

BÁO CÁO ĐỒ ÁN
LẬP TRÌNH SYMBOLIC TRONG TRÍ TUỆ NHÂN TẠO
XÂY DỰNG MÔ HÌNH BIỂU DIỄN TRI THỨC
HÌNH HỌC PHẪNG
ỨNG DỤNG GIẢI BÀI TOÁN VECTOR



Sinh viên thực hiện:

NGUYỄN HOÀNG NGHĨA 11520603

Lớp: **KHTN2011**
Lớp môn học: **CS314.E21.KHTN**
Khoá: **2011**

TP. Hồ Chí Minh, Ngày 10 tháng 05 năm 2014

MỞ ĐẦU

Trí tuệ nhân tạo là một lĩnh vực lớn và quan trọng trong công nghệ thông tin hiện nay. Với nhiều hướng nghiên cứu khác nhau cùng mục tiêu xây dựng, mô phỏng lại trí tuệ con người trên máy tính để xử lý vấn đề một cách thông minh. Trong đó, tri thức là một phần quan trọng. Đóng vai trò chính trong việc đưa ra quyết định của con người. Dẫn đến việc cần thiết phải biểu diễn tri thức con người trên máy tính để có thể suy luận giải quyết vấn đề. Từ đó các mô hình biểu diễn tri thức được xây dựng để có thể giải quyết vấn đề trên.

Có rất nhiều các mô hình biểu diễn tri thức khác nhau, nhưng chưa có mô hình nào có thể giải quyết vấn đề biểu diễn tri thức một cách tổng quát nhất. Hiện nay mô hình COKB đang được sử dụng và tiếp tục mở rộng phù hợp có thể mô hình hoá được các đặc trưng của tri thức toán học. Cùng với đó, người ta đã nghiên cứu cách biểu diễn tri thức của con người và xây dựng các chiến lược tìm kiếm lời giải cho bộ suy diễn để có thể có được một hệ thống thông minh có khả năng giải bài toán thông minh tương tự như con người. Ứng dụng những tri thức trên, đồ án sẽ xây dựng mô hình biểu diễn tri thức cho miền tri thức hình học phẳng (có giới hạn miền tri thức) và áp dụng suy luận để có thể xây dựng chương trình giải toán trên miền tri thức này.

LỜI CẢM ƠN

Lời đầu tiên chúng em xin được bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc nhất tới ThS. Nguyễn Đình Hiền, Khoa Khoa học Máy tính, Đại học Công nghệ Thông tin ĐHQG-HCM, đã tận tình hướng dẫn nhóm em kiến thức căn bản và thiết yếu để hoàn thành đồ án.

Tiếp đến, xin cảm ơn các bạn lớp CS314.E21.KHTN đã cùng nhóm trao đổi và bổ sung kiến thức hỗ trợ cho việc hoàn thiện đồ án.

TP. Hồ Chí Minh, Ngày 10 tháng 05 năm 2014

Nguyễn Trí Hải – Nguyễn Hoàng Nghĩa

MỤC LỤC

TỔNG QUAN ĐỒ ÁN	1
I. Mô hình tri thức hình học phẳng và hệ giải toán tự động	2
1. Mô hình tri thức hình học phẳng.....	2
2. Hệ giải toán vector tự động	2
II. Thu thập tri thức.....	2
1. Tri thức về vector	2
2. Các vấn đề cần giải quyết trong miền tri thức vector	5
III. Biểu diễn tri thức	6
1. Đối tượng tính toán (C-object).....	6
2. Mô hình COKB khuyết.....	7
2.1. Tập C các khái niệm về các đối tượng tính toán	8
2.2. Tập R các quan hệ trên các đối tượng.....	8
2.3. Tập Rules các luật trên các đối tượng phân cấp	9
3. Mô hình bài toán	10
IV. Thuật giải suy diễn	11
1. Rút gọn biểu thức vector	11
2. Chứng minh đẳng thức vector	13
3. Tối ưu lời giải	14
V. Xây dựng ứng dụng.....	15
1. Cấu trúc lưu trữ.....	15
2. Công cụ hỗ trợ, lập trình	16
2.1. Kết nối C# với Maple	17
2.2. Thể hiện kí hiệu, biểu thức toán học	17
2.3. Nhập đề bài theo ngôn ngữ tự nhiên	18
3. Xây dựng chương trình	20
3.1. Lập trình tính toán.....	20
3.2. Lập trình giao diện.....	21
VI. Kiểm tra kết quả	25
VII. Tổng kết	30
TÀI LIỆU THAM KHẢO	32

TỔNG QUAN ĐỒ ÁN

1. Tên đề tài

Xây dựng mô hình biểu diễn tri thức hình học phẳng ứng dụng giải bài toán vector.

2. Giảng viên hướng dẫn

ThS. Nguyễn Đình Hiền.

3. Sinh viên thực hiện

Nguyễn Trí Hải, Nguyễn Hoàng Nghĩa.

4. Khoá học

Khoá 2011 (Ngày nhập học: Tháng 09/2011).

5. Thông tin liên lạc của sinh viên

STT	Tên	MSSV	Email
1	Nguyễn Trí Hải	11520094	11520094@gm.uit.edu.vn
2	Nguyễn Hoàng Nghĩa	11520603	11520603@gm.uit.edu.vn

6. Chương trình, ứng dụng sử dụng

- Chương trình lập trình, hỗ trợ: Maple 13.0, Microsoft Visual Studio 12.
- Môi trường lập trình: Windows Forms, Maple.

7. Phân công thực hiện

Phân công	Thực hiện
Tìm kiếm, tổng hợp tài liệu	
Cả nhóm	Lên nội dung cần làm cho đề tài, tìm kiếm tài liệu: <ul style="list-style-type: none">- Thời gian thực hiện.- Tổng hợp tài có liên quan.- Tìm hiểu chương trình, ứng dụng hỗ trợ.
Thực hiện đồ án	
Nguyễn Trí Hải	- Tìm hiểu, xây dựng nội dung ứng dụng
Nguyễn Hoàng Nghĩa	- Tổng hợp, xây dựng nội dung lý thuyết.
Cả nhóm	- Viết báo cáo, trình bày slide <ul style="list-style-type: none">- Sửa lỗi

I. Mô hình tri thức hình học phẳng và hệ giải toán tự động

1. Mô hình tri thức hình học phẳng

Trí tuệ nhân tạo (Artificial Intelligent) là khoa học máy tính giải quyết vấn đề làm sao để máy tính có thể có trí tuệ giống như con người. Trong trí tuệ con người, tri thức đóng góp quan trọng. Vấn đề biểu diễn tri thức (Knowledge representation) trên máy tính từ đó được nghiên cứu và đề xuất ra các phương pháp, mô hình giải quyết vấn đề này.

Đồ án sẽ tìm hiểu mô hình tri thức hình học phẳng có giới hạn miền tri thức. Mặc dù là kiến thức phổ thông nhưng miền tri thức hình học phẳng khá rộng và nhiều vấn đề khác nhau cần giải quyết. Do đó, trong khuôn khổ đồ án môn học sẽ giới hạn miền tri thức lại và tìm hiểu mô hình biểu diễn cho nó.

2. Hệ giải toán vector tự động

Từ các mô hình biểu diễn tri thức, chúng ta sẽ thiết kế các thuật giải suy diễn để giải quyết các vấn đề liên quan đến miền tri thức được biểu diễn. Trong đó ta có thể xây dựng được các hệ cơ sở tri thức (Knowledge Based Systems) sử dụng tri thức để giải quyết vấn đề như các hệ chuyên gia để giải quyết vấn đề của một chuyên gia, các hệ giải toán để hỗ trợ công việc tính và giải các bài toán. Đặc biệt hơn là các hệ giải toán tự động trong giáo dục, ngoài các yêu cầu của hệ giải toán còn phải cung cấp cho người dùng lời giải chi tiết cho bài toán. Một hệ giải toán như vậy có các yêu cầu cơ bản về việc giải quyết các dạng toán tổng quát trong miền tri thức xác định, trong đó 2 thành phần quan trọng là cơ sở tri thức và bộ suy diễn.

Ở đây, báo cáo sẽ ứng dụng xây dựng một hệ giải toán toán giáo dục về miền tri thức vector được biểu diễn. Ứng dụng sẽ giải quyết các bài toán cụ thể trên vector và cung cấp lời giải chi tiết cho bài toán một cách dễ hiểu cho người dùng.

II. Thu thập tri thức

Bước đầu tiên để xây dựng một hệ cơ sở tri thức cần phải thu thập tri thức. Dựa trên sự hiểu biết, khả năng và mục tiêu của người thiết kế, ta sẽ thu thập và lựa chọn tri thức phù hợp. Như đã đề cập tại phần I, miền tri thức và bài toán cần giải quyết về vector sẽ được giới hạn trong miền tri thức phù hợp.

1. Tri thức về vector

Các khái niệm (concepts) và luật (rules) là các thành phần cơ bản cấu thành nên một tri thức. Một miền tri thức xác định được xây dựng trên các thành phần cơ bản từ đơn giản đến phức tạp và các mối liên hệ giữa các thành phần đó. Ta sẽ thu thập và tổng hợp kiến thức từ các thành phần cơ bản đơn giản đến phức tạp. Phần thu thập tri thức dưới đây được tham khảo và trích ra từ [5]:

Điểm: Điểm là khái niệm đơn giản nhất của hình học. Nó là một cấu trúc rỗng, được định nghĩa thông qua hình ảnh một chấm nhỏ trên trang giấy (mặt phẳng). Điểm được ký hiệu thông qua các chữ cái in hoa A, B, C,...

Đường thẳng: Đường thẳng cũng là khái niệm cơ bản với hình ảnh là mép bàn, hay sợi chỉ căng.

Đoạn thẳng:

- Đoạn thẳng là đường thẳng bị giới hạn bởi 2 điểm.
- Trung điểm của đoạn thẳng là điểm thuộc đoạn thẳng và chia đoạn thẳng thành 2 phần bằng nhau.

Tam giác:

- Tam giác là hình gồm 3 đoạn thẳng nối giữa 3 điểm không thẳng hàng với nhau. Tam giác được tạo thành từ 3 điểm A, B, C gọi là tam giác ABC.
- Trung tuyến ứng với 1 cạnh của tam giác là đoạn thẳng nối từ trung điểm của đoạn đó đến đỉnh đối diện nó. Mỗi tam giác có 3 đường trung tuyến.
- 3 đường trung tuyến của tam giác cắt nhau tại cùng 1 điểm. Giao của 3 đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác.

Hình bình hành: Hình bình hành là tứ giác có các cạnh đối song song với nhau. Trong hình bình hành, 2 đường chéo cắt nhau tại trung điểm mỗi đường, gọi là tâm của hình bình hành.

Vector:

- Khái niệm:
 - Vector là một đoạn thẳng có hướng. Tại đó ta đã xác định 1 điểm là đầu, 1 điểm là cuối.
 - Vector có điểm đầu là A, điểm cuối là B gọi là vector AB. Kí hiệu: \overrightarrow{AB} hoặc vector có thể ký hiệu là \vec{a} .
 - Đường thẳng đi qua điểm đầu và cuối của vector được gọi là giá của vector đó.
- Phương và hướng của vector:
 - Hướng của vector được xác định là chiều từ điểm đầu đến điểm cuối của vector.
 - 2 vector được gọi là cùng phương nếu giá của chúng song song với nhau.
- Vector bằng nhau:
 - Độ dài của vector là khoảng cách giữa 2 điểm đầu và cuối của vector đó. Ký hiệu: $|\overrightarrow{AB}| = AB$.
 - Vector có độ dài bằng 1 được gọi là vector đơn vị.

- Hai vector được gọi là bằng nhau nếu chúng có cùng hướng và độ dài bằng nhau.
- Vector không là vector có điểm đầu và điểm cuối trùng nhau. Kí hiệu: $\vec{0}$.

Tổng của 2 vector:

- Định nghĩa:
 - Cho 2 vector \vec{a} và \vec{b} . Lấy một điểm A tùy ý, vẽ $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ và $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Vector \overrightarrow{AC} được gọi là tổng của hai vector \vec{a} và \vec{b} . Kí hiệu: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.
 - Quy tắc 3 điểm: Cho 3 điểm A, B, C tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
 - Quy tắc hình bình hành: Nếu ABCD là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$ ($\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{CD}$).
- Tính chất:

Với 3 vector \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} tùy ý:

- Tính giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;
- Tính kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;
- Tính chất của vector không: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{0} + \vec{a} = \vec{a}$.

Hiệu 2 vector:

- Vector đối:
 - Vector có cùng độ dài và ngược hướng với \vec{a} gọi là vector đối của \vec{a} . Kí hiệu: $-\vec{a}$.
 - Mọi vector đều có vector đối.
 - Vector đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$.
- Định nghĩa:
 - Cho 2 vector \vec{a} và \vec{b} . Ta gọi hiệu của 2 vector \vec{a} và \vec{b} là vector $\vec{a} + (-\vec{b})$. Kí hiệu: $\vec{a} - \vec{b}$.
 - Với 3 điểm tùy ý, ta có: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$.
 - I là trung điểm của đoạn thẳng AB khi và chỉ khi $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} = \vec{0}$.
 - G là trọng tâm của tam giác ABC khi và chỉ khi $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

Tích của vector với 1 số:

- Định nghĩa:
 - Cho số $k \neq 0$. Tích của vector \vec{a} với số k là một vector, kí hiệu là $k\vec{a}$, cùng hướng với \vec{a} và nếu $k > 0$, ngược hướng với \vec{a} nếu $k < 0$ và có độ dài bằng $|k||\vec{a}|$.
 - $0.\vec{a} = \vec{0}, k\vec{0} = \vec{0}$.

- Tính chất:
 - $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$;
 - $(h + k)\vec{a} = h\vec{a} + k\vec{a}$;
 - $h(k\vec{a}) = (hk)\vec{a}$;
 - $1.\vec{a} = \vec{a}, -1.\vec{a} = -\vec{a}$.
 - Nếu I là trung điểm của AB, thì ta có với mọi M: $\vec{MA} + \vec{MB} = 2\vec{MI}$.
 - Nếu G là trọng tâm của tam giác A, B, C thì ta có với mọi M: $\vec{MA} + \vec{MB} + \vec{MC} = 3\vec{MG}$.

2. Các vấn đề cần giải quyết trong miền tri thức vector

Từ miền tri thức thu được ta sẽ xác định các vấn đề cần giải quyết (các bài toán) trên miền tri thức đó. Đối với miền tri thức vector có 2 dạng toán cơ bản thường gặp đó là rút gọn biểu thức vector và chứng minh đẳng thức vector. Ta sẽ xử lý 2 dạng bài toán này:

- Dạng toán rút gọn biểu thức vector: Đề bài tổng quát cho một biểu thức vector và yêu cầu người giải dùng các công thức vector đã biết nhằm rút gọn nhất các thành phần (tối giản) có thể.

Ví dụ 2.1: Rút gọn biểu thức vector:

$$\vec{AB} + \vec{MN} - \vec{CB} + \vec{PQ} + \vec{CA} + \vec{NM}$$

- Dạng toán chứng minh đẳng thức vector rất đa dạng bao gồm:
 - Bài toán chứng minh không có điều kiện: Đề bài cung cấp một đẳng thức và yêu cầu chứng minh đẳng thức tồn tại.
 - Bài toán chứng minh có điều kiện là quan hệ: Đề bài cung cấp một đẳng thức và quan hệ giữa các thành phần liên quan trong đẳng thức đó. Yêu cầu chứng minh đẳng thức tồn tại.
 - Bài toán chứng minh có điều kiện là phương trình: Đề bài cung cấp một đẳng thức và quan hệ dạng phương trình giữa các thành phần liên quan trong đẳng thức đó. Yêu cầu chứng minh đẳng thức tồn tại.
 - Bài toán chứng minh tổng quát: Là dạng tổng hợp các dạng trên. Đề bài cung cấp một đẳng thức và điều kiện dạng quan hệ hoặc tính toán. Yêu cầu chứng minh đẳng thức tồn tại.

Ví dụ 2.2: Cho 4 điểm A, B, C, D, J. Trong đó J là trung điểm đoạn AB. Chứng minh:

$$\vec{AB} + \vec{CD} + \vec{BC} + \vec{DA} = \vec{0}$$

Ví dụ 2.3: Cho các điểm A, B, C, D, E, F, K. Trong đó E là trung điểm đoạn AB, F là trung điểm đoạn CD và K là trung điểm đoạn EF. Chứng minh rằng :

$$\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} + 4\vec{AK} = \vec{0}$$

III. Biểu diễn tri thức

Nhiệm vụ của trí tuệ nhân tạo là biểu diễn tri thức và tìm kiếm tri thức trong miền biểu diễn. Trong đó, biểu diễn tri thức đóng vai trò quyết định đến khả năng và hiệu quả của hệ thống tri thức. Có nhiều phương pháp khác nhau để biểu diễn, mô hình tri thức. Vấn đề lựa chọn, áp dụng các phương pháp tri thức phù hợp là điều quan trọng. Việc lựa chọn và sử dụng mô hình tri thức phải đảm bảo các yêu cầu về mặt biểu diễn cũng như lập trình:

- Mô hình tri thức phải phù hợp với miền tri thức. Các mô hình đơn giản chắc chắn không thể giải quyết được việc biểu diễn tri thức đã xác định. Còn các mô hình tri thức quá phức tạp gây tốn thời gian trong việc tìm hiểu, biểu diễn cũng như khó khăn về mặt lập trình với các thành phần không sử dụng đến.
- Sự độc lập của mô hình tri thức và thuật giải suy diễn là điều cần thiết. Việc độc lập sẽ giúp tách rời hai khâu trong quá trình xây dựng hệ tri thức giúp người xây dựng sẽ tập trung hơn trong phần của mình. Đồng thời, việc mở rộng và cải tiến sẽ dễ dàng hơn vì có thể thực hiện độc lập.

Trong [1] đề cập các mô hình biểu diễn tri thức phù hợp với các hệ giải toán. Trong đó, có mô hình đối tượng tính toán (C – Object) và mô hình tri thức các đối tượng tính toán COKB. Ở đây ta sẽ áp dụng các mô hình trên với việc rút gọn mô hình COKB để phù hợp với miền tri thức đã có.

1. Đối tượng tính toán (C-object)

Tư tưởng hướng đối tượng (Object oriented) được áp dụng trong biểu diễn tri thức. Khi mỗi thành phần của tri thức được xem là các đối tượng với những thành phần thuộc tính (states) và hành vi (behaviour) của nó. Ta sẽ sử dụng phù hợp định nghĩa của [1], [4]: Gọi đối tượng tính toán (C – object) là một đối tượng O có cấu trúc:

- (1) Một danh sách các thuộc tính $\text{Attr}(O) = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ trong đó mỗi thuộc tính lấy giá trị trong một miền xác định nhất định, và giữa các thuộc tính ta có các quan hệ thể hiện qua các sự kiện, các luật suy diễn hay các công thức tính toán.
- (2) Các hành vi liên quan đến sự suy diễn và tính toán trên các thuộc tính của đối tượng hay trên các sự kiện như:
 - Tìm bao đóng của $A \subset \text{Attr}(O)$ (Các thuộc tính có thể suy ra được từ A).
 - Xác định tính giải được của bài toán suy diễn có dạng $A \rightarrow B$. Trong đó $A \in \text{Attr}(O)$, $B \in \text{Attr}(O)$.
 - Cho biết quá trình xác định lời giải cho bài toán trên $(A \rightarrow B)$.
 - Cho biết giá trị các thuộc tính của nó khi được yêu cầu.

Ví dụ 3.1: Định nghĩa TAMGIAC với góc ở 3 đỉnh A, B, C; 3 cạnh a, b, c; các đường đặc biệt trong tam giác; ... cùng với các công thức liên hệ giữa chúng (quan hệ) xác

định một cấu trúc biểu diễn tam giác. Cấu trúc này kết hợp với các hành vi của nó bao gồm giải các bài toán tam giác, xác định giá trị các thuộc tính và xử lý liên quan đến nội bộ tam giác được xem là một biểu diễn của đối tượng tam giác.

Một C – Object được mô hình hoá bởi 1 bộ:

(Attr, F, Facts, Rules)

Trong đó:

- Attr là tập hợp các thuộc tính của đối tượng;
- F là tập hợp các quan hệ suy diễn tính toán;
- Facts là tập hợp các tính chất, sự kiện vốn có của đối tượng;
- Rules là tập hợp các luật suy diễn trên các sự kiện liên quan đến thuộc tính cũng như bản thân đối tượng, Rules thường được biểu diễn bằng mô hình luật dẫn theo dạng $\{A\} \Rightarrow \{B\}$, với $A \subset \text{Attr}(O)$, $B \subset \text{Attr}(O)$.

Ví dụ 3.2: Đối tượng “Tam giác” được biểu diễn như sau:

- Attr = {A, B, C, a, b, c, ha, hb, hc, S, ...}.
- F = { $A + B + C = \text{Pi}$; $S = a.h_a/2$; $S = b.h_b/2$ $S = c.h_c/2$, ... }.
- Facts = { };
- Rules = { $\{A = B\} \Rightarrow \{a = b\}$, $\{A + B = \text{Pi}/2\} \Rightarrow \{h_c = 1/2.c\}$, ... }.

2. Mô hình COKB khuyết

Mô hình COKB (Computational Objects Knowledge Base) bao gồm các khái niệm về các đối tượng có cấu trúc với các loại quan hệ và các tính toán liên quan. Một mô hình COKB đầy đủ gồm các thành phần:

(C, H, R, Ops, Rules)

Trong đó:

- C là tập hợp các khái niệm về các C – object;
- H là tập các quan hệ phân cấp giữa các loại đối tượng;
- R là tập các khái niệm về các loại quan hệ trên các C – Object;
- Ops là tập các toán tử;
- Rules là tập các luật được phân lớp.

Đối với miền tri thức xác định được xét ở đây (miền tri thức về vector) ta thấy các quan hệ phân cấp khá đơn giản, cấp thấp và các toán tử cũng chỉ sử dụng 2 toán tử thông dụng là '+' , '-' và '*' với 1 số thực. Do đó, ta có thể xem xét ta không cần phải xây dựng tập phân cấp và toán tử riêng nhằm làm đơn giản thao tác biểu diễn và lập trình khi ứng dụng. Từ đó, ta xây dựng một mô hình COKB khuyết (rút gọn) dựa trên những rút gọn trên. Một mô hình COKB khuyết gồm có các thành phần:

(C, R, Rules)

Trong đó:

- C là tập các khái niệm về các C – Objects;
- R là tập các quan hệ trên các đối tượng;
- Rules là tập các luật được phân lớp dựa trên các sự kiện có dạng $r: \{f_1, f_2, \dots, f_n\} \Rightarrow \{f_1, f_2, \dots, f_m\}$. Trong đó, các f_i là các sự kiện.

2.1. Tập C các khái niệm về các đối tượng tính toán

Mỗi khái niệm là một lớp C – Object với cấu trúc và phân cấp theo thiết lập của đối tượng:

- [1] Đối tượng cấp thấp nhất: Các biến thực.
- [2] Các đối tượng cơ bản có cấu trúc rỗng hoặc có cấu trúc từ một thuộc tính kiểu thực.
- [3] Các đối tượng C – Object cấp 1, có thuộc tính thực và có thể có danh sách nền các đối tượng cơ bản.
- [4] Các đối tượng C – Object cấp 2, có thuộc tính thực và có thể có danh sách nền các đối tượng cấp 1.

Cấu trúc bên trong mỗi đối tượng gồm:

- Kiểu đối tượng.
- Danh sách các thuộc tính.
- Quan hệ trên cấu trúc thiết lập.
- Tập hợp các điều kiện ràng buộc trên các thuộc tính.
- Tập hợp các tính chất nội tại liên quan đến các thuộc tính của đối tượng.
- Tập hợp các quan hệ suy diễn – tính toán.
- Tập hợp các luật suy diễn trên các loại sự kiện khác nhau liên quan đến các thuộc tính của đối tượng hay bản thân đối tượng.

Trong miền tri thức vector hiện tại tập C biểu diễn các khái niệm gồm: “Điểm”, “Đoạn”, “Vector”, “Tam giác”, “Hình bình hành”. Trong đó:

- “Điểm” là thành phần đối tượng cơ bản, cấu trúc rỗng.
- “Đoạn”, “Vector” là thành phần đối tượng cấp 1, được xây dựng từ danh sách nền các đối tượng cơ bản.
- “Tam giác”, “Hình bình hành” là thành phần đối tượng cấp 2, được xây dựng từ danh sách nền các đối tượng cấp 1.

2.2. Tập R các quan hệ trên các đối tượng

Một quan hệ được xác định bởi <tên quan hệ> và các loại đối tượng liên quan. Trong quan hệ, ta xác định các tính chất có thể có: tính chất phản xạ, tính chất đối xứng, tính chất phản xứng và tính chất bắc cầu.

Trong miền tri thức vector hiện tại tập R biểu diễn các quan hệ gồm:

- Trung điểm trên đối tượng “Điểm” với “Đoạn”.
- Trung điểm trên đối tượng “Điểm” với “Vector”.
- Trọng tâm trên đối tượng “Điểm” với “Tam giác”.
- Tâm trên đối tượng “Điểm” với “Hình bình hành”.
- Trung tuyến trên đối tượng “Đoạn” với “Tam giác”.

2.3. Tập Rules các luật trên các đối tượng phân cấp

Các luật thể hiện tri thức phổ quát trên các khái niệm và các loại sự kiện khác nhau. Mỗi luật cho qua một quy luật để có thể suy ra được 1 sự kiện mới từ một số sự kiện đã biết. Một luật r có thể được mô hình dạng:

$$\{f_1, f_2, \dots, f_n\} \Rightarrow \{f_1, f_2, \dots, f_m\}.$$

Trong đó, các f_i là các sự kiện.

Trong đó, các sự kiện cần được mô tả một cách chi tiết và cụ thể để có thể mô hình hoá và giải quyết bài toán dựa trên nó. Ta định nghĩa 5 loại sự kiện khác nhau cho mô hình này:

(1) Sự kiện thông tin về loại của đối tượng. Cấu trúc sự kiện:

$$[\langle \text{object} \rangle, \langle \text{loại object} \rangle].$$

(2) Sự kiện về tính xác định của một đối tượng (thuộc tính đã biết) hay của một thuộc tính. Cấu trúc sự kiện:

$$\langle \text{object} \rangle \mid \langle \text{object} \rangle.\langle \text{thuộc tính} \rangle.$$

Trong trường hợp đối tượng được cấu thành từ các đối tượng khác thì $\langle \text{thuộc tính} \rangle$ có thể viết theo dạng cấu trúc.

(3) Sự kiện về sự bằng nhau giữa một đối tượng hay một thuộc tính với một đối tượng hay một thuộc tính khác (thuộc tính tương ứng của chúng bằng nhau). Cấu trúc sự kiện:

$$\langle \text{object} \rangle \mid \langle \text{object} \rangle.\langle \text{thuộc tính} \rangle = \langle \text{object} \rangle \mid \langle \text{object} \rangle.\langle \text{thuộc tính} \rangle.$$

(4) Sự kiện về sự phụ thuộc của một đối tượng hay một thuộc tính theo những đối tượng hay thuộc tính khác thông qua một công thức tính toán. Cấu trúc sự kiện:

$$\langle \text{object} \rangle \mid \langle \text{object} \rangle.\langle \text{thuộc tính} \rangle = \langle \text{biểu thức theo các object hay thuộc tính khác} \rangle.$$

(5) Sự kiện về một quan hệ trên các đối tượng hay trên các thuộc tính của các đối tượng. Cấu trúc sự kiện có dạng danh sách:

$$[\langle \text{tên quan hệ} \rangle, \langle \text{object1} \rangle, \langle \text{object2} \rangle, \dots].$$

Ta thấy, không có sự kiện tính xác định của một thuộc tính thông qua biểu thức hằng do ta không tính toán hằng số trong miền tri thức đang xét.

Trong miền tri thức vector hiện tại tập Rules biểu diễn các luật gồm một số luật như:

- {[A, "Điểm"], [B, "Điểm"], [C, "Điểm"], [D, "Điểm"],
Hình bình hành[A,B,C,D]} =>
 $\{ \text{Vector}[A, B] + \text{Vector}[A, D] = \text{Vector}[A, C] ,$
 $\text{Vector}[C, B] + \text{Vector}[C, D] = \text{Vector}[C, A] ,$
 $\text{Vector}[B, A] + \text{Vector}[B, D] = \text{Vector}[B, D] ,$
 $\text{Vector}[D, A] + \text{Vector}[D, C] = \text{Vector}[D, B] ,$
 $\text{Vector}[B, C] = \text{Vector}[A, D] ,$
 $\text{Vector}[A, B] = \text{Vector}[D, C] \} .$
- {[A, "Điểm"], [B, "Điểm"], [M, "Điểm"],
["Trung điểm", M, Đoạn[A,B]]} =>
 $\{ \text{Vector}[M, A] + \text{Vector}[M, B] = \text{Vector}[\emptyset] ,$
 $\text{Vecto}[A, M] + \text{Vecto}[B, M] = \text{Vecto}[\emptyset] ,$
 $\text{Vecto}[A, B] = 2 * \text{Vecto}[A, M] ,$
 $\text{Vecto}[A, B] = 2 * \text{Vecto}[M, B] ,$
 $\text{Vecto}[B, A] = 2 * \text{Vecto}[B, M] ,$
 $\text{Vecto}[B, A] = 2 * \text{Vecto}[M, A] \} .$

3. Mô hình bài toán

Ta sử dụng mô hình mạng các C – object để xây dựng mô hình bài toán, mô hình bài toán để giải quyết vấn đề có dạng:

(O, Facts), Goal

Trong đó:

- O là tập các đối tượng tính toán trong bài toán;
- Facts là tập các sự kiện thuộc các loại đã định nghĩa ở trên;
- Goal là mục tiêu của bài toán có dạng một biểu thức hay phương trình.

Ví dụ 3.3: Mô hình bài toán:

$O = \{A, B, C, D, E, F\};$

$Facts = \{[A, \text{"Điểm"}], [B, \text{"Điểm"}], [C, \text{"Điểm"}], [D, \text{"Điểm"}], [E, \text{"Điểm"}], [F, \text{"Điểm"}]\};$

$Goal = \{ \text{"Rút gọn"}, \text{Vecto}[A, D] + \text{Vecto}[B, E] + \text{Vecto}[C, F] = \text{Vecto}[A, E] + \text{Vecto}[B, F] + \text{Vecto}[C, D] \} .$

IV. Thuật giải suy diễn

Hiện nay có 2 phương pháp suy diễn chính được dùng phổ biến cho việc suy diễn trên các biểu diễn tri thức là suy diễn tiến (Forward chaining) và suy diễn lùi (Backward chaining). Trong đó, suy diễn tiến là quá trình suy luận tại mỗi bước ta sẽ tìm có thứ tự tất cả các luật có thể áp dụng để sử dụng cho đến khi có kết quả. Đây là một quá trình suy diễn tự nhiên giống với cách giải quyết vấn đề của con người. Ta sẽ sử dụng phương pháp này để thiết kế thuật giải suy diễn.

1. Rút gọn biểu thức vector

Bài toán

Cho một biểu thức vector đơn giản. Yêu cầu rút gọn biểu thức vector đó.

Input

Mô hình bài toán.

Output

Biểu thức đã được rút gọn (theo nghĩa tối giản nhất có thể) và các thao tác rút gọn.

Thuật giải

Đối với dạng bài tập rút gọn đơn giản này, ta chỉ cần sử dụng quy tắc ba điểm và quan vector đối nên ta không cần áp dụng thao tác tìm kiếm luật để áp dụng như thuật giải suy diễn tiến mà làm ngược lại là tìm các thành phần có thể áp dụng được luật đó để xử lý.

Nội dung thuật giải như sau: Tại mỗi thao tác chính, thuật giải sẽ gom nhóm các cặp vector có thể rút gọn được với nhau để xử lý. Thuật giải kết thúc khi không gom nhóm được nữa. Ta cần lưu trữ lại cách gom nhóm và kết quả gom nhóm.

Các biến sử dụng:

- `exp`: Dạng biểu thức, lưu trữ các biểu thức đề bài.
- `sol`: Dạng bảng các danh sách, lưu danh sách các nhóm được gom tại mỗi bước.
- `solVal`: Dạng bảng (mảng) lưu trữ, kết quả gom nhóm tại mỗi bước.
- `count`: Dạng số tự nhiên, đếm số thao tác thực hiện.
- `flag`: Dạng logic, cờ hiệu: `true` – còn có thể rút gọn được, `false` – không thể rút gọn được nữa.

Bước 1: Xử lý đề bài.

```
exp = Biểu thức vector đề bài;  
sol = [ ];  
solVal = [ ];  
count = 0;
```

<Trong exp, chuyển tất cả các phép trừ vector thành phép cộng với vector đối>;

Bước 2: Giải toán.

```
flag = true;
While flag = true do
    flag = false; //Ban đầu nhóm chưa được gom.
    count = count + 1;
    solValcount = [ ]; //Kết quả của thao tác thứ count.
    for i from 1 to <Số lượng các vector trong exp> do //Lấy từng thành
        phần vector trong exp
            if <expi đã áp dụng trước đó> then
                next;
            end if;
            for j from i + 1 to <Số lượng các vector trong exp> do //Lấy
                các thành phần sau i
                    if <expj đã áp dụng trước đó> then
                        next;
                    end if;
                    if <expi có thể cộng với expj> then
                        <Gom nhóm expi và expj>;
                        solcount = solcount + (expi, expj); //Lưu cách gom nhóm
                        solValcount = solValcount + (expi + expj); //Lưu kết
                        quả gom nhóm
                        <Đánh dấu i và j đã xét>;
                        //Ta có thể chỉ cần đánh dấu j thôi do chỉ xét với
                        //i tăng dần nên không sợ trùng.
                        flag = true; //Có thể rút gọn được tiếp.
                        break; //Thoát do đã tìm được cặp của expi .
                    end if;
                solValcount = solValcount + expi ; //expi không tìm được nhóm để
                gom.
            end for; // Kết thúc vòng for theo biến j
        end for; // Kết thúc vòng for theo biến i
        exp = solVal;
    end while;
```

Bước 3: Xuất kết quả.

```
//Dựa trên cách gom nhóm tại mỗi bước ta sẽ trình bày kết quả.
//Số lần vòng <While (flag = true) do> ngoài cùng xử lý sẽ là số các bước
//cần trình bày.
for i from 1 to count do
    Xuất soli, solVali;
end for;
```


2. Chứng minh đẳng thức vector

Dạng bài toán chứng minh đẳng thức vector có nhiều dạng khác nhau. Ta sẽ xử lý dạng tổng quát nhất để giải quyết được toàn bộ các dạng.

Bài toán

Cho một danh sách các đối tượng (thuộc miền tri thức vector) và các quan hệ giữa các đối tượng đó. Yêu cầu chứng minh một đẳng thức vector cho trước.

Input

Mô hình bài toán.

Output

Kết quả chứng minh bài toán và các thao tác chứng minh.

Thuật giải

Thuật giải suy diễn tiến được áp dụng. Ta cần lưu lại danh sách các luật được áp dụng và kết quả.

Các biến sử dụng:

- `exp`: Dạng đẳng thức, lưu trữ đẳng thức cần chứng minh. `exp` có dạng `exp.L = exp.R`. với `L` và `R` là các biểu thức vector.
- `sol`: Dạng danh sách, danh sách các luật được áp dụng. Bao gồm cả danh sách các đối tượng tham gia trong luật.
- `facts`: Dạng danh sách, danh sách các luật.
- `flag`: Dạng logic. Cờ đánh dấu: `true` – Có thể tìm được luật để áp dụng, `false` – không tìm được luật áp dụng.

Bước 1: Xử lý đề bài.

```
exp = đẳng thức vector đề bài;
sol = [ ];
exp.L = exp.L - exp.R; exp.R =  $\vec{0}$ ; //Chuyển vế phải qua vế trái
flag = true;
```

Bước 2: Giải toán.

```
while flag = true do
    flag = false;
    <Áp dụng rút gọn biểu thức vector exp.L>;
    sol = sol + <Luật + danh sách các đối tượng tham gia rút gọn>;
    for i in facts do
        if <facts[i] áp dụng được cho exp.L> then
            <Áp dụng facts[i] vào exp.L>
            sol = sol + <facts[i] + danh sách các đối tượng tham gia>;
            flag = true;
```

```

        if exp.L =  $\vec{0}$  then break; end if;
    end if;
end for;
end while;

```

Bước 3: Xuất kết quả.

```

//Xuất kết quả và thao tác xử lý trol sol.
if exp.L = 0 then
    Xuất sol;
else
    Xuất: Đẳng thức sai;
end if;

```

3. Tối ưu lời giải

Để tối ưu ta sẽ xác định phần tử dư thừa và cách mà sol thêm các quan hệ. Trước hết, ta thấy sol là một tập các $f \in F$. Giả sử tại bước thứ i ta áp dụng luật $f_i: u(f_i) \rightarrow v(f_i)$ để giải bài toán. Thì một quan hệ f_i được xem là dư thừa khi $H \xrightarrow{sol \setminus f_i} G$. Ta sử dụng phương pháp của [1]. Với:

- newSol: Dạng danh sách, Danh sách tối ưu.

Giả sử sol sau khi áp dụng giải thuật ta tìm được k quan hệ áp dụng.

Bước 1: Khởi tạo

```

newSol = []; // Danh sách tối ưu sẽ thêm từng quan hệ.
V = G; // Tập xử lý V ban đầu là G.

```

Bước 2: Xử lý

```

for i from k downto 1 do
    if  $(V \cap v(f_i) \neq \emptyset)$ 
        newSol =  $f_k + \text{newSol}$ ;
         $V = V \setminus v(f_k) \cup u(f_k) \setminus H$ ;
    end if;
end for;

```

Bước 3: Xuất kết quả.

```

Xuất newSol;

```

V. Xây dựng ứng dụng

Sau khi thu thập tri thức và xây dựng mô hình, cấu trúc cụ thể ta tiến hành xây dựng chương trình ứng dụng. Các vấn đề cần quan tâm khi tiến hành lập trình là sử dụng cấu trúc dữ liệu biểu diễn tri thức; ngôn ngữ, công cụ lập trình phù hợp và giải quyết các vấn đề về kỹ thuật lập trình.

1. Cấu trúc lưu trữ

Đầu tiên ta cần xây dựng cấu trúc tập tin để lưu trữ tri thức đã biểu diễn. Cấu trúc dữ liệu có ảnh hưởng đến cả việc triển khai thuật giải và chương trình. Dù cho có biểu diễn tốt nhưng lưu trữ không phát huy được khả năng linh động và độc lập trong lập trình để giải quyết các vấn đề khác nhau sẽ gây ảnh hưởng đến tốc độ và có thể và tính đúng đắn của chương trình.

Cấu trúc được tham khảo từ [1] gồm hệ thống các tập tin:

- (1) Tập tin “*Objects.txt*” lưu trữ các định danh (hay tên gọi) cho các khái niệm về các loại đối tượng C-Object. Cấu trúc:

```
begin_Objects
    <Tên đối tượng 1>
    <Tên đối tượng 2>
    ...
end_Objects
```

- (2) Tập tin “*Relations.txt*” lưu trữ thông tin về các loại quan hệ khác nhau trên các loại C-Object.

```
begin_Relations
    [<Tên quan hệ>, <Loại đối tượng>, <Loại đối tượng>, ...],
    {<Tính chất>, <Tính chất>, ...}
    [<Tên quan hệ>, <Loại đối tượng>, <Loại đối tượng>, ...],
    {<Tính chất>, <Tính chất>, ...}
    ...
end_Relations
```

- (3) Các tập tin với tên tập tin có dạng “<ten khái niệm C-Object>.txt” để lưu trữ cấu trúc của loại đối tượng tên khái niệm C-Object>.

```
begin_object: Diem;
    <Các đối tượng nền>: <Kiểu>;
    <Các đối tượng nền>: <Kiểu>;
    ...
    begin_variables
        <Tên thuộc tính>: <Kiểu>;
        <Tên thuộc tính>: <Kiểu>;
        ...
    end_variables
```

```

begin_constraints
...
end_constraints
begin_properties
  <Sự kiện>
  <Sự kiện>
...
end_properties
begin_computation_relations
  begin_relation
    ...
  end_relation
end_computation_relations
begin_rules
  begin_rule
    kind_rule = "<Loại luật>";
    hypothesis_part:
      {Các sự kiện giả thiết của luật}
    goal_part:
      {Các sự kiện kết luận của luật hoặc là
      "Object"}
  end_rule
  ...
end_rules
end_object

```

(4) Tập tin “Rules.txt” lưu trữ hệ luật của cơ sở tri thức.

```

begin_rules
  begin_rule
    kind_rule = "<Loại luật>";
    <Các tên đối tượng>: <Kiểu đối tượng>;
    <Các tên đối tượng>: <Kiểu đối tượng>;
    ...
    hypothesis_part:
      {Các sự kiện giả thiết của luật}
    goal_part:
      {Các sự kiện kết luận của luật hoặc là "Object"}
  end_rule
  ...
end_rules

```

2. Công cụ hỗ trợ, lập trình

Phần mềm Maple được sử dụng là công cụ hỗ trợ giải toán hỗ trợ sẵn các cấu trúc lập trình cấp cao và các thuật toán giải toán có sẵn và sử dụng lập trình Windows Forms để lập trình giao diện.

2.1. Kết nối C# với Maple

Quá trình thực hiện lời giải một bài toán được thiết kế và cài đặt trên Maple, tuy nhiên lời giải được quy ước theo một cấu trúc dữ liệu xác định, điều đó gây khó khăn cho người sử dụng. Để cải thiện vấn đề này, cần một chương trình có giao diện trực quan, dễ tương tác nhưng vẫn thể hiện đúng quá trình thể hiện lời giải bài toán. Và C# là một trong những ngôn ngữ lập trình mạnh có thể làm được điều ấy. Tất cả kết quả và cấu trúc dữ liệu lời giải nhận từ Maple được chuyển sang C# và dùng C# để thể hiện lời giải bài toán một cách tự nhiên.

Phần lớn chức năng toán học của Maple được viết bằng ngôn ngữ Maple và được thông dịch bởi nhân Maple. Nhân Maple được viết bằng C. Vì vậy việc kết nối C# với Maple đơn giản là xâm nhập *C.dlls* từ C#. Kỹ thuật kết nối C# với Maple có thể tóm tắt như sau:

Định nghĩa class *MapleEngine* với các phương thức *StartMaple*, *StopMaple*, *EvalMapleStatement* và *IsMapleStop*. Các phương thức này gọi trực tiếp tới *C OpenMaple API*. Khi đã kết nối với Maple có thể xâm nhập đầy đủ tất cả những chức năng của bộ máy tính toán Maple.

Định nghĩa class *OpenMaple* với các phương thức *Open*, *Run* thực hiện chi tiết kết nối C# với Maple dùng các phương thức trong class *MapleEngine*.

- Phương thức *Open*: kiểm tra việc kết nối và mở *OpenMaple*.
- Phương thức *Run*: truyền lệnh từ C# sang Maple và lấy kết quả trả về từ Maple.

Ví dụ 5.1 sau minh họa việc kết nối C# với Maple:

- Câu truy vấn: `query = "solve(2*y-(x-1)^2 = 2, y)";`
- Thực hiện kết nối:

```
OpenMaple openMaple = new OpenMaple();
openMaple.Open();
openMaple.Run(query);
```

- Kết quả trả về:

$$\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{3}{2}$$

2.2. Thể hiện kí hiệu, biểu thức toán học

Có nhiều cách thể hiện các kí hiệu, biểu thức toán học, ở đây sử dụng *MimeTex.dll* là một thư viện liên kết động khá mạnh trong việc thể hiện kí hiệu, biểu thức toán học.

Quy ước về các kí hiệu, biểu thức toán học trong thư viện *MimeTex.dll* theo 1 định dạng phổ biến, đó là định dạng *LaTeX*. Sau khi viết quy ước theo định dạng *LaTeX*,

các kí hiệu và biểu thức sẽ được chuyển sang dạng ảnh .gif giúp dễ dàng khi thêm một hình ảnh. Để sử dụng thư viện động này, cần nhúng nó vào ứng dụng và sử dụng 2 phương thức sau:

- `GetFilePath()`: khởi tạo đường dẫn lưu file ảnh
- `WriteEquation()`: chuyển quy ước kí hiệu, biểu thức LaTeX về file ảnh .gif

Quy ước Latex về thể hiện Vector : $\vec{x} \Rightarrow$ kết quả hiển thị \vec{x}

2.3. Nhập đề bài theo ngôn ngữ tự nhiên

Xử lý đề bài như ngôn ngữ tự nhiên của con người là một vấn đề khó đối với các hệ giải toán, do tính chất của ngôn ngữ đồng thời hạn chế của công cụ hỗ trợ nên thường các hệ giải toán chỉ tập trung vào việc giải toán là chính. Tuy nhiên, do miền tri thức giới hạn và các dạng toán xử lý ít (2 dạng bài toán) nên ta có thể áp dụng một thuật giải đơn giản để có thể xử lý đề bài theo ngôn ngữ tự nhiên với những điều kiện nhất định. Việc xử lý đề bài sẽ theo các tiêu chí: Tốc độ xử lý nhanh, không ảnh hưởng đến thời gian chạy chương trình và thuật giải đơn giản trong giới hạn cho phép (thời gian tìm hiểu, kiến thức).

Phương pháp được dùng dựa trên cấu trúc chung của đề bài và bộ từ đơn giản có sẵn. Ta sẽ xét đến mô hình bài toán: (O, Facts), Goal. Ta xét các yếu tố đầu vào và các quy ước:

- Tập O các đối tượng tính toán gồm 5 đối tượng của miền tri thức với các tên gọi cố định là: Điểm, đoạn thẳng, vector, tam giác, hình bình hành.

Ví dụ 5.2:

Nhập vào: Cho các điểm: A, B, C, D. Chương trình sẽ xử lý thành:
A,B,C,D: Diem.

- Tập Facts thuộc 1 trong 5 loại sự kiện đã được định nghĩa trước (tương ứng với giả thiết). Trong đó, có thành phần quan hệ gồm 5 quan hệ với 3 tên gọi cố định: Trung điểm, trọng tâm, tâm và trung tuyến.

Ví dụ 5.3:

- Nhập vào: J là trung điểm đoạn AB. Chương trình chuyển thành:
["TrungDiem", J, Doan[A, B]];
- Nhập vào: K là trọng tâm tam giác DEF. Chương trình chuyển thành:
["TrongTam", K, TamGiac[D, E, F]];
- Nhập vào: O là tâm hình bình hành ABCD. Chương trình chuyển thành:
["Tam", O, HinhBinhHanh[A, B, C, D]];
- Nhập vào: $\vec{NA} = -2\vec{NB}$. Chương trình chuyển thành: $\text{Vecto}[N, A] = -2 * \text{Vecto}[N, B]$.
- Tập Goal có dạng biểu thức hoặc phương trình toán học (tương ứng với giả thiết).

Ví dụ 5.4:

Nhập vào: Chứng minh đẳng thức: $AB+AC+AD-4AK = 0$. Chương trình chuyển thành:

$$\text{Vecto}[A,B] + \text{Vecto}[A,C] + \text{Vecto}[A,D] - 4*\text{Vecto}[A,K] = \text{Vecto}[0].$$

- Một số quy ước: Danh sách các thành phần đứng sau dấu ``.``. Tại yêu cầu đề bài, mặc định các đoạn lúc nhập là vector.

Một số ví dụ với dữ liệu nhập vào:

Ví dụ 5.5: Cho các điểm: A, B, C, D, E, F, K. Trong đó: E là trung điểm đoạn AB, F là trung điểm đoạn CD, K là trung điểm đoạn EF. Chứng minh :

$$AB + AC + AD - 4*AK = 0$$

```
begin_exercise
  kind_ex = "Chung_minh_Dang_thuc_Vecto"
  begin_hypothesis
    objects:
      A,B,C,D,E,F,K: Diem
    end_objects
    facts:
      ["TrungDiem",E,Doan[A,B]]
      ["TrungDiem",F,Doan[C,D]]
      ["TrungDiem",K,Doan[E,F]]
    end_facts
  end_hypothesis
  begin_goals
    Vecto[A,B] + Vecto[A,C] + Vecto[A,D] - 4*Vecto[A,K] = Vecto[0]
  end_goals
end_exercise
```

Ví dụ 5.6: Cho 4 điểm: A, B, C, D, J. Ta có: J là trung điểm đoạn AB. Chứng minh đẳng thức:

$$AB + CD + BC + DA = 0, JD + JC = AD + BC$$

```
begin_exercise
  kind_ex = "Chung_minh_Dang_thuc_Vecto"
  begin_hypothesis
    objects:
      A,B,C,D,J: Diem
    end_objects
    facts:
```

```

["TrungDiem",J,Doan[A,B]]
end_facts
end_hypothesis
begin_goals
  Vecto[A,B] + Vecto[C,D] + Vecto[B,C] + Vecto[D,A] = Vecto[0]
  Vecto[J,D] + Vecto[J,C] = Vecto[A,D] + Vecto[B,C]
end_goals
end_exercise

```

3. Xây dựng chương trình

3.1. Lập trình tính toán

Ta sẽ sử dụng ngôn ngữ lập trình hình thức (Symbolic Programming) được hỗ trợ bởi Maple để lập trình và xử lý tính toán. Cấu trúc cơ bản và thao tác xây dựng chương trình Maple như sau:

Phần 1: Xây dựng các hàm cơ bản, hỗ trợ của chương trình:

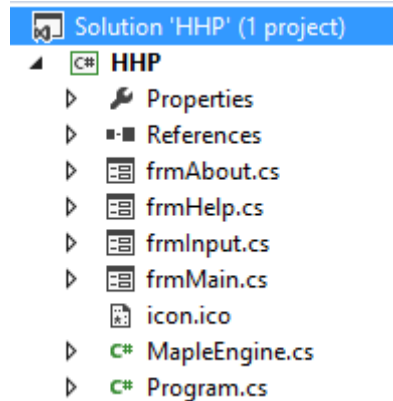
- Các hàm xử lý, đọc file (đọc file các thành phần biểu diễn): Sử dụng Maple đọc các file định dạng văn bản có cấu trúc (như đã trình bày tại V.1) lưu vào các cấu trúc phù hợp để xử lý.
- Các hàm hỗ trợ cơ bản (các hàm thêm để xử lý chung trong lập trình): Các hàm phát sinh thêm để hỗ trợ xử lý cấu trúc tổng quát của chương trình như: Lọc tên các biến ra khỏi biểu thức, lấy tên các thành phần trong danh sách, các hàm xử lý trên list (mà Maple không hỗ trợ), ...
- Hàm xử lý mô hình bài toán (mạng tính toán): Các hàm hỗ trợ suy diễn trên mô hình mạng tính toán: Kiểm tra tên của một thuộc tính, xác định các thành phần của đối tượng, tìm kiếm các dạng sự kiện (Facts) khác nhau, ...
- Hàm nhận dạng, phân loại sự kiện: Hàm dùng để nhận biết các loại sự kiện đã được phân loại trong mô hình (5 loại sự kiện khác nhau) để ta áp dụng xử lý.
- Các hàm hỗ trợ xuất nội dung ra màn hình: Các nội dung khác nhau như giả thiết, kết luận, lời giải, tóm tắt, cần có các hàm hỗ trợ định dạng, thêm nội dung phù hợp.

Phần 2: Giải bài toán

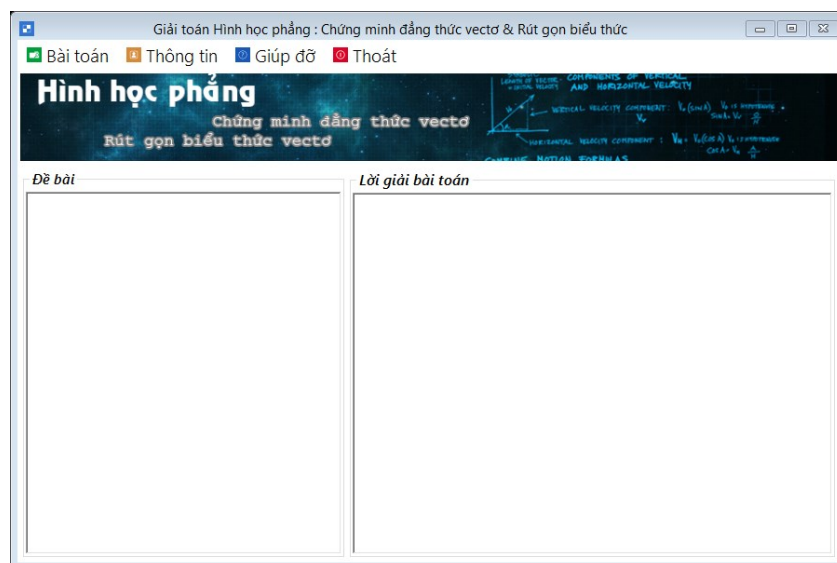
- Xử lý đề bài: Nội dung đề sau khi đọc từ file văn bản và lưu trữ sẽ được xử lý nhận diện và phân loại để đưa vào các thành phần (hàm) phù hợp. Sau đó sẽ tiến hành giải toán giải.
- Xây dựng bộ suy diễn: Sử dụng giải thuật suy diễn (đã trình bày tại IV) và các hàm hỗ trợ để xây dựng bộ suy diễn.
- Xử lý giải hoàn chỉnh: Các hàm xử lý và hỗ trợ sẽ được kết hợp lại thành một thành phần hoàn chỉnh xử lý được các vấn đề của chương trình.

3.2. Lập trình giao diện

Chương trình gồm các phần chính: Form chính của chương trình, Form nhập đề bài bằng ngôn ngữ tự nhiên, Form giúp đỡ, Form thông tin phần mềm, Class Maple Engine có nhiệm vụ kết nối với Maple. Các thành phần của Project:



Khi chương trình được mở, chương trình tự động kết nối với Maple thông qua class MapleEngine và hàm LoadMapleEngine(). Màn hình chính của chương trình:

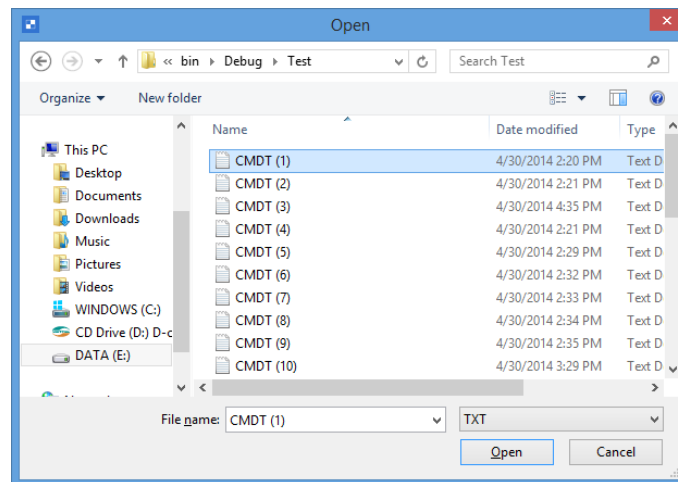


Màn hình chính của chương trình gồm các phần: Thanh menu điều khiển chương trình, phần hiển thị đề bài và phần hiển thị lời giải.

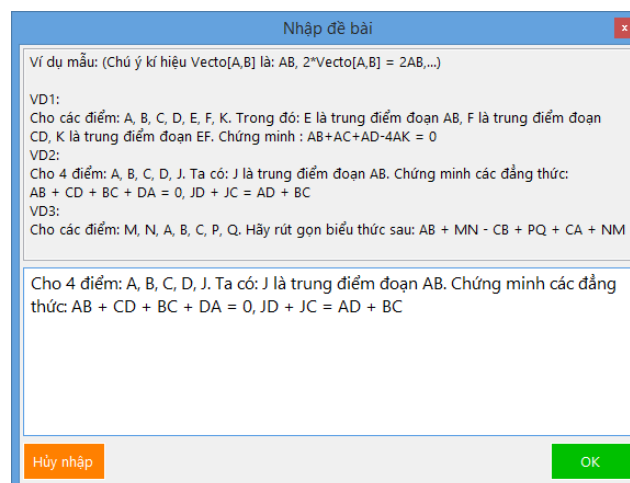
Thanh menu của chương trình gồm:



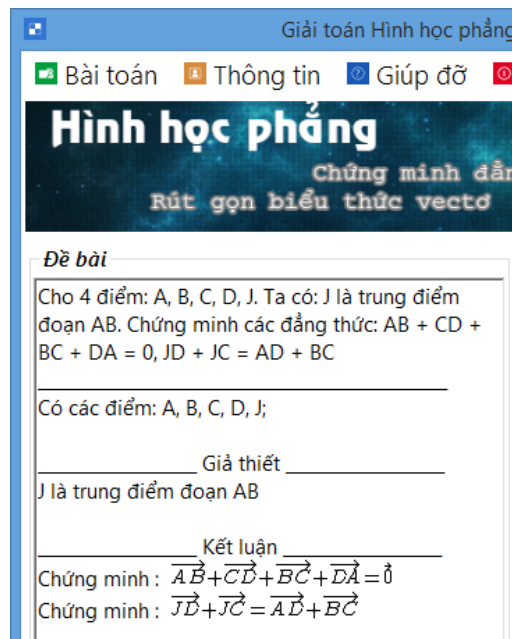
- Menu “Bài toán”: chứa 2 menu con là Mở, Giải:
 - SubMenu “Mở”: để mở bài toán bằng 2 phương thức và từ tệp tin với cấu trúc định sẵn hoặc nhập bằng tay bằng ngôn ngữ tự nhiên có định dạng cấu trúc câu sẵn.
 - “Từ tệp”: chương trình sẽ xuất hiện hộp thoại mở tệp, chọn tệp .txt phù hợp để mở bài toán:



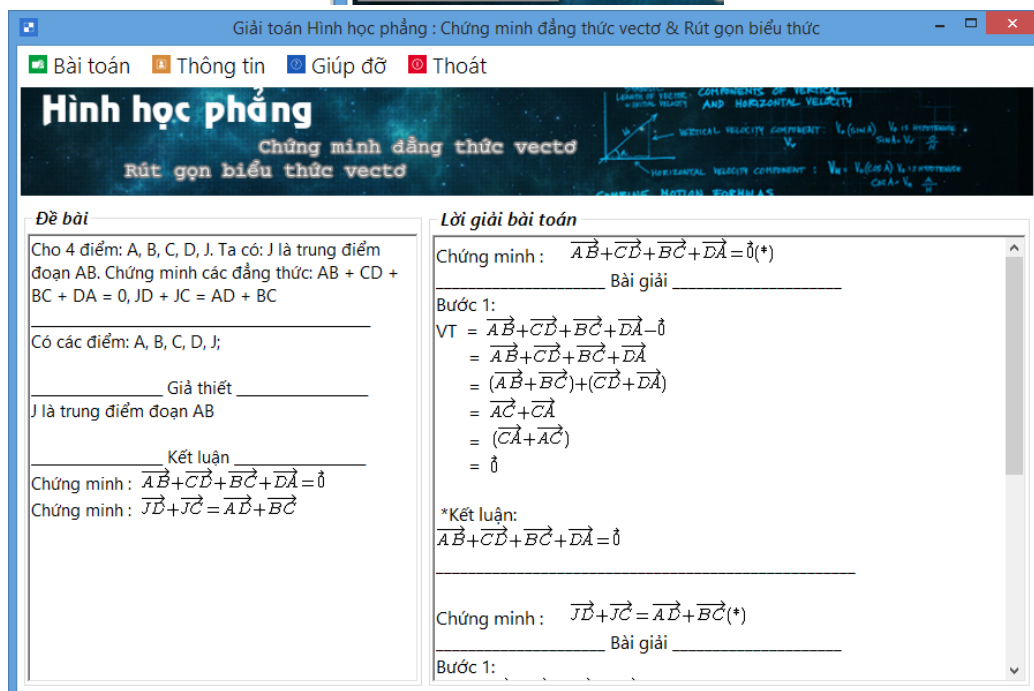
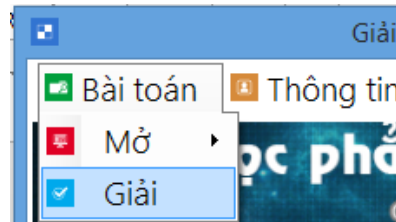
- “Nhập vào”: Nhập bằng ngôn ngữ tự nhiên có bắt buộc về cú pháp câu:



- SubMenu “Giải”: sau khi mở tệp hoặc nhập đề bài thành công thì khung hiển thị đề bài sẽ hiển thị đề bài và tóm tắt lại đề bài bằng ngôn ngữ tự nhiên, kí hiệu toán học:



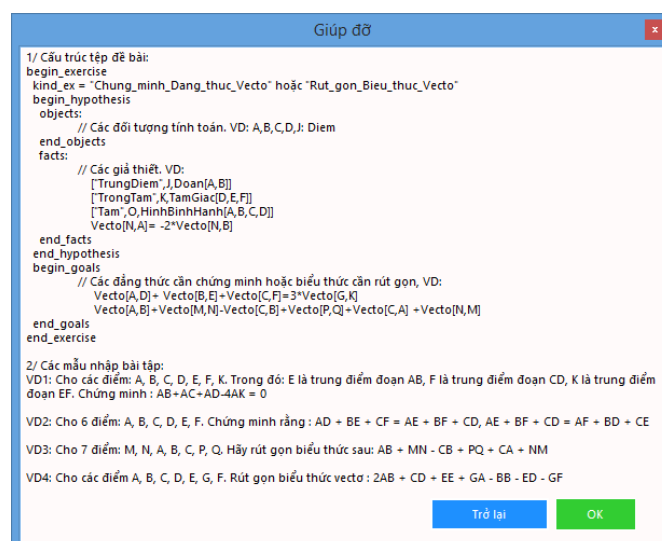
- Khi ta chọn “Giải” thì chương trình sẽ giải và xuất kết quả ở khung hiển thị lời giải.



- Menu “Thông tin”: cung cấp thông tin về phần mềm.



- Menu “Giúp đỡ”: phần giúp đỡ sử dụng chương trình, cấu trúc tệp .txt để nhập đề bài và một số bài toán mẫu để nhập bằng tay.



- Menu “Thoát”: Thoát chương trình.

VI. Kiểm tra kết quả

Kết quả thử nghiệm so sánh giữa lời giải tự nhiên và giải máy :

Ví dụ 6.1: Cho 4 điểm A, B, C, D, J. Trong đó J là trung điểm đoạn AB Chứng minh :

- $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$
- $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
<p>Chứng minh : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$</p> <p>VT = $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \overrightarrow{0}$</p> <p>= VP</p> <p>Chứng minh : $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$</p> <p>Ta chứng minh : $(\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC}) - (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{0}$</p> <p>VT = $(\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC}) - (\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC})$</p> <p>= $(\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC}) + (\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB})$</p> <p>= $(\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{DA}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CB})$</p> <p>= $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} (*)$</p> <p>Vì J là trung điểm AB</p> <p>Nên $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{0}$</p> <p>Do đó (*) = $\overrightarrow{0}$</p> <p>Suy ra $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$</p>	<p>Chứng minh : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0} (*)$</p> <p>Bài giải</p> <p>Bước 1:</p> <p>VT = $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{0}$</p> <p>= $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA}$</p> <p>= $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA})$</p> <p>= $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA}$</p> <p>= $\overrightarrow{0}$</p> <p>*Kết luận: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DA} = \overrightarrow{0}$</p> <p>Chứng minh : $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC} (*)$</p> <p>Bài giải</p> <p>Bước 1:</p> <p>VT = $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} - \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$</p> <p>= $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{CB}$</p> <p>= $(\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{DA}) + (\overrightarrow{JC} + \overrightarrow{CB})$</p> <p>= $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB}$</p> <p>Bước 2:</p> <p>Vì: J là trung điểm đoạn AB Nên: $\overrightarrow{JA} + \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{0}$</p> <p>Do đó:</p> <p>VT = $\overrightarrow{0}$</p> <p>*Kết luận: $\overrightarrow{JD} + \overrightarrow{JC} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}$</p>

Ví dụ 6.2: Cho 6 điểm A, B, C, D, E, F. Chứng minh :

- $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$
- $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
<p>Chứng minh :</p> $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ <p>VT = $(\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{ED}) + (\overrightarrow{BF} + \overrightarrow{FE}) + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DF})$</p> $= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE})$ $= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}) + (\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FE})$ $= (\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD})$ <p>= VP</p> <p>Chứng minh :</p> $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$ <p>VT = $(\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FE}) + (\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF}) + (\overrightarrow{CE} + \overrightarrow{ED})$</p> $= (\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}) + (\overrightarrow{FE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{ED})$ $= (\overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}) + (\overrightarrow{DE} + \overrightarrow{ED})$ $= \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$ <p>= VP</p>	<p>Chứng minh :</p> $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} (*)$ <p>Bài giải</p> <p>Bước 1:</p> $\begin{aligned} \text{VT} &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} - \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{BF} - \overrightarrow{CD} \\ &= \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} + \overrightarrow{EA} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DC} \\ &= (\overrightarrow{EA} + \overrightarrow{AD}) + (\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{BE}) + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CF}) \\ &= \overrightarrow{ED} + \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{DF} \\ &= (\overrightarrow{FB} + \overrightarrow{ED}) + \overrightarrow{DF} \\ &= \overrightarrow{FD} + \overrightarrow{DF} \\ &= (\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FD}) \\ &= \vec{0} \end{aligned}$ <p>*Kết luận:</p> $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD}$ <p>Chứng minh :</p> $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE} (*)$ <p>Bài giải</p> <p>Bước 1:</p> $\begin{aligned} \text{VT} &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{CE} \\ &= \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{EC} \\ &= (\overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AE}) + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BF}) + (\overrightarrow{EC} + \overrightarrow{CD}) \\ &= \overrightarrow{FE} + \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{ED} \\ &= (\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE}) + \overrightarrow{ED} \\ &= \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{ED} \\ &= (\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DE}) \\ &= \vec{0} \end{aligned}$ <p>*Kết luận:</p> $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{CE}$

Ví dụ 6.3: Cho các điểm A, B, C, D, E, F, K. Trong đó E là trung điểm đoạn AB, F là trung điểm đoạn CD và K là trung điểm đoạn EF. Chứng minh rằng:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AK} = \vec{0}$$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
$\begin{aligned} VT &= (\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KB}) + (\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KC}) \\ &+ (\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KD}) - 4\overrightarrow{AK} \\ &= (3\overrightarrow{AK} - 3\overrightarrow{AK}) + (-\overrightarrow{AK} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{KB}) \\ &= \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{KB} \\ &= \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} (*) \\ \text{Vì E là trung điểm AB} \\ \text{nên } \overrightarrow{KA} + \overrightarrow{KB} &= 2\overrightarrow{KE} \\ \text{Vì F là trung điểm CD} \\ \text{nên } \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} &= 2\overrightarrow{KF} \\ \text{Do đó :} \\ (*) &= 2\overrightarrow{KE} + 2\overrightarrow{KF} (**) \\ \text{Vì K là trung điểm EF} \\ \text{nên } \overrightarrow{KE} + \overrightarrow{KF} &= \vec{0} \\ \text{Do đó} \\ (**) &= \vec{0} = VP \end{aligned}$	<p>Chứng minh : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AK} = \vec{0} (*)$</p> <p>Bài giải</p> <p>Bước 1:</p> $\begin{aligned} VT &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AK} - \vec{0} \\ &= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} + 4\overrightarrow{KA} \\ &= (\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AB}) + 3\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{KB} + 3\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{KB} + (\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC}) + 2\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + 2\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AD} \\ &= \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + (\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AD}) + \overrightarrow{KA} \\ &= \overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} + \overrightarrow{KA} \end{aligned}$ <p>Bước 2:</p> <p>Vì: E là trung điểm đoạn AB Nên: $\overrightarrow{KB} + \overrightarrow{KA} = 2\overrightarrow{KE}$</p> <p>Do đó:</p> $VT = \overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} + 2\overrightarrow{KE}$ <p>Bước 3:</p> <p>Vì: F là trung điểm đoạn CD Nên: $\overrightarrow{KC} + \overrightarrow{KD} = 2\overrightarrow{KF}$</p> <p>Do đó:</p> $VT = 2\overrightarrow{KF} + 2\overrightarrow{KE}$ <p>Bước 4:</p> <p>Vì: K là trung điểm đoạn EF Nên: $\overrightarrow{KE} + \overrightarrow{KF} = \vec{0}$</p> <p>Do đó:</p> $\begin{aligned} VT &= 2\vec{0} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$ <p>*Kết luận:</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} - 4\overrightarrow{AK} = \vec{0}$

Ví dụ 6.4: Cho các điểm O, A, B, C, D, M. Biết O là tâm hình bình hành ABCD. Chứng minh:

$$4\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
<p>Ta chứng minh :</p> $4\overrightarrow{MO} - (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}) = \overrightarrow{0}$ $VT = 4\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$ $= 4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}$ $= 4\overrightarrow{MO} + (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OM}) + (\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OM}) + (\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{OM}) + (\overrightarrow{DO} + \overrightarrow{OM})$ $= 4\overrightarrow{MO} + 4\overrightarrow{OM} + (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO}) + (\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO})$ $= (\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO}) + (\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO})(*)$ <p>Vì O là tâm hình bình hành ABCD</p> <p>Nên O là trung điểm AC và BD</p> <p>Suy ra : $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0}$</p> $\overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{0}$ <p>Do đó :</p> <p>(*) = $\overrightarrow{0}$ = VP</p>	<p>Chứng minh : $4\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} (*)$</p> <p>Bài giải</p> <p>Bước 1:</p> $VT = 4\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC} - \overrightarrow{MD}$ $= 4\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{AM} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}$ $= (\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{MO}) + 3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}$ $= \overrightarrow{AO} + 3\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}$ $= \overrightarrow{AO} + (\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{MO}) + 2\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}$ $= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + 2\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{CM} + \overrightarrow{DM}$ $= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{MO}) + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{DM}$ $= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{MO} + \overrightarrow{DM}$ $= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + (\overrightarrow{DM} + \overrightarrow{MO})$ $= \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{CO} + \overrightarrow{DO}$ <p>Bước 2:</p> <p>Vi: O là tâm hình bình hành ABCD Nên: O là trung điểm đoạn AC , O là trung điểm đoạn BD</p> <p>Bước 3:</p> <p>Vi: O là tâm hình bình hành ABCD Nên: $\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{CO} = \overrightarrow{0}$</p> <p>Do đó:</p> $VT = \overrightarrow{0} + \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO}$ $= \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO}$ <p>Bước 4:</p> <p>Vi: O là tâm hình bình hành ABCD Nên: $\overrightarrow{BO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{0}$</p> <p>Do đó:</p> $VT = \overrightarrow{0}$ <p>*Kết luận:</p> $4\overrightarrow{MO} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}$

Ví dụ 6.5: Cho 4 điểm A, B, N, O. Biết $\overrightarrow{NA} = -2\overrightarrow{NB}$. Chứng minh :

$$\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{ON}$$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
<p>Ta chứng minh :</p> $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{ON} = \overrightarrow{0}$ <p>VT = $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{NO}$</p> $= (\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OA}) + 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{NO}$ $= \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{NO} (*)$ <p>Vì $\overrightarrow{NA} = -2\overrightarrow{NB}$</p> <p>Nên:</p> $(*) = -2\overrightarrow{NB} + 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{NO}$ $= 2\overrightarrow{BN} + 2\overrightarrow{OB} + 2\overrightarrow{NO}$ $= 2(\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{NO})$ $= 2(\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NO})$ $= \overrightarrow{0} = VP$	<p>Chứng minh : $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{ON} (*)$</p> <p>Bài giải _____</p> <p>Bước 1:</p> <p>VT = $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} - 3\overrightarrow{ON}$</p> $= \overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} + 3\overrightarrow{NO}$ $= (\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OA}) + 2\overrightarrow{NO} + 2\overrightarrow{OB}$ $= \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NO} + 2\overrightarrow{OB}$ $= \overrightarrow{NA} + 2(\overrightarrow{NO} + \overrightarrow{OB})$ $= \overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB}$ <p>Bước 2:</p> <p>Vì: $\overrightarrow{NA} = -2\overrightarrow{NB}$</p> <p>Nên: $\overrightarrow{NA} + 2\overrightarrow{NB} = \overrightarrow{0}$</p> <p>Do đó:</p> <p>VT = $\overrightarrow{0}$</p> <p>*Kết luận:</p> $\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB} = 3\overrightarrow{ON}$

Ví dụ 6.6: Cho 7 điểm M, N, A, B, C, P, Q. Hãy rút gọn biểu thức sau :

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM}$$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
<p>Ta có :</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM}$ $= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM}$ $= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NM}) + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA}$ $= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{0} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA}$ $= (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CA}) + \overrightarrow{PQ}$ $= \overrightarrow{PQ}$	<p>Rút gọn biểu thức Vector :</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM} (*)$ <p>Bài giải _____</p> <p>Bước 1:</p> <p>Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM}$</p> $= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM}$ $= (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}) + (\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MN}) + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA}$ $= \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA}$ $= (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC}) + \overrightarrow{PQ}$ $= \overrightarrow{PQ}$ <p>*Kết luận:</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MN} - \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{NM} = \overrightarrow{PQ}$

Ví dụ 6.7: Cho các điểm A, B, C, D, E, G, F. Rút gọn biểu thức vector :

$$2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EE} + \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BB} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{GF}$$

Lời giải tự nhiên	Lời giải của chương trình
<p>Ta có :</p> $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EE} + \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BB} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{GF}$ $= 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FG}$ $= (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) + \overrightarrow{FG}$ $= \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FG}$ $= (\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{FG}) + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$ $= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$	<p>Rút gọn biểu thức Vector :</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EE} + \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BB} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{GF} (*)$ <p>Bài giải _____</p> <p>Bước 1:</p> <p>Ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EE} + \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BB} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{GF}$</p> $= \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{GA} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FG}$ $= (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) + \overrightarrow{AB} + (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DE}) + \overrightarrow{FG}$ $= \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE} + \overrightarrow{FG}$ $= (\overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GB}) + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$ $= \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$ <p>*Kết luận:</p> $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{EE} + \overrightarrow{GA} - \overrightarrow{BB} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{GF} = \overrightarrow{FB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CE}$

VII. Tổng kết

Đồ án đã tìm hiểu, xây dựng được mô hình biểu diễn tri thức hình học phẳng và ứng dụng vào chương trình giải toán vector đơn giản. Một số kết quả đã thực hiện được:

- Thu thập tri thức trong miền tri thức hình học phẳng.
- Tìm hiểu mô hình COKB, xây dựng lại mô hình COKB khuyết để giải quyết bài toán vector.
- Áp dụng được một số kỹ thuật lập trình hình thức trong môn học.
- Xây dựng được chương trình giải toán vector đơn giản tự động. So với các chương trình dạy học khác (như “Học tốt toán 10” của công ty schoolnet, “Toán học trực tuyến” của <http://www.cadasa.vn/>) thông qua tìm hiểu thì có ưu điểm về việc giải và trình bày các bước trong phạm vi tri thức. Nhưng phạm vi tri thức còn nhỏ hơn nhiều so với chương trình toán phổ thông.

Về cơ bản, đồ án đã đạt được các mục tiêu đặt ra. Trong quá trình thực hiện, nhóm đã tìm hiểu và xác định được một số hạn chế:

- Miền tri thức còn giới hạn.
- Mô hình tri thức còn đơn giản, khó có thể ứng dụng khi mở rộng các dạng toán.
- Thuật giải khi được áp dụng với bộ dữ liệu tri thức lớn có thể xử lý chậm.

Tri thức của con người rất đa dạng, các mô hình biểu diễn tri thức ở hiện tại chỉ có thể giải quyết được trong một số lĩnh vực nhất định. Do đó, đồ án cần có các hướng phát triển tiếp theo:

- Nghiên cứu, xây dựng các mô hình biểu diễn tri thức cao cấp hơn để có thể mở rộng miền biểu diễn tri thức và nâng cao khả năng xử lý của chương trình.
- Cải tiến thuật giải, áp dụng các kỹ thuật Heuristic để nâng cao tốc độ xử lý.
- Ứng dụng chương trình trên các nền tảng mới.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Đỗ Văn Nhơn: Xây dựng hệ tính toán thông minh - Luận án tiến sĩ.
- [2] Nguyễn Đình Hiền: Lập trình Maple – Bài giảng môn lập trình Symbolic, Đại học Công nghệ thông tin – ĐHQG HCM, 2014.
- [3] Nguyễn Thị Ngọc Diễm, Nguyễn Thị Thu Trang: Xây dựng hệ giải toán dựa trên cơ sở tri thức về hình học giải tích 2 chiều – khoá luận tốt nghiệp Đại học, Đại học Công nghệ thông tin – ĐHQG HCM, 2011.
- [4] Nhon Van Do: Computational Networks for Knowledge Representation, World Academy of Science, Engineering and Technology, Vol:3, 2009-08-21, pp. 245-249.
- [5] <http://www.vnschool.net>: Toàn bộ chương trình sách giáo khoa môn toán phần hình học THCS & THPT, 05/01/2014.