



# Modèle elastodynamique pour les cuves nucléaires

Méthodes et algorithmes

Sacha

August 28, 2024

# Overview



1. Introduction

2. Méthodes

3. Résultats

4. Conclusion

# Introduction

# Introduction



## À propos de l'entreprise

Avnir Energy aide les industriels de l'énergie dans les problèmes d'ingénierie mécanique

Le projet prend place dans l'équipe R&D

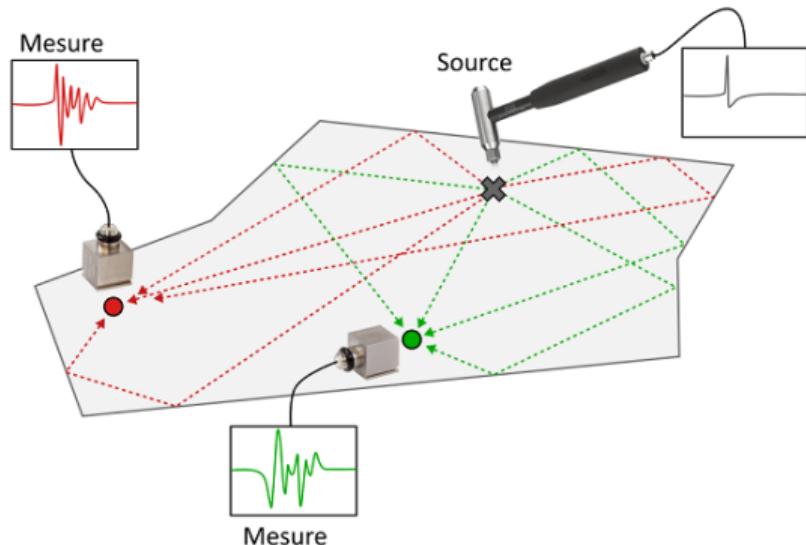
# Projet SINUDYN



Projet de R&D en collaboration avec SONORHC

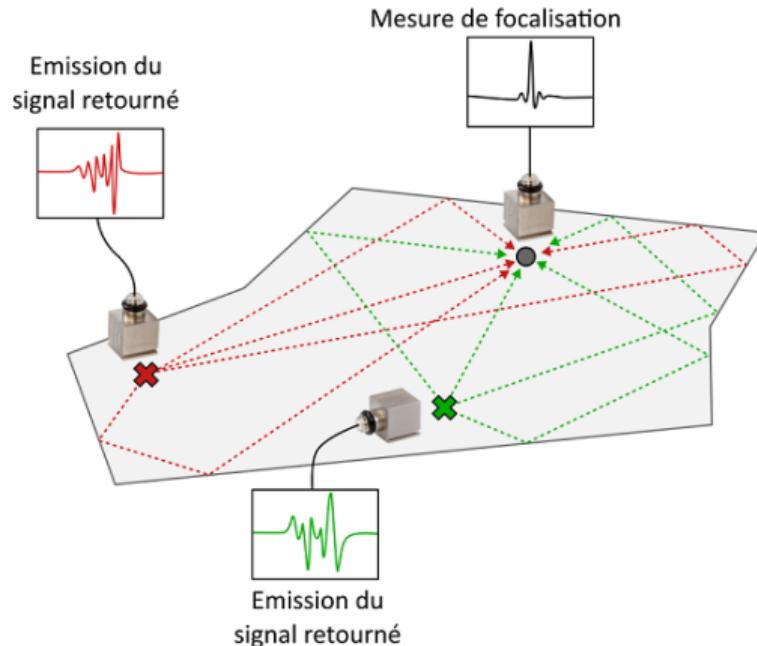
Objectif: Développer une méthode de surveillance des cuves de réacteurs avec le "retournement temporel"

# Retournement temporel



**Figure 1:** Phase d'apprentissage

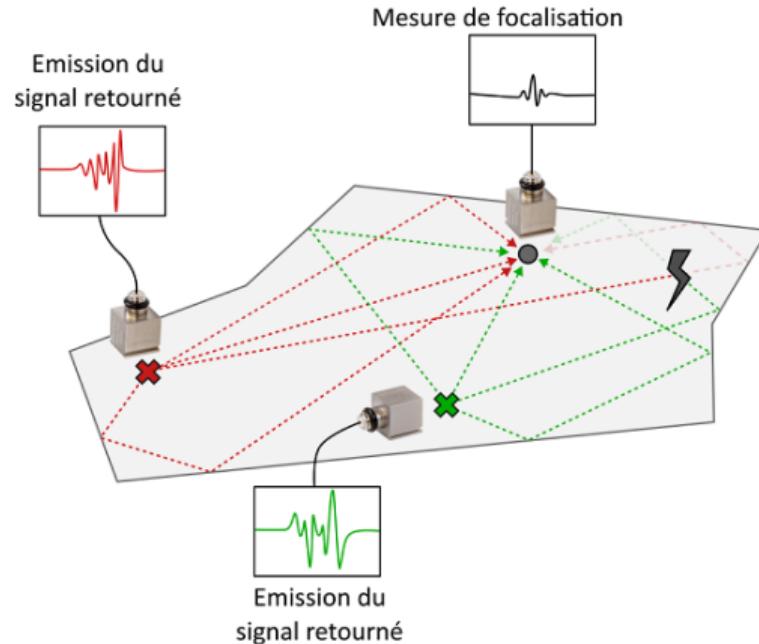
# Phase de focalisation



**Figure 2:** Phase de focalisation



# Détection de défaut



**Figure 3:** Comment détecter un défaut

# Contraintes



- ▶ Capteurs immergés dans un liquide à haute température (Compliqué)
- ▶ Appliquer un choc dans ce même liquide (Impossible)
- ▶ Simulation nécessaire  $\implies$  taille d'élément petite pour observer une flexion de la structure  $\implies$  calcul couteux

# Objectifs



- ▶ Développer une méthode numérique rapide et précise pour la propagation des ondes sur le jumeau numérique de la cuve (Spectral Element Method)
- ▶ Comparer les résultats avec les autres méthodes numériques (FEM,IGA)

# Méthodes

# Méthodes des éléments spectraux



- ▶ SEM = Spectral Element Method
- ▶ Utiliser des polynômes de degré élevés comme fonction de base

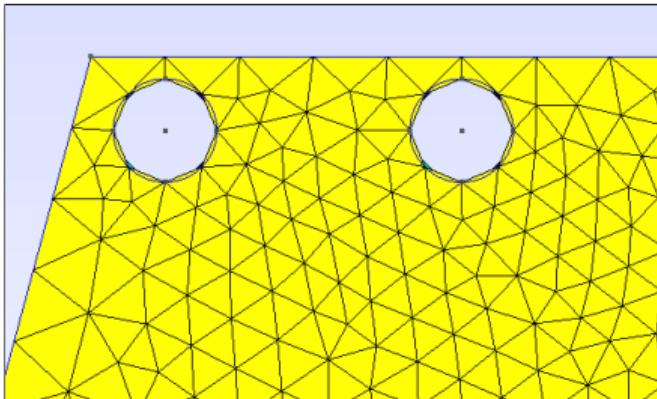
# Intérêts de la SEM



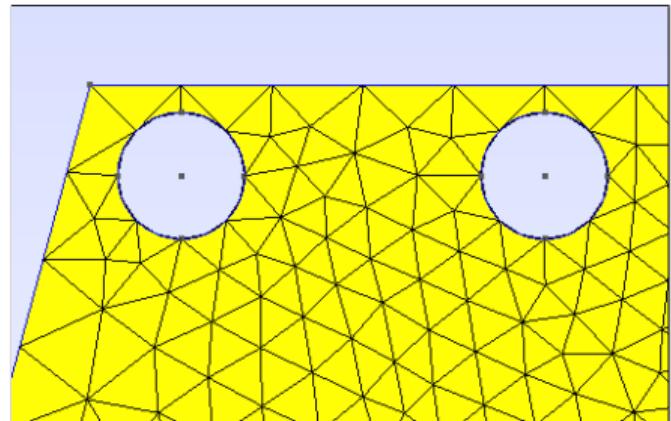
- ▶ Géométrie du maillage plus précise
- ▶ Déformée des éléments plus fidèles à la réalité

# Méthodes

## Méthodes numériques



Maillage utilisé en FEM



Maillage utilisé en SEM



# Discrétisation en temps

## Méthode de Newmark

Assure la stabilité du schéma numérique

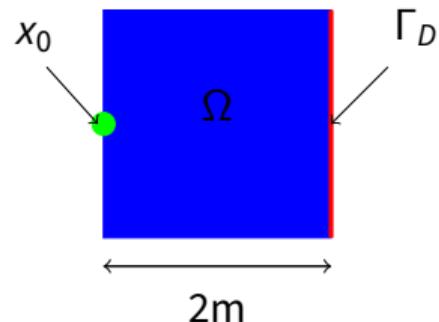
Utile pour les équation aux dérivées d'ordre 2 en temps



# Équations

## Équations d'élasticité

$$\begin{cases} \rho \partial_t^2 u - \nabla \cdot \sigma(u) = f & \text{dans } \Omega \times (0, T) \\ u = 0 & \text{sur } \Gamma_D \times (0, T) \\ u = h(t) & \text{sur } x_0 \times (0, T) \\ u = u_0 & \text{dans } \Omega \times \{0\} \\ \partial_t u = v_0 & \text{dans } \Omega \times \{0\} \end{cases} \quad (1)$$



**Figure 5:** Illustration du cas 2D

# Tenseur des contraintes



$$\begin{aligned}\sigma &= \lambda \cdot u I + 2\mu \varepsilon(u) \\ &= \lambda \cdot u I + 2\mu (\nabla u + \nabla u^T)\end{aligned}$$

$\lambda$  et  $\mu$  sont les coefficients de Lamé (dépendent des propriétés du matériau)



# Effort appliqué sur $x_0$

$$\begin{cases} h(t) = \sin(2\pi f_c t) e^{-5(f_c t - 2)^2} \\ f_c = 20000 \text{ Hz} \end{cases}$$



- ▶ Feel++ est une librairie pour la résolution d'EDP contenant des méthodes numériques avancées (SEM)
- ▶ J'ai utilisé Feel++ pour résoudre des cas 2D et 3D.

# Résultats

## Cas 2D



- ▶ Pour s'assurer de la convergence en maillage de la méthode, il faut une solution de référence  $u$
- ▶ La solution de référence est une solution numérique obtenue sur un maillage fin (1mm) avec des polynômes de degré 4.

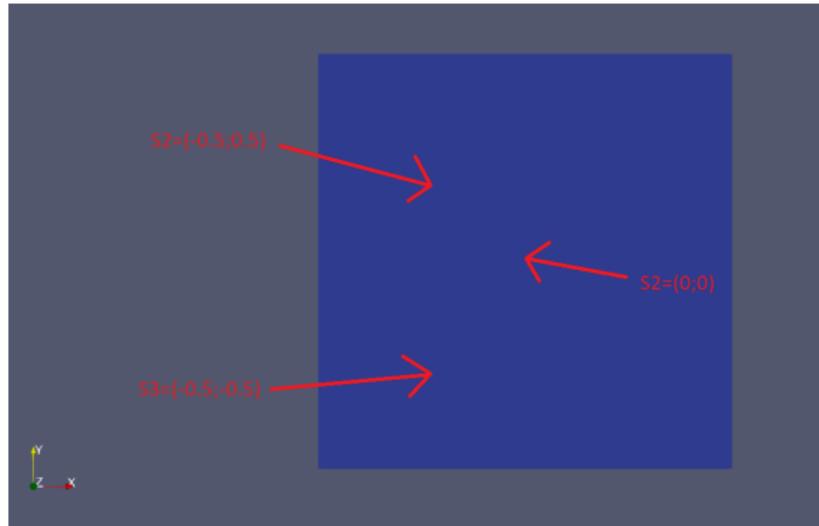
# Résultats à comparer



On extrait les valeurs de la solution sur trois points de la plaque ( $u(S1), u(S2), u(S3)$ ).



# Emplacement des capteurs



**Figure 6:** Emplacement des capteurs



# Calculer l'erreur

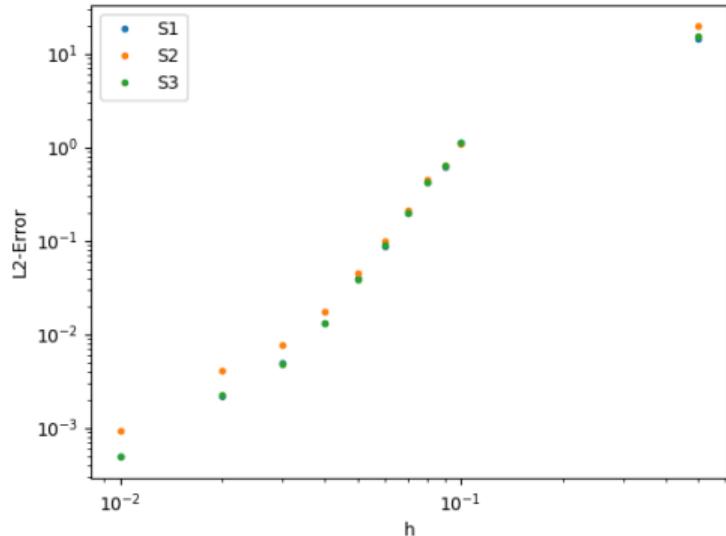
Soit  $u_h$  la solution numérique et  $j \in \{1, 2, 3\}$

$$||u(Sj) - u_h(Sj)|| = \sum_{i=0}^N \frac{u_i(Sj) - u_{h,i}(Sj)}{\max_{t \in (0,T)} u(t)} \quad (2)$$

# Résultats sur Paraview



# Étude de convergence



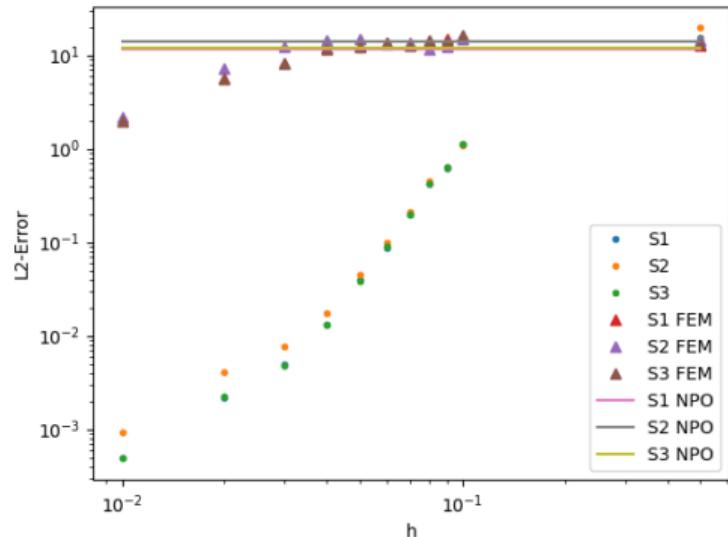
**Figure 7:** Erreur 2 entre la solution de référence et la solution numérique

# Comparaison avec la méthode FEM



- ▶ J'ai comparé les résultats obtenus avec des éléments finis
- ▶ Méthode FEM avec Feel++ et Code\_Aster

# Comparaison avec la méthode FEM



**Figure 8:** Comparaison entre la méthode des éléments finis et spectraux

# Comparaison temps de calcul



- ▶ Comparer le temps de calcul entre SEM et FEM  $\implies$  Comparer avec la même erreur

# Comparaison temps de calcul



**Table 1:** Comparaison des temps de calcul entre les éléments finis et spectraux ( $10^{-1}$ )

Computation time	
	$T$
	[s]
FEM	629
SEM	614

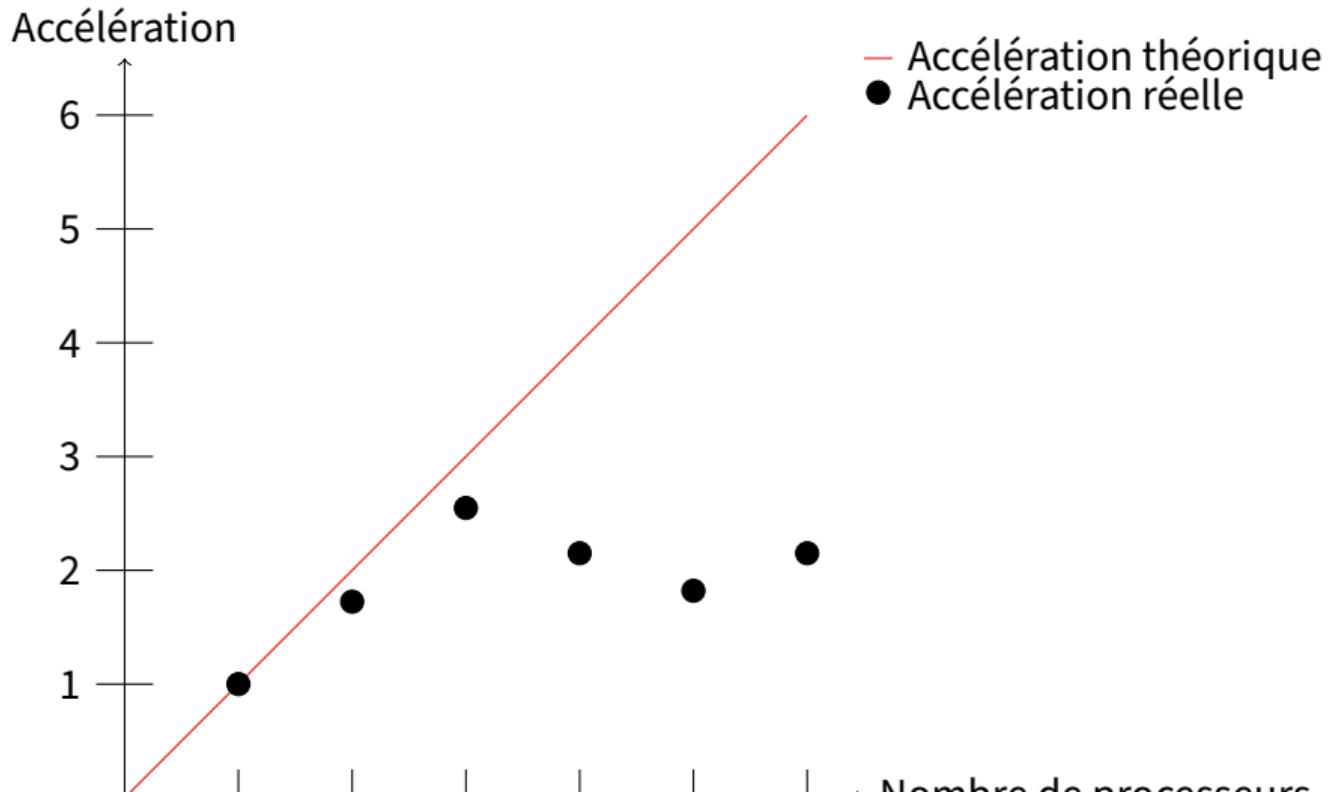
# Optimisation du temps de calcul



Pour optimiser le temps de calcul, on utilise la librairie MPI qui permet de lancer des calculs en parallèle.



# Optimisation du temps





# Applications

## Retournement temporel

- ▶ J'ai inversé les déplacements de S1, S2 et S3 dans le temps
- ▶ J'ai réinjecté ces déplacements dans la plaque 2D

# Applications

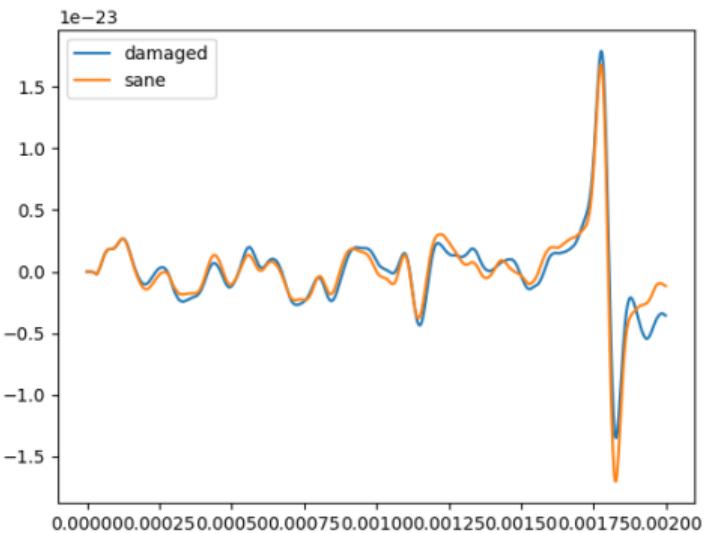
Video du retournement temporel





# Applications

## Signal obtenu



**Figure 10:** Signal obtenu durant la phase de focalisation



# Applications

## Application au cas 3D

- ▶ Résolution équations d'élasticité sur le cylindre 3D
- ▶ Plaque qui vient d'une maquette de réacteur nucléaire

# Applications

Results



# Conclusion

# Prochaines étapes



Travail à l'issue du stage repris par un employé d'Avnir

Par ordre de priorité

- ▶ Cas coque: Réduire dimension du maillage en prenant en compte l'épaisseur
- ▶ Prise en charge température et gravité
- ▶ Couplage fluide-structure
- ▶ Prise en compte poussée d'Archimède

# Bilan



La méthode SEM a montré des résultats intéressants de par:

- ▶ Précision de calcul
- ▶ Efficacité

# References I



-  C Prud'homme, Sacha, Pascal Voyané, Thomas Legall.  
Notes on Avnir / Cemosis collaboration - June 2024.
-  M. Cenanovic.  
*Finite element methods on surfaces.*  
Jönköping University, School of Engineering, Jönköping, 2015.
-  M. Cenanovic, P. Hansbo, and M. G. Larson.  
Cut finite element modeling of linear membranes.  
*Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 310:98–111, Oct. 2016.  
arXiv:1511.02327 [math].