

Circuiti Aritmetici Digitali

Sommatore e Comparatore

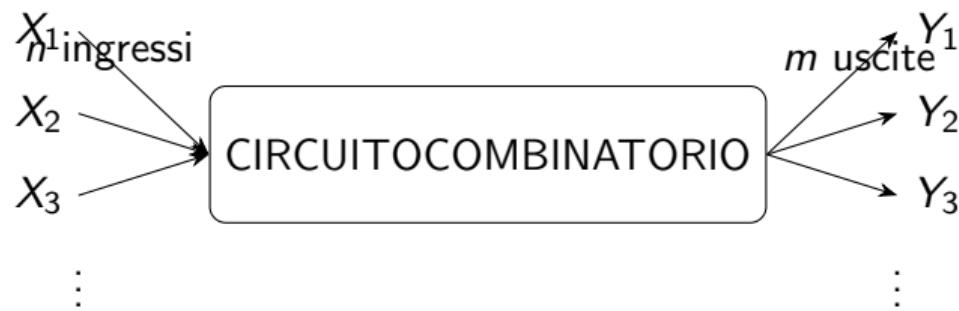
Prof Fedeli Massimo

23 gennaio 2026

Definizione

Reti logiche in cui le uscite dipendono **solo** dai valori degli ingressi allo stesso istante:

$$Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$$



Addendi	Risultato	Carry
$0 + 0 = 0$	No carry	
$0 + 1 = 1$	No carry	
$1 + 0 = 1$	No carry	
$1 + 1 = 10$	Carry = 1	

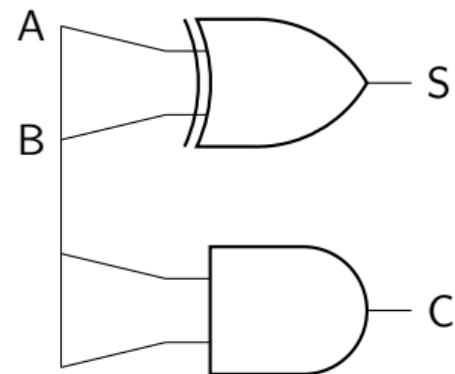
Circuito combinatorio che somma due bit **senza** ricevere riporto in ingresso.

Ingressi:

- A: primo bit
- B: secondo bit

Uscite:

- S: Somma ($A \oplus B$)
- C: Carry ($A \cdot B$)



Half Adder – Ricavare le Funzioni Logiche

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

1. Osserviamo S (Somma):

- $S=1$ quando AB
- È l'**XOR**:

$$S = A \oplus B$$

2. Osserviamo C (Carry):

- $C=1$ solo quando $A=1$ e $B=1$
- È l'**AND**:

$$C = A \cdot B$$

Risultato finale

Con una porta XOR e una porta AND realizziamo l'Half Adder!

Half Adder – Dal Cartiglio al Circuito

Funzioni ricavate:

$$S = A \oplus B$$

$$C = A \cdot B$$

Mappa porte:

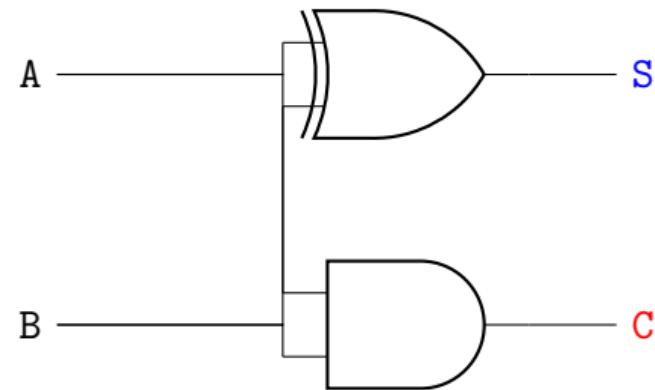
- 1 porta XOR → genera S
- 1 porta AND → genera C

Collegamento:

- stessi ingressi A, B
- uscite separate

In sintesi

Disegniamo le porte richieste dalle equazioni, collegiamo gli stessi segnali di ingresso e portiamo fuori le uscite: il circuito è fatto!



Full Adder – Come Funziona

Ingressi

- A, B: i due bit da sommare
- C_{in} : riporto *in ingresso*

Uscite

- S: somma (modulo 2)
- C_{out} : riporto *in uscita*

Equazioni

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

$$C_{out} = AB + C_{in}(A \oplus B)$$

Chiave di lettura

Il Full Adder *include* l'eventuale riporto proveniente dal bit meno significativo: grazie a ciò possiamo concatenare più Full Adder per ottenere sommatori multi-bit.

- Il full adder (sommatore completo) è un circuito logico fondamentale dell'elettronica digitale che serve a sommare due bit tenendo conto del riporto in ingresso.
- Più precisamente, il full adder prende in input tre segnali binari: il primo bit, il secondo bit e il riporto proveniente dalla somma precedente. In uscita produce due risultati: il bit di somma e il nuovo riporto verso lo stadio successivo.
- Questa caratteristica lo rende essenziale per costruire sommatore a più bit, come quelli presenti nelle ALU dei processori. Collegando in cascata più full adder, è possibile sommare numeri binari di qualsiasi lunghezza, propagando correttamente il riporto da un bit all'altro.
- In sintesi, il full adder serve a eseguire la somma binaria in modo completo e scalabile, ed è uno dei mattoni di base dell'aritmetica digitale.

contenuto...

Full Adder – Tabella di Verità

A	B	C_{in}	S	C_{out}
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

La colonna S contiene la somma modulo 2 di A,B,C. Se la somma determina il resto questo viene messo nella colonna Cout.

Full Adder – Dal Cartiglio al Circuito

Equazioni minimise

$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$

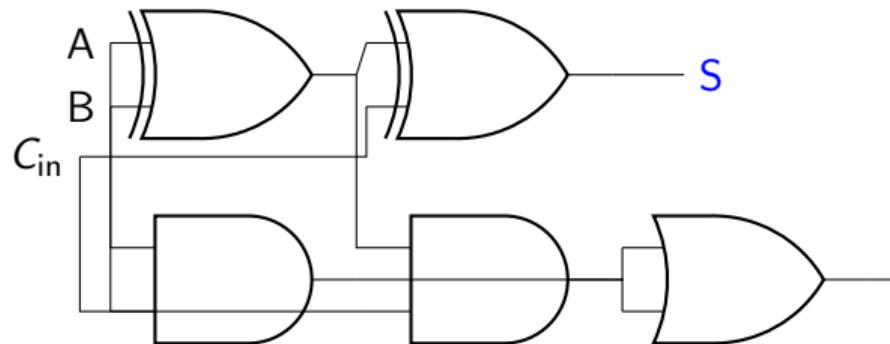
$$C_{out} = AB + C_{in}(A \oplus B)$$

Mappa porte

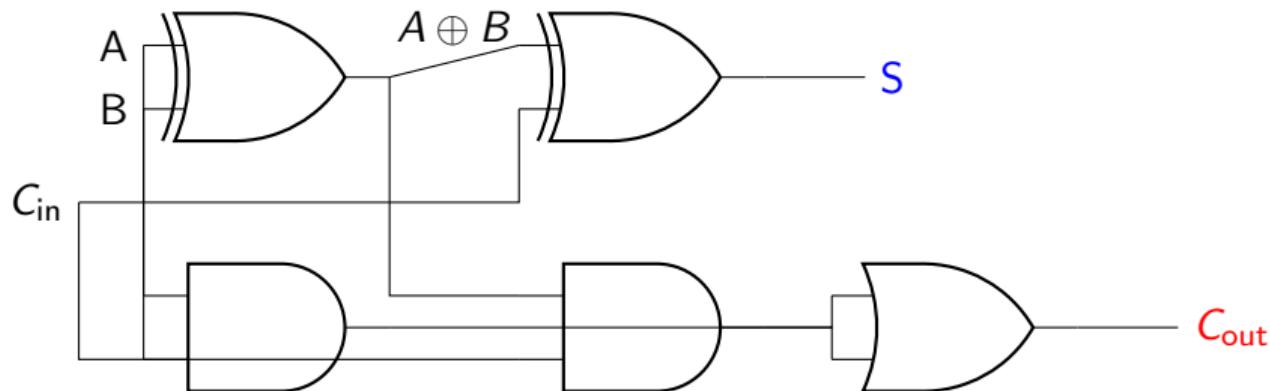
- 2 XOR (per S)
- 2 AND + 1 OR (per C_{out})

Procedura

- ➊ Disegnare i blocchi richiesti
- ➋ Collegare A e B ai primi XOR/AND
- ➌ Portare C_{in} al secondo XOR e al secondo AND
- ➍ Unire le uscite degli AND con l'OR



Full Adder – Schema Gate-Level



Riepilogo

5 porte logiche realizzano il Full Adder: 2 XOR, 2 AND, 1 OR. Identico schema si ripete per ogni bit in un sommatore multi-bit.

Comparatore Binario – 1 bit

Confronta due bit e restituisce tre uscite:

- $A > B$
- $A = B$
- $A < B$

A	B	$A > B$	$A = B$	$A < B$
0	0	0	1	0
0	1	0	0	1
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0

$$A = B \Rightarrow \overline{A \oplus B}$$

$$A > B \Rightarrow A \cdot \overline{B}$$

$$A < B \Rightarrow \overline{A} \cdot B$$

Comparatore a 4 bit – Algoritmo

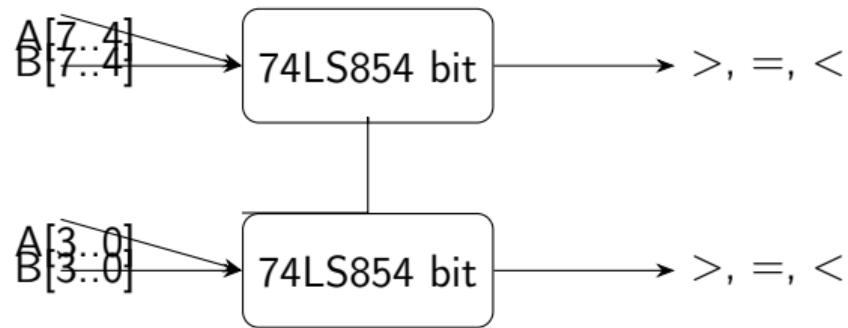
Confronto partendo dal MSB:

- ① Confronta A_3 con B_3
- ② Se diversi \rightarrow risultato definito
- ③ Se uguali \rightarrow passa al bit successivo

Esempio:

$$\begin{array}{r} 1011 \text{ (} 11_{10} \text{)} \\ 1001 \text{ (} 9_{10} \text{)} \end{array} \Rightarrow A > B$$

Cascata di Comparatori



Prestazioni tipiche

- Ritardo: 10–50 ns
- Potenza: 10–100 mW
- Frequenza: fino a 100 MHz

Evoluzione dimensionale

- TTL: 10 µm
- CMOS: 1 µm
- Moderna: 7 nm

I circuiti sommatori e comparatori sono i **pilastri** dell'aritmetica digitale.
Dal semplice *half adder* ai moderni sistemi a 32/64 bit, questi blocchi fondamentali hanno abilitato la rivoluzione digitale.