

Soluzioni Dettagliate Esercizi sui Mintermini

Prof. Massimo Fedeli
IIS Fermi Sacconi Ceci - Ascoli Piceno

Metodologia di Risoluzione

Per determinare la funzione logica a partire dalla tabella di verità utilizzando i mintermini, seguire questi passaggi:

1. **Numerare le righe:** Assegnare a ciascuna riga della tabella un numero decimale (da 0 a $2^n - 1$)
2. **Identificare le righe con uscita 1:** Individuare tutte le righe in cui $F = 1$
3. **Scrivere i mintermini:** Per ogni riga identificata, scrivere il prodotto logico di tutte le variabili:
 - Variabile in forma **diretta** se il valore è 1
 - Variabile in forma **complementata** () se il valore è 0
4. **Sommare i mintermini:** Scrivere la funzione come OR (somma) dei mintermini

Soluzioni degli Esercizi

Esercizio 1

Riga	A	B	F
0	0	0	0
1	0	1	1
2	1	0	1
3	1	1	0

Passaggio 1: Identificazione righe con $F=1$

- Riga 1: $A = 0, B = 1 \Rightarrow F = 1$
- Riga 2: $A = 1, B = 0 \Rightarrow F = 1$

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_1: A = 0$ (complementato), $B = 1$ (diretto) $\Rightarrow m_1 = \overline{A} \cdot B$
- $m_2: A = 1$ (diretto), $B = 0$ (complementato) $\Rightarrow m_2 = A \cdot \overline{B}$

Passaggio 3: Funzione logica**Soluzione**

$$F(A, B) = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B} = \sum(1, 2)$$

Nota: Questa è la funzione XOR (OR esclusivo).

Esercizio 2

Riga	X	Y	F
0	0	0	1
1	0	1	0
2	1	0	0
3	1	1	1

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

- Riga 0: $X = 0, Y = 0 \Rightarrow F = 1$
- Riga 3: $X = 1, Y = 1 \Rightarrow F = 1$

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- m_0 : $X = 0$ (complementato), $Y = 0$ (complementato) $\Rightarrow m_0 = \overline{X} \cdot \overline{Y}$
- m_3 : $X = 1$ (diretto), $Y = 1$ (diretto) $\Rightarrow m_3 = X \cdot Y$

Passaggio 3: Funzione logica**Soluzione**

$$F(X, Y) = \overline{X} \cdot \overline{Y} + X \cdot Y = \sum(0, 3)$$

Nota: Questa è la funzione XNOR (equivalenza logica).

Esercizio 3

Riga	A	B	C	F
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	0

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

- Riga 0: $A = 0, B = 0, C = 0$
- Riga 2: $A = 0, B = 1, C = 0$
- Riga 5: $A = 1, B = 0, C = 1$
- Riga 6: $A = 1, B = 1, C = 0$

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_0: A = 0, B = 0, C = 0 \Rightarrow m_0 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
- $m_2: A = 0, B = 1, C = 0 \Rightarrow m_2 = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$
- $m_5: A = 1, B = 0, C = 1 \Rightarrow m_5 = A \cdot \overline{B} \cdot C$
- $m_6: A = 1, B = 1, C = 0 \Rightarrow m_6 = A \cdot B \cdot \overline{C}$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

$$F(A, B, C) = \sum(0, 2, 5, 6)$$

Osservazione: Si può notare che $C = 0$ in tre mintermini su quattro, questo suggerisce una possibile semplificazione.

Esercizio 4

Riga	X	Y	Z	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 1, 3, 4, 6, 7

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

$$\bullet \ m_1 = \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z$$

$$\bullet \ m_3 = \overline{X} \cdot Y \cdot Z$$

$$\bullet \ m_4 = X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$$

$$\bullet \ m_6 = X \cdot Y \cdot \overline{Z}$$

$$\bullet \ m_7 = X \cdot Y \cdot Z$$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$F(X, Y, Z) = \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z + \overline{X} \cdot Y \cdot Z + X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \\ X \cdot Y \cdot \overline{Z} + X \cdot Y \cdot Z$$

$$F(X, Y, Z) = \sum(1, 3, 4, 6, 7)$$

Esercizio 5

Riga	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
2	0	1	0	1
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	0
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 2, 3, 4, 7

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_2: A = 0, B = 1, C = 0 \Rightarrow \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C}$
- $m_3: A = 0, B = 1, C = 1 \Rightarrow \bar{A} \cdot B \cdot C$
- $m_4: A = 1, B = 0, C = 0 \Rightarrow A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C}$
- $m_7: A = 1, B = 1, C = 1 \Rightarrow A \cdot B \cdot C$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$F(A, B, C) = \bar{A} \cdot B \cdot \bar{C} + \bar{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$$

$$F(A, B, C) = \sum(2, 3, 4, 7)$$

Semplificazione possibile:

- $m_2 + m_3 = \bar{A} \cdot B \cdot (\bar{C} + C) = \bar{A} \cdot B$
- Funzione semplificata: $F = \bar{A} \cdot B + A \cdot \bar{B} \cdot \bar{C} + A \cdot B \cdot C$

Esercizio 6

Riga	A	B	C	D	F
0	0	0	0	0	1
1	0	0	0	1	0
2	0	0	1	0	1
3	0	0	1	1	0
4	0	1	0	0	0
5	0	1	0	1	1
6	0	1	1	0	0
7	0	1	1	1	1
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	1
13	1	1	0	1	0
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	1

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 0, 2, 5, 7, 10, 11, 12, 15

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_0 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$
- $m_2 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$
- $m_5 = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D$
- $m_7 = \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot D$
- $m_{10} = A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D}$
- $m_{11} = A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D$
- $m_{12} = A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D}$
- $m_{15} = A \cdot B \cdot C \cdot D$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$\begin{aligned} F(A, B, C, D) = & \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} \cdot D + \\ & \overline{A} \cdot B \cdot C \cdot D + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot C \cdot D + \\ & A \cdot B \cdot \overline{C} \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot C \cdot D \end{aligned}$$

$$F(A, B, C, D) = \sum(0, 2, 5, 7, 10, 11, 12, 15)$$

Esercizio 7

Riga	P	Q	R	F
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	1

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 0, 1, 4, 5, 7

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_0 = \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot \overline{R}$
- $m_1 = \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot R$
- $m_4 = P \cdot \overline{Q} \cdot \overline{R}$
- $m_5 = P \cdot \overline{Q} \cdot R$
- $m_7 = P \cdot Q \cdot R$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$F(P, Q, R) = \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot \overline{R} + \overline{P} \cdot \overline{Q} \cdot R + P \cdot \overline{Q} \cdot \overline{R} + \\ P \cdot \overline{Q} \cdot R + P \cdot Q \cdot R$$

$$F(P, Q, R) = \sum(0, 1, 4, 5, 7)$$

Semplificazione possibile:

- $m_0 + m_1 = \overline{P} \cdot \overline{Q}$
- $m_4 + m_5 = P \cdot \overline{Q}$
- Funzione semplificata: $F = \overline{Q} + P \cdot Q \cdot R$

Esercizio 8

Riga	A	B	C	F
0	0	0	0	0
1	0	0	1	1
2	0	1	0	1
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	0
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 1, 2, 6, 7

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_1 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$
- $m_2 = \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$
- $m_6 = A \cdot B \cdot \overline{C}$
- $m_7 = A \cdot B \cdot C$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

$$F(A, B, C) = \sum(1, 2, 6, 7)$$

Semplificazione possibile:

- $m_6 + m_7 = A \cdot B \cdot (\overline{C} + C) = A \cdot B$
- Funzione semplificata: $F = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B$

Esercizio 9

Riga	W	X	Y	Z	F
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1
2	0	0	1	0	0
3	0	0	1	1	1
4	0	1	0	0	1
5	0	1	0	1	0
6	0	1	1	0	1
7	0	1	1	1	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	1	0
10	1	0	1	0	1
11	1	0	1	1	1
12	1	1	0	0	0
13	1	1	0	1	1
14	1	1	1	0	0
15	1	1	1	1	0

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 1, 3, 4, 6, 10, 11, 13

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_1 = \overline{W} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z$
- $m_3 = \overline{W} \cdot \overline{X} \cdot Y \cdot Z$
- $m_4 = \overline{W} \cdot X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z}$
- $m_6 = \overline{W} \cdot X \cdot Y \cdot \overline{Z}$
- $m_{10} = W \cdot \overline{X} \cdot Y \cdot \overline{Z}$
- $m_{11} = W \cdot \overline{X} \cdot Y \cdot Z$
- $m_{13} = W \cdot X \cdot \overline{Y} \cdot Z$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$\begin{aligned} F(W, X, Y, Z) = & \overline{W} \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot Z + \overline{W} \cdot \overline{X} \cdot Y \cdot Z + \overline{W} \cdot X \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + \\ & \overline{W} \cdot X \cdot Y \cdot \overline{Z} + W \cdot \overline{X} \cdot \overline{Y} \cdot \overline{Z} + W \cdot \overline{X} \cdot Y \cdot Z + \\ & W \cdot X \cdot \overline{Y} \cdot Z \end{aligned}$$

$$F(W, X, Y, Z) = \sum(1, 3, 4, 6, 10, 11, 13)$$

Esercizio 10

Riga	A	B	C	F
0	0	0	0	1
1	0	0	1	0
2	0	1	0	0
3	0	1	1	1
4	1	0	0	1
5	1	0	1	1
6	1	1	0	0
7	1	1	1	0

Passaggio 1: Identificazione righe con F=1

Righe: 0, 3, 4, 5

Passaggio 2: Scrittura dei mintermini

- $m_0 = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
- $m_3 = \overline{A} \cdot B \cdot C$
- $m_4 = A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$
- $m_5 = A \cdot \overline{B} \cdot C$

Passaggio 3: Funzione logica

Soluzione

$$F(A, B, C) = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C$$

$$F(A, B, C) = \sum(0, 3, 4, 5)$$

Semplificazione possibile:

- $m_0 + m_4 = \overline{B} \cdot \overline{C}$
- $m_4 + m_5 = A \cdot \overline{B}$
- Funzione semplificata: $F = \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C$
oppure
 $F = A \cdot \overline{B} + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C$

Riepilogo delle Notazioni

Forma Estesa

La funzione viene scritta esplicitando tutti i prodotti logici:

$$F = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{B}$$

Forma Compatta (Notazione Sigma)

La funzione viene scritta come somma dei mintermini indicati dai loro indici:

$$F = \sum(1, 2)$$

dove i numeri indicano le righe della tabella di verità con uscita 1.

Conversione Decimale-Binario

Per determinare quale mintermine corrisponde a un certo indice:

- Convertire l'indice decimale in binario
- Il numero di bit deve essere uguale al numero di variabili
- 0 → variabile complementata
- 1 → variabile diretta

Esempio con 3 variabili A, B, C:

- $m_5 = ?$
- $5_{10} = 101_2$
- $A = 1$ (diretto), $B = 0$ (complementato), $C = 1$ (diretto)
- $m_5 = A \cdot \overline{B} \cdot C$

Consigli per la Risoluzione

1. **Organizzazione:** Numerare sempre le righe partendo da 0
2. **Evidenziazione:** Evidenziare o marcare le righe con $F = 1$
3. **Sistematicità:** Procedere in ordine, senza saltare righe
4. **Verifica:** Controllare che ogni variabile compaia in ogni mintermine
5. **Semplificazione:** Dopo aver scritto la forma SOP, cercare possibili semplificazioni usando:
 - Teorema del complemento: $X + \overline{X} = 1$
 - Fattorizzazione
 - Mappe di Karnaugh (argomento successivo)