

Études et améliorations de métamodèles PINN pour la simulation de champ magnétique

Marie Sengler

Université de Strasbourg
Stage de fin d'études

30 juillet 2025



- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques
- 3 Fonctionnement des PINN
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux
- 5 Paramétrisation
- 6 Conclusions et perspectives

Sommaire

- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques
- 3 Fonctionnement des PINN
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux
- 5 Paramétrisation
- 6 Conclusions et perspectives

Contexte : tubes hyperfréquences

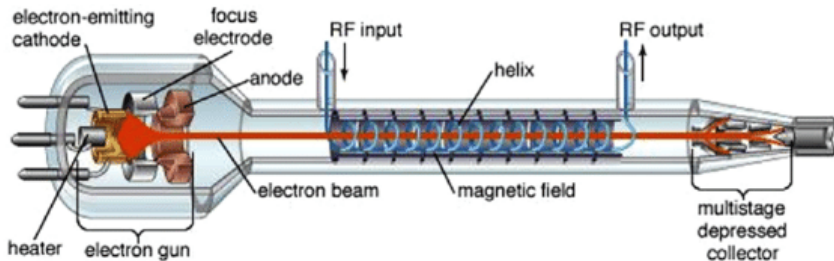


FIGURE – Schéma d'un tube hyperfréquence

Contexte : simulations et études numériques

- Optimisation et prise en compte des défauts et des tolérances de fabrication dans les simulations : plans d'expérience à plusieurs centaines de calcul
- Limitation : Nécessité de réaliser un grand nombre de simulations éléments finis, plusieurs heures pour les simulations magnétiques 3D
- Intérêts des PINN (Physics Informed Neural Network)^a
 - sans maillage
 - accélération GPU
 - différentiation automatique
 - traitement des problèmes en grandes dimensions (EDP paramétrique)
 - évaluation du modèle rapide
- Cas tests simples de magnétostatique implémentés

a. [2]M. Raissi, P. Perdikaris, and G.E. Karniadakis. Physics-informed neural networks : A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations. *Journal of Computational Physics*, 378 :686–707, 2019.

Objectifs

- Rédaction d'une note de synthèse bibliographique
- Études d'optimisation et d'amélioration de différents PINN paramétriques 2D
- Implémentation de PINN prenant en compte une géométrie variable en 2D
- Analyse et comparaison des résultats obtenus

Sommaire

- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques**
- 3 Fonctionnement des PINN
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux
- 5 Paramétrisation
- 6 Conclusions et perspectives

Cas bimatériaux

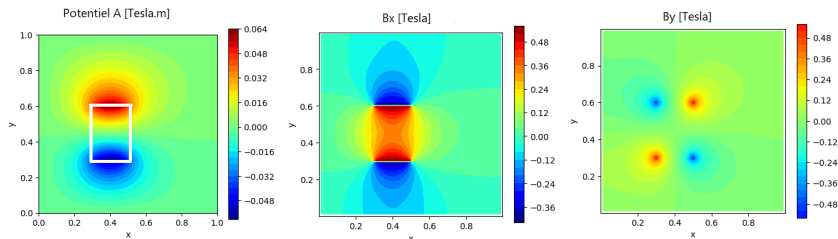


FIGURE – Solution éléments finis du cas bimatériaux

Problème physique

- Aimant plongé dans le vide
- Domaine : $\Omega = [0; 1] \times [0; 1]$; $\Omega_m = [0.3; 0.5] \times [0.3; 0.6]$; $\Omega_v = \Omega \setminus \Omega_m$
- Champ d'induction magnétique : $B_x = \frac{\partial A}{\partial y}$ et $B_y = -\frac{\partial A}{\partial x}$

Équations : cas bimatériaux

Système d'équations

$$\left\{ \begin{array}{ll} \Delta A_m = \frac{\partial^2 A_m}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_m}{\partial y^2} = 0 & \text{dans } \Omega_m, \\ \Delta A_v = \frac{\partial^2 A_v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_v}{\partial y^2} = 0 & \text{dans } \Omega_v. \end{array} \right. \quad (1)$$

Conditions sur l'interface $\Gamma_{m,v}$

$$\left\{ \begin{array}{l} A_v = A_m \\ \frac{\partial A_v}{\partial y} n_x - \frac{\partial A_v}{\partial x} n_y = \frac{\partial A_m}{\partial y} n_x - \frac{\partial A_m}{\partial x} n_y \\ \frac{\partial A_v}{\partial y} n_y + \frac{\partial A_v}{\partial x} n_x = \frac{1}{\mu_{r,m}} \left(\frac{\partial A_m}{\partial y} - B_c \right) n_y + \frac{1}{\mu_{r,m}} \frac{\partial A_m}{\partial x} n_x \end{array} \right. \quad (2)$$

avec B_c le champ d'induction rémanente et $\mu_{r,m}$ la perméabilité relative

Conditions aux bords

$$A_v = 0 \quad \text{sur } \partial\Omega \quad (3)$$

Cas trimatériaux

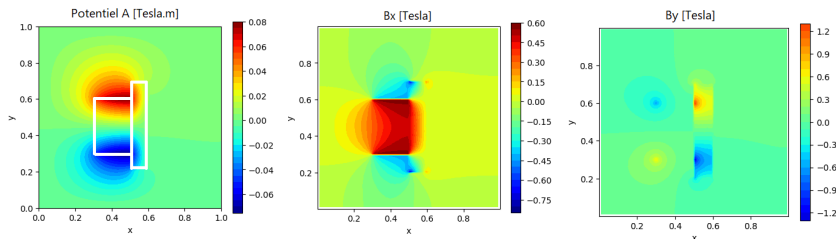


FIGURE – Solution éléments finis du cas trimatériaux non linéaire

Problème physique

- Ajout d'une pièce polaire sur $\Omega_p = [0.5; 0.6] \times [0.2; 0.7]$
- Loi de comportement non-linéaire : $\mu_{r,p}$ n'est pas constant

Cas trimatériaux : ajouts des équations pour la pièce polaire

Équations pour la pièce polaire

$$\frac{\partial}{\partial x}(\nu_{r,p}(\mathbf{X}; \|\nabla A_p\|)A_p) + \frac{\partial}{\partial y}(\nu_{r,p}(\mathbf{X}; \|\nabla A_p\|)A_p) = 0 \quad \text{dans } \Omega_p \quad (4)$$

Conditions aux interfaces supplémentaires

$$\begin{cases} A_v = A_p & \text{sur } \Gamma_{v,p} \\ A_p = A_m & \text{sur } \Gamma_{m,p} \end{cases} \quad (5)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial A_v}{\partial y} n_x - \frac{\partial A_v}{\partial x} n_y = \frac{\partial A_p}{\partial y} n_x - \frac{\partial A_p}{\partial x} n_y & \text{sur } \Gamma_{v,p} \\ \frac{\partial A_p}{\partial y} n_x - \frac{\partial A_p}{\partial x} n_y = \frac{\partial A_m}{\partial y} n_x - \frac{\partial A_m}{\partial x} n_y & \text{sur } \Gamma_{m,p} \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial A_v}{\partial y} n_y + \frac{\partial A_v}{\partial x} n_x = \nu_{r,p} \frac{\partial A_p}{\partial y} n_y + \nu_{r,p} \frac{\partial A_p}{\partial x} n_x & \text{sur } \Gamma_{v,p} \\ \nu_{r,p} \frac{\partial A_p}{\partial y} n_y + \nu_{r,p} \frac{\partial A_p}{\partial x} n_x = \frac{1}{\mu_{r,m}} \left(\frac{\partial A_m}{\partial y} - B_c \right) n_y + \frac{1}{\mu_{r,m}} \frac{\partial A_m}{\partial x} n_x & \text{sur } \Gamma_{m,p} \end{cases} \quad (7)$$

avec $\nu_{r,p}(\mathbf{X}; \|\mathbf{B}\|) = \frac{1}{\mu_{r,p}(\mathbf{X}; \|\mathbf{B}\|)}$ la réductance relative.

Sommaire

- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques
- 3 Fonctionnement des PINN**
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux
- 5 Paramétrisation
- 6 Conclusions et perspectives

Fonctionnement des PINN

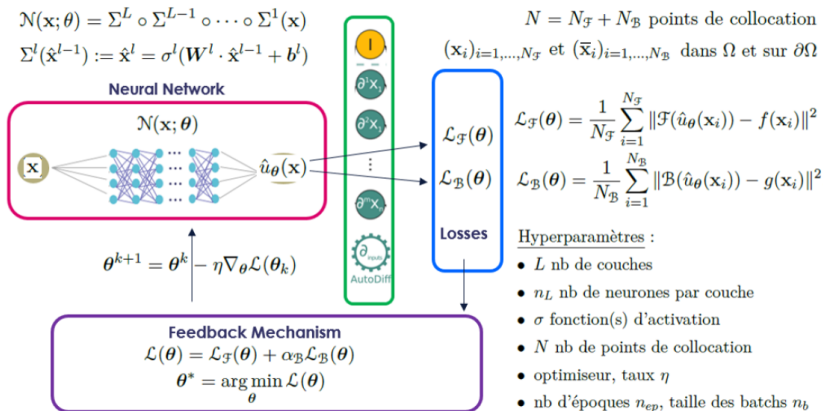
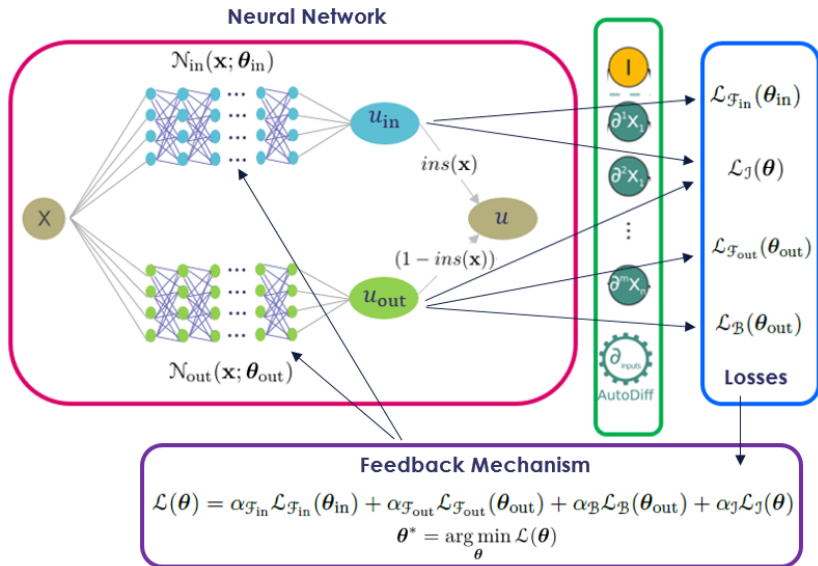





FIGURE – Schéma illustrant le fonctionnement général des PINN

Fonctionnement des PINN pour les cas multi-matériaux



Difficultés d'apprentissage des PINN ¹

- Biais spectral : difficulté à capturer les hautes fréquences
- Minima locaux : plateau de la fonction de perte
- Points singuliers, discontinuités, forts gradients
- Balance des termes de la fonction de perte
- Sensibilité aux hyper-paramètres

1. [3] Sifan Wang, Yujun Teng, and Paris Perdikaris. Understanding and mitigating gradient flow pathologies in physics-informed neural networks. SIAM Journal on Scientific Computing, 43(5) :A3055–A3081, 2021.   

Sommaire

- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques
- 3 Fonctionnement des PINN
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux**
- 5 Paramétrisation
- 6 Conclusions et perspectives

Liste des hyper-paramètres étudiés

Structure du réseau

- Type du réseaux : Fully-connected, Fourier, modified-Fourier...
- Nombre de couches
- Nombre de neurones par couche
- Fonction d'activation : Tanh, SiLU, GELU, Sinus...

Optimiseur

- Type de l'optimiseur (Adam, L-BFGS, RMSprop,...)
- Taux d'apprentissage et scheduler

Échantillonnage des points de collocation

- Type d'échantillonnage (aléatoire, quasi-aléatoire, basé sur le résidu)
- Taille de batch

Fonction de perte

- Poids de chaque terme de la fonction de perte (à la main, algorithme)

Implémentation

Code préexistant

- Implémentation du problème bimatériaux et trimatériaux avec et sans les caractéristiques de l'aimant paramétré
- Utilisation de PyTorch et NVIDIA PhysicsNeMo

Contributions

- Amélioration des post-traitements
- Scripts automatisant les différents apprentissages
- Présentation des résultats avec Jupyter Notebook et Pandas
- Adaptation des méthodes de NVIDIA à notre problème
- Optimisation de l'interpolation des valeurs de $\nu_{r,p}$ dans le cas non-linéaire
- Développement de nouvelles architectures de réseau

Résultats bimatériaux

	Initial	Final
Architecture	5-40	6-50
Activation	SiLU	GELU
Poids	identique	*
Optimiseur	Adam	RMSprop
Sampling	Quasi-Random	Importance Sampling
Réseau	fully-connected	modified-Fourier
Relative L2 A	9.62%	0.193%
Relative L2 B_x	10.5%	1.71%
Relative L2 B_y	15.5%	2.68%
Maximum A	0.00798	0.000365
Maximum B_x	0.353	0.1154
Maximum B_y	0.385	0.09868
Temps	0h45	1h00

TABLE – Choix des différents hyper-paramètres et récapitulatif des erreurs obtenues

* Les poids choisis sont plus importants pour les termes de la fonction de perte liés aux interfaces.

Résultats bimatériaux

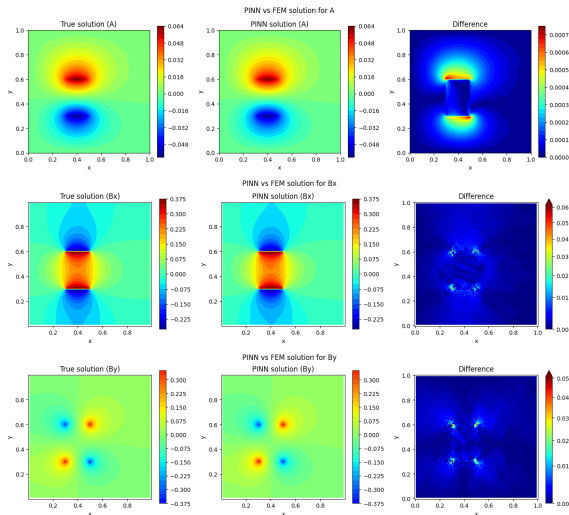


FIGURE – Potentiel A et champs B_x et B_y dans le cas bimatériaux

Résultats trimatériaux

	Initial	Final
Architecture	5-60	6/5/6-50/50/65
Activation	SiLU	GELU
Poids	identique	*
Optimiseur	Adam	RMSprop
Sampling	Quasi-Random	Importance Sampling
Réseau	fully-connected	modified-Fourier
Relative L2 A	12.0%	2.47%
Relative L2 B_x	15.7%	3.88%
Relative L2 B_y	22.7%	5.59%
Maximum A	0.0176	0.00323
Maximum B_x	0.639	0.380
Maximum B_y	0.884	0.288
Temps	1h10	1h40

TABLE – Choix des différents hyper-paramètres et récapitulatif des erreurs obtenues

* Les poids choisis sont plus importants pour les termes de la fonction de perte liés aux interfaces.

Résultats trimatériaux

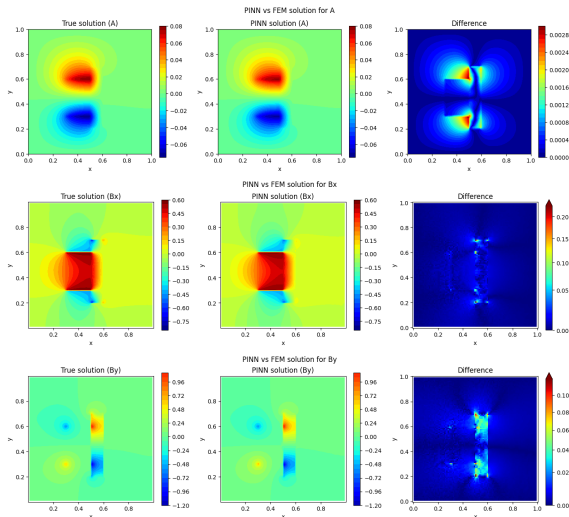


FIGURE – Potentiel A et champs B_x et B_y dans le cas trimatériaux non linéaire

Sommaire

- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques
- 3 Fonctionnement des PINN
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux
- 5 Paramétrisation**
- 6 Conclusions et perspectives

Paramétrisation

- B_c , le champ d'induction rémanente du matériau dans l'intervalle $[0.4 ; 1.04]$
- $\mu_{r,m}$, la perméabilité relative de l'aimant dans l'intervalle $[1.005 ; 1.05]$
- la géométrie : la longueur et la largeur de l'aimant, ainsi que celles de la pièce polaire varient de ± 0.02 par rapport à la configuration de base.

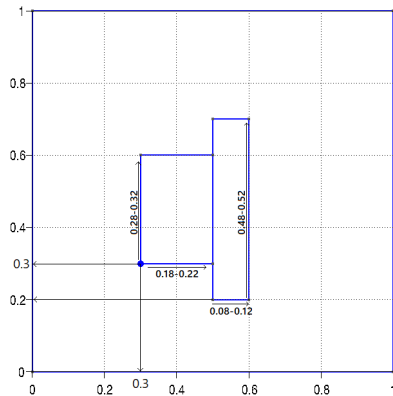
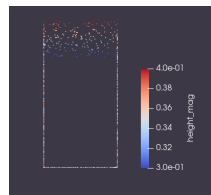


FIGURE – Schéma montrant la variation de la géométrie dans le cas trimatériaux

Premiers résultats et difficultés

- Un paramètre équivalent à une **entrée supplémentaire** pour le réseau, ce qui augmente la complexité et rend l'entraînement plus instable.
- Figure : Exemple de paramétrisation de la géométrie



	Non paramétré	$B_c/\mu_{r,m}$	Geom	$B_c/\mu_{r,m}/\text{Geom}$
Relative L2 A	2.85%	3.34%	6.82%	6.28%
Relative L2 B_x	4.43%	5.42%	9.89%	8.27%
Relative L2 B_y	6.35%	7.86%	14.2%	12.7%

TABLE – Récapitulatif des meilleurs résultats par paramétrisation pour le cas trimatériaux

- Avec la géométrie variable, les résultats restent insatisfaisants !

Ajout de solutions éléments finis à l'entraînement

- Ajout de termes à la fonction de perte de la différence entre une solution EF et la prédiction PINN pour un jeu de paramètres
- Ajustement de ses hyper-paramètres : le poids, la taille de batch et le nombre de solutions

	$B_c/\mu_{r,m}$	$B_c/\mu_{r,m}$ (EF)	$B_c/\mu_{r,m}/\text{Geom}$	$B_c/\mu_{r,m}/\text{Geom}$ (EF)
Nb de solutions	0	3	0	6
Relative L2 A	3.34%	1.01%	6.28%	3.70%
Relative L2 B_x	5.42%	2.79%	8.27%	5.32%
Relative L2 B_y	7.86%	3.36%	12.7%	8.15%
Temps	$\approx 1\text{h}55$	$\approx 2\text{h}15$	$\approx 2\text{h}05$	$\approx 7\text{h}$

TABLE – Récapitulatif des meilleurs résultats pour les cas paramétriques pour les erreurs relatives moyennes avec et sans ajout de solutions éléments finis

Sommaire

- 1 Contexte et objectifs du stage
- 2 Problèmes physiques
- 3 Fonctionnement des PINN
- 4 Optimisation des réseaux dans le cas bimatériaux et trimatériaux
- 5 Paramétrisation
- 6 Conclusions et perspectives**

Conclusions et perspectives

Conclusions

- Réduction significative de l'erreur sur les cas tests. Les gains sont donnés par :
 - Cas bimatériaux base/final : 98%
 - Cas trimatériaux base/final : 79%
 - Cas trimatériaux ($B_c/mu_{r,m}$) sans/avec EF : 70 %
 - Cas trimatériaux ($B_c/mu_{r,m}/\text{Geom}$) sans/avec EF : 41 %

Perspectives

- Nouveaux cas tests plus complexes, se rapprochant de l'application industrielle (ajouts d'aimants, passage en coordonnées 3D,...)
- Implémentation de méthodes plus complexes, permettant de mieux capturer les discontinuités aux interfaces et limiter le nombre de fonctions de perte
- Implémentation d'optimiseurs plus performants

[1]



Shubo Hou, Xiuhong Hao, Deng Pan, and Wenchao Wu.

Physics-informed neural network for simulating magnetic field of coaxial magnetic gear.

Engineering Applications of Artificial Intelligence, 133 :108302, 2024.



M. Raissi, P. Perdikaris, and G.E. Karniadakis.

Physics-informed neural networks : A deep learning framework for solving forward and inverse problems involving nonlinear partial differential equations.

Journal of Computational Physics, 378 :686–707, 2019.



Sifan Wang, Yujun Teng, and Paris Perdikaris.

Understanding and mitigating gradient flow pathologies in physics-informed neural networks.

SIAM Journal on Scientific Computing, 43(5) :A3055–A3081, 2021.