

# Soluzioni Complete

## Esercizi sulle Tabelle di Verità

Prof. Massimo Fedeli

### Esercizio 1

#### Funzione

$$F(A, B) = A \cdot B + \overline{A}$$

#### Procedimento

La funzione è composta da due termini in OR:

- $A \cdot B$  (prodotto logico di A e B)
- $\overline{A}$  (negazione di A)

La funzione è vera quando almeno uno dei due termini è vero.

#### Tabella di Verità Completa

A	B	$A \cdot B$	$\overline{A}$	$F(A, B)$
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

#### Analisi del Risultato

La funzione è falsa solo quando  $A = 1$  e  $B = 0$ . In tutti gli altri casi è vera.

### Esercizio 2

#### Funzione

$$F(A, B) = \overline{A \cdot B}$$

#### Procedimento

Questa è la funzione **NAND** (NOT-AND):

1. Si calcola prima il prodotto  $A \cdot B$
2. Poi si nega il risultato

**Tabella di Verità Completa**

A	B	$A \cdot B$	F(A,B)
0	0	0	<b>1</b>
0	1	0	<b>1</b>
1	0	0	<b>1</b>
1	1	1	<b>0</b>

**Analisi del Risultato**

La funzione NAND è vera quando almeno uno dei due input è falso. È l'opposto della funzione AND.

## Esercizio 3

### Funzione

$$F(A, B, C) = A \cdot B + B \cdot C$$

### Procedimento

La funzione è composta da due prodotti in OR:

- $A \cdot B$  (AND tra A e B)
- $B \cdot C$  (AND tra B e C)

Si nota che la variabile B è presente in entrambi i termini.

### Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A \cdot B$	$B \cdot C$	$F(A, B, C)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

### Analisi del Risultato

La funzione è vera in 3 casi su 8:

- Quando  $B = 1$  e  $C = 1$  (indipendentemente da A)
- Quando  $A = 1$ ,  $B = 1$  e  $C = 0$
- Quando tutti sono a 1

Si può semplificare come:  $F = B \cdot (A + C)$

## Esercizio 4

### Funzione

$$F(A, B, C) = A \cdot (\overline{B} + C)$$

### Procedimento

La funzione richiede:

1. Calcolare  $\overline{B}$  (negazione di B)
2. Calcolare  $\overline{B} + C$  (OR tra  $\overline{B}$  e C)
3. Moltiplicare il risultato per A

La funzione è vera solo quando A è vero E almeno una tra  $\overline{B}$  o C è vera.

### Tabella di Verità Completa

A	B	C	$\bar{B}$	$\bar{B} + C$	F(A,B,C)
0	0	0	1	1	<b>0</b>
0	0	1	1	1	<b>0</b>
0	1	0	0	0	<b>0</b>
0	1	1	0	1	<b>0</b>
1	0	0	1	1	<b>1</b>
1	0	1	1	1	<b>1</b>
1	1	0	0	0	<b>0</b>
1	1	1	0	1	<b>1</b>

### Analisi del Risultato

La funzione è vera solo quando  $A = 1$  E ( $B = 0$  OPPURE  $C = 1$ ). Applicando De Morgan:  
 $F = A \cdot \overline{B \cdot \overline{C}}$

## Esercizio 5

### Funzione

$$F(A, B, C) = \overline{A + B} \cdot C$$

### Procedimento

**Attenzione:** La negazione si applica all'intero termine  $(A + B)$ :

1. Calcolare  $A + B$  (OR tra A e B)
2. Negare il risultato:  $\overline{A + B}$
3. Moltiplicare per C

Per la legge di De Morgan:  $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

### Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A + B$	$\overline{A + B}$	F(A,B,C)
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

### Analisi del Risultato

La funzione è vera in un solo caso: quando  $A = 0$ ,  $B = 0$  e  $C = 1$ .

Forma equivalente:  $F = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$

## Esercizio 6

### Funzione

$$F(A, B, C) = A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

### Procedimento

Questa è una funzione in **forma canonica SOP** (Sum of Products):

- Primo termine:  $A \cdot \overline{B} \cdot C$  (vero quando  $A = 1$ ,  $B = 0$ ,  $C = 1$ )
- Secondo termine:  $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$  (vero quando  $A = 0$ ,  $B = 1$ ,  $C = 0$ )

La funzione è vera quando almeno uno dei due termini è vero.

### Tabella di Verità Completa

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	$A \cdot \overline{B} \cdot C$	$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$	<b>F(A,B,C)</b>
0	0	0	0	0	<b>0</b>
0	0	1	0	0	<b>0</b>
0	1	0	0	1	<b>1</b>
0	1	1	0	0	<b>0</b>
1	0	0	0	0	<b>0</b>
1	0	1	1	0	<b>1</b>
1	1	0	0	0	<b>0</b>
1	1	1	0	0	<b>0</b>

### Analisi del Risultato

La funzione è vera in esattamente 2 casi su 8:

- Riga 3:  $(0, 1, 0)$  - mintermino  $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$
- Riga 6:  $(1, 0, 1)$  - mintermino  $A \cdot \overline{B} \cdot C$

Notazione decimale:  $F = \sum m(2, 5)$

## Esercizio 7

### Funzione

$$F(A, B, C, D) = A \cdot B + C \cdot D$$

### Procedimento

Con 4 variabili abbiamo 16 combinazioni possibili ( $2^4 = 16$ ).

La funzione è vera quando:

- $A \cdot B = 1$  (A e B entrambi a 1), oppure
- $C \cdot D = 1$  (C e D entrambi a 1), oppure
- Entrambe le condizioni

### Tabella di Verità Completa

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	$A \cdot B$	$C \cdot D$	<b>F(A,B,C,D)</b>
0	0	0	0	0	0	<b>0</b>
0	0	0	1	0	0	<b>0</b>
0	0	1	0	0	0	<b>0</b>
0	0	1	1	0	1	<b>1</b>
0	1	0	0	0	0	<b>0</b>
0	1	0	1	0	0	<b>0</b>
0	1	1	0	0	0	<b>0</b>
0	1	1	1	0	1	<b>1</b>
1	0	0	0	0	0	<b>0</b>
1	0	0	1	0	0	<b>0</b>
1	0	1	0	0	0	<b>0</b>
1	0	1	1	0	1	<b>1</b>
1	1	0	0	1	0	<b>1</b>
1	1	0	1	1	0	<b>1</b>
1	1	1	0	1	0	<b>1</b>
1	1	1	1	1	1	<b>1</b>

### Analisi del Risultato

La funzione è vera in 7 casi su 16:

- Righe 4, 8, 12:  $C = 1$  e  $D = 1$  (ma  $A \cdot B = 0$ )
- Righe 13, 14, 15:  $A = 1$  e  $B = 1$  (con qualsiasi valore di C e D)
- Riga 16: Tutti a 1

## Esercizio 8

### Funzione

$$F(A, B, C, D) = \overline{A \cdot B} \cdot (C + D)$$

### Procedimento

Questa funzione combina NAND e OR:

1. Calcolare  $A \cdot B$  (AND)
2. Negare:  $\overline{A \cdot B}$  (NAND)
3. Calcolare  $C + D$  (OR)
4. Moltiplicare i due risultati (AND finale)

### Tabella di Verità Completa

<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	$\overline{A \cdot B}$	$C + D$	<b>F(A,B,C,D)</b>
0	0	0	0	1	0	<b>0</b>
0	0	0	1	1	1	<b>1</b>
0	0	1	0	1	1	<b>1</b>
0	0	1	1	1	1	<b>1</b>
0	1	0	0	1	0	<b>0</b>
0	1	0	1	1	1	<b>1</b>
0	1	1	0	1	1	<b>1</b>
0	1	1	1	1	1	<b>1</b>
1	0	0	0	1	0	<b>0</b>
1	0	0	1	1	1	<b>1</b>
1	0	1	0	1	1	<b>1</b>
1	0	1	1	1	1	<b>1</b>
1	1	0	0	0	0	<b>0</b>
1	1	0	1	0	1	<b>0</b>
1	1	1	0	0	1	<b>0</b>
1	1	1	1	0	1	<b>0</b>

### Analisi del Risultato

La funzione è vera in 9 casi su 16. È vera quando:

- $\overline{A \cdot B} = 1$  (almeno uno tra A o B è 0) **E**
- $C + D = 1$  (almeno uno tra C o D è 1)

È falsa quando:  $A = 1$  E  $B = 1$  (indipendentemente da C e D), oppure quando  $C = 0$  E  $D = 0$  (indipendentemente da A e B).

## Esercizio 9

### Funzione

$$F(A, B, C) = A \oplus B \oplus C$$

### Procedimento

Lo XOR (OR esclusivo) è definito come:

$$X \oplus Y = X \cdot \overline{Y} + \overline{X} \cdot Y$$

Per lo XOR a cascata:

1. Prima si calcola  $A \oplus B$
2. Poi si calcola  $(A \oplus B) \oplus C$

**Proprietà importante:** Lo XOR multiplo è vero quando c'è un numero **dispari** di 1 negli input.

### Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A \oplus B$	F(A,B,C)	N° di 1
0	0	0	0	<b>0</b>	0 (pari)
0	0	1	0	<b>1</b>	1 (dispari)
0	1	0	1	<b>1</b>	1 (dispari)
0	1	1	1	<b>0</b>	2 (pari)
1	0	0	1	<b>1</b>	1 (dispari)
1	0	1	1	<b>0</b>	2 (pari)
1	1	0	0	<b>0</b>	2 (pari)
1	1	1	0	<b>1</b>	3 (dispari)

### Analisi del Risultato

Come previsto, la funzione è vera esattamente quando c'è un numero dispari di 1:

- 1 uno: righe 2, 3, 5  $\rightarrow F = 1$
- 3 uni: riga 8  $\rightarrow F = 1$
- 0 o 2 uni: righe 1, 4, 6, 7  $\rightarrow F = 0$

**Applicazione:** Questa funzione è usata nei circuiti di controllo di parità.

## Esercizio 10

### Funzione

$$F(A, B, C, D) = (A + B) \cdot (\overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + C)$$

### Procedimento

Questa è una funzione in **forma POS** (Product of Sums):

1. Calcolare ogni clausola separatamente:
  - $(A + B)$  - vero quando almeno uno tra A o B è vero
  - $(\overline{C} + D)$  - vero quando C è falso o D è vero
  - $(\overline{A} + C)$  - vero quando A è falso o C è vero
2. Moltiplicare (AND) tutti i risultati
3. La funzione è vera solo quando tutte e tre le clausole sono vere

### Tabella di Verità Completa

A	B	C	D	$A + B$	$\overline{C} + D$	$\overline{A} + C$	F
0	0	0	0	0	1	1	<b>0</b>
0	0	0	1	0	1	1	<b>0</b>
0	0	1	0	0	0	1	<b>0</b>
0	0	1	1	0	1	1	<b>0</b>
0	1	0	0	1	1	1	<b>1</b>
0	1	0	1	1	1	1	<b>1</b>
0	1	1	0	1	0	1	<b>0</b>
0	1	1	1	1	1	1	<b>1</b>
1	0	0	0	1	1	0	<b>0</b>
1	0	0	1	1	1	0	<b>0</b>
1	0	1	0	1	0	1	<b>0</b>
1	0	1	1	1	1	1	<b>1</b>
1	1	0	0	1	1	0	<b>0</b>
1	1	0	1	1	1	0	<b>0</b>
1	1	1	0	1	0	1	<b>0</b>
1	1	1	1	1	1	1	<b>1</b>

### Analisi del Risultato

La funzione è vera in 5 casi su 16 (righe 5, 6, 8, 12, 16).

Osservazioni:

- Quando  $A = 0$  e  $B = 0$ :  $(A + B) = 0$  quindi F è sempre falso
- Quando  $A = 1$  e  $C = 0$ :  $(\overline{A} + C) = 0$  quindi F è sempre falso
- La funzione richiede che tutte le clausole siano contemporaneamente vere

In forma SOP (mintermini):  $F = \sum m(4, 5, 7, 11, 15)$

## Riepilogo e Note Conclusive

### Distribuzione dei Risultati

Esercizio	Casi Veri	Casi Totali
Esercizio 1	3	4
Esercizio 2 (NAND)	3	4
Esercizio 3	3	8
Esercizio 4	3	8
Esercizio 5	1	8
Esercizio 6	2	8
Esercizio 7	7	16
Esercizio 8	9	16
Esercizio 9 (XOR)	4	8
Esercizio 10 (POS)	5	16

### Concetti Chiave Applicati

#### 1. Precedenza degli Operatori

- NOT (negazione) - massima precedenza
- AND (prodotto logico) - precedenza intermedia
- OR (somma logica) - minima precedenza
- Le parentesi modificano l'ordine di valutazione

#### 2. Leggi di De Morgan

- $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$
- $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

#### 3. Forme Canoniche

- **SOP (Sum of Products)**: Somma di prodotti (es. Esercizio 6)
- **POS (Product of Sums)**: Prodotto di somme (es. Esercizio 10)

#### 4. Funzioni Speciali

- **NAND**:  $\overline{A \cdot B}$  - universale (può generare tutte le altre)
- **XOR**:  $A \oplus B$  - vero per numero dispari di 1
- **NOR**:  $\overline{A + B}$  - universale

### Metodo di Verifica

Per verificare i propri risultati:

1. Controllare il numero di righe: deve essere  $2^n$  dove n è il numero di variabili
2. Verificare che tutte le combinazioni siano presenti (ordine binario)
3. Ricontrollare le righe dove la funzione è vera
4. Controllare casi limite (tutti 0, tutti 1)

## Esercizi di Approfondimento

Dopo aver compreso questi esercizi, si suggerisce di:

1. Semplificare le funzioni usando le mappe di Karnaugh
2. Convertire tra forme SOP e POS
3. Disegnare i circuiti logici corrispondenti
4. Implementare le funzioni usando solo porte NAND o solo NOR