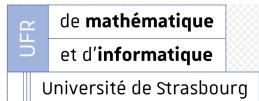


www.unistra.fr

Rapport de stage

www.segulatechnologies.com



UNIVERSITÉ DE STRASBOURG



MASTER CSMI : CALCUL SCIENTIFIQUE ET
MATHÉMATIQUE DE L'INFORMATION

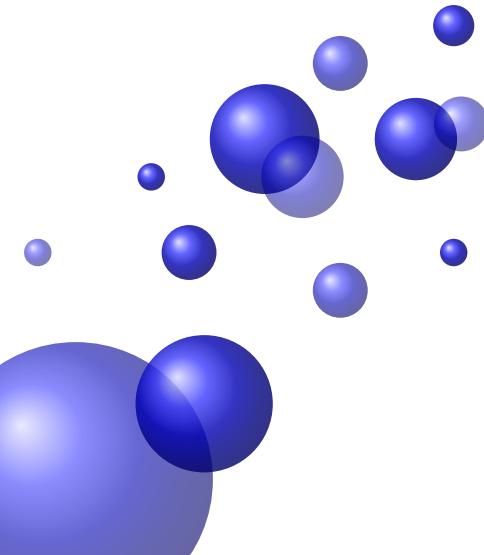
Développement et Optimisation d'un modèle CFD hybride multiphasique avec maillage dynamique

Auteur :
Obed SABA

Superviseur :
Mathieu ORZALESI

SEGULA TECHNOLOGIES

August 28, 2024



Contents

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Introduction | 4 |
| 1.1 | Présentation de SEGULA Technologies | 4 |
| 1.2 | Contexte et objectifs du stage | 4 |
| 1.2.1 | Contexte du projet | 4 |
| 1.2.2 | Objectifs de la recherche | 5 |
| 2 | État de l'art | 7 |
| 2.1 | Caractérisation d'un écoulement | 9 |
| 2.1.1 | Écoulements laminaire et turbulent | 9 |
| 2.1.2 | Équations de Navier-Stokes | 10 |
| 2.2 | Couche Limite | 13 |
| 2.2.1 | Couches Limites Laminaires | 14 |
| 2.2.2 | Couches Limites Turbulentes | 15 |
| 2.2.3 | Loi de Paroi | 15 |
| 2.2.4 | Modélisation et Simulation de la Turbulence | 17 |
| 2.2.5 | Raffinement de maillage adaptatif (AMR) | 47 |
| 3 | Demarche Expérimentale | 51 |
| 3.1 | Présentation de l'outil OpenFOAM | 53 |
| 3.1.1 | Répertoires Principaux | 53 |
| 3.1.2 | Structure d'un Cas de Simulation | 54 |
| 3.1.3 | Phase d'Implémentation de SBES | 55 |
| 3.1.4 | Implémentation de l'Adaptive Mesh Refinement 2D (AMR2D) | 59 |

Remerciements

Je tiens à exprimer ma profonde gratitude à toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de ce stage. Je remercie tout d'abord Mr Mathieu ORZALESI, mon superviseur chez SEGULA Technologies, pour son encadrement attentif, ses conseils avisés, et sa disponibilité tout au long de

ces six mois. Son expertise et son soutien m'ont permis de mener à bien les missions qui m'ont été confiées. Je souhaite également remercier l'ensemble de l'équipe de SEGULA Technologies pour leur accueil chaleureux et leur collaboration. Leur esprit d'équipe et leur enthousiasme ont rendu cette expérience professionnelle particulièrement enrichissante. Mes remerciements vont également à mes professeurs et tuteurs à l'Université de Strasbourg, en particulier à Mr Christophe PRUD'HOMME et Joubine AGHILI, pour leur encadrement et leurs encouragements. Leur suivi régulier et leurs précieux conseils m'ont été d'une grande aide. Enfin, je voudrais remercier mes amis pour leur soutien moral et leur compréhension tout au long de cette période de stage.

Résumé

Ce rapport présente les travaux effectués durant mon stage de six mois au sein de SEGULA Technologies, dans le cadre de mon Master en Calcul Scientifique et Mathématique de l'Information à l'Université de Strasbourg. L'objectif principal de ce stage était de développer et d'optimiser un modèle CFD hybride multiphasique avec un maillage dynamique. Les missions qui m'ont été confiées incluaient la compréhension des systèmes multiphasiques, la modélisation de ces systèmes, et l'implémentation d'un maillage adaptatif pour améliorer les performances des simulations. Les résultats obtenus montrent une amélioration significative de la précision des simulations tout en réduisant le temps de calcul. Ces avancées contribuent non seulement à l'efficacité des processus de modélisation chez SEGULA Technologies, mais ouvrent également des perspectives intéressantes pour des applications futures.

Chapter 1

Introduction

1.1 Présentation de SEGULA Technologies

SEGULA Technologies est une entreprise internationale spécialisée dans l'ingénierie et l'innovation. Présente dans plusieurs pays, elle intervient dans des secteurs variés tels que l'automobile, l'aérospatiale, l'énergie, la construction navale et le ferroviaire. SEGULA Technologies offre des services allant de la conception à la production, en passant par le conseil et la gestion de projets.

Cliquez sur l'image ci-dessous pour visiter le site de l'université :



1.2 Contexte et objectifs du stage

1.2.1 Contexte du projet

Le projet HYDROVOL a été lancé en 2019 suite à la rencontre entre SEGULA technologies et le multiple champion du monde de windsurf. L'intérêt de ce support est double : développer des outils internes permettant de battre un record de vitesse en windfoil en maîtrisant le développement et l'analyse de ses appendices.



Figure 1.1: Projet HYDROVOL.

1.2.2 Objectifs de la recherche

Le stage s'inscrit dans le cadre du projet HYDROVOL avec les objectifs spécifiques suivants :

- **Développement de Modèles Améliorés** : Développer et intégrer des modèles de simulation numérique avancés dans OpenFOAM, en mettant l'accent sur le maillage dynamique pour une prédiction plus précise de phénomènes complexes tels que la cavitation et la ventilation. L'objectif est de maintenir un coût de calcul faible tout en améliorant la précision des simulations. Cela implique l'ajustement des modèles de turbulence, l'optimisation du maillage et potentiellement le développement de sous-routines personnalisées pour capturer les dynamiques complexes observées dans les écoulements autour des foils.
- **Validation Expérimentale et Simulation** : Utiliser OpenFOAM pour simuler une série de conditions opérationnelles variées et comparer les résultats obtenus avec des données expérimentales recueillies via des tests en tunnel hydrodynamique et des essais en mer. Cette phase vise à calibrer et valider les modèles de simulation afin d'assurer leur fiabilité et leur applicabilité dans un contexte réel.
- **Optimisation de la Conception des Foils** : Exploiter les capacités de paramétrisation et d'optimisation offertes par OpenFOAM pour explorer différents designs de foils. L'objectif est d'identifier les configurations qui minimisent les effets néfastes de la cavitation et de la ventilation, tout en maximisant la portance et la stabilité. Cette optimisation est cruciale pour améliorer les performances des foils et ainsi augmenter les chances de battre le record de vitesse.

Ces objectifs ont orienté mon travail tout au long du stage, me permettant d'acquérir une expérience précieuse en simulation numérique, en modélisation physique complexe, et en optimisation de conception.

Chapter 2

État de l'art

La compréhension de la turbulence dans les écoulements fluides, bien que complexe et difficile à prédire, est un domaine clé de la dynamique des fluides depuis des siècles. Léonard de Vinci, dès le XVI^e siècle, observait déjà ce phénomène, mais ce sont les travaux de Claude-Louis Navier et George Gabriel Stokes au XIX^e siècle qui ont véritablement posé les bases mathématiques avec les équations de Navier-Stokes. Ces équations, qui décrivent le mouvement des fluides, sont non linéaires et très difficiles à résoudre, surtout pour les écoulements turbulents [3].

Au fil des décennies, des avancées majeures ont été réalisées, notamment par Osborne Reynolds, qui introduit le nombre de Reynolds et les équations moyennées (RANS), et par Andreï Kolmogorov, qui a proposé une théorie statistique de la turbulence. Ces travaux ont jeté les bases des modèles de turbulence modernes, utilisés aujourd’hui pour simuler les écoulements fluides de manière plus réaliste.

Avec l’essor de l’informatique à la fin du XX^e siècle, la dynamique des fluides computationnelle (CFD) a permis de combiner ces modèles avec des méthodes numériques, donnant naissance à des techniques hybrides comme les simulations DES (Detached Eddy Simulation) et LES (Large Eddy Simulation), qui intègrent les avantages des approches RANS et LES pour modéliser les écoulements complexes de manière plus précise et efficace.

Les écoulements multiphasiques, où plusieurs phases (solide, liquide, gaz) coexistent, sont courants dans de nombreux processus naturels et industriels. La cavitation, un phénomène critique dans ces écoulements, se produit lorsque la pression locale chute en dessous de la pression de vapeur saturante, entraînant la formation de bulles de vapeur (figure 2.1 et 2.2). Ce phénomène peut endommager les surfaces des équipements par implosion des bulles, générant des ondes de choc.

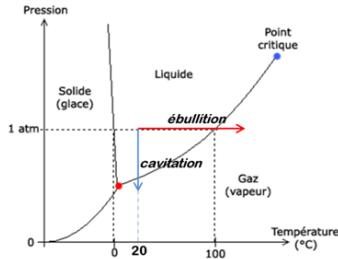


Figure 2.1: Diagramme de phase de l'eau montrant la cavitation.

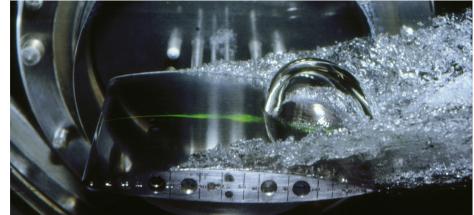


Figure 2.2: Cavitation sur un profil d'aile.

La simulation numérique des écoulements cavitants est essentielle pour anticiper et minimiser ces effets néfastes. Les méthodes de simulation actuelles, telles que DNS (Direct Numerical Simulation), LES, et RANS, offrent différents niveaux de détail et de coût computationnel, en fonction des besoins spécifiques de l'étude.

La modélisation des écoulements multiphasiques doit prendre en compte la complexité de l'interaction entre les phases et la turbulence. Les approches hybrides, combinant DNS, LES, et RANS, représentent une avancée significative en permettant de modéliser avec précision les régions critiques des écoulements tout en optimisant les ressources de calcul.

En somme, la simulation des écoulements multiphasiques et cavitants est un défi qui nécessite des modèles adaptés et une gestion fine des interactions entre les phases. Le développement de ces techniques est crucial pour améliorer la conception et la performance des systèmes soumis à de tels écoulements. Les différentes stratégies de simulation et de modélisation de la turbulence, telles que RANS, LES, DNS, et les approches hybrides, varient en termes d'empirisme, de traitement de l'instationnaire, de maillage, de pas de temps, et de disponibilité. Le tableau 2.1 ci-dessous résume ces caractéristiques clés.

| Stratégie | Empirisme | Instationnaire | Maillage | Pas de Temps | Disponibilité |
|-----------|---------------|----------------|-------------|--------------|---------------|
| RANS | <i>Fort</i> | Non | 10^7 | 10^3 | 1990 |
| Hybride | <i>Fort</i> | Oui | 10^8 | 10^4 | 2000 |
| LES | <i>Faible</i> | Oui | $10^{11.5}$ | $10^{6.7}$ | 2045 |
| DNS | <i>Aucun</i> | Oui | 10^{16} | $10^{7.7}$ | 2080 |

Table 2.1: Stratégies de simulation et modélisation de la turbulence [3]

2.1 Caractérisation d'un écoulement

La caractérisation d'un écoulement est essentielle pour comprendre les dynamiques des fluides, notamment dans des contextes aussi techniques que ceux rencontrés dans le projet HYDROVOL. Les écoulements peuvent être classés en fonction de plusieurs critères, parmi lesquels la nature laminaire ou turbulente de l'écoulement, ainsi que les propriétés compressibles ou incompressibles du fluide.

2.1.1 Écoulements laminaire et turbulent

Un écoulement laminaire est caractérisé par un mouvement fluide ordonné où les particules suivent des trajectoires parallèles. Ce type d'écoulement se produit généralement à des nombres de Reynolds faibles, où les forces visqueuses dominent sur les forces inertielles illustré dans la figure 2.4.

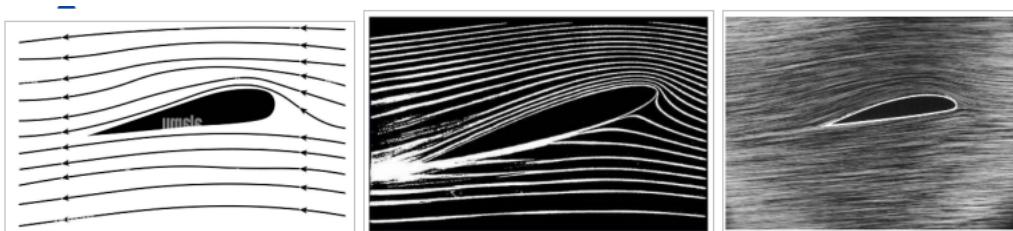


Figure 2.3: Illustration d'écoulement laminaire autour d'un profil.

À l'inverse, un écoulement turbulent se manifeste par des mouvements désordonnés et chaotiques, avec des fluctuations importantes de la vitesse dans le temps et l'espace. Les écoulements turbulents se produisent à des nombres de Reynolds élevés et sont caractérisés par une grande dissipation d'énergie et un mélange intense du fluide illustré dans la figure 2.3.

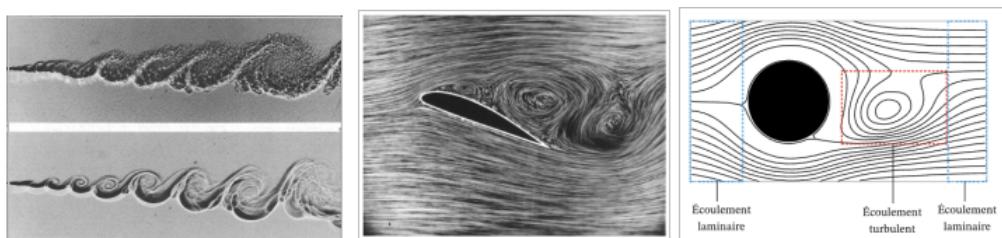


Figure 2.4: Illustration des différents types d'écoulements autour d'un profil aérodynamique.

2.1.2 Équations de Navier-Stokes

Les équations de Navier-Stokes décrivent le mouvement des fluides et sont au cœur de la dynamique des fluides. Elles prennent en compte la conservation de la masse, la quantité de mouvement et, dans certains cas, l'énergie. Ces équations sont non linéaires et leur résolution analytique est généralement impossible pour la plupart des écoulements d'intérêt pratique, d'où l'importance des méthodes numériques.

Soit le domaine $\Omega \subset \mathbb{R}^d$ avec d la dimension de l'espace pour l'intervalle de temps $[0, T]$, notons Γ le bord du domaine Ω . Les équations de Navier-Stokes ainsi que celles d'Euler ont été obtenues à partir d'un point de vue eulérien, c'est-à-dire en suivant l'évolution au cours du temps des grandeurs macroscopiques locales comme le vecteur vitesse $\mathbf{u}(x, t)$ en un point M donné où $\mathbf{x} = \overrightarrow{OM}$. Ainsi ce vecteur concerne une particule de fluide différente à chaque instant.

Soit une particule de fluide, son accélération est égale à la dérivée partielle de la vitesse, et montrons aisément qu'elle s'exprime de la manière suivante :

$$\frac{D\mathbf{u}}{Dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \quad (2.1)$$

Où $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t}$ à l'accélération locale et $(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}$ correspond à l'accélération convective.

Chaque particule de fluide est soumise à un ensemble de forces extérieures rassemblées ci-dessous : les forces de volume \mathbf{f} (par exemple le poids), la résultante des forces de pression $-\nabla p$, la résultante des forces de viscosité $2\mu\nabla \cdot \varepsilon(\mathbf{u})$

$$\varepsilon(\mathbf{u}) = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T)$$

Écoulement Incompressible

Dans un écoulement incompressible, la densité du fluide reste constante malgré les variations de pression et de température. Cette approximation est valable pour les liquides et les gaz à faible vitesse, où les changements de densité sont négligeables. L'approximation d'incompressibilité simplifie considérablement les équations de Navier-Stokes, car la conservation de la masse se réduit à la condition de divergence nulle pour le champ de vitesse. Par application du principe fondamental de la dynamique on retrouve :

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = 2\mu\nabla \cdot \varepsilon(\mathbf{u}) - \nabla p + \mathbf{f} \quad (2.2)$$

De plus, il est fréquent d'utiliser que le principe de conservation de masse, c'est à dire que l'on se place dans le cas d'un fluide en écoulement incompressible. Ce qui se traduit, à l'aide d'un bilan de masse, par :

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$$

Finalement on obtient :

$$\begin{cases} \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = 2\mu \nabla \cdot \varepsilon(\mathbf{u}) - \nabla p + \mathbf{f} \\ \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Associé aux conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \mathbf{u}(x, 0) = \mathbf{u}_0(x) \\ \mathbf{u} = \mathbf{g} \text{ sur } \Gamma_g \\ \mathbf{n} \cdot (2\mu \varepsilon(\mathbf{u}) - pI) = \mathbf{h} \text{ sur } \Gamma_h \end{cases}$$

Où $\Gamma = \Gamma_g \cup \Gamma_h$ et $\Gamma_g \cap \Gamma_h = \emptyset$. Les fonctions \mathbf{g} et \mathbf{h} sont données et \mathbf{n} est le vecteur normal à Γ orienté vers l'extérieur.

En 1883, Osborne Reynolds (1842-1912) introduit un critère d'apparition des instabilités turbulentes, dénommé nombre de Reynolds (Re), il s'agit d'un nombre sans dimension représentant le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Soit :

$$\rho |(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}| \approx \rho \frac{\mathbf{u}}{L} \quad \text{et} \quad 2\mu |\nabla \cdot \varepsilon(\mathbf{u})| \approx \frac{\mu \mathbf{u}}{L^2}$$

Si bien que,

$$\frac{\rho |(\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}| L}{2\mu |\nabla \cdot \varepsilon(\mathbf{u})|} = \frac{\rho U L}{\mu} = Re \quad (2.4)$$

Où U représente la vitesse de l'écoulement libre et L la taille caractéristique du problème. Pour chaque problème étudié il existe un nombre de Reynolds critique au-delà duquel l'écoulement est turbulent et en deçà duquel l'écoulement est laminaire.

Autrement dit, l'équation de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible de fluide newtonien permet de décrire l'évolution de la vitesse instantanée u_i et de la pression p (qui n'intervient que par son gradient), en fonction de la masse volumique ρ et de la viscosité cinématique ν du fluide, supposées constantes ici, avec l'équation de continuité et l'équation de la quantité de mouvement :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + g_i \end{cases} \quad (2.5)$$

Cette forme peut se réécrire :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \\ \rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{f} \end{cases} \quad (2.6)$$

où :

- ρ est la densité du fluide,
- \mathbf{u} est le vecteur vitesse,
- p est la pression,
- $\mu = \frac{\nu}{\rho}$ est la viscosité dynamique,
- ν est la viscosité cinématique,
- \mathbf{f} représente les forces volumiques externes.

Écoulement Compressible

Un écoulement est dit compressible si les variations de densité du fluide dues aux variations de pression et de température sont non négligeables. Bien que moins fréquent pour les hydrofoils opérant à des vitesses subsoniques dans l'eau, la compréhension des écoulements compressibles peut être nécessaire pour des vitesses extrêmement élevées ou pour des applications où les changements de phase ou les effets de compressibilité peuvent survenir (par exemple, proche de la surface où la pression diminue).

- L'équation de conservation de la masse pour un écoulement compressible s'écrit sous forme conservative et dans un repère cartésien :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.7)$$

Avec ρ la masse volumique et u_i les composantes de la vitesse.

- Les équations de la conservation de la quantité de mouvement:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2.8)$$

Avec p la pression statique, f_i les forces volumiques et σ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses qui est donné par :

$$\sigma_{ij} = 2\mu S_{ij} - \frac{2}{3}\mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}; \quad S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (2.9)$$

Avec μ la viscosité dynamique, δ_{ij} le symbole de Kronecker, et S_{ij} le tenseur des taux de déformation.

- L'équation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Hu_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial(u_j \sigma_{ij})}{\partial x_i} + \rho f_i u_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.10)$$

Avec $E = e + \frac{1}{2}u_i u_i$ l'énergie totale par unité de masse, e l'énergie interne par unité de masse, $H = E + \frac{p}{\rho} + \frac{u_i u_i}{2}$ l'enthalpie totale par unité de masse, et $q_i = -\frac{\mu}{Pr} C_p \frac{\partial T}{\partial x_i}$ le flux de chaleur où Pr est le nombre de Prandtl et C_p la capacité calorifique à pression constante.

En somme, les équations de Navier-Stokes compressibles s'écrivent :

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0 \\ \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + \rho f_i \\ \frac{\partial(\rho E)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho Hu_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial(u_j \sigma_{ij})}{\partial x_i} + \rho f_i u_i - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \end{cases} \quad (2.11)$$

2.2 Couche Limite

Les écoulements autour de parois sont classés en deux catégories : écoulements internes (canal, conduite) et externes (autour d'un cylindre, d'un profil d'aile). La présence de parois induit une inhomogénéité dans l'écoulement, avec un effet notable à proximité des parois, où s'applique la condition d'adhérence :

$$\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad \text{sur la paroi} \quad (2.12)$$

Cela crée une zone de transition, appelée **couche limite** (Figure 2.5), où la vitesse du fluide varie entre zéro à la paroi ($\mathbf{u} = \mathbf{0}$) et la vitesse de l'écoulement libre à l'infini ($\mathbf{u} = \mathbf{u}_\infty$).

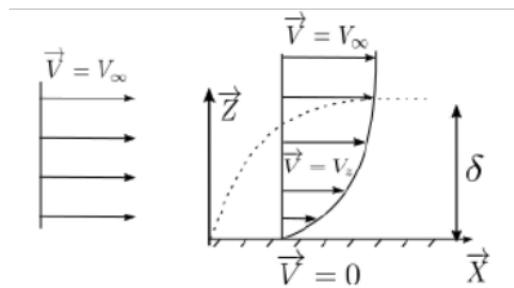


Figure 2.5: Illustration de la couche limite autour d'un profil.

Dans cette zone, la viscosité joue un rôle crucial en diffusant la quantité de mouvement. La couche limite se développe à la paroi, où la vitesse est

nulle, et son épaisseur, définie comme la distance où la vitesse atteint 99% de la vitesse libre, augmente dans le sens de l'écoulement. Cette épaisseur dépend fortement de la géométrie de la paroi et du gradient de pression. La Figure 2.6 illustre les phénomènes physiques pouvant se produire au sein d'une couche limite et schématise l'évolution du profil de vitesse normale à la paroi.

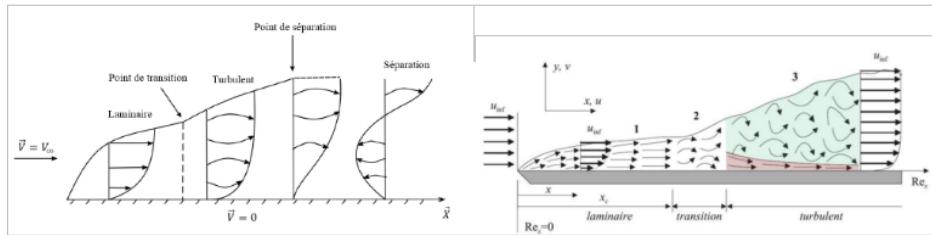


Figure 2.6: Phénomènes physiques dans une couche limite.

2.2.1 Couches Limites Laminaires

Les couches limites laminaires s'épaissent naturellement en raison de la viscosité, qui ralentit le fluide et favorise l'accumulation de fluide au sein de la couche. Un écoulement accéléré tend à stabiliser et à réduire l'épaisseur de la couche limite, tandis qu'un écoulement décéléré favorise son épaissement. Le décollement de la couche limite (2.7) se produit lorsque le fluide ne peut plus suivre la paroi, souvent à cause d'un gradient de pression adverse ou d'une géométrie brusque.

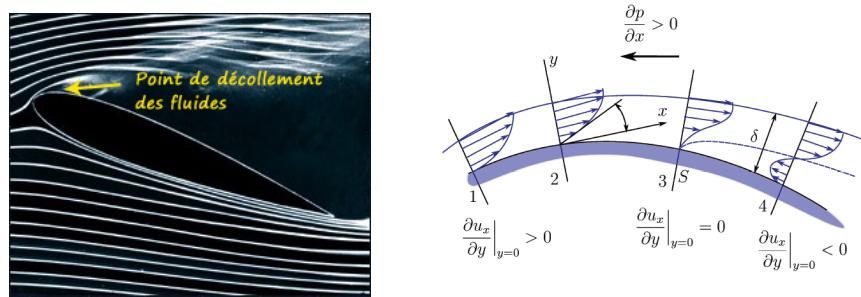


Figure 2.7: Décollement de la couche limite autour d'un profil et gradient de pression.

2.2.2 Couches Limites Turbulentes

Les couches limites turbulentes, plus épaisses et riches en tourbillons, fournissent plus d'énergie cinétique aux particules fluides, ce qui leur permet de mieux résister aux gradients de pression adverses. La turbulence y est décomposée en deux zones principales :

- Une zone externe, dominée par les grands tourbillons,
- Une zone interne, où les petites structures se dissipent en chaleur près de la paroi.

Cette zone interne se divise en sous-couche visqueuse, zone de transition, et sous-couche inertuelle, caractérisée par la loi logarithmique (figure 2.8).

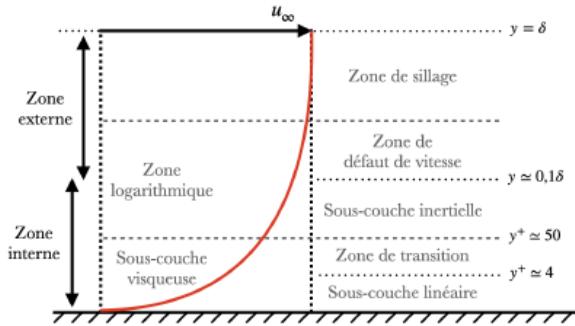


Figure 2.8: Composition de la couche limite turbulente.

2.2.3 Loi de Paroi

La loi de paroi permet de modéliser l'écoulement proche de la paroi sans le résoudre explicitement, réduisant ainsi les coûts de calcul. Elle relie les flux pariétaux aux grandeurs de l'écoulement par une relation algébrique basée sur des hypothèses simplificatrices, telles que l'absence de gradient de pression moyen et un écoulement statistiquement stationnaire. La vitesse au premier nœud au-dessus de la paroi est utilisée pour prédire le frottement pariétal, et la loi de paroi est divisée en deux régimes : la sous-couche visqueuse où l'écoulement est laminaire, et la région logarithmique où la turbulence domine.

L'écoulement étant considéré statistiquement stationnaire, l'équation de conservation de la quantité de mouvement s'écrit :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \right) - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}' \bar{v}') - \frac{\partial}{\partial x} (\bar{u}'^2) \quad (2.13)$$

En réduisant l'équation aux termes dominants et en tenant compte des hypothèses précédemment citées, l'équation devient :

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \nu \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}' \bar{v}') \quad (2.14)$$

Avec l'hypothèse de Reynolds infini, on peut écrire l'équation sous la forme suivante :

$$0 = \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - \rho \bar{u}' \bar{v}' \right] = \frac{\partial \bar{\tau}_{tot}}{\partial y} \quad (2.15)$$

Cette dernière équation permet d'affirmer que le cisaillement total est constant au travers de la couche interne. Avec l'hypothèse de Boussinesq, le tenseur de Reynolds peut être modélisé comme $\bar{\tau}_t = -\mu_t \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}$. On peut finalement exprimer l'équation du moment en fonction des viscosités :

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} + (\mu + \mu_t) \right) = 0 \quad (2.16)$$

En supposant que la turbulence au mur ne dépend pas de l'écoulement éloigné de la paroi, une analyse dimensionnelle permet d'introduire les variables :

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \quad \text{et} \quad y_\tau = \frac{\nu}{u_\tau} \quad (2.17)$$

Représentant respectivement la vitesse et la longueur de frottement, elles permettent de définir les variables adimensionnelles exprimées en unités pariétales :

$$u^+ = \frac{U_\infty}{u_\tau} \quad \text{et} \quad y^+ = \frac{y}{y_\tau} \quad (2.18)$$

En définissant $u^+ = f(y^+)$ on peut recréer le profil de vitesse universel. La sous-couche visqueuse étant purement laminaire, l'équation peut être reformulée sans terme turbulent, ce qui permet de définir le frottement à la paroi tel que :

$$\tau_w = \tau_{tot}|_{y=0} = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} \quad (2.19)$$

Sous la forme adimensionnelle, cela se traduit par un profil de vitesse directement proportionnel à la distance à la paroi. Et si on tient également compte du fait que l'influence des termes visqueux s'estompe lorsqu'on s'en éloigne, on peut alors définir un modèle à deux couches :

$$u^+ = y^+ \implies \text{Zone de paroi} \quad (2.20)$$

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C \implies \text{Zone logarithmique} \quad (2.21)$$

Avec κ la constante de von Karman et C une constante d'intégration.

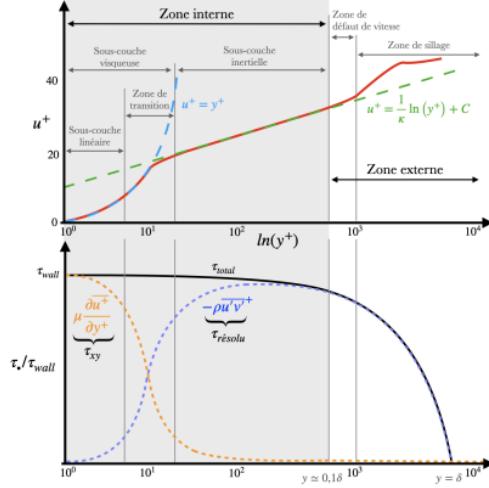


Figure 2.9: Représentation schématique de la vitesse débitante (partie supérieure) et du cisaillement (partie inférieure) en unités pariétales selon la loi de paroi.

La figure 2.9 est une représentation classique de la loi de paroi où l'on retrouve les deux formules analytiques composant le modèle à deux couches dans la partie supérieure. La partie inférieure de la figure montre le comportement du cisaillement à l'intérieur de la couche limite.

2.2.4 Modélisation et Simulation de la Turbulence

La simulation des écoulements turbulents repose principalement sur trois méthodes :

- **Simulation Numérique Directe (DNS)** : Cette méthode utilise directement les équations de Navier-Stokes avec des pas de temps et d'espace extrêmement petits, permettant de capturer tout le spectre d'énergie.
- **Simulation des Grandes Échelles (LES)** : En appliquant un filtre spatial aux équations de Navier-Stokes, LES sépare les grandes échelles (directement résolues) des petites échelles (modélisées par des modèles de sous-maille). Cette technique permet de simuler une large portion du spectre d'énergie.

- **Modélisation Statistique (RANS)** : Dans cette approche, le champ de vitesse est décomposé en une composante moyenne et une composante fluctuante. Seul le champ moyen est résolu, nécessitant des modèles de turbulence pour compléter les équations de Navier-Stokes.

Récemment, plusieurs développements ont enrichi ces techniques de simulation :

- **URANS améliorées (Unsteady RANS)** : Cette méthode améliore la modélisation RANS traditionnelle en capturant les fluctuations temporelles, permettant une meilleure prédition des écoulements instationnaires.
- **Approches hybrides RANS/DNS** : Elles combinent les méthodes RANS et DNS pour traiter efficacement différentes échelles de l'écoulement, en utilisant DNS dans des zones critiques et RANS dans les autres.
- **Méthodes hybrides RANS/LES** : En intégrant RANS et LES, ces méthodes adaptent leur utilisation selon les zones spécifiques de l'écoulement pour optimiser la précision et l'efficacité.

Ces évolutions (figure 2.10) montrent l'évolution du spectre d'énergie et indiquent que la résolution DNS complète pourrait être envisageable vers 2080, tandis que LES avec des lois de paroi pourrait devenir courant vers 2045.

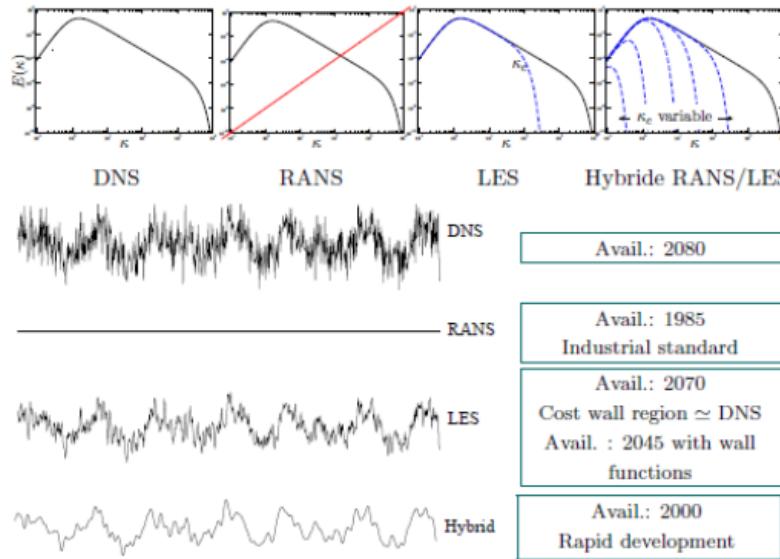


Figure 2.10: Représentation de la résolution du spectre d'énergie cinétique pour les différentes approches DNS, RANS, LES et hybride RANS/LES.

2.2.4.1. Simulation Numérique Directe (DNS)

La Simulation Numérique Directe (DNS) est une méthode puissante utilisée en mécanique des fluides pour résoudre les équations de Navier-Stokes sans aucune modélisation des petites échelles de turbulence. Cette approche requiert une résolution spatiale et temporelle très fine pour capturer toutes les échelles de mouvement dans un fluide, ce qui la rend particulièrement exigeante en termes de ressources de calcul. Toutefois, elle permet d'obtenir des résultats extrêmement précis, qui sont souvent utilisés comme référence pour valider d'autres méthodes de simulation moins coûteuses.

2.2.4.1.1. Les équations de Navier-Stokes

Les équations instationnaires de Navier-Stokes sous leur forme conservative pour un fluide compressible avec des coordonnées cartésiennes (x, y, z) peuvent s'écrire comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial t}(W) + \frac{\partial}{\partial x}(f - f_v) + \frac{\partial}{\partial y}(g - g_v) + \frac{\partial}{\partial z}(h - h_v) = 0 \quad (2.22)$$

avec t le temps physique. Le vecteur d'état W est :

$$W = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{pmatrix} \quad (2.23)$$

avec les vecteurs des densités du flux convectif définis par :

$$f = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ u(\rho E + p) \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vw \\ v(\rho E + p) \end{pmatrix}, \quad h = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^2 + p \\ w(\rho E + p) \end{pmatrix} \quad (2.24)$$

où ρ est la masse volumique, $U = (u, v, w)$ les composantes cartésiennes de la vitesse, p la pression et E l'énergie totale. Les vecteurs des densités du flux visqueux sont définis par :

$$f_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ (\tau U)_x - q_x \end{pmatrix}, \quad g_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ (\tau U)_y - q_y \end{pmatrix}, \quad h_v = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ (\tau U)_z - q_z \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Les composantes du tenseur des contraintes visqueuses τ sont données par :

$$\begin{aligned} \tau_{xx} &= 2\mu \left(\frac{2}{3} \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right), \\ \tau_{yy} &= 2\mu \left(\frac{2}{3} \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right), \\ \tau_{zz} &= 2\mu \left(\frac{2}{3} \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right), \\ \tau_{xy} = \tau_{yx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \tau_{xz} = \tau_{zx} &= \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \\ \tau_{yz} = \tau_{zy} &= \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (2.26)$$

avec μ la viscosité dynamique. Les équations de la dissipation visqueuse de l'énergie sont :

$$\begin{aligned} (\tau U)_x &= \tau_{xx}u + \tau_{xy}v + \tau_{xz}w \\ (\tau U)_y &= \tau_{yx}u + \tau_{yy}v + \tau_{yz}w \\ (\tau U)_z &= \tau_{zx}u + \tau_{zy}v + \tau_{zz}w \end{aligned} \quad (2.27)$$

et la densité de flux convectif de chaleur q est calculée à l'aide de la loi de Fourier :

$$\begin{aligned} q_x &= -k \frac{\partial T}{\partial x} \\ q_y &= -k \frac{\partial T}{\partial y} \\ q_z &= -k \frac{\partial T}{\partial z} \end{aligned} \quad (2.28)$$

où T est la température et k le coefficient de conductivité thermique. Pour un gaz parfait, la viscosité dynamique est donnée par la loi de Sutherland :

$$\frac{\mu}{\mu_\infty} = \left(\frac{T}{T_\infty} \right)^{3/2} \frac{T_\infty + S_1}{T + S_1} \quad (2.29)$$

avec μ_∞ la viscosité à la température de référence T_∞ et S_1 une constante généralement égale à $110.4K$ dans l'atmosphère.

Avec l'hypothèse de la constante du nombre de Prandtl ($Pr = 0.72$), le coefficient de conductivité thermique est constant et donné par :

$$k = \mu C_p / Pr \quad (2.30)$$

Les capacités calorifiques pour un gaz parfait sont $C_v = r/(\gamma - 1)$ et $C_p = \gamma C_v$, avec $\gamma = 1.4$ et r la constante des gaz parfaits égale à 287 J/kgK dans l'atmosphère.

Une équation de plus est nécessaire pour fermer le système. La pression p est reliée au vecteur d'état W par la loi d'état des gaz parfaits :

$$p = \rho e(\gamma - 1) = \rho C_v T(\gamma - 1) = \rho r T \quad (2.31)$$

avec e l'énergie interne. L'énergie totale et l'énergie interne sont reliées par la relation :

$$e = E - \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \quad (2.32)$$

2.2.4.2. Reynolds-Averaged Navier-Stokes (RANS)

L'approche statistique de la turbulence repose sur la décomposition de Reynolds, où l'écoulement est divisé en un champ moyen et un champ fluctuant. Cette méthode permet d'analyser les mouvements moyens de l'écoulement tout en tenant compte de la nature aléatoire de la turbulence.

1. Décomposition de Reynolds et propriétés

L'approche statistique repose sur une décomposition de l'écoulement en un champ moyen $\bar{u} = U$ et $\bar{p} = P$ et un champ fluctuant u' et p' . C'est ce que l'on appelle la décomposition de Reynolds (« IV. On the Dynamical Theory of Incompressible Viscous Fluids and the Determination of the Criterion », 1895, p. Rey1) :

$$u = \bar{u} + u' \quad \text{et} \quad p = \bar{p} + p' \quad (2.33)$$

Pour la densité ρ et la viscosité dynamique $\mu = \nu\rho$, on considère que les fluctuations sont négligeables. L'opérateur de moyenne de Reynolds a les propriétés suivantes :

- **Conservation des constantes** : $\bar{a} = a$
- **Linéarité** : $\overline{af + bg} = a\bar{f} + b\bar{g}$ avec a, b des constantes
- **Idempotence** : $\overline{\bar{f}} = \bar{f}$
- **Commutativité avec les opérateurs différentiels** : $(\frac{\partial f}{\partial x}) = \frac{\partial \bar{f}}{\partial x}$ et $(\frac{\partial f}{\partial t}) = \frac{\partial \bar{f}}{\partial t}$

D'après ces propriétés, la moyenne des fluctuations est nulle : $\overline{u'} = 0$.

2. Valeurs moyennes :

La turbulence, caractérisée par son imprévisibilité et sa nature aléatoire, requiert l'utilisation de méthodes statistiques pour être analysée et comprise efficacement. En considérant T , une grandeur thermodynamique telle que la vitesse ou la pression, mesurée à un instant t et à une position \vec{X} . L'approche idéale théorique pour comprendre ces mesures implique l'utilisation de la moyenne d'ensemble. Cette méthode implique la reproduction de l'écoulement N fois sous des conditions initiales identiques ou statistiquement équivalentes. Chacune de ces reproductions est appelée une réalisation. Les mesures de T sont collectées pour chaque réalisation à l'instant t et à la position \vec{X} , et l'ensemble des données est ensuite moyenné.

$$\langle T(\vec{X}, t) \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N T_i(\vec{X}, t) \quad (2.34)$$

Cette moyenne d'ensemble fournit une valeur statistique de T , minimisant les anomalies spécifiques à une seule réalisation et offrant une représentation plus fiable et généralisable du phénomène étudié.

En pratique, cette méthode est compliquée à mettre en œuvre. En effet, nous ne pouvons pas lancer plusieurs fois le même calcul pour réaliser une moyenne d'ensemble, pour des raisons évidentes de temps et de coûts de calcul. Pour un calcul stationnaire, le théorème d'ergodicité (coursdeturbulence.pdf, s.d., p. ERGO) permet de transformer la moyenne d'ensemble en moyenne temporelle telle que :

$$\langle T(\vec{x}, t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} T(\vec{x}, t) dt \quad (2.35)$$

En appliquant la moyenne de Reynolds à l'équation de conservation de la masse (première équation), on obtient :

$$\begin{aligned} \overline{\frac{\partial u_i}{\partial x_i}} = 0 &\implies \overline{\frac{\partial}{\partial x_i}(\bar{u}_i + u'_i)} = 0 \\ &\implies \overline{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}} + \overline{\frac{\partial u'_i}{\partial x_i}} = 0 \\ &\implies \overline{\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i}} = 0 \end{aligned}$$

De même, en moyennant l'équation de quantité de mouvement 2.6, on obtient :

$$\rho \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 \bar{u}_i}{\partial x_j^2} + g_i \quad (2.36)$$

En appliquant la même logique et en assemblant tous les termes, nous obtenons les équations de Navier-Stokes moyennées (équations RANS) en remplaçant \bar{u}_i par U_i et \bar{p} par P :

$$\frac{\partial U_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2.37)$$

$$\rho \frac{\partial U_i}{\partial t} + \rho U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] + g_i \quad (2.38)$$

Un terme supplémentaire apparaît $\tau_{ij} = -\rho \overline{u'_i u'_j}$, appelé le tenseur des contraintes de Reynolds ou tension turbulente et en anglais **Reynolds stress tensor**. Ces contraintes turbulentes de l'écoulement moyen s'ajoutent aux contraintes visqueuses $(\mu \frac{\partial U_i}{\partial x_j})$. L'interprétation du tenseur de Reynolds est le transport de quantité de mouvement par les fluctuations de la vitesse et leurs influences sur le champ moyen de l'écoulement. On peut également

le voir comme une contrainte agissant sur l'écoulement moyen orientée dans la direction j et agissant sur une surface élémentaire de normale dans la direction i . Les tensions turbulentes, ou corrélations de Reynolds, introduisent 6 composantes indépendantes dans les équations de Navier-Stokes moyennées (RANS). Ceci crée un système sous-déterminé avec 10 inconnues ($U_i, U_j, U_k, P, \overline{u'_i u'_i}, \overline{u'_j u'_j}, \overline{u'_k u'_k}, \overline{u'_i u'_j}, \overline{u'_i u'_k}, \overline{u'_j u'_k}$) à résoudre pour seulement 4 équations disponibles. Par conséquent, des équations supplémentaires sont nécessaires pour fermer ce système et rendre le problème résoluble.

3. Fermeture du système d'équations

Les modèles de fermeture les plus courants reposent sur l'hypothèse de Boussinesq (1877), introduisant la viscosité turbulente μ_t . Plusieurs modèles sont utilisés pour traiter les tensions turbulentes avec des niveaux de complexité variés :

- **Modèles de viscosité d'ordre 0 ou algébrique** : Ces modèles, tels que celui de Prandtl, sont simples mais nécessitent la définition préalable d'une longueur de mélange, souvent déterminée empiriquement.
- **Modèles de viscosité au premier ordre ou Linear Eddy Viscosity Models (LEVM)** : Plus avancés, ces modèles incluent diverses formulations pour modéliser les tensions turbulentes.
- **Modèles de viscosité de deuxième ordre** : Également appelés Modèles de Stress de Reynolds (RSM), ces modèles prennent en compte des corrélations doubles inconnues et nécessitent des équations supplémentaires pour les résoudre.

L'hypothèse de Boussinesq relie les corrélations doubles $\overline{u'_i u'_j}$ aux données moyennes en introduisant la viscosité turbulente μ_t , qui est analogue à la viscosité moléculaire μ . Elle est définie par la relation suivante :

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \tau_{ij} = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3}\rho k \delta_{ij} \quad (2.39)$$

où $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$ est le taux de déformation et k est l'énergie cinétique turbulente. La viscosité turbulente μ_t est introduite et ajoutée à la viscosité dynamique du fluide μ . Contrairement à la viscosité du fluide, la viscosité turbulente dépend de l'écoulement. Le principal défaut de cette formulation est l'hypothèse d'isotropie de μ_t . Pour compléter la fermeture du système d'équations, il est nécessaire de déterminer μ_t .

3.1. Modèles de turbulence au 1^{er} ordre

- **Modèle à une équation :**

Spalart et Allmaras (SA) ont développé un modèle de viscosité turbulente à une équation de transport pour μ_t :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\nu}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho\tilde{\nu}u_j) = P_\nu - D_\nu + \frac{1}{\sigma_\nu} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \rho\tilde{\nu}) \frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + C_{b2}\rho \left(\frac{\partial\tilde{\nu}}{\partial x_j} \right)^2 \right] \quad (2.40)$$

La viscosité turbulente est exprimée par $\mu_t = \rho\tilde{\nu}f_{v1}$, où f_{v1} représente la fonction d'amortissement. Les termes P_ν et D_ν désignent respectivement la production et la destruction de μ_t . Ce modèle, principalement utilisé en aéronautique, est adapté aux écoulements internes et externes, en particulier avec des maillages fins près des surfaces.

- **Modèle à deux équations :**

Les modèles de viscosité utilisant deux équations se basent principalement sur l'équation de transport de l'énergie cinétique turbulente, notée k . En éliminant les équations du mouvement moyen des équations de quantité de mouvement instantanées, on peut dériver les équations de transport spécifiques aux fluctuations de l'écoulement. Les équations de transport pour les tensions de Reynolds sont données par :

$$\frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial t} + U_k \frac{\partial \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k} = P_{ij} + T_{ij} + \Phi_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} \quad (2.41)$$

Avec :

$$\begin{aligned} -P_{ij} &= \left(\overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} + \overline{u'_j u'_k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \right) && \text{:Production} \\ -T_{ij} &= -\frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u'_i u'_j u'_k} \right) && \text{:Transport turbulent} \\ -\Phi_{ij} &= -\frac{1}{\rho} \left(\overline{u'_i \frac{\partial p'}{\partial x_j}} + \overline{u'_j \frac{\partial p'}{\partial x_i}} \right) && \text{:Corrélation pression-vitesse} \\ -D_{ij} &= \nu \frac{\partial^2 \overline{u'_i u'_j}}{\partial x_k^2} && \text{:Diffusion visqueuse} \\ -\varepsilon_{ij} &= 2\nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_k} \frac{\partial \overline{u'_j}}{\partial x_k} && \text{:Tenseur de dissipation turbulente} \end{aligned}$$

En contractant les indices dans le système précédent, on obtient l'équation de transport pour l'énergie cinétique turbulente $k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i}$:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \underbrace{-\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial U_i}{\partial x_j}}_{P_k} - \underbrace{\frac{1}{2} \frac{\partial \overline{u'_i u'_i u'_j}}{\partial x_j}}_{T_k} - \underbrace{\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\overline{u'_i p'} \right)}_{\Phi_k} + \underbrace{\nu \frac{\partial^2 k}{\partial x_j^2}}_{D_k} - \underbrace{2\nu \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j} \frac{\partial \overline{u'_i}}{\partial x_j}}_{\varepsilon_k} \quad (2.42)$$

Avec

- P_k le terme de production turbulente. Il caractérise les échanges d'énergie par interaction avec le mouvement moyen. Il représente de l'énergie cédée par le mouvement moyen au mouvement turbulent.
- T_k le terme de transport turbulent ou diffusion turbulente par les fluctuations de vitesse.
- Φ_k le terme de transfert d'énergie par l'interaction pression-vitesse fluctuantes.
- D_k le terme de diffusion visqueuse de l'énergie cinétique turbulente.
- ε_k le terme de dissipation de l'énergie cinétique turbulente sous forme de chaleur.

En utilisant l'hypothèse de Boussinesq, on obtient :

$$-\rho \overline{u'_i u'_k} \frac{\partial U_j}{\partial x_k} = \left[\mu_t \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} + \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \rho k \right] \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \quad (2.43)$$

Pour le terme de diffusion turbulente et de couplage avec la pression fluctuante de k , par analogie avec la diffusion visqueuse, il peut s'écrire sous la forme :

$$-\rho \frac{\partial k}{\partial x_k} + \rho u'_i k = \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \quad (2.44)$$

Le terme de dissipation s'écrit :

$$2\mu \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} = \rho \varepsilon \quad (2.45)$$

Avec ces simplifications, l'équation de transport de k devient :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + U_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \rho \varepsilon \quad (2.46)$$

Avec :

- ε : Taux de dissipation
- k : Énergie cinétique turbulente
- ν_t : Viscosité turbulente
- σ_k : Coefficient qui relie le flux de diffusion au gradient de la grandeur transportée soumise à diffusion

3.1.1. Modèle Standard RANS $k - \varepsilon$

Le modèle $k - \varepsilon$ est l'un des modèles de turbulence les plus utilisés en simulation numérique des écoulements turbulents. Ce modèle repose sur la résolution de deux équations de transport : l'une pour l'énergie cinétique turbulente k et l'autre pour le taux de dissipation turbulente ε . Le modèle $k-\varepsilon$ est particulièrement adapté pour les écoulements pleinement développés, les jets et les couches limites à haute vitesse.

$$\begin{cases} \nu_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \\ \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \rho \varepsilon \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{cases} \quad (2.47)$$

Dans ces équations :

- σ_k et σ_ε sont des coefficients de Prandtl turbulents pour k et ε .
- $C_{\varepsilon 1} = 1.44$ et $C_{\varepsilon 2} = 1.92$ sont des constantes modélisées.
- $C_\mu = 0.09$ est une constante empirique.

3.1.2. Modèle Standard RANS $k - \omega$

Le modèle $k - \omega$ est un autre modèle populaire pour la simulation numérique des écoulements turbulents. Il résout deux équations de transport : l'une pour l'énergie cinétique turbulente k et l'autre pour la fréquence spécifique de dissipation ω . Ce modèle est particulièrement efficace pour capturer les effets de la turbulence dans les régions proches des parois et dans les écoulements avec des gradients de pression importants.

$$\begin{cases} \nu_t = \frac{k}{\omega} \\ \frac{\partial k}{\partial t} + U_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta^* k \omega \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \alpha \frac{\omega}{k} \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \beta \omega^2 \end{cases} \quad (2.48)$$

Dans ces équations :

- σ_k et σ_ω sont des coefficients de Prandtl turbulents pour k et ω .
- $\alpha = 0.52$, $\beta = 0.072$, et $\beta^* = 0.09$ sont des constantes modélisées.

3.1.3. Modèle RANS $k - \omega$ SST

Le modèle $k - \omega$ SST (Shear Stress Transport) est une variante améliorée du modèle $k - \omega$ standard, conçu pour combiner les avantages du modèle $k - \omega$ dans les régions proches des parois avec ceux du modèle $k - \varepsilon$ dans les zones éloignées des parois. Ce modèle est particulièrement adapté pour les écoulements avec des séparations ou des recirculations, où il est essentiel de capturer les effets de la turbulence avec précision.

Le modèle $k - \omega$ SST introduit une fonction de mélange qui combine les équations de $k - \varepsilon$ et $k - \omega$ pour obtenir une transition en douceur entre les régions proches des parois et le reste de l'écoulement.

$$\begin{cases} \nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \\ \frac{\partial k}{\partial t} + U_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = P_k + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right] - C_\mu k \omega \\ \frac{\partial \omega}{\partial t} + U_k \frac{\partial \omega}{\partial x_k} = \gamma_\omega S^2 + \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \right] - \beta \omega^2 + (1 - F_1) C_\omega \end{cases} \quad (2.49)$$

Avec :

- $P_k = \min(v_1 S^2, a_2 C_k k \omega)$
- $C_{\omega 2} = \frac{2\rho \nu_t}{\sigma_{\omega 2} k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}$
- $C = F_1 C_1 + (1 - F_2) C_2$
- $F_1 = \tanh(\arg_1^4)$ avec $\arg_1 = \min \left[\max \left(\frac{k^{1/2}}{\beta^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho k}{C_{\omega 2} d_k^2} \right]$
- $F_2 = \tanh(\arg_2^2)$ avec $\arg_2 = \max \left[\frac{2k^2}{C_\mu \omega d_k}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right]$
- $CD_{k\omega} = \max \left(2\rho \frac{1}{\sigma_{\omega 2} k} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}, 10^{-10} \right)$
- $\gamma_{\omega 1} = \frac{\beta_{v1}}{C_\mu} - \frac{C_2}{\sigma_{k2}}$ et $\gamma_{\omega 1} \approx 0.55$
- $\gamma_{\omega 2} = \frac{\beta_{v2}}{C_\mu} - \frac{C_2}{\sigma_{k2}}$ et $\gamma_{\omega 2} \approx 0.44$
- $C_\mu = 0.09$, $C_k = 0.41$, $a_1 = 0.31$, $a_2 = 10$, $\sigma_{k1} = \frac{1}{0.85}$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 1} = 2$, $\sigma_{\omega 2} = \frac{1}{0.856}$
- $\beta_1 = 0.075$, $\beta_2 = 0.0828$

2.2.4.3. Modèle URANS (Unsteady RANS)

Le modèle URANS (Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes) est une extension des modèles RANS standards, conçue pour capturer les effets transitoires des écoulements turbulents. Contrairement aux modèles RANS classiques qui moyennent les équations de Navier-Stokes sur le temps pour obtenir une solution statistiquement stationnaire, URANS conserve la dépendance temporelle dans les équations, permettant ainsi de modéliser les fluctuations d'écoulement à grande échelle.

Le modèle URANS est particulièrement utile dans les situations où les écoulements présentent des caractéristiques non stationnaires, telles que les

phénomènes de décollement et de recirculation instationnaire, les vagues ou les oscillations à basse fréquence. Il permet une meilleure prédiction des variations temporelles des champs d'écoulement tout en restant moins coûteux en calculs que les simulations LES ou DNS.

L'équation générale de la quantité de mouvement pour URANS est la suivante :

$$\rho \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \bar{U}_j \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{U}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \right] + \rho g_i \quad (2.50)$$

Dans cette équation, \bar{U}_i représente la composante moyenne du champ de vitesse, et les termes $\bar{u}'_i \bar{u}'_j$ représentent les contraintes de Reynolds, modélisées à l'aide d'un modèle de turbulence tel que $k - \varepsilon$ ou $k - \omega$. Ces contraintes de Reynolds sont responsables de la dissipation de l'énergie turbulente et sont cruciales pour modéliser l'impact de la turbulence sur le champ d'écoulement moyen.

Le terme de dépendance temporelle $\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t}$ permet de capturer les effets instationnaires du champ d'écoulement, ce qui rend URANS plus flexible que les modèles RANS traditionnels dans la modélisation des écoulements oscillants ou transitoires.

Comme les modèles RANS classiques, URANS nécessite une fermeture des équations, souvent obtenue en combinant les modèles de turbulence standards comme $k - \varepsilon$, $k - \omega$, ou leurs variantes (comme le modèle $k - \omega$ SST).

Bien que les modèles URANS soient plus coûteux en calculs que les modèles RANS stationnaires, ils offrent une précision améliorée pour les écoulements instationnaires complexes, tout en restant moins exigeants que les simulations LES ou DNS complètes.

2.2.4.3.1. Méthode URANS améliorée SAS (Scale-Adaptive Simulation)

La formulation Scale-Adaptive Simulation SAS-SST est utilisée dans (Menter et Egorov, 2010).

$$\begin{cases} \frac{\partial k}{\partial t} + U_k \frac{\partial k}{\partial x_k} = \frac{\partial}{\partial x_k} \left[\left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_k} \right] + \nu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_k} + \frac{\partial U_k}{\partial x_i} \right) \frac{\partial U_i}{\partial x_k} - \rho \varepsilon \\ \frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \frac{\partial (\rho \mu \omega)}{\partial x_i} = a_k^\omega P_k + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] - \beta \omega^2 + (1 - F_1) C_\omega + Q_{SAS} \end{cases} \quad (2.51)$$

Avec :

$$- Q_{SAS} = \max \left[\eta_2 k S^2 \left(\frac{L_{vk}}{L} \right)^2 - C_2 \frac{k}{\alpha_\phi} \max \left(\frac{1}{\omega^2} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, \frac{1}{k^2} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right), 0 \right]$$

$$- \eta_2 = 3.51 \quad ; \quad \sigma_\phi = \frac{2}{3} \quad ; \quad C = 2$$

$$- L = \frac{\sqrt{k}}{C_\mu^{1/4} \omega} \quad ; \quad L_{vk} = k \frac{|U'|}{|U||T|} \quad \text{avec} \quad U' = S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}} \quad \text{et} \quad U'' = \sqrt{\frac{\partial U_i \partial U_j}{\partial x_i \partial x_j}}$$

Les formulations SAS utilisent l'échelle de longueur de von Kármán, leur permettant ainsi de réagir plus dynamiquement aux échelles résolues de l'écoulement en fonction du raffinement du maillage. Ceci n'est pas le cas dans les modèles RANS « classiques » puisque l'ensemble du spectre d'énergie est modélisé. Ainsi, la SAS s'apparente à un modèle hybride RANS/LES sans switch explicite :

- Dans les zones non décollées de l'écoulement (couches limites), la résolution est réalisée en URANS.
- Dans les zones très instationnaires décollées, une résolution de type LES est obtenue avec le modèle SAS.

Avec un modèle RANS « classique », lorsque des instationnarités apparaissent dans des régions très raffinées du maillage, les instabilités de Kelvin-Helmholtz génèrent des gradients de vitesse qui augmentent la production de k , augmentant également la viscosité turbulente ν_t . Par conséquent, les instabilités sont amorties et les résultats de calcul moins précis. En revanche, le modèle SAS se comporte différemment : lorsque les équations résolvent les structures instationnaires, l'échelle de longueur L_{vk} basée sur les gradients de vitesse est plus faible que celle basée sur les Modélisation instationnaire (figure 2.11). Ainsi, l'échelle de von Kármán est résolue dynamiquement et permet une meilleure représentation de l'écoulement. En effet, dans ces cas-là, le modèle SAS active une fonction proche de la modélisation LES.

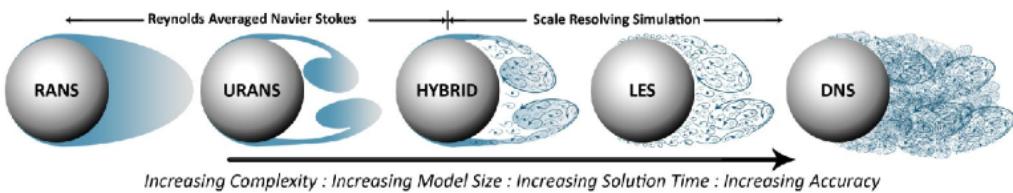


Figure 2.11: Comparaison d'échelles spatiales de turbulences résolues par les différentes approches de modélisation.

2.2.4.4. Simulations des Grandes Échelles (LES)

La Simulation des Grandes Échelles (LES, *Large Eddy Simulation*) est une technique de simulation numérique des écoulements turbulents qui se distingue par sa capacité à résoudre directement les grandes échelles de la turbulence tout en modélisant les petites échelles. Contrairement aux modèles RANS, qui modélisent l'ensemble du spectre de turbulence, LES capture les structures turbulentes les plus énergétiques, celles qui dominent le comportement global de l'écoulement.

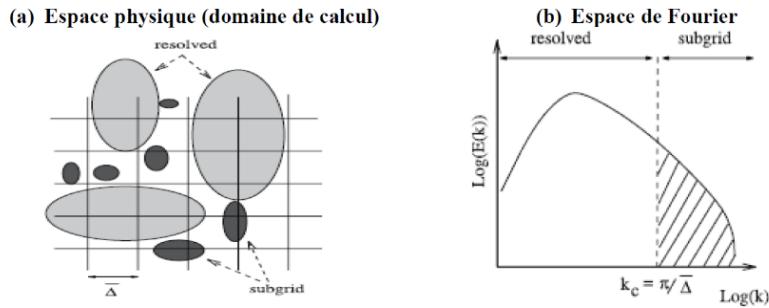


Figure 2.12: Représentations schématiques de l'échelle de coupure dans l'espace physique et dans l'espace de Fourier.

2.2.4.4.1. Principe de LES

Dans LES, les équations de Navier-Stokes sont filtrées spatialement, ce qui permet de séparer les grandes échelles de mouvement (directement résolues) des petites échelles (modélisées). Le filtre appliqué élimine les petites structures turbulentes, dont l'effet est ensuite pris en compte par un modèle de sous-maille (SGS, *Sub-Grid Scale*). Soit $\phi(x, t)$ une fonction variable en temps et en espace. Cette fonction peut être décomposée en une partie résolue $\bar{\phi}(x, t)$ et une partie non résolue $\phi'(x, t)$. La partie résolue $\bar{\phi}(x, t)$ est définie par la relation :

$$\bar{\phi}(x, t) = G * \phi = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(\eta, t') G(x - \eta, t - t') dt' d^3\eta \quad (2.52)$$

Avec G le noyau de convolution du filtre, associé aux échelles de coupure en espace $\bar{\Delta}$ et en temps $\bar{\tau}_c$. On distingue trois types de filtres couramment utilisés en LES :

$$\begin{aligned}
-G(x - \eta) &= \frac{\sin\left(\frac{\pi\eta}{\Delta}\right)}{\frac{\pi\eta}{\Delta}} && \text{:Filtre Spectral} \\
-G(x - \eta) &= \frac{1}{\Delta} \sqrt{\frac{C}{\pi}} e^{\left(-\frac{C|x-\eta|^2}{\Delta^2}\right)} && \text{:Filtre Gaussien} \\
-G(x - \eta) &= \begin{cases} \frac{1}{\Delta} & \text{si } |x - \eta| \leq \frac{\Delta}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} && \text{:Filtre Box}
\end{aligned}$$

Ce modèle de sous-maille est essentiel pour représenter la dissipation d'énergie aux petites échelles, qui ne peuvent pas être résolues directement en raison de la taille limitée du maillage.

Les équations filtrées de Navier-Stokes pour LES sont les suivantes :

$$\frac{\partial \bar{U}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{U}_i \bar{U}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_i}{\partial x_j^2} - \frac{\partial \tau_{ij}^{SGS}}{\partial x_j} \quad (2.53)$$

Dans cette équation, \bar{U}_i représente la composante filtrée du champ de vitesse, et τ_{ij}^{SGS} est le tenseur des contraintes de sous-maille, modélisant l'effet des petites échelles de turbulence sur les grandes échelles résolues.

2.2.4.4.2. Modélisation des sous-mailles (SGS)

Le terme τ_{ij}^{SGS} dans l'équation précédente est inconnu et doit être modélisé. Un des modèles de sous-maille les plus couramment utilisés est le modèle de Smagorinsky [1], qui exprime τ_{ij}^{SGS} comme une fonction de la viscosité turbulente sous-maille ν_t^{SGS} :

$$\tau_{ij}^{SGS} - \frac{1}{3} \tau_{kk}^{SGS} \delta_{ij} = -2\nu_t^{SGS} \bar{S}_{ij} \quad (2.54)$$

où \bar{S}_{ij} est le tenseur des taux de déformation de la vitesse filtrée, et ν_t^{SGS} est donné par :

$$\nu_t^{SGS} = (C_s \Delta)^2 |\bar{S}| \quad (2.55)$$

Ici, C_s est la constante de Smagorinsky, typiquement choisie autour de 0.1 à 0.2, et Δ est la largeur de filtre, souvent liée à la taille de la maille. Ce modèle présente quelques inconvénients suivants :

- La constante C_s est non universelle, ce qui constitue le principal défaut du modèle et sa valeur positive et constante génère de la viscosité turbulente dans les couches de cisaillement laminaire, empêchant la prédiction d'une transition vers la turbulence

- Le modèle de sous-maille est purement dissipatif, c'est-à-dire que le modèle extrait de l'énergie depuis les structures résolues. Ceci ne permet pas, localement, un transfert d'énergie des petites structures vers les structures de tailles supérieures résolues par l'écoulement

Pour pallier ces défauts, le modèle Wall-Adapting Local Eddy-viscosity (WALE) a été développé. Il est basé sur la détection des structures tourbillonnaires locales et la modélisation de la viscosité turbulente sous-maille en fonction de ces structures. Le modèle WALE est particulièrement adapté pour les écoulements à proximité des parois, où les effets de la turbulence sont importants.

$$\mu_t^{SGS} = \rho L_s^2 \frac{(S_{ij}^d S_{ij}^d)^{3/2}}{(S_{ij} S_{ij})^{5/2} + (S_{ij}^d S_{ij}^d)^{5/4}} \quad (2.56)$$

Avec :

$$\begin{aligned} - L_s &= \min(\kappa, C_\omega V^{1/3}) \quad \text{avec } C_\omega = 0.325 \\ - S_{ij}^d &= \frac{1}{2} (\bar{g}_{ij}^2 + \bar{g}_{ji}^2) - \frac{1}{3} \delta_{ij} \bar{g}_{kk}^2 \quad \text{avec } \bar{g}_{ij} = \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j} \end{aligned}$$

2.2.4.4.3. Applications et Avantages de LES

LES est particulièrement bien adaptée pour simuler des écoulements où les grandes structures turbulentes jouent un rôle crucial, comme dans les jets, les écoulements autour d'obstacles, et les phénomènes de mélange complexe. Elle offre une meilleure représentation des échelles de turbulence que RANS, au prix d'une exigence en calculs plus élevée.

Les principales applications de LES incluent :

- La simulation des écoulements autour de bâtiments ou de véhicules, où la précision dans la capture des grandes structures tourbillonnaires est essentielle.
- L'analyse des phénomènes de combustion dans les moteurs, où les fluctuations turbulentes influencent directement les processus de réaction.
- L'étude des écoulements atmosphériques, notamment pour modéliser les effets des turbulences sur la dispersion des polluants.

Cependant, le coût de calcul de LES reste élevé, car une résolution fine du maillage est nécessaire pour capturer adéquatement les grandes échelles, particulièrement dans les régions proches des parois.

2.2.4.4.4. Limites et Défis de LES

Malgré ses avantages, LES présente des limitations. En particulier, les exigences en termes de maillage et de ressources de calcul peuvent rendre la méthode difficile à appliquer pour des simulations à grande échelle ou dans des configurations géométriquement complexes. De plus, la qualité des résultats dépend fortement du modèle de sous-maille choisi, ainsi que de la résolution du maillage.

Des approches hybrides sont souvent employées pour combiner les forces de LES et RANS, en modélisant la turbulence de manière plus précise tout en réduisant le coût de calcul.

2.2.4.5. Méthode Hybride RANS/LES

La méthode hybride RANS/LES combine les avantages des approches RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes) et LES (Large Eddy Simulation) pour simuler les écoulements turbulents de manière efficace et précise. Cette méthode est particulièrement utile pour les simulations où les grandes échelles de turbulence doivent être résolues avec précision dans certaines régions de l'écoulement, tandis que d'autres régions peuvent être traitées de manière plus économique en utilisant RANS.

2.2.4.5.1. Principe de la Méthode Hybride

Dans la méthode hybride RANS/LES, la turbulence est modélisée par une approche RANS dans certaines parties de l'écoulement (les zones proches des parois où la turbulence est homogène et anisotrope) et par LES dans d'autres parties où les grandes structures turbulentes doivent être résolues (dans les zones éloignées des parois ou dans les régions de recirculation et de séparation).

L'approche hybride permet ainsi de réduire les coûts de calcul par rapport à une simulation LES pure tout en offrant une meilleure résolution des grandes structures turbulentes que RANS seul.

Plusieurs techniques hybrides ont été développées pour combiner les forces de RANS et LES :

2.2.4.5.2. Simulation des Grandes Échelles Détachées (DES, Detached Eddy Simulation)

La DES est l'une des méthodes hybrides les plus couramment utilisées. Elle applique le modèle RANS près des parois et la simulation LES dans les régions éloignées des parois où les structures turbulentes tridimensionnelles

sont importantes. Le critère de transition entre les deux approches est basé sur une échelle de longueur caractéristique, qui est comparée à la distance jusqu'à la paroi (figure 2.13).

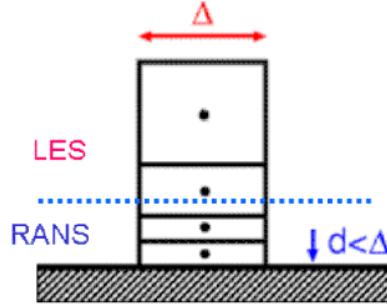


Figure 2.13: Illustration de la transition entre les régimes RANS et LES dans la méthode DES.

Le premier modèle de simulation détachée-échelle (DES) a été développé en 1997 par Spalart et ses collaborateurs. Découlant du modèle RANS Spalart-Allmaras, le modèle DES97 utilise spécifiquement l'équation de transport de la viscosité turbulente pour basculer entre les régimes RANS et LES.

L'équation pour le modèle DES modifié à partir de la méthode $k - \varepsilon$ ou $k - \omega$ est [1]:

$$L_{DES} = \min(d_\omega, C_{DES}\Delta) \quad (2.57)$$

où d_ω est l'échelle de longueur de RANS, Δ est la largeur de maillage locale, et C_{DES} est une constante. Ce critère permet de basculer dynamiquement entre les approches RANS et LES en fonction de la distance par rapport à la paroi.

Le modèle DES $k - \omega$ SST est une variante du modèle DES qui combine les avantages du modèle $k - \omega$ SST avec la méthode DES pour améliorer la prédiction des écoulements turbulents complexes. Le terme de dissipation d'énergie est modifié dans la formulation du modèle $k - \omega$ SST tel que :

$$D_k = \rho\beta^*k\omega F_{DES} \quad (2.58)$$

$$F_{DES} = \max\left(\frac{l_{RANS}}{C_{DES}\Delta}, 1\right) \quad (2.59)$$

Avec $C_{DES} = 0.61$.

Ainsi, lorsque :

- $I_{RANS} < C_{DES}\Delta_{\max}$, le modèle est en mode RANS et $D_k = \rho\beta^*k\omega$

- $I_{RANS} > C_{DES}\Delta_{\max}$, le modèle est en mode LES et $D_k = \rho \frac{k^{3/2}}{C_{DES}\Delta}$

Le modèle DES $k - \omega$ SST peut donc aussi s'écrire tel que :

$$F_{DES} = \max \left(\frac{l_{RANS}}{C_{DES}\Delta} (1 - F_{SST}), 1 \right) \quad (2.60)$$

Avec :

- $C_{DES} = (1 - F_1)C_{DES}^{k-\varepsilon} + F_1C_{DES}^{k-\omega}$
- $C_{DES}^{k-\varepsilon} = 0.61$; $C_{DES}^{k-\omega} = 0.78$
- $F_{SST} = \{0, F_1, F_2\}$

Bien que la DES soit efficace dans de nombreux scénarios, elle présente plusieurs limites et défis, notamment :

- **Sensibilité à la grille** : La DES est fortement dépendante de la qualité et de la densité de la grille. Une grille inappropriée peut entraîner une mauvaise séparation entre les régions RANS et LES, ce qui peut affecter la précision des résultats.
- **Transition RANS-LES** : La transition entre les régions RANS et LES n'est pas toujours bien gérée par le modèle standard de DES, ce qui peut entraîner des ambiguïtés dans le traitement des échelles de turbulence, surtout dans les écoulements avec des séparations de couche limite complexes.
- **Grid-Induced Separation (GIS)** : La DES peut être sujette à un phénomène de "séparation induite par la grille", où des modifications de la grille affectent artificiellement la séparation des flux, conduisant à des résultats non physiques.
- **Coût computationnel** : La DES, bien que moins coûteuse que les simulations LES pures, reste plus coûteuse que les simulations RANS, en particulier dans les géométries complexes et les grands domaines.

2.2.4.5.3. Modélisation Hybride RANS/LES à Commutation Diffuse (DDES, Delayed Detached Eddy Simulation)

Le modèle DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) est une amélioration du modèle DES, conçu pour assurer une transition plus précise entre les régimes RANS et LES. Dans le cadre du modèle $k - \omega$ SST, les fonctions F_1

et F_2 sont utilisées pour contrôler cette transition en fonction de la distance à la paroi, permettant à la DDES de mieux gérer les écoulements complexes.

La DDES adapte le paramètre r , initialement utilisé dans le modèle Spalart-Allmaras, pour assurer une transition fluide entre RANS et LES. Le paramètre r_d est calibré pour être égal à 1 dans la zone logarithmique de la couche limite et tendre vers 0 en dehors de cette zone, contrôlant ainsi l'activation du régime LES dans les régions éloignées de la paroi [1]:

$$r_d = \frac{\nu_t + \nu}{\sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)\kappa^2 d_\omega^2}} \quad (2.61)$$

Avec $\kappa = 0.41$ et d_ω l'échelle de longueur de la turbulence, ν_t la viscosité turbulente, ν la viscosité cinématique, S le taux de déformation de la vitesse, et Ω la rotation de la vitesse.

La fonction de mélange f_d joue un rôle clé en maintenant r_d au-dessus de 0 près de la paroi, évitant une transition prématuée vers LES, et en atteignant 1 loin de la paroi, activant ainsi le mode LES.

$$f_d = 1 - \tanh \left[(C_{d1} r_d)^{C_{d2}} \right] \quad (2.62)$$

Avec $C_{d1} = 4.4$ et $C_{d2} = 0.4$.

Cette fonctionnalité est spécifiquement conçue pour prévenir les problèmes de Modelling Stress Depletion (MSD) et pour assurer que la transition entre RANS et LES se déroule de manière optimale. Les coefficients utilisés dans le modèle, tels que C_{d1} et C_{d2} , sont ajustés pour garantir que la solution DDES coïncide avec celle obtenue par RANS au sein de la couche limite, même dans des conditions de maillage variées. Contrairement au modèle DES, où la transition dépend uniquement du maillage, la DDES intègre également la viscosité turbulente dans le calcul de la longueur d'échelle, offrant ainsi une plus grande autonomie et une transition plus nette entre les régimes de modélisation.

Ainsi, la longueur d'échelle pour le modèle DES a été adaptée pour correspondre aux spécificités du modèle DDES :

$$\tilde{d}_\omega = l_{DDES} = d_\omega - f_d \max(0, d_\omega - C_{DES}\Delta) \quad (2.63)$$

Alors, lorsque :

- $f_d = 0 \Rightarrow l_{DDES} = d_\omega$: le modèle est en mode RANS
- $f_d = 1 \Rightarrow l_{DDES} = C_{DES}\Delta$: le modèle est en mode LES

Cette approche améliore la précision et réduit la zone grise entre les régimes RANS et LES, offrant une meilleure résolution des écoulements complexes et une analyse plus détaillée.

La formulation DDES $k - \omega$ SST est légèrement modifiée par rapport à la formulation DDES Spalart-Allmaras :

$$l_{DDES} = l_{RANS} - f_d \max(0, l_{RANS} - l_{LES}) \quad (2.64)$$

Avec $l_{RANS} = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega}$ et $l_{LES} = C_{DES} \Delta$.

2.2.4.5.4. Modélisation Hybride RANS/LES Améliorée (IDDES, Improved Delayed Detached Eddy Simulation)

Le modèle IDDES (Improved Delayed Detached Eddy Simulation) est une extension et une amélioration du modèle DDES, conçu pour offrir une plus grande flexibilité et précision dans la simulation des écoulements turbulents. L'IDDES combine les concepts de DES, DDES, et de la simulation de couche limite hybride pour mieux gérer la transition entre les régimes RANS et LES, tout en s'adaptant à une large gamme de scénarios d'écoulement.

L'IDDES est conçu pour répondre à certaines des limitations du DDES, notamment en ce qui concerne la gestion de la transition entre RANS et LES dans des conditions de maillage et de géométrie complexes. Contrairement au DDES, l'IDDES intègre un traitement plus fin des échelles de turbulence, permettant une meilleure adaptation aux caractéristiques locales de l'écoulement. Elle combine les concepts de DDES avec des éléments du WM-LES (Wall-Modeled LES) pour offrir une approche plus flexible et précise. Cette combinaison permet à l'IDDES de mieux capturer les effets de la turbulence proche des parois tout en modélisant les grandes structures turbulentes loin des parois.

2.2.4.5.4.1 Gestion améliorée des échelles de turbulence

L'IDDES utilise une approche modifiée pour le calcul de la longueur d'échelle, qui prend en compte non seulement la distance à la paroi, mais aussi la structure locale de l'écoulement. Ce calcul permet une transition plus dynamique entre les régimes RANS et LES, s'adaptant aux variations du champ de vitesse et de la turbulence avec plus de précision.

En particulier, l'IDDES ajuste la fonction de mélange en fonction de la nature de l'écoulement, permettant une résolution plus fine dans les zones de forte turbulence ou de recirculation, tout en maintenant une modélisation RANS efficace dans les zones de faible turbulence.

Ainsi, nous obtenons IDDES :

$$\begin{aligned}
& - l_{IDDES} = \tilde{f}_d (1 + f_e) l_{RANS} + (1 - \tilde{f}_d) l_{LES} \\
& - l_{LES} = C_{DES} \Delta \quad ; \quad l_{RANS} = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega} \\
& - \Delta = \min(C_\omega \max(d_\omega, h_{max}), h_{max}) \\
& - C_{DES} = C_{DES1} F_1 + C_{DES2} F_2 \\
& - \tilde{f}_d = \max((1 - f_{dt}), f_b) \\
& - f_{dt} = 1 - \tanh(C_{dt1} r_{dt}^{C_{dt2}}) \\
& - f_b = \min(2e^{-9\alpha^2}, 1) \\
& - \alpha = 0.25 - \frac{d_\omega}{h_{max}} \\
& - r_{dt} = \frac{\nu_t}{\sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)\kappa^2 d_\omega^2}} \\
& - r_{dl} = \frac{\nu}{\sqrt{0.5(S^2 + \Omega^2)\kappa^2 l_{RANS}^2}} \\
& - f_e = \max((f_{e1} - 1)) f_{e2} \\
& - f_{e1} = \begin{cases} 2e^{-11.09\alpha^2} & \text{si } \alpha \geq 0 \\ 2e^{-9\alpha^2} & \text{sinon} \end{cases} \\
& - f_{e2} = 1 - \max(f_t, f_l) \\
& - f_t = \tanh[(C_t^2 r_{dt})^3] \\
& - f_l = \tanh[(C_l^2 r_{dl})^{10}]
\end{aligned}$$

2.2.4.5.4.2 Traitement des interactions entre paroi et écoulement

Un des points forts de l'IDDES est sa capacité à mieux gérer les interactions entre les parois et les structures turbulentes. En intégrant des éléments du WMLES, l'IDDES est capable de modéliser plus précisément les effets des parois sur la turbulence, ce qui est crucial dans les écoulements où la dynamique près de la paroi joue un rôle majeur.

L'IDDES est particulièrement efficace pour éviter les problèmes de "Modelling Stress Depletion" (MSD), qui peuvent se produire dans les modèles DDES lorsque la transition entre RANS et LES est mal gérée. En améliorant la continuité entre ces régimes, l'IDDES offre une meilleure représentation des écoulements complexes, en particulier dans les régions de forte interaction avec les parois. Les principaux avantages des méthodes hybrides sont leur capacité à fournir une précision améliorée dans les zones critiques de l'écoulement tout en maintenant un coût de calcul plus faible que celui d'une simulation LES complète.

2.2.4.5.5 Modèle SBES (Stress-Blended Eddy Simulation)

Le modèle SBES (Stress-Blended Eddy Simulation) est une méthode hybride avancée de simulation des écoulements turbulents, combinant les ap-

proches RANS et LES de manière optimisée. SBES est conçu pour surmonter certaines des limitations rencontrées dans les méthodes hybrides précédentes, comme DDES et IDDES, en offrant une transition plus fluide et un contrôle accru des interactions entre les différentes échelles de turbulence.

2.2.4.5.5.1 Principe de la SBES

La SBES se distingue par son utilisation d'une fonction de mélange sophistiquée, qui permet de "blender" de manière dynamique les contraintes de stress calculées par RANS avec les contraintes de sous-maille simulées par LES. Cette fonction de mélange est conçue pour ajuster continuellement le modèle en fonction des caractéristiques locales de l'écoulement, assurant une transition fluide entre les régimes RANS et LES sans provoquer les problèmes de transition abruptes observés dans les autres méthodes hybrides [8].

Contrairement aux méthodes hybrides traditionnelles, la SBES ne dépend pas uniquement de la géométrie ou de la distance à la paroi pour déterminer la transition entre RANS et LES. Au lieu de cela, elle intègre des critères basés sur le niveau de turbulence et la résolution du maillage, permettant une meilleure adaptabilité à une large gamme de conditions d'écoulement.

2.2.4.5.5.2 Fonction de mélange et traitement des échelles

Le cœur de la méthode SBES repose sur une fonction de mélange qui combine de manière adaptative les contraintes de Reynolds issues du modèle RANS avec les contraintes de sous-maille du modèle LES. Cette approche "stress-blended" permet de réduire les erreurs liées à la transition entre les deux régimes et de mieux capturer les échelles de turbulence pertinentes pour l'écoulement.

Pour faciliter cette transition, une nouvelle formulation est appliquée au tenseur des contraintes τ_{ij} , qui joue un rôle central dans la modélisation de la turbulence. Cette formulation permet un mélange progressif des niveaux de contrainte entre les approches RANS et LES, selon un critère défini qui peut prendre en compte la distance à la paroi, le gradient de pression, ou d'autres indicateurs de la dynamique de l'écoulement. Le tenseur des contraintes est alors ajusté pour refléter soit le niveau de détail des grandes échelles capturé par LES, soit la modélisation plus grossière mais plus stable de RANS :

$$\tau_{ij} = f_{SBES} \tau_{ij}^{RANS} + (1 - f_{SBES}) \tau_{ij}^{LES} \quad (2.65)$$

Avec f_{SBES} la fonction de mélange, τ_{ij}^{RANS} les contraintes de Reynolds calculées par RANS, et τ_{ij}^{LES} les contraintes de sous-maille simulées par LES.

Dans le cas où les deux modèles RANS/LES sont basés sur les concepts de viscosité turbulente, la formulation se simplifie :

$$\nu_t = f_{SBES} \nu_t^{RANS} + (1 - f_{SBES}) \nu_t^{LES} \quad (2.66)$$

La fonction de mélange conçue doit satisfait les critères suivants :

- Fournir un blindage de haut degré (asymptotique) des couches limites RANS lors du raffinement du maillage.
- Passer de manière fiable et rapide de RANS à LES dans les Separating Shear Layers (SSL).
- Permettre le fonctionnement en mode WMLES (Wall-Modeled LES).
- Permettre la combinaison de tous les modèles RANS et de tous les modèles LES (algébriques).
- Demeurer robuste même sur des maillages industriels non parfaits.

La capacité de passer de RANS à LES dans un SSL (Separating Shear Layers) est testée à l'aide d'un cas d'essai où une couche limite de plaque plane s'écoule au-delà d'un angle de 90° dans une couche de mélange libre avec environ 2 millions de cellules.

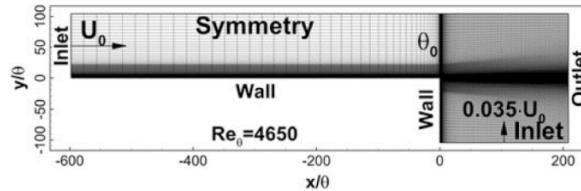


Figure 2.14: Le domaine de plaque plane et la grille [15].

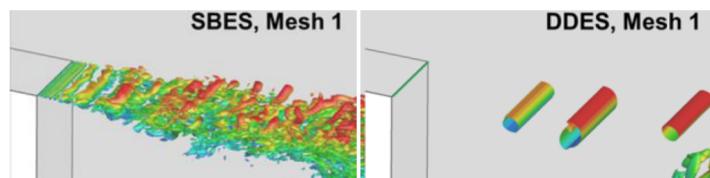


Figure 2.15: Les résultats Q-critérion de la simulation SBES et DDES [15].

Ensuite l'essai est effectué sur un cas d'écoulement dans un canal plan avec une grille de 2×10^6 cellules avec différents nombres de Reynolds. Les

résultats de la simulation SBES sont comparés à ceux de la simulation DDES et IDDES.

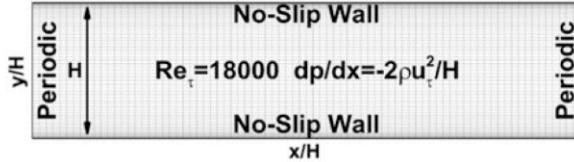


Figure 2.16: Le domaine et la grille pour l’écoulement périodique en canal [15].

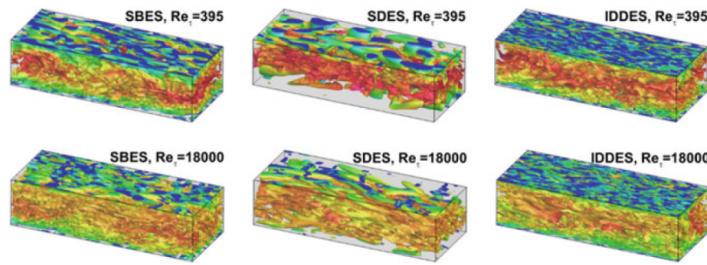


Figure 2.17: Les résultats Q-critéron de la simulation SBES, DDES et IDDES [15].

2.2.4.5.6 Modèle hybride temporel : le TPITM (Temporal Partially Integrated Transport Model)

Le modèle TPITM, basé sur la version temporelle du PITM [20], a été proposé par Fadai-Ghotbi et al. [2] pour modéliser des écoulements turbulents dans des conduites inhomogènes statistiquement stationnaires. Le modèle se fonde sur une analyse fréquentielle.

Pour des variables statistiquement moyennées, le modèle TPITM est donné par :

$$\begin{cases} v_m = C_\mu \frac{k_m^2}{\varepsilon_m} \\ \frac{\partial k_m}{\partial t} + U_k \frac{\partial k_m}{\partial x_k} = p_m + D_{km} - \varepsilon_m \\ \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial t} + U_k \frac{\partial \varepsilon_m}{\partial x_k} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_m}{k_m} p_m + D_{\varepsilon m} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_m^2}{k_m} \end{cases} \quad (2.67)$$

Avec :

- $C_{\varepsilon 2}^p = C_{\varepsilon 1} + r(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})$: Fonction d’hybridation
- $r = \frac{k_m}{k} = \frac{3C_\mu}{2} \left(\frac{\pi k^{2/3}}{\Delta \varepsilon} \right)^{-\frac{2}{3}}$: Ratio d’énergie

L'analyse du modèle TPITM pour $r = 1$ (RANS) et $r < 1$ (LES) permet de vérifier que la fermeture $k - \varepsilon$ est bien retrouvée en RANS. Pour $r < 1$, la réduction du taux de destruction de ε_m favorise la modélisation type LES.

Malgré des fondements théoriques solides [26], l'utilisation du modèle TPITM souffre de certaines limitations. Notamment, le pilotage du niveau de résolution en fonction de la taille de filtre s'avère complexe, car il n'est pas directement contrôlé dans l'équation de transport de l'énergie modélisée k_m , mais seulement indirectement contrôlé via la fonction d'hybridation dans l'équation de transport du taux de dissipation modélisée ε_m .

2.2.4.5.7 Modèle HTLES (Hybrid Temporal Large Eddy Simulation)

Le modèle HTLES est conçu pour capturer les caractéristiques des écoulements turbulents en combinant les approches RANS et LES à travers un modèle hybride. Ce modèle utilise une filtration temporelle pour séparer les grandes échelles résolues des petites échelles modélisées.

2.2.4.5.7.1 Formulation du modèle HTLES

Le modèle HTLES a été formulé par Manceau [19], en s'appuyant sur des développements analytiques similaires à ceux de Friese et al. [20]. Une analyse des perturbations infinitésimales a confirmé son équivalence avec le modèle TPITM. Afin d'intégrer une échelle de temps T dans la destruction de l'équation de k_m , la formulation est modifiée comme suit :

$$\psi(r)\varepsilon_m^* = \frac{k_m}{T}, \quad \frac{\partial k_m}{\partial t} + U_j \frac{\partial k_m}{\partial x_j} = p_m + D_{km} - \frac{k_m}{T} \quad (2.68)$$

La formulation originale du modèle HTLES est donc :

$$\begin{cases} \nu_{sfs} = C_\mu \frac{k_{sfs}^2}{\varepsilon_{sfs}^*} \\ \frac{\partial k_{sfs}}{\partial t} + U_j \frac{\partial k_{sfs}}{\partial x_j} = P_{sfs} + D_{ksfs} - \frac{k_{sfs}}{T} \\ \frac{\partial \varepsilon_{sfs}^*}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon_{sfs}^*}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_{sfs}^*}{k_{sfs}} P_{sfs} + D_{\varepsilon sfs}^* - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_{sfs}^{*2}}{k_{sfs}} \end{cases} \quad (2.69)$$

L'échelle de temps T est définie par :

$$T = \frac{k_m}{\psi(r)\varepsilon_m^*} = \frac{r}{\psi(r)} \frac{k}{\varepsilon}, \quad \psi(r) = 1 + \left(\frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1}} - 1 \right) \left(1 - r^{\frac{C_{\varepsilon 1}}{C_{\varepsilon 2}}} \right) \quad (2.70)$$

En supposant que $\bar{\varepsilon}_{sfs}^* = \varepsilon_m^*$ et $k_{sfs} = k_m sfs$ pour un sous-filtre [3].

Dans le système TPITM, ε_m transportée est équivalente à la variable de dissipation de k_m . Pour la version HTLES, la dissipation est modifiée par :

$$\varepsilon_m = \psi(r)\varepsilon_m^* \quad (2.71)$$

Cette expression est ajustée pour assurer la cohérence entre les modèles, notamment avec le coefficient C_μ qui assure une transition correcte entre les régimes RANS et LES.

Ainsi, dans la nouvelle formulation du modèle HTLES, le terme de dissipation de l'équation de k_m est $\varepsilon_m = \psi\varepsilon_m^*$. En supposant que la composante résolue de la dissipation est négligeable en mode LES, la formulation HTLES est donnée par :

$$\begin{cases} v_m = C_\mu \frac{k_m^2}{\psi\varepsilon_m^*} \\ \frac{\partial k_m}{\partial t} + U_j \frac{\partial k_m}{\partial x_j} = P_m + D_{km} - \psi\varepsilon_m^* \\ \frac{\partial \varepsilon_m^*}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon_m^*}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_m^*}{k_m} P_m + D_{\varepsilon m} - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_m^{*2}}{k_m} \end{cases} \quad (2.72)$$

Avec :

- $\psi(r) = \frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 2}^p(r)} = \frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1} + r(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})}$

Le ratio d'énergie, associé au système d'équations (2.72), est estimé par la relation [3] :

$$r_k = \frac{1}{\beta_0} \left(\frac{U_s}{\sqrt{k}} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\omega_c \frac{k}{\psi\varepsilon_m^*} \right)^{-\frac{2}{3}} \quad (2.73)$$

Avec :

- $\beta_0 = \frac{2}{3C_\kappa}$
- $\omega_c = \min \left[\frac{\pi}{dt}, \frac{U_s \pi}{\Delta} \right]$ avec $\Delta = \Omega^{1/3}$
- Δ : taille du filtre ou de maille locale et Ω le volume de la maille
- ω_c : fréquence de coupure du filtre
- dt : pas de temps
- $U_s = U + \gamma\sqrt{k}$: vitesse de balayage avec U la vitesse moyenne qui est nulle pour une turbulence homogène et isotrope, et le second terme dénote la vitesse caractéristique des tourbillons les plus énergétiques avec la constante $\gamma = \sqrt{\frac{2}{3}}$

2.2.4.5.7.1.1 Modèle $k - \varepsilon$ HTLES

En suivant le développement original de la HTLES par Manceau [19], le modèle est sensibilisé à la taille de filtre en introduisant une échelle de temps dans le terme de destruction de l'équation de transport de k_m , exprimé par $\psi\varepsilon_m^* = \frac{k_m}{T_m}$.

Ainsi, la formulation du modèle $k - \varepsilon$ HTLES s'écrit :

$$\begin{cases} \nu_{sfs} = C_\mu \frac{k_{sfs}^2}{\psi\varepsilon_{sfs}^*} \\ \frac{\partial k_{sfs}}{\partial t} + U_j \frac{\partial k_{sfs}}{\partial x_j} = P_{sfs} + D_{ksfs} - \frac{k_{sfs}}{T_m} \\ \frac{\partial \varepsilon_{sfs}^*}{\partial t} + U_j \frac{\partial \varepsilon_{sfs}^*}{\partial x_j} = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon_{sfs}^*}{k_{sfs}} P_{sfs} + D_{\varepsilon fs}^* - C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon_{sfs}^{*2}}{k_{sfs}} \end{cases} \quad (2.74)$$

Avec :

$$T_m = \frac{r}{\psi(r)\varepsilon_m^*} \quad \text{avec} \quad \psi(r) = \frac{C_{\varepsilon 2}}{C_{\varepsilon 1} + r(C_{\varepsilon 2} - C_{\varepsilon 1})} \quad (2.75)$$

Alors :

- En mode RANS, lorsque la taille du filtre tend vers l'infini ($\omega_c = 0$), la consistance de l'opérateur de filtrage avec l'opérateur de moyenne statistique implique que les quantités de sous-filtre tendent vers leurs moyennes statistiques, soit $k_{sfs} = k_m = k$ et donc $r = 1$. Avec $\psi(1) = 1$, on obtient $\varepsilon_m = \varepsilon$, ce qui ramène le système HTLES au modèle $k - \varepsilon$ standard.
- En mode LES, avec une fréquence de coupure non nulle ($\omega_c > 0$), le ratio d'énergie r est inférieur à l'unité ($r < 1$). Par conséquent, la viscosité sous-filtre ν_{sfs} est réduite, favorisant l'activation du mode LES.

2.2.4.5.7.1.2 Modèle $k - \omega$ SST HTLES

L'utilisation du modèle $k - \epsilon$ n'est pas toujours pertinente, en particulier pour les régions de proche-paroi, où les lois de paroi sont appliquées dans le cadre des modèles RANS haut-Reynolds. Le modèle HTLES est donc appliqué à la fermeture $k - \omega$ SST de Menter [14], un modèle largement utilisé dans les applications industrielles.

Le modèle $k - \omega$ SST repose sur un couplage entre le $k - \epsilon$ loin des parois et le $k - \omega$ en proche paroi pour profiter des avantages des deux modèles. Le modèle $k - \omega$ SST HTLES s'écrit :

$$\begin{cases} \nu_{sfs} = \frac{k_{sfs}}{\psi_\omega \omega_{sfs}^*} \\ \frac{\partial k_{sfs}}{\partial t} + U_j \frac{\partial k_{sfs}}{\partial x_j} = P_{k_{sfs}} + D_{k_{sfs}} - \frac{k_{sfs}}{T_m} \\ \frac{\partial \omega_{sfs}^*}{\partial t} + U_j \frac{\partial \omega_{sfs}^*}{\partial x_j} = \underbrace{\gamma_\omega \frac{\omega_{sfs}^*}{k_{sfs}} P_{k_{sfs}}}_{P_{\omega sfs}} + D_{\omega sfs}^* - \beta_\omega \omega_{sfs}^{*2} - C_{\omega sfs}^* \end{cases} \quad (2.76)$$

Avec :

$$- T_m = \frac{r}{\psi_\omega(r)} \frac{k_m + c_r k_r}{C_\mu k_m \omega_m^*} \quad \text{avec} \quad c_r = \begin{cases} 0 & \text{si } r = 0 \\ f_s & \text{si } r < 0 \end{cases}$$

terme de pondération de la contrainte de consistance interne (ICC)

$$\begin{aligned} - C_{\omega sfs}^* &= (1 - F_1) \frac{2}{\sigma_{\omega 2}} \frac{\nu_{sfs}}{k_{sfs}} \frac{\partial \omega_{sfs}^*}{\partial s_j} \frac{\partial k_{sfs}}{\partial x_j} \\ - P_{k_{sfs}} &= \min \left[\underbrace{\nu_{sfs} S^2}_{P_{sfs}}, a_2 C_\mu k_{sfs} \omega_{sfs}^* \psi_\omega \right] \\ - \nu_{sfs} &= \frac{a_1 k_{sfs}}{\max [a_1 \omega_{sfs}^* \psi_\omega, SF_2]} \\ - P_{\omega sfs} &= \gamma_\omega \frac{1}{\psi_\omega} S^2 \\ - \psi_\omega(r) &= \frac{\beta_\omega}{C_\mu \gamma_\omega + r(\beta_\omega - C_\mu \gamma_\omega)} \\ - \gamma_\omega &= C_{\varepsilon 1} - 1 \\ - \beta_\omega &= C_\mu (C_{\varepsilon 2} - 1) \\ - r_k &= \frac{C_\mu^{\frac{1}{2}}}{\beta_0 \pi^{\frac{2}{3}} C_k^{\frac{2}{3}}} \left(\frac{\Delta}{y} \right)^{\frac{2}{3}} = 0.58 \left(\frac{\Delta}{y} \right)^{\frac{2}{3}} = \left(0.44 \frac{\Delta}{y} \right)^{\frac{2}{3}} \\ - \psi_\omega(r) &= \frac{\beta_\omega}{C_\mu r + r(\beta_\omega - C_\mu)} \\ - f_s &= 1 - \tanh [\max (\xi_k \xi_D)] \\ - r &= (1 - f_s) \times 1 + f_s \times \min [1, r_k] \\ - \xi_k &= C_1 \left(\frac{\nu^3}{\varepsilon} \right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{d_\omega} \quad ; \quad \xi_D = C_2 \frac{\Delta}{d_\omega} \quad ; \quad \Delta = \max [\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z] \\ - k &= k_r + k_m \quad ; \quad k_r = \frac{1}{2} (\overline{u_i u_i} - \overline{u_i} \overline{u_i}) \quad ; \quad k_m = \overline{k_{sfs}} \end{aligned}$$

Les fonctions de protection $f_s(\xi_k)$ et $f_s(\xi_D)$ sont complémentaires pour garantir le comportement correct du modèle HTLES dans la couche limite turbulente :

- **Fonction de protection $f_s(\xi_k)$** : Elle assure une protection fixe en unités de paroi jusqu'au début de la zone logarithmique, indépendamment du maillage, garantissant que la transition RANS-LES n'advienne pas dans la région visqueuse de paroi.

- **Fonction de protection** $f_s(\xi_D)$: Dépendante du maillage, elle permet d'adapter la position de la transition RANS-LES, évitant que le mode LES ne soit activé dans des cellules trop anisotropes pour résoudre correctement les structures turbulentées. Ceci réduit le *Log-Layer Mismatch*.

Les différents résultats pour l'écoulement sur les collines périodiques avec maillages environ 2 millions de cellules sont présentés dans la figure 2.18 et 2.19. Les résultats Q-critère de la simulation HTLES sont présentés dans la figure 2.20.

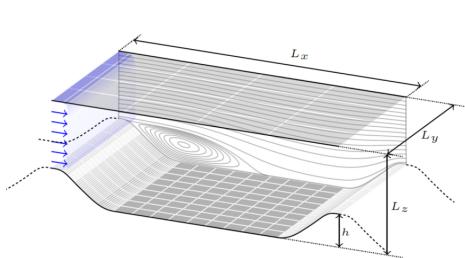


Figure 2.18: Schéma de la configuration [3].

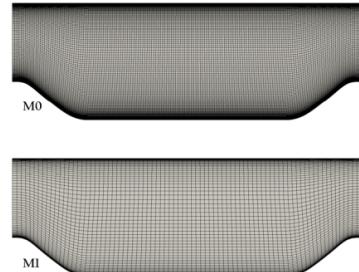


Figure 2.19: Maillages M0(Fin) et M1(moyen) de la configuration des collines périodiques [3].

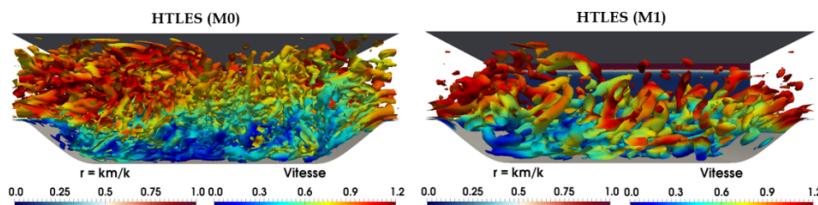


Figure 2.20: Les résultats Q-critère de la simulation HTLES [3].

2.2.5 Raffinement de maillage adaptatif (AMR)

L'Adaptive Mesh Refinement (AMR) est une technique utilisée pour améliorer la précision des simulations numériques en adaptant dynamiquement la résolution du maillage en fonction des caractéristiques locales de l'écoulement. Cette méthode permet de concentrer les ressources de calcul sur les zones où des gradients importants sont présents, comme les régions de cisaillement élevé, les fronts de choc, ou les interfaces de turbulence.

2.2.5.1. Principe de l'AMR

Le principe de l'AMR consiste à raffiner ou à coarsir le maillage en fonction de critères définis, tels que le gradient de la vitesse, le niveau de turbulence, ou d'autres variables pertinentes. Le maillage est raffiné dans les zones où une résolution accrue est nécessaire pour capturer les phénomènes physiques avec précision, tandis que dans les zones où le champ d'écoulement est relativement homogène, le maillage peut être coarsir pour réduire les coûts de calcul.

2.2.5.2. Algorithme AMR

L'algorithme AMR repose sur une stratégie de raffinement adaptatif basée sur des critères d'erreur ou des gradients de solution. Le processus peut être décrit comme suit :

1. **Initialisation du maillage** : Le domaine est discréteisé avec un maillage de base.
2. **Évaluation des critères de raffinement** : À chaque étape de la simulation, les critères de raffinement sont évalués, généralement en fonction de gradients de variables importantes telles que la vitesse, la pression, ou la concentration de fluides.
3. **Raffinement du maillage** : Les cellules qui satisfont les critères de raffinement sont subdivisées en cellules plus fines. Ce processus peut être itératif pour permettre un raffinement multi-niveaux.
4. **Coarsening du maillage** : Les cellules qui ne satisfont plus les critères peuvent être fusionnées pour réduire la résolution et ainsi économiser des ressources.
5. **Interpolation et synchronisation** : Les valeurs des variables doivent être interpolées entre les différentes résolutions pour maintenir la cohérence numérique. Une synchronisation des différentes échelles est nécessaire pour garantir la conservation des quantités physiques.

La figure 2.21 est divisée en deux parties. À gauche, un exemple d'arbre représentant la structure de données d'un schéma AMR 1D. La lettre l indique le niveau de l'arbre. À droite, fractionnement possible des cellules. Une cellule 1D, 2D et 3D donnera naissance, dans une grille cartésienne, à 2, 4 et 8 cellules enfants, respectivement. La figure 2.22 illustre un exemple de processus de raffinement adaptatif de calcul 2D et 3D, montrant 3 niveaux de raffinement.

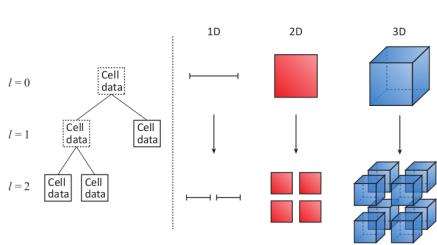


Figure 2.21: Arbre AMR 1D et fractionnement des cellules.

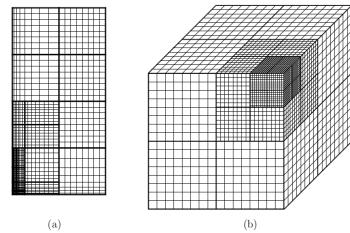


Figure 2.22: Maillage de calcul 2D et 3D, montrant 3 niveaux de raffinement.

2.2.5.3. Méthode Volume of Fluid (VOF)

La méthode VOF (Volume of Fluid) est utilisée pour capturer l’interface entre deux fluides immiscibles dans une simulation multiphasé. Cette méthode repose sur la résolution de l’équation de conservation de la fraction volumique de fluide C , définie comme :

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla C = 0 \quad (2.77)$$

Où C représente la fraction volumique du fluide dans chaque cellule (avec $0 \leq C \leq 1$), et \mathbf{u} est le champ de vitesse. La méthode VOF se base sur le fait que C est égale à 0 dans les cellules contenant uniquement le fluide secondaire, 1 dans les cellules contenant uniquement le fluide primaire, et entre 0 et 1 dans les cellules coupées par l’interface.

2.2.5.4. Raffinement avec la méthode VOF

Lorsque l’AMR est appliqué en conjonction avec la méthode VOF, le raffinement se concentre particulièrement sur les régions proches de l’interface fluide-fluide. Le raffinement adaptatif permet de mieux capturer la dynamique de l’interface sans augmenter inutilement la résolution dans tout le domaine. Les étapes spécifiques du raffinement sont :

- **Détection de l’interface :** Le gradient de la fraction volumique ∇C est utilisé comme critère de raffinement. Des cellules avec un gradient élevé sont raffermies pour améliorer la capture de l’interface.
- **Raffinement de l’interface :** Les cellules coupées par l’interface (où $0 < C < 1$) sont subdivisées pour fournir une meilleure résolution locale.

- **Propagation de l'interface** : La méthode VOF est ensuite utilisée pour propager correctement l'interface à travers le maillage raffiné, en maintenant une interface nette et précise.

2.2.5.6. Conservation de la masse

L'une des caractéristiques critiques de l'approche AMR en conjonction avec VOF est la conservation stricte de la masse des fluides. L'algorithme AMR doit être conçu pour garantir que la fraction volumique de fluide reste cohérente lors du raffinement ou du coarsening des cellules. Cela implique une interpolation précise et une gestion rigoureuse des flux à travers les frontières des cellules de différentes résolutions.

Ainsi, l'AMR combiné avec la méthode VOF constitue une approche puissante pour simuler des écoulements multiphasiques complexes avec un contrôle adaptatif de la résolution, permettant une simulation efficace et précise des interfaces fluides.

Chapter 3

Demarche Expérimentale

Pour améliorer la précision et l'efficacité des simulations de turbulences dans les écoulements fluides, nous avons entrepris l'implémentation de la méthode SBES (Stress-Blended Eddy Simulation) dans OpenFOAM. La démarche expérimentale se divise en plusieurs phases clés, chacune essentielle à la transition de DDES (Delayed Detached Eddy Simulation) ou IDDES (Improved DDES) vers SBES, ainsi qu'à l'adaptation de l'AMR (Adaptive Mesh Refinement) pour les simulations bidimensionnelles.

1. La première phase consiste en la préparation des données de maillage et des conditions initiales, en sélectionnant les paramètres de turbulence les plus appropriés pour le modèle RANS (Reynolds-Averaged Navier-Stokes), qui sert de base pour l'approche hybride. Une fois cette préparation achevée, la méthode DDES disponible dans OpenFOAM est intégrée pour définir efficacement les régions dominées par les modèles RANS et LES (Large Eddy Simulation), fournissant ainsi une transition initiale entre ces deux approches.
2. La phase suivante concerne l'introduction de la fonction de blindage, cruciale pour optimiser la transition entre les régions RANS et LES. Cette fonction ajuste dynamiquement les critères de transition en fonction des spécificités de l'écoulement. La calibration de cette fonction est réalisée par des simulations tests, comparant les résultats obtenus à des données expérimentales ou de référence, permettant ainsi d'affiner les paramètres de transition et d'assurer une transition fluide entre les régimes de turbulence.
3. Une fois la fonction de blindage validée, une analyse détaillée des résultats de simulation est effectuée pour évaluer les performances du modèle en termes de précision et de robustesse. Cette analyse inclut

des ajustements itératifs des paramètres pour optimiser les résultats, garantissant que le modèle SBES est à la fois précis et efficace dans diverses conditions d'écoulement.

4. Parallèlement, l'adaptation de l'AMR pour les cas bidimensionnels est planifiée. L'AMR permet un raffinement dynamique du maillage en fonction des besoins de la simulation, améliorant ainsi la résolution des structures turbulentes sans augmenter excessivement les coûts de calcul. Cette adaptation pour les simulations 2D est cruciale pour modéliser avec précision des phénomènes complexes tout en maintenant une utilisation efficace des ressources de calcul.

Cette démarche (les schéma ci-dessous figure 3.1 et 3.2), détaillée par étapes, montrent l'évolution de l'initialisation et la préparation des données jusqu'à l'analyse et l'optimisation finale, en passant par l'intégration de DDES ou IDDES, la modification pour SBES, et l'adaptation future de l'AMR pour les simulations 2D.

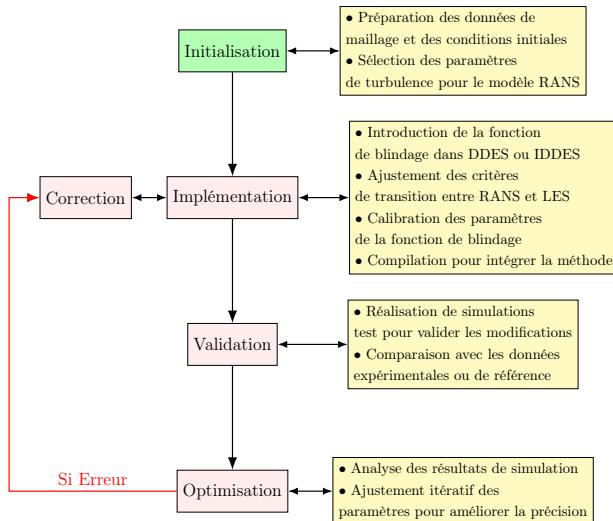


Figure 3.1: Diagramme de la démarche expérimentale pour l'implémentation de SBES dans OpenFOAM.

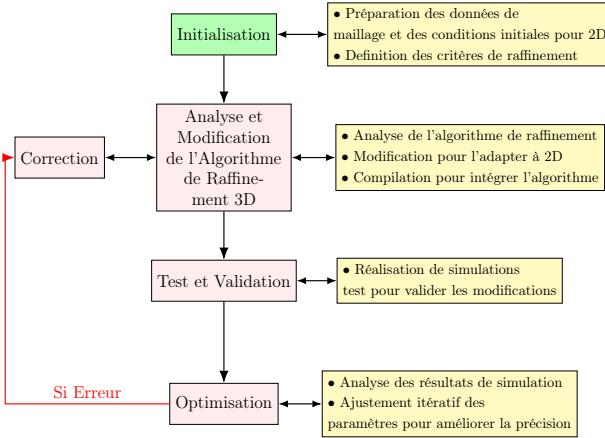


Figure 3.2: Diagramme de la démarche expérimentale pour l’implémentation de l’AMR dans OpenFOAM.

3.1 Présentation de l’outil OpenFOAM

OpenFOAM (Open Field Operation and Manipulation) est un logiciel de simulation numérique basé sur la méthode des volumes finis. Il est conçu pour résoudre des équations aux dérivées partielles (EDP) pour des problèmes de dynamique des fluides et de transfert de chaleur. OpenFOAM est un logiciel open-source, ce qui signifie que son code source est disponible gratuitement et peut être modifié et distribué librement. Il est largement utilisé dans l’industrie et la recherche pour simuler une variété d’écoulements, allant des écoulements internes et externes aux écoulements multiphasiques et turbulents.

3.1.1 Répertoires Principaux

Lors de l’installation d’**OpenFOAM**, plusieurs répertoires principaux sont créés, chacun contenant des composants spécifiques du logiciel :

- **applications** : Contient les applications utilisateur, y compris les solveurs et les utilitaires.
 - **solvers** : Ensemble des solveurs disponibles pour différentes applications physiques (ex. : incompressible, compressible, *multiphasiques*, thermiques).
 - **utilities** : Outils supplémentaires pour le pré-traitement (maillage, définition des conditions aux limites) et le post-traitement (traitement des données de simulation, visualisation).

- **src** : Contient le code source des bibliothèques de base utilisées par les solveurs et les utilitaires.
 - *finiteVolume* : Bibliothèque principale pour les méthodes de volumes finis.
 - *turbulenceModels* : Modèles de turbulence.
 - *thermophysicalModels* : Modèles thermophysiques.
 - *dynamicMesh* : Pour les maillages dynamiques.
- **tutorials** : Contient des exemples et des cas de test pour divers solveurs. Ce répertoire est crucial pour les nouveaux utilisateurs qui souhaitent apprendre à utiliser **OpenFOAM**.
 - Chaque cas est structuré avec les répertoires **0**, **constant** et **system** décrits ci-dessous.
- **doc** : Documentation du logiciel, y compris les manuels d'utilisateur et les guides de référence.

3.1.2 Structure d'un Cas de Simulation

Chaque cas de simulation dans **OpenFOAM** est structuré selon une hiérarchie standard avec trois répertoires principaux :

- **0** : Contient les fichiers de conditions initiales et aux limites pour les différentes variables du problème (ex. : vitesse U , pression p , etc.).
 - Les fichiers dans ce répertoire définissent la distribution initiale des variables scalaires et vectorielles.
- **constant** : Contient les fichiers de paramètres constants pour la simulation.
 - **polyMesh** : Sous-répertoire contenant les fichiers de maillage (points, faces, cellules).
 - Fichiers de propriétés physiques (densité, viscosité, modèles de turbulence, etc.).
 - **transportProperties** : Propriétés des fluides.
 - **thermophysicalProperties** : Propriétés thermophysiques des matériaux.
- **system** : Contient les fichiers de contrôle de la simulation.

- `controlDict` : Paramètres de contrôle de la simulation (durée de la simulation, pas de temps, méthode de résolution).
- `fvSchemes` : Schémas numériques utilisés pour la discréétisation des équations.
- `fvSolution` : Paramètres des solveurs numériques (tolérances, algorithmes de résolution).
- `decomposeParDict` : Paramètres de décomposition parallèle pour les simulations multi-processeurs.

3.1.3 Phase d’Implémentation de SBES

3.1.3.1. Méthodologie

La méthode **SBES** (**S**tress-**B**lended **E**ddy **S**imulation) se distingue par son efficacité dans les simulations d’écoulements complexes, offrant une résolution fine des structures turbulentes tout en restant économiquement viable en termes de coût de calcul. L’implémentation de la méthode SBES dans **OpenFOAM** suit une méthodologie structurée, comprenant les étapes suivantes :

3.1.3.2. Modification des Modèles $k - \omega$ SSTDES

La première étape consiste à modifier les modèles de turbulence $k - \omega$ SSTDES disponibles dans **OpenFOAM** pour intégrer la méthode SBES. Ce modèle sert de base pour la méthode hybride, fournissant une transition fluide entre les régimes RANS et LES. Les modifications apportées aux modèles comprennent l’intégration de la fonction de blindage et l’ajustement des paramètres de transition pour garantir une performance optimale de la méthode SBES. La viscosité turbulente totale ν_t est calculée comme une combinaison linéaire des viscosités turbulentes RANS ν_t^{RANS} et LES ν_t^{LES} , ajustée par la fonction de blindage f_s :

$$\nu_t = f_s \nu_t^{RANS} + (1 - f_s) \nu_t^{LES} \quad (3.1)$$

La fonction f_s doit répondre à plusieurs critères pour être efficace, notamment en fournissant un blindage asymptotique des couches limites RANS et en permettant une transition fluide vers LES dans les couches de cisaillement séparatrices (3.3). La fonction choisie est définie par :

$$f_s = \frac{1}{1 + e^{-\beta(\Delta \cdot S \cdot \Omega) - \alpha Q - \gamma}} \quad (3.2)$$

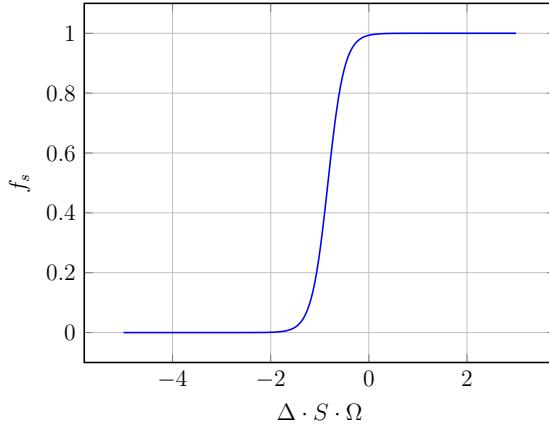


Figure 3.3: Fonction de blindage f_s pour la transition RANS-LES.

où Δ est la taille de la maille, $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$ est le taux de déformation, $\Omega = \sqrt{2\Omega_{ij}\Omega_{ij}}$ est la vorticité, et $Q = \frac{1}{2}(|\Omega|^2 - |S|^2)$ est le critère de turbulence. Les coefficients α , β , et γ sont ajustés pour optimiser la transition RANS-LES.

3.1.3.3. Ajustement de la Taille des Mailles

La précision des simulations LES dépend fortement de la taille des mailles, particulièrement dans les zones de forte turbulence, comme les bords d'attaque et de fuite de l'hydrofoil. Le raffinement des mailles est contrôlé par :

$$\Delta = \min(\Delta_{\max}, C_{\text{DES}} \cdot \tilde{d}_w) \quad (3.3)$$

Des fonctions additionnelles ont été intégrées pour capturer les effets de pression et de vitesse de manière plus précise notamment :

- **Définition des Coefficients et Paramètres** : Les coefficients β , α , et γ de la fonction de blindage ont été ajustés pour optimiser la transition RANS-LES.
- **Implémentation des Fonctions de Base** : Les fonctions comme f_d , **Vorticity** (Ω), **deltaS** (Δ_{SBES}), et **strainRate** (S) ont été développées pour calculer les grandeurs physiques essentielles et **CorrectNut** (ν_t) pour ajuster la transition RANS-LES.
- **Validation des Dimensions** : Une vérification rigoureuse a été effectuée pour s'assurer que toutes les opérations sont dimensionnellement cohérentes, assurant la robustesse du modèle.

3.1.3.4. Configuration de la Simulation

3.1.3.4.1. Géométrie du Canal Plan et Maillage

La géométrie étudiée est un canal plan, modélisé avec des parois parallèles, permettant une analyse précise des écoulements en régime laminaire ou turbulent. Le maillage généré comprend *600 000 cellules*, principalement structuré pour assurer une bonne résolution des gradients de vitesse, particulièrement près des parois où les effets visqueux sont prédominants (figure 3.4). Ce maillage garantit un équilibre optimal entre précision et ressources computationnelles, avec un affinage progressif des cellules près des parois pour capturer les effets de la couche limite.

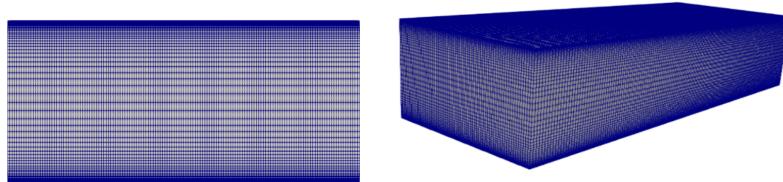


Figure 3.4: Maillage du canal plan pour la simulation SBES.

3.1.3.4.2. Conditions aux Limites

Les conditions aux limites ont été définies comme suit (figure 3.5) :

- **Entrée du Canal (Condition d'entrée)** : Un profil de vitesse uniforme $U_b = (17.55, 0, 0)$ m/s a été imposé à l'entrée, caractérisant un écoulement turbulent.
- **Sortie du Canal (Condition de sortie)** : Une pression constante de 0 Pa a été appliquée, permettant un écoulement libre sans perturbation.
- **Parois du Canal (Conditions aux parois)** : Les parois ont été modélisées avec une condition de non-glissement (vitesse nulle), essentielle pour simuler correctement les effets visqueux et la formation de la couche limite.

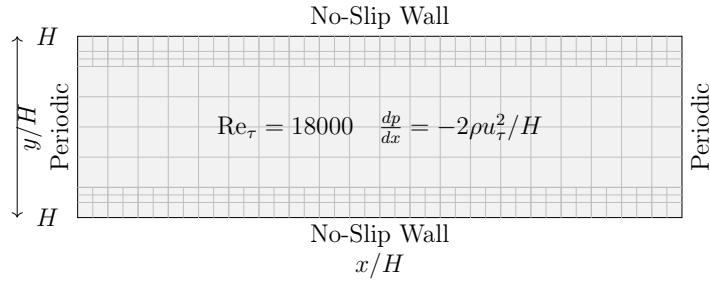


Figure 3.5: Schéma de la géométrie du canal plan et des conditions aux limites.

3.1.3.4.3. Paramètres de Simulation

1. Les paramètres clés incluent :

- Nombre de Reynolds basé sur la vitesse de friction :

$$Re_\tau = \frac{|u_\tau|\delta}{\nu_{\text{fluid}}} = 395$$

où $\delta = 1 \text{ m}$ est la demi-hauteur du canal, $\nu_{\text{fluid}} \approx 0.002532 \text{ m}^2/\text{s}$ est la viscosité cinématique du fluide, et $u_\tau = 1 \text{ m/s}$ est la vitesse de friction.

- Vitesse moyenne à l'entrée du canal :

$$U_b = (17.55, 0.0, 0.0) \text{ m/s}$$

2. Calcul de l'Énergie Cinétique Turbulente k :

L'énergie cinétique turbulente k est calculée comme suit :

$$k = \frac{3}{2}(I|u_{\text{ref}}|)^2$$

où $I = 0.05$ est l'intensité de la turbulence, et $u_{\text{ref}} = u_\tau$ (vitesse de friction) est utilisée comme référence, donnant $k = 0.00375 \text{ m}^2/\text{s}^2$.

3. Calcul de la Dissipation Spécifique de l'Énergie Cinétique Turbulente ω :

La dissipation spécifique ω est donnée par :

$$\omega = \frac{k^{0.5}}{C_\mu^{0.25} L}$$

où $C_\mu = 0.09$ et $L = \delta = 1 \text{ m}$, ce qui donne $\omega = 0.1066 \text{ s}^{-1}$.

3.1.3.4.4. Résultat et Post-traitement

Le critère de Q est utilisé pour visualiser les structures tourbillonnaires dans l'écoulement. Ce critère est défini par :

$$Q = \frac{1}{2} (\|\Omega\|^2 - \|S\|^2)$$

où Ω est la vorticité et S est le tenseur des taux de déformation. Les zones où $Q > 0$ indiquent la prédominance des rotations sur les déformations, caractérisant les structures tourbillonnaires. Les visualisations montrent clairement ces structures, révélant les zones de recirculation et les interactions complexes entre les tourbillons. Les figures 3.6 et 3.7 montrent les résultats de la simulation SBES et IDDES à $R_{e_{u_\tau}} = 395$, illustrant les structures tourbillonnaires dans l'écoulement.

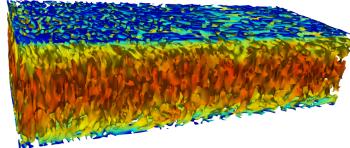


Figure 3.6: Q-criterion SBES

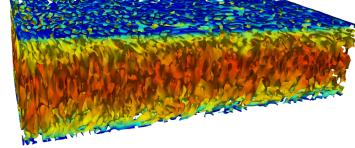


Figure 3.7: Q-criterion IDDES

On peut également comparer les profils de vitesse moyenne obtenus avec SBES et IDDES, montrant que SBES offre une meilleure résolution des structures turbulentées, en particulier près des parois où les gradients de vitesse sont élevés (figures 3.8).

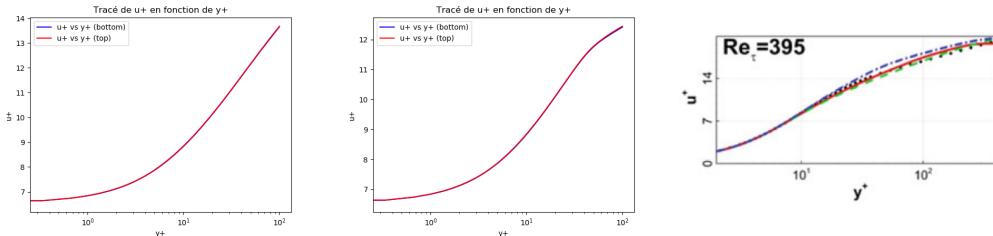


Figure 3.8: Profil de vitesse moyenne SBES, IDDES et référence en fonction de y^+ respectivement.

3.1.4 Implémentation de l'Adaptive Mesh Refinement 2D (AMR2D)

3.1.4.1. Principe de l'AMR 2D

1. Raffinement Adaptatif :

- **Évaluation** : Le maillage initial est composé de cellules qui sont évaluées selon des critères spécifiques, comme les gradients de solution et d'autres métriques d'erreur.
- **Subdivision** : Chaque cellule sélectionnée répondant aux critères sont subdivisées en cellules plus petites, avec l'introduction de nouveaux points et arêtes pour augmenter la résolution locale.
- **Gestion des Frontières** : Des algorithmes sont utilisés pour maintenir la continuité entre les cellules raffinées et non raffinées, garantissant une transition harmonieuse des variables de simulation.

2. Déraffinement :

- **Évaluation** : Les cellules raffinées sont réévaluées. Si les critères ne sont plus remplis, elles peuvent être fusionnées pour revenir à une résolution plus grossière.
- **Fusion** : Les cellules plus petites sont fusionnées pour former des cellules plus grandes, optimisant ainsi l'utilisation des ressources de calcul.

3.1.4.2. Implémentation de l'AMR 2D dans OpenFOAM

Dans OpenFOAM, l'implémentation de l'AMR 2D s'inspire des techniques utilisées pour l'AMR 3D. Les classes *dynamicRefine2DFvMesh* et *hexRef2D* implementée jouent un rôle central :

- **dynamicRefine2DFvMesh** : Gère le processus de mise à jour du maillage, en lisant les critères de raffinement et en appliquant les modifications nécessaires pour maintenir la résolution adaptative. Elle est basée sur la méthode des volumes finis, garantissant une conservation précise des quantités physiques.
- **hexRef2D** : S'occupe des opérations spécifiques aux cellules hexagonales en 2D, y compris la gestion des points d'ancrage et des arêtes lors des processus de raffinement et de déraffinement.

Ces classes et leurs algorithmes assurent une gestion efficace du maillage adaptatif, garantissant une simulation précise tout en optimisant les ressources de calcul.

3.1.4.3. Description du Cas de Test

Pour valider l'implémentation de l'AMR 2D, un cas de test impliquant l'écoulement multiphasique autour d'un foil a été sélectionné. Ce foil, représentatif d'une section d'aile sous l'eau, est immergé dans un fluide comprenant deux phases : de l'eau et de l'air. Ce scénario classique en hydrodynamique présente des défis significatifs, tels que la capture des interfaces entre les phases et la gestion des gradients élevés de pression et de vitesse autour du foil.

3.1.4.3.1. Configuration du Domaine de Simulation

Le domaine de simulation est un rectangle dont les dimensions sont adaptées à celles du foil. Les conditions aux limites sont définies comme suit :

- **Entrée** : Un écoulement uniforme avec une vitesse définie est imposé à l'entrée du domaine.
- **Sortie** : La pression est fixée à la sortie, permettant au fluide de s'écouler librement sans perturbations.
- **Parois latérales** : Les parois latérales sont définies avec la condition "empty", traitant le problème en 2D. Cette condition, utilisée dans OpenFOAM, indique que les faces concernées n'ont pas de contribution dans la simulation 2D, évitant ainsi toute influence des dimensions perpendiculaires.
- **Surface du foil** : Une condition de non-glissement est appliquée, modélisant l'adhésion du fluide à la surface solide du foil.

3.1.4.3.1. Simulation avec `snappyHexMesh`

3.1.4.3.1.1. Maillage de Référence

Pour la simulation de référence sans AMR 2D, le maillage a été généré à l'aide de `snappyHexMesh`, totalisant environ 129 000 cellules (Figure 3.9 a) et jusqu'à 227 800 cellules (Figure 3.9 b). Une attention particulière a été portée au raffinement du maillage autour du foil, où des gradients élevés de vitesse et de pression sont attendus en raison de la présence de la couche limite et du sillage turbulent.

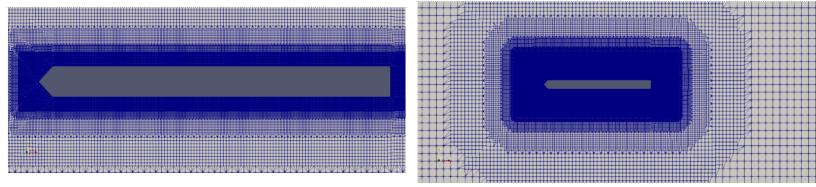


Figure 3.9: Maillage de référence pour la simulation sans AMR 2D.

Le maillage a été spécialement raffiné autour de l’interface entre les deux phases, garantissant ainsi une capture précise de la transition entre l’eau et l’air. De plus, la zone autour du foil a été particulièrement bien maillée pour saisir les phénomènes hydrodynamiques critiques, tels que la formation de vortex et la séparation de l’écoulement. Les simulations ont été exécutées en régime transitoire, avec des paramètres temporels soigneusement choisis pour assurer une bonne résolution temporelle et capturer les mouvements dynamiques des interfaces entre les phases avec précision.

3.1.4.3.1.2. Simulation avec AMR 2D

3.1.4.3.1.2.1. Maillage Initial

Pour la simulation avec AMR 2D, un maillage initial grossier, comprenant environ 14 771 cellules, a été utilisé (figure 3.10). Ce maillage a été généré pour permettre à l’AMR 2D de raffiner dynamiquement le maillage en fonction des gradients de la solution durant l’exécution de la simulation.

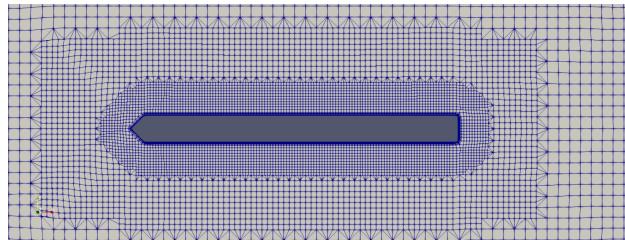


Figure 3.10: Maillage initial pour la simulation avec AMR 2D.

L’utilisation d’un nombre initial réduit de cellules est un avantage clé de l’AMR, car cela permet de commencer la simulation avec une consommation de mémoire moindre et des temps de calcul réduits. Le raffinement du maillage se déclenche uniquement dans les zones où les gradients de vitesse, de pression, ou d’autres variables deviennent significatifs.

3.1.4.3.1.2.2. Stratégie de Raffinement

L'AMR 2D est configuré pour détecter les gradients élevés de vitesse et de pression, ainsi que les interfaces entre les phases, et pour raffiner le maillage de manière ciblée. Le critère de raffinement repose sur un seuil de gradient défini a priori : dès que le gradient d'une variable dépasse ce seuil, le maillage est automatiquement raffiné pour augmenter la résolution locale.

Inversement, dans les zones où les gradients sont faibles et où l'écoulement est relativement uniforme, le maillage peut être coarsisé, réduisant ainsi le nombre de cellules et optimisant l'utilisation des ressources de calcul.

Ce processus d'adaptation du maillage est réalisé de manière itérative tout au long de la simulation, permettant de concentrer les ressources sur les zones critiques pour garantir l'exactitude des résultats. La figure X illustre l'évolution du maillage au cours de la simulation, montrant comment l'AMR 2D affine progressivement le maillage autour du foil et le long des interfaces de phase.

3.1.4.3.1.2.3. Résultats et Post-traitement

Les résultats de la simulation avec AMR 2D ont été comparés à ceux de la simulation de référence sans AMR. Les figures X montrent le profil de pression autour du foil.

Bibliography

- [1] F. Delassaux, "Modélisation instationnaire de l'aérodynamique externe automobile," Ph.D. dissertation, Mécanique des fluides [physics.class-ph], Conservatoire national des arts et métiers - CNAM, 2018. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-04357161>.
- [2] A. Fadai-Ghotbi, C. Friess, R. Manceau, T. B. Gatski, J. Borée, "Temporal filtering: A consistent formalism for seamless hybrid RANS–LES modeling in inhomogeneous turbulence," International Journal of Heat and Fluid Flow, vol. 31, no. 3, pp. 378-389, 2010, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatfluidflow.2009.12.008>, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02136406>.
- [3] V. Duffal, "Développement d'un modèle hybride RANS-LES pour l'étude des efforts instationnaires en paroi," Ph.D. dissertation, Mécanique des fluides [physics.class-ph], Université de Pau et des Pays de l'Adour, 2020. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-03038837>.
- [4] F. Nicoud, F. Ducros, "Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor," Flow, Turbulence and Combustion, vol. 62, no. 3, pp. 183–200, 1999, <https://doi.org/10.1023/A:1009995426001>, <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00910373>.
- [5] Stephanie Delage Santacreu. *Méthode de raffinement de maillage adaptatif pour la mécanique des fluides incompressibles. Sciences de la Terre.* Université Sciences et Technologies - Bordeaux I, 2006.
- [6] Lacombe, F. *Vérification et validation d'une loi de paroi consistante du modèle de turbulence K-w SST* [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de Montréal], 2017.
- [7] European commission urbanisation worldwide, <https://knowledge4policy.ec.europa.eu/foresight/topic/>

[continuing-urbanisation/urbanisation-worldwide_en](https://www.grid.unep.org/continuing-urbanisation/urbanisation-worldwide_en). (Accessed 24 September 2021).

- [8] ANSYS Fluent Theory Guide R2021R1, ANSYS, 2021.
- [9] Z. Ai, C.M. Mak, Large-eddy simulation of flow and dispersion around an isolated building: analysis of influencing factors, *Comput. Fluids* 118 (2015) 89–100.
- [10] M. Bellegoni, L. Cotteler, S.K. Raghunathan Srikumar, G. Mosca, A. Gambale, L. Tognotti, C. Galletti, A. Parente, An extended SST $k-\omega$ framework for the RANS simulation of the neutral atmospheric boundary layer, *Environ. Model. Softw.* 160 (2023) 105583, <https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2022.105583>, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1364815222002833>.
- [11] B. Blocken, T. Stathopoulos, J. Carmeliet, J.L. Hensen, Application of computational fluid dynamics in building performance simulation for the outdoor environment: an overview, *J. Build. Perform. Simul.* 4 (2011) 157–184, <https://doi.org/10.1080/19401493.2010.513740>.
- [12] B. Caruelle, Simulations d'écoulements instationnaires turbulents en aérodynamique: application à la prédition du phénomène de tremblement, Ph.D. thesis, Toulouse, INPT, 2000.
- [13] B. Chaouat, The state of the art of hybrid RANS/LES modeling for the simulation of turbulent flows, *Flow Turbul. Combust.* 99 (2017) 279–327, <https://doi.org/10.1007/s10494-017-9828-8>.
- [14] F.R. Menter, M. Kuntz, Adaptation of eddy-viscosity turbulence models to unsteady separated flow behind vehicles, in: R. McCallen, F. Browand, J. Ross (Eds.), *The Aerodynamics of Heavy Vehicles: Trucks, Buses, and Trains*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2004, pp. 339–352.
- [15] F. Menter, Stress-blended eddy simulation (SBES)—a new paradigm in hybrid RANS-LES modeling, in: Y. Hoarau, S.H. Peng, D. Schwamborn, A. Revell (Eds.), *Progress in Hybrid RANS-LES Modelling*, Springer International Publishing, Cham, 2018, pp. 27–37.
- [16] S. Heinz, A review of hybrid RANS-LES methods for turbulent flows: concepts and applications, *Prog. Aerosp. Sci.* 114 (2020) 100597, <https://doi.org/10.1016/j.paerosci.2019.100597>, <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0376042119301861>.

- [17] C. Gorlé, J. van Beeck, P. Rambaud, Dispersion in the wake of a rectangular building: validation of two Reynolds-averaged Navier–Stokes modelling approaches, *Bound.-Layer Meteorol.* 137 (2010) 115–133.
- [18] Rony Keppens. *Adaptive Mesh Refinement*. Centre for Plasma-Astrophysics, K.U.Leuven (Belgium) and FOM-Institute for Plasma Physics Rijnhuizen and Astronomical Institute, Utrecht University. 2008.
- [19] R. Manceau, "Progress in Hybrid Temporal LES (plenary lecture)," in *HRLM6 - 6th Symposium on Hybrid RANS-LES Methods*, Strasbourg, France, Sep 2016. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01391899>.
- [20] L. Davidson, C. Friess, "The PANS and PITM model: a new formulation of f_k ," Div. of Fluid Dynamics, Dept. of Mechanics and Maritime Sciences (M2), Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden; Aix-Marseille Université, CNRS, Centrale Marseille, M2P2 UMR 7340, 13451, Marseille, France.
- [21] Hrvoje Jasak. *Dynamic Mesh Handling in OpenFOAM*. 2009.
- [22] Kevin Schmidmayer, Eric Daniel, Fabien Petitpas. *Adaptive Mesh Refinement algorithm based on dual trees for cells and faces for multiphase compressible flows*. 2019.
- [23] Scott A. Northrup. *A Parallel Implicit Adaptive Mesh Refinement Algorithm for Predicting Unsteady Fully-Compressible Reactive Flows*. 2014.
- [24] Daniel Rettenmaier and al. *Load balanced 2D and 3D adaptive mesh refinement in OpenFOAM*. 2019.
- [25] O. Y. Shonibare. *Dynamic meshing in OpenFOAM in 2-D*. 2015.
- [26] C. Friess, S. Poncet, S. Viazzo, "An extensive study on LES, RANS and hybrid RANS/LES simulation of a narrow-gap open Taylor-Couette flow," in *9th Symposium on DNS, LES, and Hybrid RANS/LES Methods*, Chicago, United States, Aug 2014. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01098588>.
- [27] A. Avdis et al., "Large eddy simulation of separated flow over a two-dimensional hump with and without control by means of a synthetic slot-jet," *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 83, pp. 343–370, 2009.

- [28] R. A. Baurle et al., "Hybrid Reynolds-averaged Navier-Stokes/large-eddy simulations of supersonic turbulent mixing," *AIAA Journal*, vol. 41, no. 8, pp. 1463–1480, 2003.
- [29] J. Boussinesq, *Essai sur la théorie des eaux courantes*, Imprimerie nationale, 1877.
- [30] W. Cabot, P. Moin, "Approximate wall boundary conditions in the large-eddy simulation of high Reynolds number flow," *Flow, Turbulence and Combustion*, vol. 63, pp. 269–291, 1999.
- [31] D. Capelli, N. N. Mansour, "Performance of Reynolds averaged Navier-Stokes models in predicting separated flows: study of the hump flow model problem," *AIAA 2013-3154*, 2013.
- [32] F. Capizzano et al., "U-RANS modelling of turbulent flows controlled by synthetic jets," 2005. Y. Egorov, F. Menter, "Development and application of SST-SAS turbulence model in the DESider project," in *Advances in Hybrid RANS-LES Modelling*, Berlin: Springer, 2008, pp. 261–270.
- [33] M. S. Gritskevich et al., "Development of DDES and IDDES formulations for the $k-\omega$ shear stress transport model," *Flow Turbulence Combust*, vol. 88, pp. 431–449, 2012.
- [34] E. Guilmineau et al., "Assessment of RANS and DES methods for the Ahmed body," in *VII European Congress on Computational Methods in Applied Sciences and Engineering*, Crete Island, Greece, 2016.