

Soluzioni Complete

Esercizi sulle Tabelle di Verità

Prof. Massimo Fedeli

Esercizio 1

Funzione

$$F(A, B) = A \cdot B + \overline{A}$$

Procedimento

La funzione è composta da due termini in OR:

- $A \cdot B$ (prodotto logico di A e B)
- \overline{A} (negazione di A)

La funzione è vera quando almeno uno dei due termini è vero.

Tabella di Verità Completa

A	B	$A \cdot B$	\overline{A}	F(A,B)
0	0	0	1	1
0	1	0	1	1
1	0	0	0	0
1	1	1	0	1

Analisi del Risultato

La funzione è falsa solo quando $A = 1$ e $B = 0$. In tutti gli altri casi è vera.

Esercizio 2

Funzione

$$F(A, B) = \overline{A \cdot B}$$

Procedimento

Questa è la funzione **NAND** (NOT-AND):

1. Si calcola prima il prodotto $A \cdot B$
2. Poi si nega il risultato

Tabella di Verità Completa

A	B	$A \cdot B$	F(A,B)
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

Analisi del Risultato

La funzione NAND è vera quando almeno uno dei due input è falso. È l'opposto della funzione AND.

Esercizio 3

Funzione

$$F(A, B, C) = A \cdot B + B \cdot C$$

Procedimento

La funzione è composta da due prodotti in OR:

- $A \cdot B$ (AND tra A e B)
- $B \cdot C$ (AND tra B e C)

Si nota che la variabile B è presente in entrambi i termini.

Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A \cdot B$	$B \cdot C$	$F(A, B, C)$
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1

Analisi del Risultato

La funzione è vera in 3 casi su 8:

- Quando $B = 1$ e $C = 1$ (indipendentemente da A)
- Quando $A = 1$, $B = 1$ e $C = 0$
- Quando tutti sono a 1

Si può semplificare come: $F = B \cdot (A + C)$

Esercizio 4

Funzione

$$F(A, B, C) = A \cdot (\overline{B} + C)$$

Procedimento

La funzione richiede:

1. Calcolare \overline{B} (negazione di B)
2. Calcolare $\overline{B} + C$ (OR tra \overline{B} e C)
3. Moltiplicare il risultato per A

La funzione è vera solo quando A è vero E almeno una tra \overline{B} o C è vera.

Tabella di Verità Completa

A	B	C	\overline{B}	$\overline{B} + C$	F(A,B,C)
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	1	1

Analisi del Risultato

La funzione è vera solo quando $A = 1$ E $(B = 0$ OPPURE $C = 1)$. Applicando De Morgan:
 $F = A \cdot \overline{B \cdot C}$

Esercizio 5

Funzione

$$F(A, B, C) = \overline{A + B} \cdot C$$

Procedimento

Attenzione: La negazione si applica all'intero termine ($A + B$):

1. Calcolare $A + B$ (OR tra A e B)
2. Negare il risultato: $\overline{A + B}$
3. Moltiplicare per C

Per la legge di De Morgan: $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A + B$	$\overline{A + B}$	F(A,B,C)
0	0	0	0	1	0
0	0	1	0	1	1
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	0	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0

Analisi del Risultato

La funzione è vera in un solo caso: quando $A = 0$, $B = 0$ e $C = 1$.

Forma equivalente: $F = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C$

Esercizio 6

Funzione

$$F(A, B, C) = A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$$

Procedimento

Questa è una funzione in **forma canonica SOP** (Sum of Products):

- Primo termine: $A \cdot \overline{B} \cdot C$ (vero quando $A = 1$, $B = 0$, $C = 1$)
- Secondo termine: $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$ (vero quando $A = 0$, $B = 1$, $C = 0$)

La funzione è vera quando almeno uno dei due termini è vero.

Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A \cdot \overline{B} \cdot C$	$\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$	F(A,B,C)
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0

Analisi del Risultato

La funzione è vera in esattamente 2 casi su 8:

- Riga 3: $(0, 1, 0)$ - mintermino $\overline{A} \cdot B \cdot \overline{C}$
- Riga 6: $(1, 0, 1)$ - mintermino $A \cdot \overline{B} \cdot C$

Notazione decimale: $F = \sum m(2, 5)$

Esercizio 7

Funzione

$$F(A, B, C, D) = A \cdot B + C \cdot D$$

Procedimento

Con 4 variabili abbiamo 16 combinazioni possibili ($2^4 = 16$).

La funzione è vera quando:

- $A \cdot B = 1$ (A e B entrambi a 1), oppure
- $C \cdot D = 1$ (C e D entrambi a 1), oppure
- Entrambe le condizioni

Tabella di Verità Completa

A	B	C	D	$A \cdot B$	$C \cdot D$	F(A,B,C,D)
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0
1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	1

Analisi del Risultato

La funzione è vera in 7 casi su 16:

- Righe 4, 8, 12: $C = 1$ e $D = 1$ (ma $A \cdot B = 0$)
- Righe 13, 14, 15: $A = 1$ e $B = 1$ (con qualsiasi valore di C e D)
- Riga 16: Tutti a 1

Esercizio 8

Funzione

$$F(A, B, C, D) = \overline{A \cdot B} \cdot (C + D)$$

Procedimento

Questa funzione combina NAND e OR:

1. Calcolare $A \cdot B$ (AND)
2. Negare: $\overline{A \cdot B}$ (NAND)
3. Calcolare $C + D$ (OR)
4. Moltiplicare i due risultati (AND finale)

Tabella di Verità Completa

A	B	C	D	$\overline{A \cdot B}$	$C + D$	F(A,B,C,D)
0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0
1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	0	0	1	0
1	1	1	1	0	1	0

Analisi del Risultato

La funzione è vera in 9 casi su 16. È vera quando:

- $\overline{A \cdot B} = 1$ (almeno uno tra A o B è 0) **E**
- $C + D = 1$ (almeno uno tra C o D è 1)

È falsa quando: $A = 1$ E $B = 1$ (indipendentemente da C e D), oppure quando $C = 0$ E $D = 0$ (indipendentemente da A e B).

Esercizio 9

Funzione

$$F(A, B, C) = A \oplus B \oplus C$$

Procedimento

Lo XOR (OR esclusivo) è definito come:

$$X \oplus Y = X \cdot \overline{Y} + \overline{X} \cdot Y$$

Per lo XOR a cascata:

1. Prima si calcola $A \oplus B$
2. Poi si calcola $(A \oplus B) \oplus C$

Proprietà importante: Lo XOR multiplo è vero quando c'è un numero **dispari** di 1 negli input.

Tabella di Verità Completa

A	B	C	$A \oplus B$	F(A,B,C)	N° di 1
0	0	0	0	0	0 (pari)
0	0	1	0	1	1 (dispari)
0	1	0	1	1	1 (dispari)
0	1	1	1	0	2 (pari)
1	0	0	1	1	1 (dispari)
1	0	1	1	0	2 (pari)
1	1	0	0	0	2 (pari)
1	1	1	0	1	3 (dispari)

Analisi del Risultato

Come previsto, la funzione è vera esattamente quando c'è un numero dispari di 1:

- 1 uno: righe 2, 3, 5 $\rightarrow F = 1$
- 3 uni: riga 8 $\rightarrow F = 1$
- 0 o 2 uni: righe 1, 4, 6, 7 $\rightarrow F = 0$

Applicazione: Questa funzione è usata nei circuiti di controllo di parità.

Esercizio 10

Funzione

$$F(A, B, C, D) = (A + B) \cdot (\overline{C} + D) \cdot (\overline{A} + C)$$

Procedimento

Questa è una funzione in **forma POS** (Product of Sums):

- Calcolare ogni clausola separatamente:
 - $(A + B)$ - vero quando almeno uno tra A o B è vero
 - $(\overline{C} + D)$ - vero quando C è falso o D è vero
 - $(\overline{A} + C)$ - vero quando A è falso o C è vero
- Moltiplicare (AND) tutti i risultati
- La funzione è vera solo quando tutte e tre le clausole sono vere

Tabella di Verità Completa

A	B	C	D	$A + B$	$\overline{C} + D$	$\overline{A} + C$	F
0	0	0	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	0	0
1	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	1	1	1	1	1	1

Analisi del Risultato

La funzione è vera in 5 casi su 16 (righe 5, 6, 8, 12, 16).

Osservazioni:

- Quando $A = 0$ e $B = 0$: $(A + B) = 0$ quindi F è sempre falso
- Quando $A = 1$ e $C = 0$: $(\overline{A} + C) = 0$ quindi F è sempre falso
- La funzione richiede che tutte le clausole siano contemporaneamente vere

In forma SOP (mintermini): $F = \sum m(4, 5, 7, 11, 15)$

Riepilogo e Note Conclusive

Distribuzione dei Risultati

Esercizio	Casi Veri	Casi Totali
Esercizio 1	3	4
Esercizio 2 (NAND)	3	4
Esercizio 3	3	8
Esercizio 4	3	8
Esercizio 5	1	8
Esercizio 6	2	8
Esercizio 7	7	16
Esercizio 8	9	16
Esercizio 9 (XOR)	4	8
Esercizio 10 (POS)	5	16

Concetti Chiave Applicati

1. Precedenza degli Operatori

- NOT (negazione) - massima precedenza
- AND (prodotto logico) - precedenza intermedia
- OR (somma logica) - minima precedenza
- Le parentesi modificano l'ordine di valutazione

2. Leggi di De Morgan

- $\overline{A \cdot B} = \overline{A} + \overline{B}$
- $\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$

3. Forme Canoniche

- **SOP (Sum of Products):** Somma di prodotti (es. Esercizio 6)
- **POS (Product of Sums):** Prodotto di somme (es. Esercizio 10)

4. Funzioni Speciali

- **NAND:** $\overline{A \cdot B}$ - universale (può generare tutte le altre)
- **XOR:** $A \oplus B$ - vero per numero dispari di 1
- **NOR:** $\overline{A + B}$ - universale

Metodo di Verifica

Per verificare i propri risultati:

1. Controllare il numero di righe: deve essere 2^n dove n è il numero di variabili
2. Verificare che tutte le combinazioni siano presenti (ordine binario)
3. Ricontrollare le righe dove la funzione è vera
4. Controllare casi limite (tutti 0, tutti 1)

Esercizi di Approfondimento

Dopo aver compreso questi esercizi, si suggerisce di:

1. Semplificare le funzioni usando le mappe di Karnaugh
2. Convertire tra forme SOP e POS
3. Disegnare i circuiti logici corrispondenti
4. Implementare le funzioni usando solo porte NAND o solo NOR