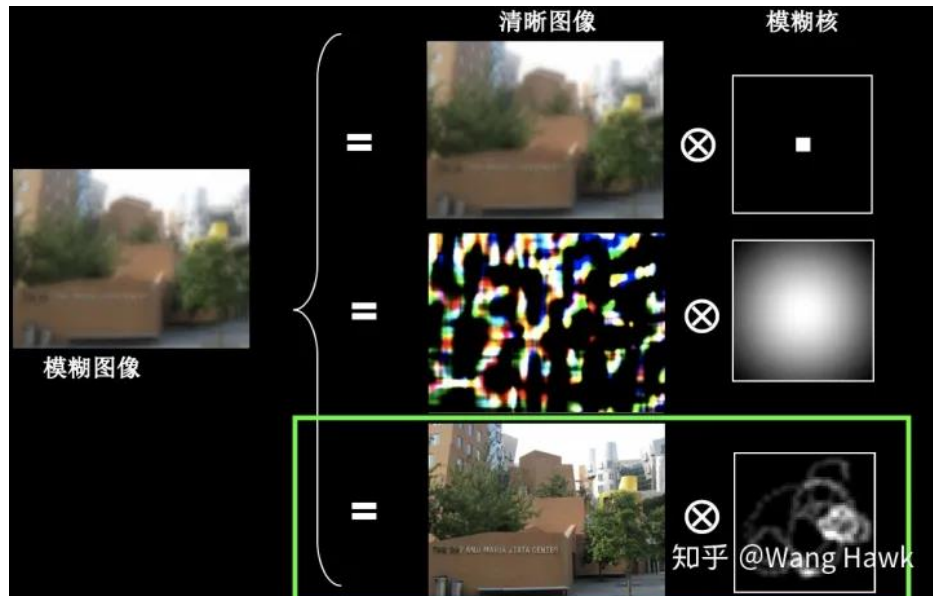


## 去卷积-手抖

Fergus et al., "Removing camera shake from a single image," SIGGRAPH 2006.

具体细节（如变分贝叶斯）就不要深究了，知道有这么个流程即可。

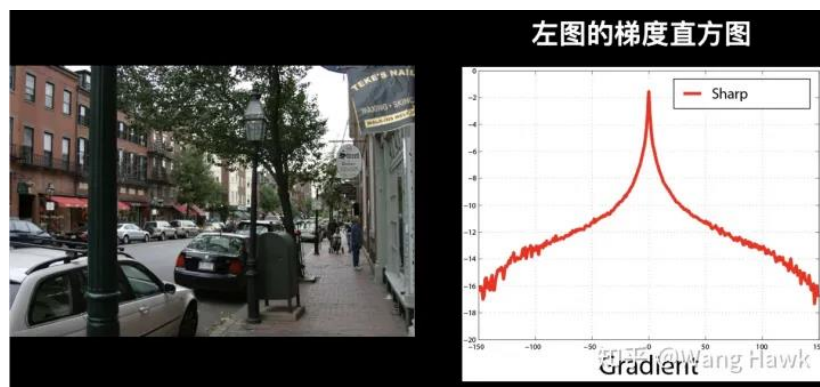
一张模糊的图像，有多种生成模式，只有最下面这种才是我们需要的，怎样才能得到它呢？



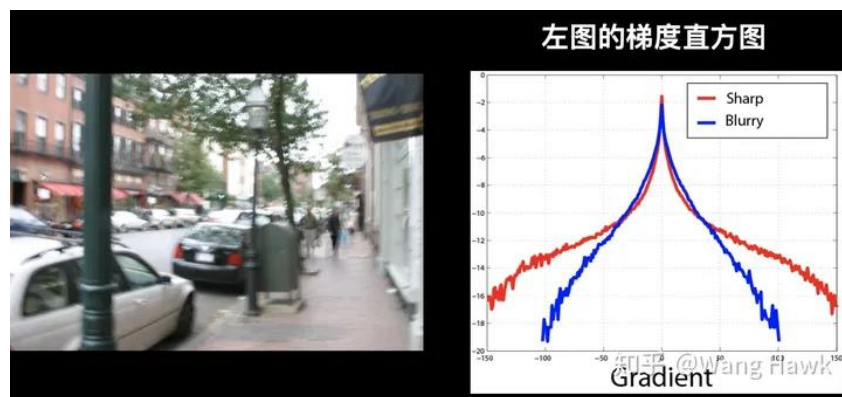
很显然，我们需要利用一些**先验信息**。有两个关键的先验信息可以帮助我们

### 一 图像的梯度分布

清晰的自然图像的梯度符合一种叫做"Heavy-Tail"的分布形态。直观上讲，一张清晰图像里面有很多平滑的区域且噪声较低，所以梯度接近 0 的像素还是占大多数。但是由于图像清晰，所以物体的边界比较明显，所以还是有很多像素的梯度较大。因此这种梯度的分布大概长这个样子（梯度直方图的纵坐标是 Log 化的密度）：



但是模糊的图像的边缘被糊掉了，所以更多的像素的梯度趋于 0，因此其梯度直方图就会变化：



## 二 模糊核的形态

我们这里展示的是相机的运动导致的模糊，那么可以认为**模糊核是稀疏的，有连续的轨迹，并且模糊核值都是非负数**。所以我们重建出来的模糊核也不是随随便便的，它必须符合上述这些特点才是一个合格的运动模糊核。

## 三 问题的数学建模

已知模糊图像  $P$ ，未知图像为  $L$ ，未知的卷积核为  $K$ 。一个基本的想法是把问题看做是求最大后验概率的问题，但标准的 MAP 求解方法来求解出  $K$  和  $L$ ，但最终效果却很差。

而在 2009 年的下面这篇著名论文中，作者 Levin 教授则提出了更深入的见解。

Understanding and evaluating blind deconvolution algorithms, CVPR 2009 and PAMI 2011, Levin, MIT

Levin 教授认为用 MAP 目标函数同时求解  $K$  和  $L$  肯定不好，有如下的原因：

1. 错误的单位卷积核比起正确的稀疏卷积核的可能性更高(Levin 的论文中有证明)

$$P(\text{可能的图像}, \text{卷积核}) > P(\text{可能的图像}, \text{卷积核})$$

知乎 @Wang Hawk

2. 上述 MAP 目标函数的变量个数具有高度的非对称性，比如对于这幅毕加索照片：



可见已知量的个数总是小于未知量的个数  $\#P < \#L + \#K$

以上两个原因就会导致用这种同时估计 K 和 L 的目标函数来做 MAP 总是无法得到好的结果。  
那有没有更好的方法呢？

Levin 认为，更好的办法是只单独估计 K，即把下面左边的问题转换为右边的问题

$$\operatorname{argmax}_{\{K,L\}} p(K, L|P) \implies \operatorname{argmax}_K p(K|P)$$

这样，已知量的个数就远远大于未知量的个数  $\#P \gg \#K$

这里的  $p(K|P)$  是相对于 L 的边际概率，即：

$$p(K|P) = \int_L p(K, L|P) dL$$

知乎 @Wang Hawk

简单来说，就是对每一个可能的 K，我们都要在所有可能的 L 上求取其后验概率，并把这些后验概率值加起来，得到  $p(K|P)$ 。你应该可以感觉到求这样的边际概率也是很不容易的事情，计算量非常复杂。于是很多学者采用了近似的方式来进行求解。回到我们开头介绍的 Fergus 的论文，作者是采用了“变分贝叶斯(variational Bayesian)”方法来近似后验概率的表示和求取

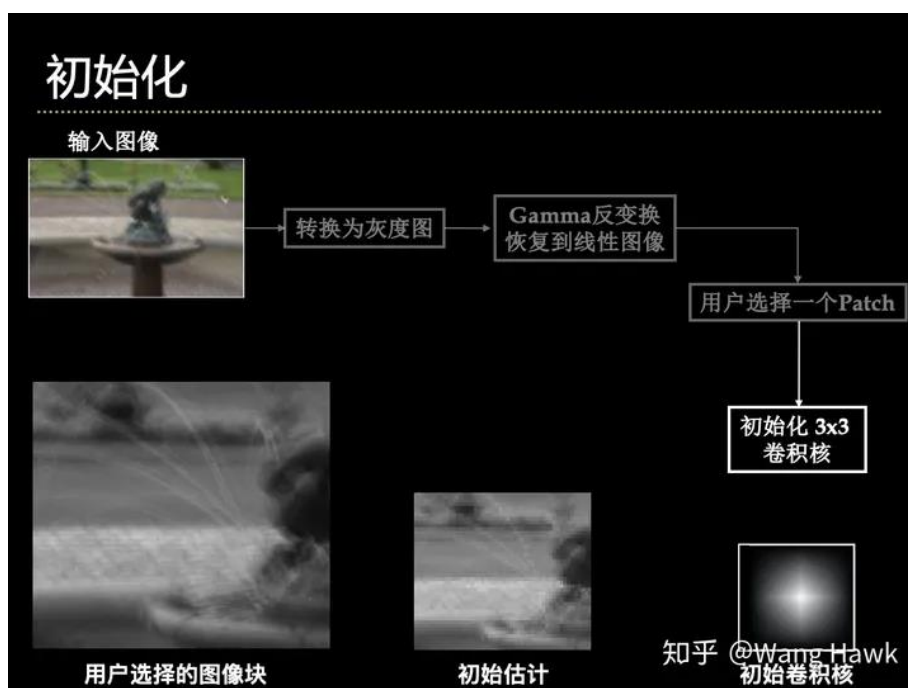
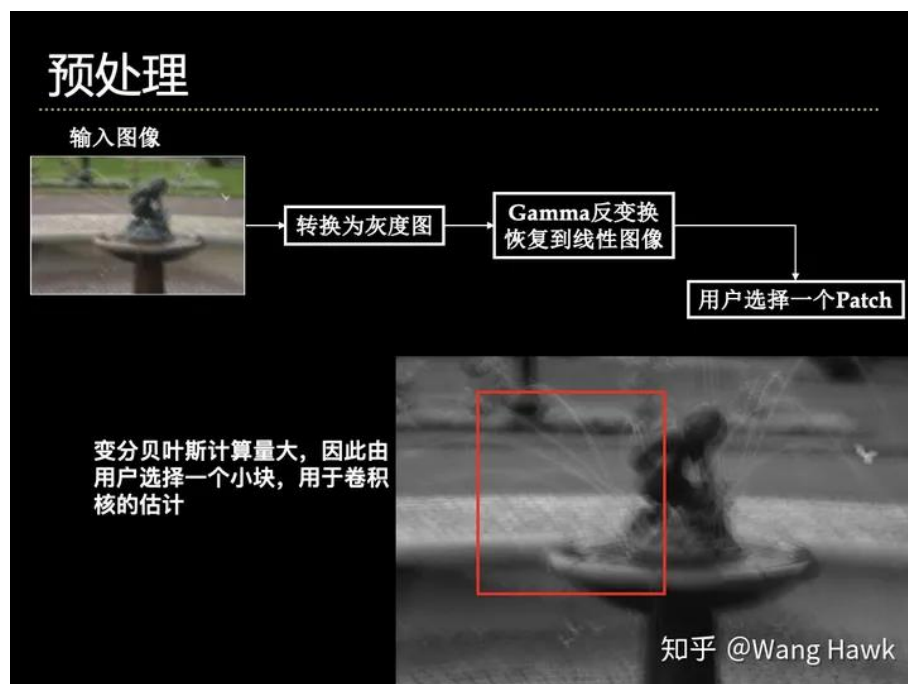
Fergus 证明了这种方法能得到远比原始的同时求取 K 和 L 的 MAP 算法好。



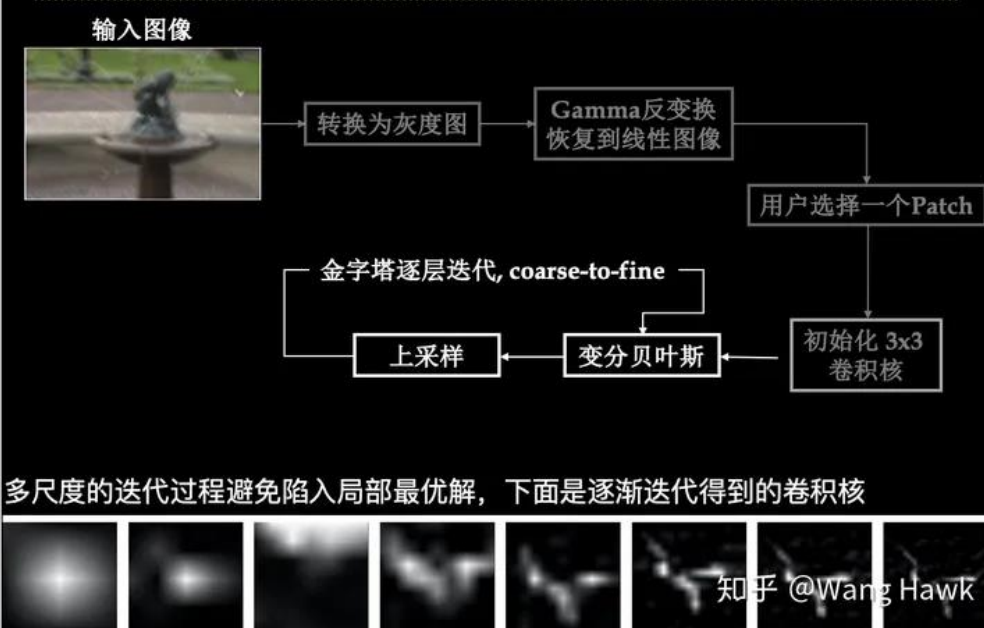
## 四 完整的流程

在论文中, Fergus 展示了其完整的盲去卷积的流程:

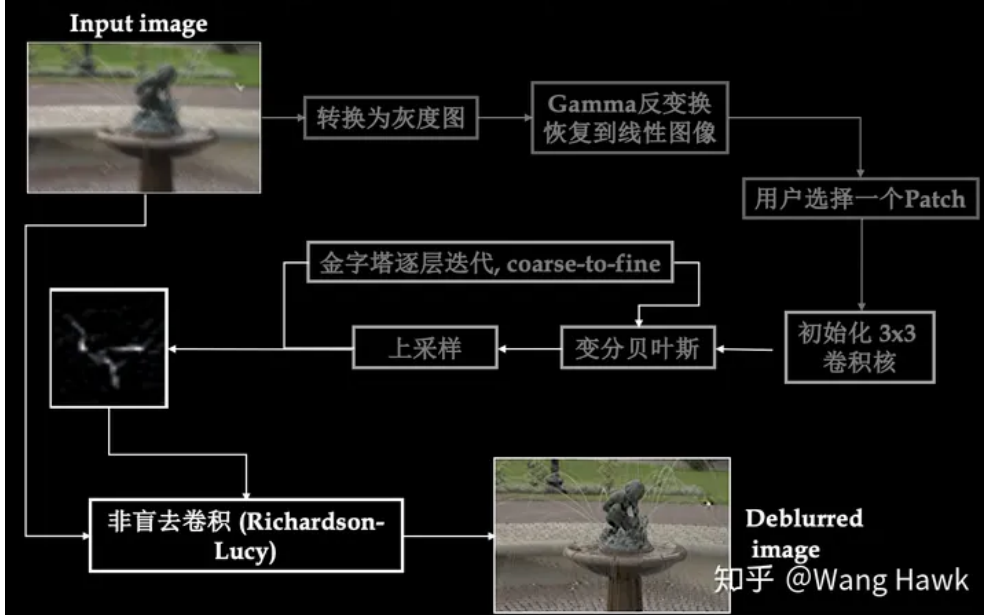
1. 预处理图像, 为了降低计算量, 并得到良好的结果, 需要用户来选择一个图像块。
2. 利用变分贝叶斯, 估计卷积核  $K$ 。为了避免陷入局部最优, 采用了 coarse-to-fine 的策略
3. 利用标准的非盲去卷积方法, 重建清晰图像  $L$ 。采用了去卷积的 Richardson-Lucy 算法。+



## 多尺度迭代，估计模糊核K



## 利用非盲去卷积方法实现图像重建



### 五 其他

参考资料: [zhuanlan.zhihu.com/p/105500403](https://zhuanlan.zhihu.com/p/105500403)，具体细节可以进一步看该文章和论文