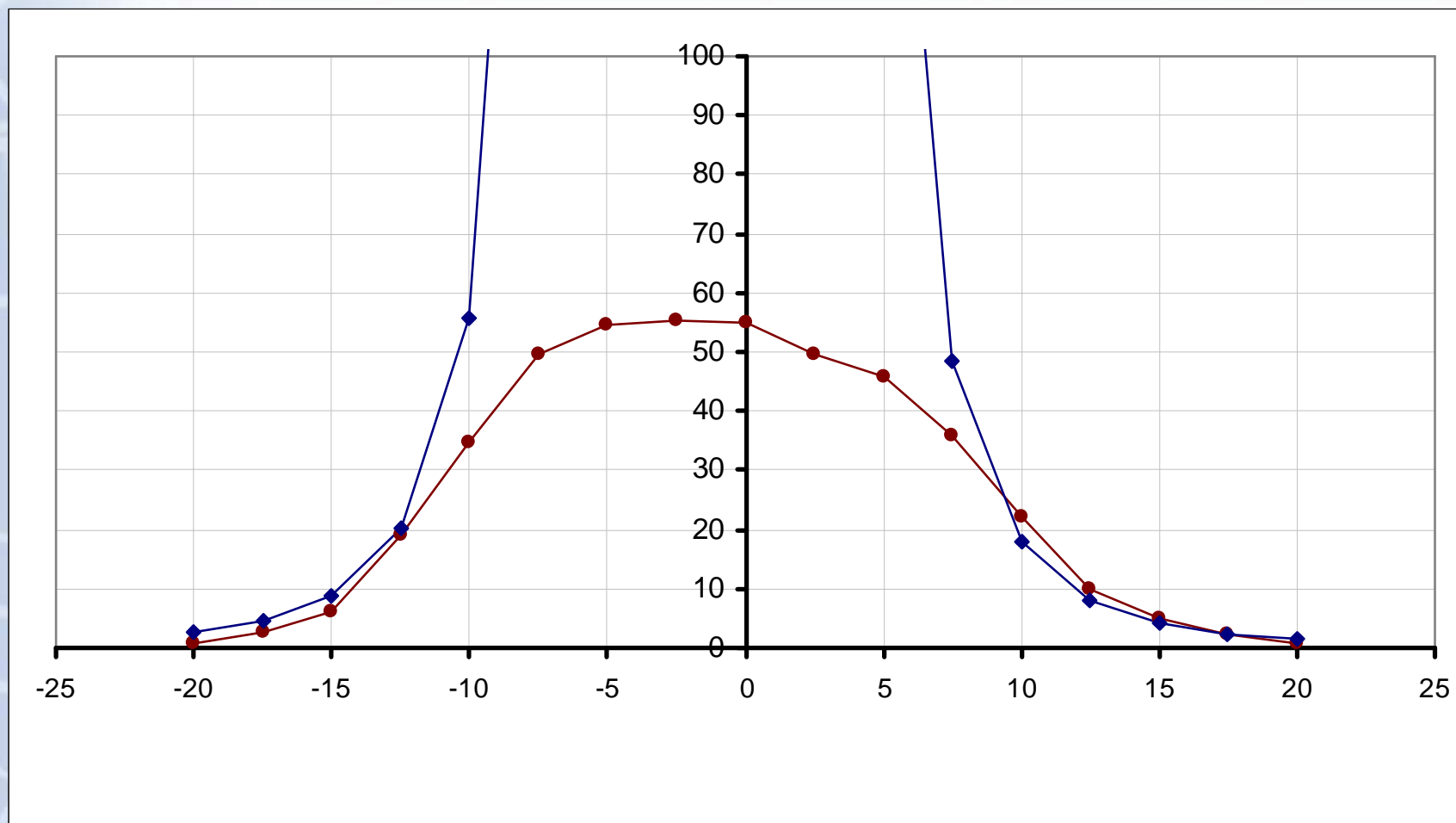


secondo Rutherford ↑

Risultati

Angolo (θ)	Tempo (s)	Numero particelle (n)	n/t	Valore teorico $n(\theta) = \frac{0,001757}{\sin^4 \left[\frac{(\theta + 1,4) \cdot \pi}{360} \right]}$
-20	360	271	0,753	2,577
-17,5	330	848	2,570	4,570
-15	300	1857	6,190	8'942
-12,5	270	5173	19,159	20,087
-10	240	8315	34,646	55,608
-7,5	210	10439	49,710	219,280
-5	180	9803	54,461	1805,399
-2,5	150	8310	55,400	206991,868
0	120	6586	54,883	78891,174
2,5	150	7415	49,433	1310,914
5	180	8235	45,750	181,001
7,5	210	7558	35,990	48,494
10	240	5294	22,058	18,061
12,5	270	2648	9,807	8,198
15	300	1516	5,053	4,247
17,5	330	740	2,242	2,418
20	360	335	0,931	1,479

Grafico



Analisi

- Abbiamo osservato che per angoli di ampiezza superiore a $12^\circ 30'$ i risultati sono compatibili con la formula di Rutherford:

$$n(\theta) = \frac{C}{\sin^4\left(\frac{\theta}{2}\right)} \Rightarrow n(\theta) = \frac{0,001757}{\sin^4\left[\frac{(\theta + 1,4) \cdot \pi}{360}\right]}$$

- Dove la costante C è in funzione del numero atomico dell'elemento, del numero di atomi per unità di volume del bersaglio e della carica del proiettile e 1,4 è la traslazione.
- Avendo rilevato anche fenomeni di back-scattering si esclude definitivamente il modello di Thomson.



Crisi del modello atomico di Rutherford

- Nonostante le perfette verifiche sperimentali dei fenomeni di *scattering* (diffusione), il modello di Rutherford aveva subito creato molte difficoltà
- In primo luogo era impossibile giustificare la stabilità dell'edificio atomico
- In base alle leggi dell'elettrodinamica classica ogni carica che si muove di moto non uniforme irradia onde elettromagnetiche a spese della propria energia di moto
- Un elettrone percorrendo una traiettoria curva (un'orbita circolare) è necessariamente sottoposto ad un'accelerazione di tipo centripeto
- In un tempo molto piccolo ($\sim 10^{-8}$ s) un elettrone atomico, dopo una traiettoria spiraleggiante, dovrebbe quindi cadere sul nucleo
- Inoltre lo spettro continuo della radiazione prevista per questo processo di caduta a spirale sul nucleo è in completo disaccordo con lo spettro discreto che osserviamo essere emesso dagli atomi



Energia dell'elettrone dell'atomo di idrogeno

- Secondo il modello di Rutherford l'atomo di idrogeno è formato da un nucleo dotato di carica positiva uguale in grandezza a quella dell'unico elettrone che gli gira intorno.
- La forza responsabile di questo moto è quella elettrica con cui il nucleo e l'elettrone si attraggono, quindi:

$$F = - \frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} \quad (1)$$

ove e indica la carica dell'elettrone e quindi anche del nucleo ed r la distanza nucleo – elettrone.

- Poiché la forza F espressa dalla (1) è dello stesso tipo della forza gravitazionale che determina il moto dei pianeti intorno al Sole, concludiamo che il moto dell'elettrone intorno al nucleo è dello stesso tipo. Ne risulta che la traiettoria dell'elettrone intorno al nucleo dovrebbe essere ellittica



Energia dell'elettrone dell'atomo di idrogeno

- Come prima approssimazione, per semplificare i calcoli, supponiamo che la traiettoria sia circolare
- Se m è la massa dell'elettrone, a l'accelerazione centripeta e v la velocità si ha:

$$F = ma = -m \frac{v^2}{r} \quad (2)$$

- Il segno meno nelle relazioni (1) e (2) indica che sia la forza agente sull'elettrone sia la sua accelerazione sono dirette verso il centro del nucleo

- Dalle (1) e (2) segue: $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$ (3) da cui : $\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$ (4)

- Il potenziale del campo elettrico generato dal nucleo a distanza r da esso è:

$$E = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (5)$$





Energia dell'elettrone dell'atomo di idrogeno

- Tenendo presente che l'elettrone possiede anche l'energia cinetica $mv^2/2$ possiamo concludere che la sua energia totale è:

$$E_t = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

- Che utilizzando la (4) diventa
$$E_t = - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} \quad (6)$$

- Utilizzando la (6) possiamo calcolare l'energia dell'elettrone dell'atomo di idrogeno:

$$E_t = - \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = - \frac{1}{8\pi \cdot 8,859 \cdot 10^{-12}} \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{0,53 \cdot 10^{-10}} = -2,16 \cdot 10^{-18} J = -13,53 eV$$





Emissione di una particella carica accelerata

- Una carica accelerata emette radiazione elettromagnetica.
- Una tale emissione era stata predetta già nel 1897 da Joseph Larmor (1857 ÷ 1942), quando a partire dalla elettrodinamica classica aveva ricavato la formula che esprime la potenza P irradiata da una particella accelerata non relativistica di carica e e di massa m_0

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2}{m_0^2 c^3} \left| \frac{dp}{dt} \right|^2$$

Vecchia formula dove $e^2 = \frac{q_e^2}{4 \pi \epsilon_0}$

dove p è la quantità di moto della particella e c la velocità della luce nel vuoto.



Energia irradiata da una carica accelerata

Il campo elettrico generato da una carica q , a una distanza r e sottoposta ad una accelerazione ritardata ($t' = t - r/c$) è:

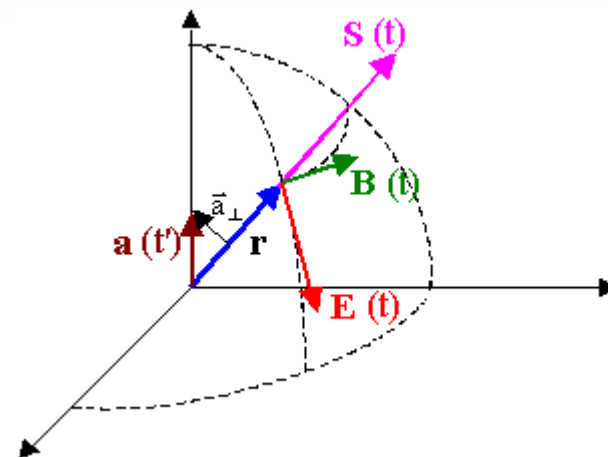
$$\vec{E}(r, t') = -\frac{q \vec{a}_{\perp}(t')}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} [V / m]$$

Dove \vec{a}_{\perp} rappresenta la componente dell'accelerazione perpendicolare al raggio r .

Questa formula è valida per basse velocità: $(v/c)^2 \ll 1$

e nelle ipotesi che $r \gg \lambda$, dove λ è la lunghezza d'onda della radiazione emessa.

Inoltre si suppone che $d \ll r$ con d = dimensione caratteristica dello spazio occupato dalla carica accelerata (approssimazione di un dipolo del campo di radiazione)





Energia irradiata da una carica accelerata

Per poter trattare il nostro argomento dovremmo far riferimento a moltissimi prerequisiti, noi partiremo dalle formule che descrivono il campo elettrico e magnetico prodotto da una carica elettrica singola.

Il campo elettrico :
$$E = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{e_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{e_{r'}}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} e_{r'} \right]$$

Il primo termine $E_1 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{e_{r'}}{r'^2}$ rappresenta la legge di Coulomb

dove q è la carica che produce il campo, $e_{r'}$ è il vettore unitario nella direzione del punto P dove E è misurato ed r è la distanza da P a q .

Ma la formula precedente a causa della insuperabilità della velocità della luce non è perfettamente esatta non solo perché non è possibile sapere dove la carica è *ora*, e a quale distanza è *ora*, ma anche perché l'unica cosa che può influenzare il campo ad un dato punto e ad un dato tempo è il comportamento delle cariche del *passato*. Quanto nel *passato*? Il ritardo di tempo, ossia il cosiddetto *tempo ritardato*, è il tempo impiegato per andare con velocità c , dalla carica al punto del campo P . Il ritardo è r'/c .





Energia irradiata da una carica accelerata

- Il termine successivo $E_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{e_{r'}}{r'^2} \right)$ rappresenta la rapidità di variazione

Del campo di coulomb per il ritardo temporale.

- Il terzo termine: $E_3 = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} e_{r'}$ contiene la derivata seconda, rispetto

Al tempo, del vettore unitario nella direzione della carica (rappresenta l'accelerazione del vettore unitario)

- Il campo magnetico è dato da: $B = -e_{r'} \times E / c$

ricordiamo che $e_{r'}$ rappresenta il vettore unitario nella direzione del punto P dove E è misurato.





Energia irradiata da una carica accelerata

- Dei termini che compaiono nella formula:

$$E = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{e_{r'}}{r'^2} + \frac{r'}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{e_{r'}}{r'^2} \right) + \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} e_{r'} \right]$$

- Il primo varia con il quadrato della distanza come il secondo, che è una correzione

- Tutti gli effetti ai quali siamo interessati provengono dal terzo termine. Esso ci dice che quando la carica si muove il vettore unitario oscilla ed emette radiazione

- Così l'equazione $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{c^2} \frac{d^2}{dt^2} e_{r'}$ è la formula corretta per la legge di radiazione; anche gli effetti relativistici sono contenuti in essa.





Energia irradiata da una carica accelerata

- Ora noi vogliamo utilizzarla in un caso particolare: un elettrone intorno al proprio nucleo, quindi le cariche si spostano soltanto di una piccola distanza e ad una velocità ridotta. Dato che esse stanno movendosi lentamente, non percorrono una distanza apprezzabile dal punto in cui sono partite, cosicché il ritardo nel tempo è praticamente costante e uguale a r/c .
- Quindi se l'oggetto carico è in movimento con moto piccolissimo ed è spostato lateralmente di una distanza $x(t)$, allora l'angolo di cui è spostato il vettore unitario e_r è x/r , e poiché r è praticamente costante, la componente x di $d^2 e_r / dt^2$ è semplicemente l'accelerazione dello stesso x ad un tempo antecedente, e così finalmente abbiamo la legge che vogliamo, che è:

$$E_x(t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a_x \left(t - \frac{r}{c}\right) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a \left(t - \frac{r}{c}\right) \cdot \sin\theta = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a' \cdot \sin\theta$$





Energia irradiata da una carica accelerata

$$E_x(t) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a_x\left(t - \frac{r}{c}\right) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a\left(t - \frac{r}{c}\right) \cdot \sin\theta = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a' \sin\theta$$

Usando la formula precedente troviamo la potenza per metro quadrato irradiata nella direzione θ :

$$\begin{aligned} S &= \frac{E \times B}{\mu_0} = \frac{E}{\mu_0} \times \left(e_r \times \frac{E}{c}\right) = \frac{E^2}{\mu_0 c} = \\ &= \frac{1}{\mu_0 c} \left(\frac{q}{4\pi\epsilon_0 c^2 r} a' \sin\theta\right)^2 = \frac{q^2 a'^2}{16\pi^2 \epsilon_0 r^2 c^3} \sin^2\theta \end{aligned}$$

Ricordando che $c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$

Ora volendo calcolare l'energia totale irradiata in tutte le direzioni dobbiamo integrare la formula precedente su tutte le direzioni. Per far questo dobbiamo trovare l'area di sezione sferica e aiutandoci con la figura il ragionamento da seguire è questo: se r è il raggio, allora la larghezza della zona anulare è $r d\theta$, e la circonferenza è $2\pi r \sin\theta$, perché $r \sin\theta$ è il raggio del cerchio.

Così l'area della piccola parte della sfera è $2\pi r \sin\theta$ per $r d\theta \rightarrow dA = 2\pi r^2 \sin\theta d\theta$





Energia irradiata da una carica accelerata

Integrando le precedenti su tutti gli angoli θ da 0° a 180° otteniamo:

$$P = \int S dA = \frac{q^2 a'^2}{8\pi\epsilon_0 c^3} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{q^2 a'^2}{8\pi\epsilon_0 c^3} \frac{4}{3} = \frac{q^2 a'^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

L'energia totale emessa dalla carica è data dall'integrale temporale della formula precedente





Emissione di una particella carica accelerata

- Riepilogo formule:

$$E(t) = - \frac{qa \left(t - \frac{r}{c}\right) \sin \theta}{4\pi\epsilon_0 c^2 r}$$

intensità del campo elettrico al tempo t e distanza r
prodotto da una carica q

$$a' = a(t') = a\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

accelerazione ritardata

$$S = \frac{q^2 a'^2 \sin^2 \theta}{16 \pi^2 \epsilon_0 r^2 c^3}$$

potenza irradiata per metro quadrato nella direzione θ

$$dA = 2\pi r^2 \sin \theta d\theta$$

area di una parte elementare di sfera

$$P = \int S dA = \frac{q^2 a'^2}{8\pi\epsilon_0 c^3} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{q^2 a'^2}{6\pi\epsilon_0 c^3}$$

potenza irradiata da una particella carica q
sottoposta ad accelerazione ritardata a'





Radiazione emessa dall'elettrone dell'atomo di idrogeno

esercizio:

$$E_t = -\frac{1}{8\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r} = -\frac{1}{8\pi \cdot 8,859 \cdot 10^{-12}} \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{0,53 \cdot 10^{-10}} = -2,16 \cdot 10^{-18} J$$

$$P = \left(\frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \right) \cdot a'^2 = \left(\frac{e^2}{6\pi\epsilon_0 c^3} \right) \cdot \left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{mr^2} \right)^2 = \frac{e^6}{96\pi^3 \epsilon_0^3 c^3 m^2 r^4} \Rightarrow$$

$$P = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^6}{96\pi^3 (8,85 \cdot 10^{-12})^3 (3 \cdot 10^8)^3 (9,11 \cdot 10^{-31})^2 (0,53 \cdot 10^{-10})^4} = 4,6 \cdot 10^{-8} W$$

$$t = \frac{E}{P} = \frac{2,16 \cdot 10^{-18}}{4,6 \cdot 10^{-8}} \cong 0,5 \cdot 10^{-10} s$$

Questo è il tempo in cui l'elettrone dell'atomo di idrogeno dovrebbe decadere sul nucleo





Crisi

- Quindi l'atomo di Rutherford non è stabile
- Da ciò discendeva che le sole leggi della fisica classica non erano sufficienti per giustificare l'esistenza di un modello, per altro convalidato da una serie di osservazioni sperimentali
- Per risolvere questa e altre incongruenze, Bohr intuì che era necessario ricorrere alle nuove ipotesi quantistiche elaborate da Planck all'inizio del secolo





Quantizzazione dell'atomo

- Come abbiamo visto il modello di Rutherford appena proposto pose subito tre notevoli interrogativi:
- Come è strutturato internamente il nucleo?
- Come fa il nucleo a rimanere integro se le cariche che lo costituiscono sono dello stesso segno?
- Come sono disposti gli elettroni intorno al nucleo?

Bohr rispose al terzo interrogativo





Atomo quantizzato di Bohr

- Un elettrone può descrivere intorno al nucleo solo una successione discreta di orbite, nel senso che non tutte le orbite sono permesse (**quantizzazione delle orbite**)
- Quando un elettrone percorre una data orbita, in contrasto con le leggi dell'elettromagnetismo, non irradia energia. Solo a seguito di una transizione da un'orbita a un'altra si ha una variazione del contenuto energetico dell'atomo (**quantizzazione dell'energia**)
- Secondo Bohr, la quantizzazione delle orbite e quindi quella dell'energia possono essere espresse mediante la relazione:
$$L = mvr = n \frac{h}{2\pi} = n \hbar$$

dove h è la costante di Planck, il cui valore è pari a $6,626 \cdot 10^{-34} \text{Js}$, ed $n = 1, 2, 3, \dots$

- In base alla formula precedente un elettrone può ruotare intorno al nucleo solo su quelle orbite (livelli di energia) per cui il momento della quantità di moto mvr (momento angolare) rispetto al nucleo è multiplo della quantità costante $h/2\pi$





FINE

