ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH TRƯỜNG ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

____*___*

TIỂU LUẬN CUỐI KÌ

MÔ HÌNH HÓA THỐNG KÊ

Giảng viên hướng dẫn: TS. Nguyễn Thị Mộng Ngọc

Nhóm thực hiện: **Nhóm 4**

Học viên: **Phan Thị Thùy An** MSHV: 20C29002

Đinh Thị Nữ MSHV: 20C29013

Lý Phi Long MSHV: 20C29028

Đặng Khánh Thi MSHV: 20C29038

Mục lục

1	Dữ	liệu tự chọn	5
	1.1	Dữ liệu 1: Mô hình hồi quy đa biến	6
	1.2	Dữ liệu 2: Hồi quy thành phần chính	7
2	Dữ	liệu có sẵn	9
	2.1	Dữ liệu 1	10
	2.2	Dữ liệu 2	14
	2.3	Dữ liệu 3	20
	2.4	Dữ liêu 4	21

Chương 1

Dữ liệu tự chọn

- Tên "đề tài", nguồn gốc của dữ liệu, giới thiệu các biến.
- Mô hình chọn được; phân tích kết quả
- Đưa ra những phương pháp/phân tích khác có thể giúp cho kết quả tốt hơn.
- Kết luận.

1.1 Dữ liệu 1: Mô hình hồi quy đa biến

1.2 Dữ liệu 2: Hồi quy thành phần chính

Chương 2

Dữ liệu có sẵn

- Chọn mô hình phù hợp nhất giải thích biến phụ thuộc với từng bộ dữ liệu.
- Nêu rõ phương pháp chọn mô hình và lý do chọn phương pháp đó.
- Nói rõ ý nghĩa của mô hình đã chọn.

2.1 Dữ liệu 1

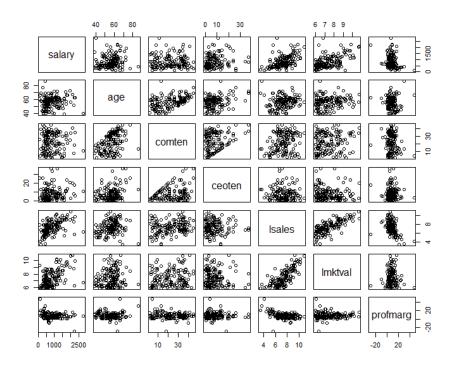
Những thông tin vê các giám đốc điều hành các tập đoàn Hoa Kỳ. Bộ dữ liệu gồm 177 quan trắc và 15 biến.

Tìm hiểu và tiền xử lý dữ liệu

Một số biến trong bộ dữ liệu kiểu số có đơn vị tính lớn như: sales', profits, lmktval. Nếu đưa những biến này vào phương trình hồi quy có thể dẫn tới hiện tượng bias do tác động của những biến này lên model lấn át những biến khác còn lại như age, ceoten.... Nên ta sẽ dùng phương pháp logarit cho 3 biến này trong model tương ứng với 3 biến mới là: lsales'', lmktval và profmarg. (1)

Từ biểu đồ dưới ta thấy ba biến định lượng *lsales*, *lmktval* và *profmarg* xảy ra hiện tượng đa cộng tuyến. Tuy nhiên có xảy ra hiện tượng đa cộng tuyến giữa 2 biến sales và profit luôn (hình 2.1).

Tính độ correlation của biến salary với lần lượt 2 biến trên ta có:



Hình 2.1: Mối tương quan giữa các biến

Xét bảng correlation giữa các biến độc lập với nhau và giữa các biến độc lập với biến

```
> cor(train[c("salary", "lsales","lmktval","profmarg")])
salary lsales lmktval profmarg
salary 1.0000000 0.4912099 0.51978488 -0.24975911
lsales 0.4912099 1.0000000 0.75006264 -0.42949701
lmktval 0.5197849 0.7500626 1.00000000 0.04471558
profmarg -0.2497591 -0.4294970 0.04471558 1.00000000
```

Hình 2.2: Mức độ tương quan giữa biến Isales và promarg Correlation

phụ thuộc, ta thấy: Giữa hai biến lmktval và biến lsales có mối tương quan rất cao (\approx 0.75). Tuy nhiên biến lmktval lại có mối tương quan cao hơn với biến phụ thuộc salary. Mặt khác giữa biến profmarg và lsales cũng có mối tương quan cao (\approx -0.42). Nên ta loại bỏ biến lsales khỏi danh sách các biến được xét. (2)

Từ (1) và (2) ta có mô hình với đầy đủ các biến cần lựa chọn như sau:

$$salary = \beta_0 + \beta_1 * age + \beta_2 * college + \beta_3 * grad + \beta_4 * comten$$

$$+ \beta_5 * ceoten + \beta_6 * lmktval + \beta_7 * profmarg$$
(2.1)

Thực hiện phân rã hai biến phân loại gồm college và grad trước khi thực hiện phương pháp chọn biến **Stepwise tiến** với **tiêu chuẩn AIC**.

Để đánh giá chất lượng mô hình ta chia tập dữ liệu thành hai phần, training và testing, với tỷ lệ 80 : 20 sau đó tiến hành phương pháp chọn biến trên tập training.

Thực hiện chọn biến bằng phương pháp StepWise tiến và tiêu chuẩn AIC

Tổng quan tiêu chuẩn AIC thì mô hình tốt là mô hình có giá trị AIC nhỏ nhất. Ở mô hình 1, biến *lmktval* được chọn vào mô hình vì có AIC nhỏ nhất trong tất cả các kết hợp với các biến còn lại. Tương tự AIC được tính cho mô hình thêm biến thứ 2, *ceoten*, và biến thứ 3 là *ceoten* (hình 2.3).

Với ba biến được chọn ở trên, mô hình 2.1 trở thành mô hình mới:

$$salary = -950.6 + 248.2 * lmktval - 13.9 * profmarg + 11.7 * ceoten$$
 (2.2)

Tuy nhiên ta nhận thấy biến ceoten có $\rho_{value} \ge \alpha \ (0.05738 \ge 0.05)$ nên không có ý nghĩa thống kê trong mô hình. Ta tiến hành bỏ biến ceoten và hồi quy mô hình với hai biến còn lại kết quả thu được từ phần mềm R như hình 2.4:

```
> summary(modbest_Fow)
lm(formula = train$salary ~ lmktval + profmarg + ceoten, data = train)
Residuals:
                            3Q
             1Q Median
-1339.1 -227.0 -72.8 163.7 4351.3
Coefficients:
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                        302.598 -3.142 0.00206 **
(Intercept) -950.696
                          38.909
                                           2.5e-09 ***
             248.204
                                  6.379
1mktval
                                  -2.128 0.03508 *
profmarg
             -13.929
                           6.544
                          6.113 1.916 0.05738 .
ceoten
              11.714
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '1
Residual standard error: 539 on 138 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.2537, Adjusted R-squared: 0.7
F-statistic: 15.64 on 3 and 138 DF, p-value: 8.262e-09
                                 Adjusted R-squared: 0.2375
```

Hình 2.3: Kết quả hồi quy mô hình với các biến được chọn

```
> new_train = train[c("salary", "lmktval", "profmarg")]
> newModel = lm(formula =new_train$salary ~ ., data = new_train )
> summary(newModel)
lm(formula = new\_train\$salary \sim ., data = new\_train)
Residuals:
            1Q Median
   Min
                            30
                                   Max
-1127.7 -256.6 -85.3
                         246.7 4404.8
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                        0.0062 **
(Intercept) -830.739
                     298.886 -2.779
                                6.250 4.71e-09 ***
lmktval
            245.323
                        39.252
                         6.607 -2.111 0.0366 *
profmarg
            -13.944
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
Residual standard error: 544.2 on 139 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.2338,
                              Adjusted R-squared: 0.2228
F-statistic: 21.21 on 2 and 139 DF, p-value: 9.143e-09
```

Hình 2.4: Kết quả hồi quy mô hình với hai biến còn lại

Mô hình thống kê mới:

$$salary = -830.7 + 245.3 * lmktval - 13.9 * profmarg$$
 (2.3)

Trường hợp này hai biến còn lại có ý nghĩa thống kê. Tuy nhiên mô hình được tạo bởi hai biến này chỉ giải thích được 23% sự biến thiên của biến phụ thuộc (hình 2.4). Nguyên nhân dẫn tới kết quả thấp là do số lượng data ít, các biến giải thích ít không tạo nên mô hình đặc trưng được.

Test trên tập test và nhận xét kết quả

Thực hiện dự đoán trên tập dữ liệu test từ kết quả mô hình 2.3 và dùng chỉ số đánh giá MSE (trung bình bình phương sai số) ta có:

```
> SE = sum((pred_test-y_test) ^2)
> SE
[1] 15893414
> MSE = SE / nrow(test)
> print(MSE)
[1] 454097.5
```

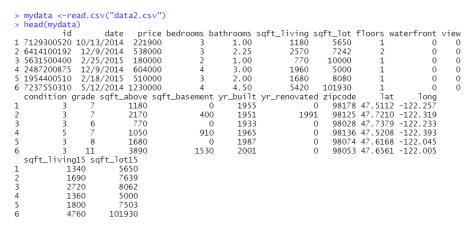
Hình 2.5: Chỉ số đo lường kết quả MSE

2.2 Dữ liệu 2

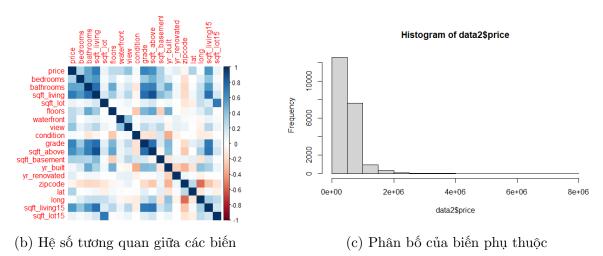
Bộ dữ liệu ghi lại lịch sử về những ngôi nhà được bán từ 5/2014 đến 5/2015 ở quận King, bang Washington, Hoa Kỳ. Bộ dữ liệu bao gồm 21613 quan trắc, gồm 21 biến.

* Phương pháp chọn: Stepwise - lùi; tiêu chuẩn chọn: BIC.

Tìm hiểu dữ liệu



(a) Một số quan trắc đầu tiên



Hình 2.6: Một số quan sát ban đầu của bộ dữ liệu

Bộ dữ liệu cung cấp gồm 21 biến, trong đó biến **id** và **date** được loại bỏ khỏi dữ liệu trước khi tiến hành phân tích, vì nhóm em nghĩ các biến này chỉ để ghi lại chỉ số và thời gian mua bán, không mang nhiều ý nghĩa thống kê.

Quan sát ban đầu cho thấy: các biến độc lập sqft_living, grade, sqft_above, sqft_living15 có mối tương quan cao với biến phụ thuộc Price; biến phụ thuộc Price

phân bố không đều, bị lệch hẳn về một phía và giá trị chủ yếu từ 0 đến 2 000 000.

Phân tích, chọn mô hình

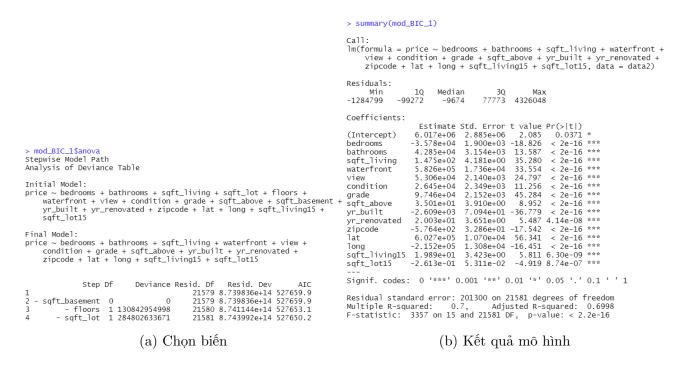
```
> # Create full model
> mod_full_1 = lm(price \sim ., data2) #full model
> summary(mod_full_1)
lm(formula = price ~ ., data = data2)
Residuals:
      Min
                 10
                       Median
-1291631
             -99089
                                           4330096
                        -9569
Coefficients: (1 not defined because of singularities)
                   Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                                            2.238
(Intercept)
                 6.564e+06
                              2.933e+06
                                                    0.02523
bedrooms
                 -3.556e+04
                              1.901e+03
                                           -18.707
                                                      2e-16
bathrooms
                 4.128e+04
                              3.268e+03
                                           12.632
                                                     < 2e-16 ***
sqft_living
                 1.496e+02
                              4.397e+00
                                           34.033
                                                      2e-16
sqft_lot
                 1.289e-01
                              4.792e-02
                                            2.690
                                                    0.00714
floors
                  6.474e+03
                              3.602e+03
                                            1.797
waterfront
                                           33.593
                  5.833e+05
                              1.736e+04
view
                  5.278e+04
                              2.141e+03
                                           24.652
                                                      2e-16
condition
                                                    < 2e-16 ***
                  2.679e+04
                              2.353e+03
                                           11.387
grade
                 9.701e+04
                              2.161e+03
                                           44.894
                                                      2e-16
                                            7.174
                 3.129e+01
sqft_above
                              4.361e+00
                                                   7.53e-13
sqft_basement
                         NA
                                      NA
                                               NA
                                                          NA
                                          -36.135
                                                      2e-16
                 2.628e+03
                              7.272e+01
yr_built
                 1.983e+01
                              3.656e+00
                                            5.425
vr_renovated
                                                   5.87e-08
                                           17.635
zipcode
                 5.819e+02
                              3.299e+01
                                                      2e-16
                              1.074e+04
                 6.022e+05
                                           56.071
                                                      2e-16
lat
                                                     < 2e-16
                 -2.156e+05
                              1.316e+04
                                          -16.385
lona
sqft_living15
                 2.116e+01
                              3.451e+00
                                            6.131 8.88e-10
                              7.334e-02
                                           -5.327 1.01e-07
sqft_lot15
                -3.907e-01
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' '1
Residual standard error: 201300 on 21579 degrees of freedom Multiple R-squared: 0.7001, Adjusted R-squared: 0.6999 F-statistic: 2964 on 17 and 21579 DF, p-value: < 2.2e-16
```

Hình 2.7: Mô hình hồi quy đầy đủ ban đầu

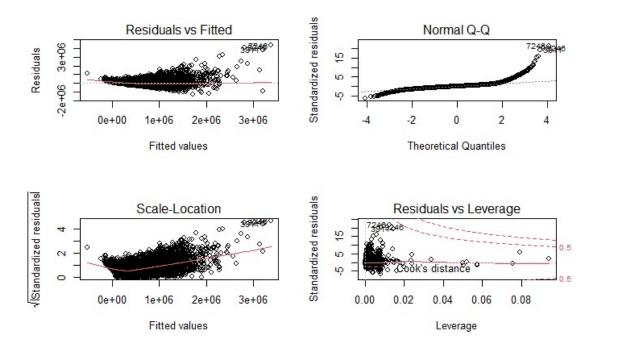
Bộ dữ liệu (sau khi loại bỏ id và date) có 18 biến giải thích, do đó nhóm em chọn phương pháp lùi (**stepwise - backward**) cho bộ dữ liệu này. Trong mô hình hồi quy đầy đủ (Hình 2.7), đa số các biến giải thích đều có ý nghĩa thống kê, do đó tiến hành phương pháp lùi (loại biến dần dần) sẽ tiết kiệm thời gian hơn so với các phương pháp còn lại. Tiêu chuẩn BIC có xu hướng chọn các mô hình ít phức tạp hơn so với tiêu chuẩn AIC, đặc biệt khi số lượng quan trắc lớn.

Bằng phương pháp lùi và tiêu chuẩn BIC (Hình 2.8), các biến \mathbf{sqft} _basement, floors, \mathbf{sqft} _lot đã bị loại bỏ khỏi mô hình. Mô hình được chọn có $R^2 = 0.7$, $R_{adj}^2 = 0.69$, các tham số ước lượng của mô hình đều có ý nghĩa thống kê.

Ta tiến hành kiểm tra xem mô hình này có thỏa mãn các giả thiết của mô hình hồi quy hay không.



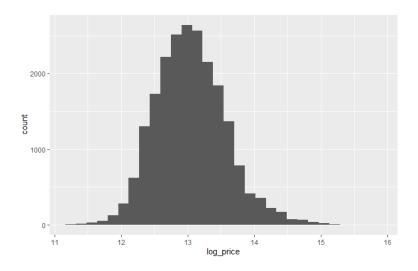
Hình 2.8: Mô hình khi chọn bằng tiêu chuẩn BIC



Hình 2.9: Các biểu đồ kiểm đinh mô hình

Dựa vào hình 2.9, phương sai của sai số không phải là hằng số, kì vọng của sai số bằng 0; sai số có vẻ tuân theo phân phối chuẩn nhưng phần đuôi trên bị lệch khá nhiều.

Kết hợp với nhận xét ban đầu, về việc biến **Price** phân bố không đều, nhóm em tiến hành biến đổi biến này thành **log(Price)**.



Hình 2.10: Phân bố của biến **Price** sau khi biến đổi

Sau khi biến đổi, ta tiến hành hồi quy cho: **mô hình 1** mô hình có 15 biến đã chọn bằng tiêu chuẩn BIC trước đó, và **mô hình 2** mô hình đầy đủ rồi áp dụng tiêu chuẩn BIC để chọn biến.

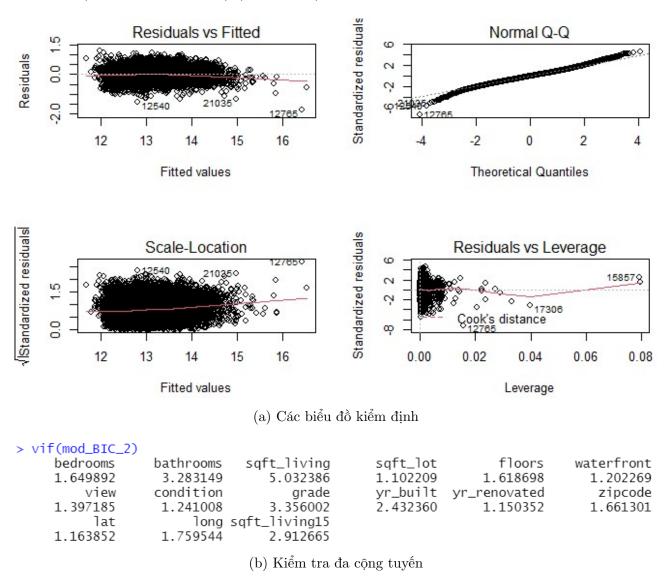
```
> summary(mod_2)
                                                                                                                           > summary(mod_BIC_2)
 lm(formula = log(price) ~ bedrooms + bathrooms + sqft_living
                                                                                                                           Imm(formula = log(price) ~ bedrooms + bathrooms + sqft_living +
    sqft_lot + floors + waterfront + view + condition + grade +
    yr_built + yr_renovated + zipcode + lat + long + sqft_living15,
    data = data2)
      waterfront + view + condition + grade + sqft_above + yr_built + yr_renovated + zipcode + lat + long + sqft_living15 + sqft_lot15,
       data = data2)
                                                                                                                           Residuals:
Min 10 Median 30 Max
-1.72685 -0.16385 0.00299 0.16386 1.18219
                                                                                                                           Min 1Q Median
-1.7953 -0.1615 0.0037
                                                                                                                                                                           30
                                                                                                                                                                   0.1590 1.1735
Coefficients:
                                                                                                                          Coefficients:
                                                                                                                                                  Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
-6.932e+00 3.639e+00 -1.905 0.0568
-1.174e-02 2.382e-03 -4.930 8.27e-07
7.137e-02 4.047e-03 17.634 <2e-16
                           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                        -1.436e+01
-1.351e-02
                                            3.645e+00
2.400e-03
                                                               -3.940 8.18e-05 ***
-5.629 1.83e-08 ***
                                                                                                                                                                                         -1.905 0.0568
-4.930 8.27e-07
(Intercept)
                                                                                                                           bedrooms
                                                                                                                          bathrooms
sqft_living
sqft_lot
bathrooms
                             720e-02
                                            3.984e-03
                                                               21.891
                                                                               2e-16
sqft_living
waterfront
                                                                                                                                                    1.403e-04
3.426e-07
                                                                                                                                                                      4.197e-06
4.355e-08
                                                                                                                                                                                         33.431 < 2e-16
7.868 3.78e-15
                            238e-04
                                               282e-06
                                                               23 444
                            .702e-01
.195e-02
                                                              22.919
20.163
                                                                                                                           floors
                                                                                                                                                    6.979e-02
view
condition
                                               703e-03
                                                                               2e-16
                                                                                                                                                                      4.049e-03
                                                                                                                          waterfront
view
condition
                                                                                                                                                                                        16.937
23.205
21.594
                             9846-02
                                               968e-03
                                                                                                                                                    3.686e-01
6.148e-02
                                                                                                                                                                      2.176e-02
2.649e-03
                                                                                                                                                                                                        2e-16 ***
2e-16 ***
                             643e-01
                                               719e-03
                                                              60.449
sqft_above
                            .582e-05
.126e-03
                                            4.939e-06
8.960e-05
                                                                                                                                                    6.352e-02
                                                                                                                                                                      2.941e-03
                                                                                                                                                                                                      < 2e-16
yr_built
yr_renovated
zipcode
                                                            -34.882
                                                                               2e-16 ***
                                                                                                                          grade
yr_built
                                                                                                                                                    1.591e-01
3.419e-03
                                                                                                                                                                      2.682e-03
9.120e-05
4.585e-06
                                                                                                                                                                                         59.299
                            .008e-05
                                            4.612e-06
4.150e-05
                                                             8.690
-14.014
                                                                                                                                                                                        -37.494 < 2e-16
7.962 1.78e-15
                                                                               2e-16
                                                                                                                           vr renovated
                                                                                                                                                    3.650e-05
                                                                               2e-16 ***
                                                                                                                                                                      4.137e-05
1.337e-02
1.619e-02
lat
                         1.414e+00
                                           1.351e-02 104.612
                                                                                                                           zipcode
                                                                                                                                                   -6.441e-04
                                                                                                                                                                                       -15.569
                                                                                                                                                                                                      < 2e-16 ***
                        -1.741e-01
8.802e-05
1.512e-07
                                           1.652e-02
4.324e-06
6.709e-08
long
sqft_living15
                                                            -10.537
20.355
                                                                                                                                                   1.404e+00
-1.715e-01
                                                                                                                                                                                       104.988
-10.590
                                                                                                                           long
                                                                             0.0242 *
                                                                                                                                                                                                     < 2e-16 ***
sqft_lot15
                                                               2.254
                                                                                                                           sqft_living15 9.566e-05
                                                                                                                                                                      4.278e-06
                                                                                                                                                                                        22.359
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1
                                                                                                                          Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1
Residual standard error: 0.2543 on 21581 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.767, Adjusted R-squared: 0.7668
F-statistic: 4736 on 15 and 21581 DF, p-value: < 2.2e-16
                                                                                                                          Residual standard error: 0.2524 on 21581 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.7703, Adjusted R-squared: 0.7702
F-statistic: 4826 on 15 and 21581 DF, p-value: < 2.2e-16
                                         (a) Mô hình 1
                                                                                                                                                                  (b) Mô hình 2
```

Hình 2.11: Kết quả khi biến đổi **Price** thành **log(Price)**

Cả hai mô hình đều gồm 15 biến giải thích, mô hình 2 đã loại bỏ các biến **sqft_basement**, **sqft above**, **sqft lot15** khác với 3 biến đã loại trước khi biến đổi **Price**.

Nhóm em chọn **mô hình 2** là mô hình cuối cùng, vì: mô hình 2 có hệ số xác định lớn hơn ($R^2 = 77.03\%$), các biến liên quan đến diện tích tầng hầm ($\mathbf{sqft_basement}$, $\mathbf{sqft_above}$) đã được bao gồm trong $\mathbf{sqft_living}$, diện tích khu đất vào năm 2015 cũng không mang nhiều ý nghĩa thống kê trong mô hình 1 nên có thể loại bỏ.

 $Kiểm\ tra\ giả\ thiết\ mô\ hình\ 2:$ phương sai của sai số không thay đổi, kì vọng bằng 0 và đã tuân theo phân phối chuẩn, chưa phát hiện tượng đa cộng tuyến trong mô hình (các chỉ số VIF < 5) (Hình 2.12).



Hình 2.12: Kết quả khi biến đổi thành log(Price)

Kết luận

Vậy **mô hình cuối cùng được chọn** có các hệ số ước lượng như hình 2.13.

```
coef(mod_BIC_2)
                                              sqft_living
                                                                sqft_lot
  (Intercept)
                   bedrooms
                                 bathrooms
6.932157e+00 -1.174353e-02
                              7.137346e-02
                                             1.403104e-04
                                                            3.426024e-07
                                                                           6.978707e-02
  waterfront
                        view
                                 condition
                                                     grade
                                                                yr_built
                                                                           yr_renovated
3.685686e-01
               6.147550e-02
                              6.351646e-02
                                             1.590506e-01
                                                           -3.419313e-03
                                                                           3.650388e-05
                                            sqft_living15
      zipcode
                         lat
                                       long
                                             9.565513e-05
-6.441469e-04
               1.404181e+00 -1.714684e-01
```

Hình 2.13: Hệ số mô hình được chọn

Có 77.06% sự biến thiên của giá nhà ở quận King được giải thích bởi 15 biến độc lập, trong đó các yếu tố ảnh hưởng nhiều nhất gồm số phòng ngủ, số phòng tắm, diện tích nhà, số tầng, hướng nhà ra bờ sông, tình trạng của ngôi nhà, điểm tổng thể của ngôi nhà theo phân loại của quận, kinh độ - vĩ độ (vị trí), năm xây dựng căn nhà.

Giá trị của một căn nhà **không bị ảnh hưởng** nhiều bởi các yếu tố: diện tích tầng hầm, diện tích khu đất, diện tích ngoài tầng hầm, năm sửa chữa căn nhà, zipcode (mã vùng) của ngôi nhà.

Số phòng ngủ có mối tương quan nghịch với giá nhà, vì khi số phòng ngủ tăng lên, nhưng các yếu tố còn lại không thay đổi, thì diện tích của mỗi phòng ngủ sẽ giảm đi, gây cảm giác chật chội. Do đó không phải càng có nhiều phòng ngủ thì ngôi nhà sẽ có giá trị cao.

2.3 Dữ liệu 3

Bộ dữ liệu ghi lại tỷ lệ tai nạn, gồm 39 quan trắc được thực hiện trên vài đoạn đường cao tốc ở tiểu bang Minnesota vùng Trung Tây của Hoa Kỳ.

2.4 Dữ liệu 4