

Prácticas Recursividad

Elementos de Programación y Estructuras de Datos

Universidad Mayor de San Simon

Departamento de Informática - Sistemas

Ma. Leticia Blanco Coca

2-2016

Los ejercicios planteados en este documento,
fueron creados para realizar prácticas en clase
y recopilados de exámenes de la materia.
Algunos extraídos de fuentes externas y otros son
la creación de docentes y auxiliares de la materia.

Esta práctica está en constante actualización,
si observas algún error, reportalo a:
leticia.blanco@gmail.com. Muchas gracias !!!!

1. Encuentra un método que permita definir la potencia de un número. Los datos son **a** y **b** y lo que se desea es calcular **a** elevado a la **b**.
2. Escribe un proceso recursivo que permita decidir si un número natural **n** es primo o no.
3. Escribe un proceso recursivo que permita calcular la cantidad de dígitos que tiene un número positivo **n**.
4. Se desea encontrar los factores primos de un número **n**.
5. Diseña una clase **Secuencia** que represente una secuencia de números enteros positivos.
6. Añade a la clase **Secuencia**, un método que permita sumar los elementos de la secuencia.
7. Añade a la clase **Secuencia**, un método que permita encontrar el mínimo elemento de la secuencia.
8. Añade a la clase **Secuencia**, un método que permita ordenar los elementos de la secuencia.
9. Añade a la clase **Secuencia**, un método que permita buscar un elemento **x**.
10. Añade un método a la clase **Secuencia**, que permita aplicar un functor **f**. Un **Functor** es una clase de objetos que tiene la finalidad de especificar funciones que se realizarán sobre elementos enteros. Cuenta con las operaciones: **operar(int uno)** y **operar(int uno, int dos)**, ambas operaciones a su vez devuelven un **int**. Por ejemplo se podría tener el Functor **multi**, que básicamente, a través de sus métodos operar permiten multiplicar elementos del tipo **int**.
11. Añade un método a la clase **Secuencia**, que permita sumarlo con otra secuencia.
12. Bajo la suposición de que un objeto de la clase **Secuencia** se puede utilizar para representar un vector, añade un método a la clase **Secuencia**, que permita realizar producto escalar con otro vector.
13. Se desea sumar los números primos de una secuencia de números.
14. Escribe un método que permita saber si todos los dígitos de un número **n**, son pares.
15. Escribe un proceso recursivo que permita decidir si un número natural **n** es divisible entre 11. Dado que se sabe que un número es divisible entre 11, si y solo si la suma de los dígitos de posición par menos la suma de los dígitos de posición impar es un múltiplo de 11. Por ejemplo: sea $n = 2341675$, entonces $(5 + 6 + 4 + 2) - (7 + 1 + 3) = 6$, que no es múltiplo de 11, por lo tanto **n** no es divisible entre 11.
16. Se dice que **n** es un número que explota, cuando éste explota en varios fragmentos más chicos que él, dada una bomba. Si se tiene que **n** es el número y **b** la bomba, tales que **n** es mayor que **b**, se puede hacer que **n** explote en dos números $n1 = n / b$ y $n2 = n - (n/b)$. Pero **b** es una bomba que produce una reacción en cadena, si **n1** o **n2** son mayores que **b**, éstos también explotan con la regla anterior, hasta que se encuentre que el número no es mayor que **b**, entonces se dice que ya no se puede explotar el número. Por ejemplo, si $n = 10$ y $b = 3$, entonces **n** explota en los pedazos: 3, 2, 1, 1 y 3. Escribe un proceso que permita mostrar los pedazos del número **n**, dado que se tiene la bomba **b**.
17. Dado una cadena **c**, escribir procesos recursivos para resolver cada uno de los siguientes problemas:
 - a) Contar la cantidad de veces que aparece un carácter **x** en **c**. Ej: para **c** = “elementos de programación” y **x** = ‘e’, el resultado es 4.
 - b) Generar una cadena **c1** equivalente a la cadena **c**, pero invertida. Ej: para **c** = “comer” el resultado es **c1** = “remoc”.
 - c) Contar la cantidad de vocales que tiene **c**. Ej: para **c** = “elementos de programación”, el resultado es 10.

18. Definimos número promedio de un número entero positivo, al número que se obtiene de sumar sus dígitos de posiciones pares y restar sus dígitos de posiciones impares. Escribir un planteo recursivo para obtener el número promedio de un entero positivo dado. Ej.: el número promedio de 318547 es -2 pues $-3+1-8+5-4+7 = -2$.
19. Escribir una solución recursiva que calcule la función de Ackerman para valores de **m** y **n** dados. La función de Ackerman se describe del siguiente modo:

$$\mathbf{A(m, n) = n + 1, \text{ si } m = 0}$$

$$\mathbf{A(m, n) = A(m-1, 1), \text{ si } n = 0}$$

$$\mathbf{A(m,n) = A(m-1, A(m,n-1))}, \text{ si } m \text{ es mayor que } 0 \text{ y } n \text{ es mayor que } 0$$
20. Escribir una solución recursiva que retorne verdadero si una palabra es un palíndromo (una palabra es palíndromo cuando puede leerse igual de izquierda a derecha que de derecha a izquierda).
21. Implementar una solución recursiva que calcule la suma de los primeros **n** números pares que no son múltiplos de 4.
22. Escribir un proceso recursivo que muestre una media pirámide de dígitos como se muestra en la siguiente figura:

```

1
21
321
4321
54321
654321
7654321
87654321
987654321

```
23. Se define un **número de dígitos incrementales**, a todo número natural $\mathbf{n = d_m \dots d_1 d_0}$, tal que **d_{i+1} es menor igual que d_i** . Por ejemplo: 1227, 359, 88, 139 son números de dígitos incrementales. Escribir un proceso recursivo para decidir si un número **n** es un número de dígitos incrementales.
24. Considera el anterior ejercicio, pero adaptalo para decidir si un número natural **n**, es un número de dígitos decrementales.
25. Definimos inverso simple de una secuencia de caracteres, al inverso de la secuencia sin sus repeticiones consecutivas. Por ejemplo, el inverso simple de **aaabccdddaebbb** es **beadcba**. Escribir un proceso recursivo para obtener el inverso simple de una secuencia de caracteres.
26. Escribir un proceso recursivo para reconocer si una cadena dada es de la forma **anbn**; es decir **n a's** consecutivas seguidas de **n b's** consecutivas.
27. Realizar un proceso recursivo que devuelva el **n-ésimo** elemento de menor valor en una secuencia de enteros positivos. Por ejemplo, si la secuencia contiene los valores 12, 7, 3, 9, 1, 5, 21 y **n = 1** devuelve 1, si **n = 2** devuelve 3, si **n = 5** devuelve 9 y si **n = 28** devuelve -1, que indica que ha habido un error.
28. Dadas dos cadenas **c1** y **c2**, diseñar procesos recursivos para:
 - a) Decidir si **c1** es prefijo de **c2**. Ej.: prefijo("lo", "lombriz")= True; prefijo("árbol", "árboles")= False.
 - b) Decidir si **c1** es sufijo de **c2**. Ej.: sufijo("árbol", "teclado")= True; sufijo("soga", "mantel")= False

29. Escribir un proceso recursivo para determinar si un número positivo **n** es par, usando como pista la siguiente afirmación: Un número **n** es par si su predecesor es impar; un número **n** es impar si su predecesor es par.
30. Dado un número entero **n**, escribir un proceso recursivo para determinar cuántos dígitos pares ocupan posiciones impares en **n**. Ej.: para **n = 22005** el resultado es 2. Para **n = 201414**, el resultado es 1.
31. Escribir un proceso recursivo que dado un monto en pesos **m**, imprima el detalle de monedas y billetes para representar esa cantidad con la menor cantidad de billetes y monedas. Tener en cuenta que se tiene billetes de 100, 50, 20, 10, 5 y 2 pesos y monedas de 1 peso, 50, 25, 10, 5 y 1 centavo.
32. Dado un número entero positivo, se pide eliminar las segundas ocurrencias repetidas de dígitos.

Por ejemplo:

```
n = 2356342
el resultado sera
res = 56342
```

33. Dado un número entero positivo, se pide eliminar las primeras ocurrencias repetidas de dígitos.

Por ejemplo:

```
n = 2356342
el resultado sera
res = 23564
```

34. Encuentra la subsecuencia descendente más larga de una secuencia de elementos ordenables.

Por ejemplo:

```
sec = {2, 3, 5, 4, 3, 4, 2}
el resultado sera
res = {5, 4, 3}
```

35. Se pide encontrar la n-sima fila del triángulo de Pascal.

El triángulo de Pascal es el siguiente:

```
0          1
1          1  1
2          1  2  1
3          1  3  3  1
4          1  4  6  4  1
```

y asi sucesivamente.....

36. Se pide transponer un histograma ascendente armónico.

Por ejemplo:

```
*
***
***
****
*****
```

el resultado sera

```
*
*
**
****
****
*****
```

37. Rotar una onda en campana

Por ejemplo:

```
***
*****
*****
*****
```

el resultado sera

```
*
**
***
****
****
****
***
**
*
```

38. Dada una secuencia de elementos se pide encontrar el conjunto clausura del mismo.

Por ejemplo:

```
sec = {1,5,6}
el resultado sera
res = {{},{1},{5}, {6}, {1,5}, {1,6}, {5,6}, {1,5,6}}
```

39. Dada una cadena extendida se pide encontrar su formato reducido, el que indica el caracter de la cadena y la cantidad de veces que aparece.

Por ejemplo:

```
cad = gggbdddeewwasss
el resultado sera
res = g3b2d2e3w2a1s3
```

40. Se pide eliminar las ocurrencias consecutivas impares de una cadena.

```
Por ejemplo:
  cad = aaabbabbaa
el resultado sera
  res = aabbbbbaa
```

41. Se pide eliminar las ocurrencias consecutivas pares de una cadena.

```
Por ejemplo:
  cad = aaabbabbaa
el resultado sera
  res = ababa
```

42. Dada una cadena, se pide indicar cuántas veces existe un patron de forma exacta en la cadena original.

```
Por ejemplo:
  cad = aaabbabbaa
  patron = abba
el resultado sera
  res = 2
```

43. Dada una cadena, se pide decidir si un patron se encuentra dentro de la misma por aproximación.

```
Por ejemplo:
  cad = aaabbabcaba
  patron = aba
el resultado sera
  res = 2
```

Ya que existe por semejanza de caracteres en la subcadena abba y en aba, pero no así en abca, ya que c genera la desigualdad

44. Se pide encontrar los n números primos de la secuencia de fibonacci.
45. Dado un texto se pide encontrar las palabras que ocurren en el mismo además del número de esas ocurrencias.

```
Por ejemplo:
  cad = "lo que no me mata me fortalece"
el resultado sera
  res = {("lo",1),("que",1),("no",1),
        ("me",2),("mata",1),("fortalece",1)}
```

46. Dado un tablero de ajedrez, ubique 8 reinas sin que ninguna de ellas se ataque, es decir corra peligro.

47. Se conoce que la mafia china es muy organizada y protege mucho a sus miembros, cuando deciden asistir a una reunión se dispone de una cantidad de chinos que asisten, y ellos se ubican de forma que al mirarlos frontalmente generan cierto respeto y temor. A continuación se tiene una serie de posibles reuniones y su nivel y la apariencia que se tiene del grupo que va a la reunión vistos frontalmente:

Nivel reuni'on	Vista frontal de la delegaci'on
1	(-.-)
2	(-.(.-.)-.)
3	(-.(.-.(.-.)-.)-.)
4	(-.(.-.(.-.(.-.)-.)-.)-.)

Considerando esta descripción, dise

na los procesos recursivos que permitan mostrar la apariencia del grupo de chinos que asistena a una reunion de nivel n.

48. Se tiene una cadena *cad* y se quiere saber cual es la subcadena mas larga que existe en *cad* que respete un patron *pat*. Por ejemplo; si se tienen los siguientes casos de entrada:

```
Caso1 : cad es AAABBBBCCABCCABCBABCBBAABBB
        pat es ABC
Caso2 : cad es AAABBBBABCBBB
        pat es ABC
Caso3 : cad es AAABBBB
        pat es ABC
Caso4 : cad es A
        pat es ABC
```

Las salidas serán:

```
Caso1 : 9
Caso2 : 3
Caso3 : 0
Caso4 : 0
```

49. Se tiene una cadena que representa una onda digital de se
nales L (Low) y H (High). Se pide encontrar la cantidad de ondas que respresenta.
Por ejemplo si se tiene la cadena HHHHLLLLHHHHHLLHLLHH, su onda digital se puede ver algo asi:

```
----|----|----|--|--
    |____|    |__|  |__|
```

en esta linea se observan 5 ondas marcadas. Por lo que la respuesta es 5.

50. Se tiene una cadena que representa una onda digital de se
nales L (Low) y H (High). Se pide mostrar la onda que representa utilizando { _ , | }, tal como se muestra en el siguiente ejemplo: si se tiene la cadena HHHHLLLLHHHHHLLHLLHH, su onda digital se puede ver algo asi:

```
----|----|----|--|--
    |____|    |__|  |__|
```


51. Se pide hacer el (los) método(s) recursivo(s) necesarios para rotar a derecha los elementos de una matriz en n posiciones a 0.

Si por ejemplo se tiene una matriz de 5x6

```
6 5 3 6 4 2
4 6 7 9 2 4
5 6 7 2 3 1
5 6 3 4 2 1
1 8 9 3 2 0
```

y un n de rotación 3 el resultado será:

```
6 4 2 6 5 3
2 4 4 6 7 9
1 5 6 7 2 3
5 6 3 4 2 1
1 8 9 3 2 0
```

Pero si se considera la matriz de 5x6

```
6 4 2 6 5 3
2 4 4 6 7 9
1 5 6 7 2 3
5 6 3 4 2 1
1 8 9 3 2 0
```

y el nivel de rotacion fuera 7, el resultado se obtiene en dos vueltas:

La primera:

```
3 6 4 2 6 5
2 4 4 6 7 9
5 6 7 2 3 1
3 4 2 1 5 6
3 2 0 1 8 9
```

La segunda:

```
6 5 3 6 4 2
9 2 4 4 6 7
5 6 7 2 3 1
3 4 2 1 5 6
3 2 0 1 8 9
```

52. Una red de mensajes en cadena ha encontrado una forma de repartir los mismos de manera que se pueda cubrir a la mayor gente posible.....Para ello han decidido usar una teoría, la misma que empieza enviando **X** mensajes, y a partir de este número se van enviando los mensajes de acuerdo a una teoría progresiva. Se termina de entregar los mensajes una vez que se encuentra 1. Sin embargo, no se sabe a ciencia cierta la teoría, lo único que se tiene son algunas fórmulas sueltas:

$$X/2 \quad \text{y} \quad X * 3 + 1.$$

y ejemplos de cómo se aplica:

CASO 1:

5, 16, 8, 4, 2, 1

CASO 2:

9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

CASO 3:

10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

CASO 4:

6, 3, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

CASO 5:

13, 40, 20, 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1

a. En base a los casos deduce la teoría que se aplica para enviar los mensajes

b. Escribe el (los) método(s) RECURSIVO(S) necesario(s) para saber cuántos mensajes se han enviado en total si se empieza con **X** mensajes. Este resultado se obtiene sumando la cantidad de mensajes sucesivos que se envían. Para dar un ejemplo: en el CASO 1: se envían 36 mensajes.

53. Se puede mostrar un número a través de una sucesión de funciones matemáticas de **sin** dado que se tiene las siguientes definiciones:

$$\text{Sea } A_n = \sin(1 - \sin(2 + \sin(3 - \sin(4 + \sin(n))))$$

$$\text{Sea } S_n = ((A_1 + n)A_2 + n - 1)A_3 + \dots + 2)A_n + 1$$

Dado un **n** imprimir S_n

Se sabe que la entrada **n** es un número entero, tal que $1 \leq n \leq 200$

Y la salida del proceso será una línea que contiene S_n

Por ejemplo, si la entrada **n** es 3, entonces la salida es: $((\sin(1) + 3)\sin(1 - \sin(2)) + 2)\sin(1 - \sin(2 + \sin(3))) + 1$

Escribe el (los) método(s) RECURSIVO(S) necesario(s) para dado un número entero **n**, permite mostrar S_n

54. Se tiene un pequeño saltarin que camina sobre una cinta eléctrica hacia atrás o hacia adelante, esta cinta tiene etiquetada cada celda con una letra, el trabajo del saltarin es indicar los saltos y de que tamaño debería hacer para poder formar una palabra en base a sus saltos. Una condición es que debería saltar a la posición más próxima válida para lograr su objetivo de formar la palabra. En caso de que se tengan dos opciones iguales se debe privilegiar el salto “adelante”.

Por ejemplo, si se tiene la cinta con las letras

$\{s, m, r, t, a, e, i, v, u, r, w, f, g, s, r, y, f, z, e, u, a, t, j\}$

Y el saltarin empieza en la posición 0 y se quiere formar la palabra *fuerza*, el saltarin debería dar los siguientes saltos: 12 adelante, 3 atrás, 3 atrás, 3 atrás, 15 adelante, 3 adelante.

Realiza el (los) método(s) RECURSIVOS necesarios para poder dar el reporte correcto del saltarin, en busca de su objetivo. Si no puede lograr el objetivo se debe emitir mensaje “IMPOSIBLE”.

55. Dada una secuencia de números enteros positivos, encuentre la secuencia de secuencias que permita tener tantos enteros como sean posibles de acuerdo al siguiente comportamiento:

CASO 1:

ENTRADA:

```
sec = {5, 16, 8, 4, 2, 1}
```

SALIDA:

```
secSec = {{1,2,3,4,5},
          {1,2}}
```

CASO 2:

ENTRADA:

```
sec = {9, 28, 14, 7, 22, 11, 34, 17, 52, 26, 13, 40, 20, 10,
       5, 16, 8, 4, 2, 1}
```

SALIDA:

```
secSec = {{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7},
          {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11},
          {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17},
          {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13},
          {1, 2, 3, 4, 5},
          {1, 2}}
```

CASO 3:

ENTRADA:

```
sec = {10, 7, 16, 8, 4, 2, 1}
```

SALIDA:

```
secSec = {{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7},
          {1, 2}}
```

CASO 4:

ENTRADA:

```
sec = {6, 10, 16, 8, 4, 1}
```

SALIDA:

```
secSec = {}
```

Escribe el (los) método(s) RECURSIVO(S) necesario(s) para obtener la secuencia de secuencias resultante, dado que se tiene una secuencia origen.

56. Un número es divisible por 7 cuando separando la primera cifra de la derecha, multiplicándola por 2, restando este producto de lo que queda a la izquierda y as sucesivamente, da cero o múltiplo de 7.

Por ejemplo, los siguientes números son divisibles entre 7, porque:

Ejemplo 1:

```
2'1  1*2 = 2
-2
===
0 es divisible entre 7
```

Ejemplo 2:

```
2633'4  4*2 = 8
-8
=====
2625
262'5  5*2 = 10
-10
===
252
25'2  2*2 = 4
-4
```

```

===
21
2'1      1*2 = 2
-2
===
0  es divisible entre 7

```

Cuando la diferencia es mayor que 9 el proceso se repite.

Prueba este método con el ejemplo el 467, que no es divisible entre 7.

Define el (los) proceso(s) necesario(s) recursivo(s) para resolver si un numero n es divisible entre 7.

57. Se dice que un número es autocontenido básico de base n, cuando leído de izquierda a derecha este representa una secuencia ascendente de las potencias de n. Además se quiere saber la cantidad de autocontención que tiene el número, dado que la autocontención se define como la cantidad de potencias que existen en el número. En caso de que no sea un numero autocontenido, la respuesta es -1.

Por ejemplo:

```

CASO 1:
numero = 1101001000100001000001000000
base   = 10
La respuesta es 6 autocontenciones
CASO 2:
numero = 1392781
base   = 3
La respuesta es 5 autocontenciones
CASO 3:
numero = 1248163254
base   = 2
La respuesta es -1 autocontenciones

```

Realiza el(los) procesos RECURSIVOS necesarios para resolver el problema

58. Una entidad bancaria proporciona un número de identificación personal (un entero positivo) a cada uno de sus usuarios. El usuario de una tarjeta debe teclear su número de identificación para poder utilizarla. Las terminales de la entidad traducen dicho número a una forma cifrada (también un entero positivo). Si ésta clave coincide con la forma cifrada grabada en la tarjeta, el usuario podrá utilizarla para llevar a cabo las operaciones deseadas.

Un número de identificación cuya representación decimal sea $d_1 d_2 \dots d_n$ (donde n es el número de cifras y cada cifra d_i es un valor numérico comprendido entre 0 y 9; por ejemplo para 2145, $n = 4$ y $d_1 = 2, d_2 = 1, d_3 = 4, d_4 = 5$) se transforma en su correspondiente clave de la siguiente manera:

- Si $n = 1$ la clave es $d_1 * 7$.
- Si $n > 1$ la clave es $(d_n \bmod 3) + d_n * c$ siendo c la clave de $d_1 d_2 \dots d_{n-1}$.

Se pide escribir el los métodos RECURSIVOS necesarios para que dado un número de identificación la transforme en su clave de identificación.

59. Debes escribir un programa que permita dada una cadena y un numero que indentifica el ancho de columna, partir esta cadena de tal manera que quepa en el ancho estipulado por la columna. Debes tratar de que las palabras no sean cortadas y debes justificar al ancho.

Como un procesador de textos, la ultima linea por supuesto no debe ser justificada y mas bien debe generar un retorno de linea.

Ejemplo 1 Si se tiene como entrada:

Esta es una prueba de lo que se puede escribir en 100 espacios.

y el numero de columna es: 100

La salida es:

Esta es una prueba de lo que se puede escribir en 100 espacios.

Ejemplo 2 Si se tiene como entrada:

Esta es una prueba de escribir un texto en columnas de 50 de ancho. Que es muy diferente a lo que se puede escribir en 100 espacios.

y el numero de columna es: 50

La salida es:

Esta es una prueba de escribir un texto en columnas de 50 de ancho. Que es muy diferente a lo que se puede escribir en 100 espacios.

Sobre la base de esta descripción se requiere que realices el (los) método(s) necesario(s) RECURSIVOS para resolver el problema.

60. Se dice que un número es **siames**, si la mitad del número es igual a la otra mitad del número. Por ejemplo: 123123 es un número siames, pero 434 no lo es. La condición es que hagas el método **siames** recursivo, si tienes que usar otros métodos éstos también deben ser recursivos.
61. Escriba el(los) método(s) recursivo(s) necesario(s) para dado un numero de dos cifras n, se pueda dibujar ya sea: una V, un triángulo, una U o un rectángulo.

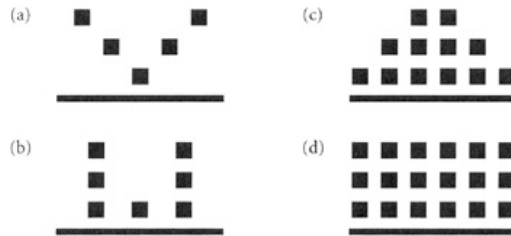
La cifra de las unidades de este número define el alto de la figura, y la cifra de las decenas define qué figura se tendrá. Si la cifra de las decenas es par y múltiplo de 4, entonces se dibuja una V, si es si es impar y múltiplo de 3 se dibuja un triángulo, si es par, múltiplo de 2 y no de 4, entonces se dibuja una U, para el resto de los casos se dibuja un rectángulo.

Por ejemplo, considerando la figura 61 y si se tiene:

- el número 43, se dibujaría la figura de la opción a),
- en caso de que sea 93 se dibujaria lo que se muestra en el inciso c),
- si se tiene 63 se dibujaría lo que se tiene en b) y
- finalmente si se tiene 13 se dibuja lo que se muestra en inciso d).

Para realizar este dibujo puedes utilizar asteriscos. debes considerar los espacios que tienen estas figuras para verse bien.

62. Dado un número entero positivo, se pide conseguir un número que no contemple repetición de dígitos. Se debe eliminar las segundas ocurrencias de repetición de los dígitos.



Por ejemplo:

Si el numero es:

$n = 345436456$

El numero resultante sera:

$res = 3456$

Realiza el (los) proceso(s) recursivo(s) necesario(s) para resolver el problema

63. Un número puede ser transformado para volver a ser el mismo. Para ello se toma el digitos de las unidades del numero y se junta con el digito de las unidades del numero resultante de la suma de los digitos del numero original

Por ejemplo, por ejemplo el 26 sufre de 4 transformaciones para volver a ser el mismo

Inicio	Sume los dos digitos	Combine los dos digitos
26:	2+6=08:	"6"y"8"=68
68:	6+8=14:	"8"y"4"=84
84:	8+4=12:	"4"y"2"=42
42:	4+2=06:	"2"y"6"=26

Realiza el (los) proceso recursivos necesarios para dado un numero entero positivos entre 0 y 99 inclusive, indique la cantidad de transformaciones que se requieren para poder volver a generar el número original.

64. En un país de los acertijos, se tiene definida una fórmula secreta de construcción de paredes que permite administrar de mejor forma los ladrillos que se tienen para construir las paredes. Antes de construir se requiere saber la cantidad de paredes que se pueden hacer en base a los ladrillos que se tienen y todas sus posibilidades. La condición es tratar de hacer paredes cuadradas. Por ejemplo si se tienen 1234 ladrillos de 1x1, se pueden hacer las siguientes opciones:

(1 de 35x35), (1 de 3x3);

(1 de 34x34), (1 de 8x8), (1 de 3x3), (1 de 2x2), (1 de 1x1);

(1 de 33x33), (1 de 12x12), (1 de 1x1);

y así sucesivamente

No se quiere tener dos paredes de la misma dimensión.

Entonces se tiene como entrada el número de ladrillos y las dimensiones de los ladrillos l y a y en base a las mismas, se quiere obtener las secuencias posibles de paredes que se pueden construir. Realiza el (los) método(s) recursivo(s) necesario(s) para obtener las distintas opciones de construcción.

65. Hacer el(los) método(s) recursivo(s) necesario(s), para calcular la raíz cúbica de un número de la siguiente manera:

Si $N=1$ el cubo se obtiene de $1 = 1$

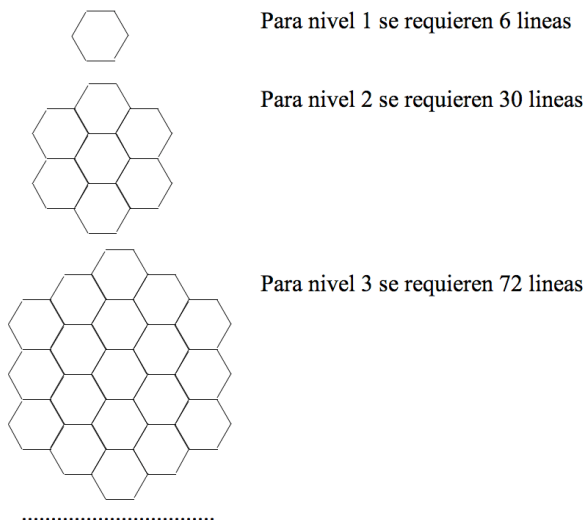
Si $N=2$ el cubo se obtiene de $3 + 5 = 8$

Si $N=3$ el cubo se obtiene de $7 + 9 + 11 = 27$

Si $N=4$ el cubo se obtiene de $13 + 15 + 17 + 19 = 64$

y as sucesivamente.

66. Se pide diseñar proceso(s) recursivo(s) necesario(s) para encontrar la cantidad de líneas que se requieren para construir hexágonos de crecimiento de nivel n , como se muestra en la figura 66.



67. Se dice que una frase es un **Tautograma** si las palabras que están en la frase comienzan con la misma letra.

Caso 1

Si la frase es:

Flowers Flourish from France

La respuesta es verdad

Caso 2

Si la frase es:

Sam Simmonds speaks softly

La respuesta es verdad

Caso 3

Si la frase es:

Peter EpIckEd PePPers

La respuesta es falso

Escribe el (los) método(s) recursivo(s) necesario(s) para dada una frase, decidir si es o no **tautograma**.

68. Dentro el mundo matemático hay muchas relaciones numerales interesantes una de ellas son los numeros poligonales.

Se pueden formar pentágonos de distintos niveles de crecimiento, juntando círculos como muestra en la Figura 1. Dada esta relación se pide escribir el (los) proceso(s) necesarios RECURSIVOS para encontrar la cantidad de círculos necesarios para tener un pentágono de nivel n.

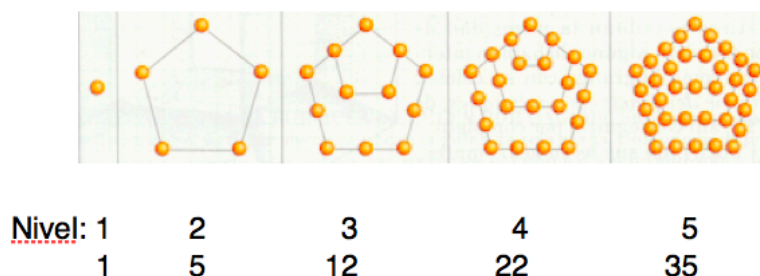


Figura 1: Número pentagonal

69. En el país de los acertijos, nuestro matemático reconocido **Ibn Albania**, ha encontrado una relación interesante entre números y operaciones aritméticas. Entre ellas una de las más curiosas es la siguiente

$9 \times 9 + 7 = 88$
 $98 \times 9 + 6 = 888$
 $987 \times 9 + 5 = 8888$
 $9876 \times 9 + 4 = 88888$
 $98765 \times 9 + 3 = 888888$

 Y así sucesivamente

En base a esta relación, se desea dado un número entero de entrada encontrar su equivalente en términos de la operación de la multiplicación y suma si es posible.

Por ejemplo,

ENTRADA: 8
 SALIDA: "No es posible"

ENTRADA: 8888
 SALIDA: "987 x 9 + 5"

ENTRADA: 675
 SALIDA: "No es posible"

Realiza el(los) método(s) RECURSIVO(S) necesario(s) para resolver el problema.

70. En la química orgánica se tienen cadenas de Carbono e Hidrógenos juntos, que forman distintas clases de alcanos; que se diferencian unos de otros por la cantidad de carbonos que existen. La forma de encontrar además la nominación correcta es considerando la cadena lineal más larga que se pueda tener, la misma que da la nominación básica y encima de esa se obtienen otras más, que se basan en las ramificaciones existentes sobre la cadena lineal principal. Lo importante por el momento es identificar la cadena más larga lineal de carbono que se pueda hallar en una composición. Por ejemplo si se tiene, la composición:


```

. C . . . . .
C C . C . . . . .
. C . C . . . . C . .
. C . C . . . . C . .
. C C C C C C C C . .
. C . . . . .
. C . . . . .

```

donde el C , significa la existencia de Carbono y $.$ la no existencia de Carbono, se tiene que la cadena lineal mas larga es de 15 Carbonos.

Se pide, dada una composición - que es una matriz de símbolos $\{C,.\}$, encontrar la cadena lineal más larga de carbonos; para ello debes considerar tu solución de forma RECURSIVA.

71. Se desea hacer proceso(s) recursivo(s) necesario(s), para poder eliminar las ocurrencias consecutivas de un mismo caracter siempre y cuando sea ocurrencias impares, por ejemplo: si se tiene **aaa** se reduce a **aa**, en cambio las **a** se reduce a la cadena vacia. Por supuesto si se tiene la cadena **aabab** esta se reduce a **aa**. Por lo tanto, la cadena resultante puede tener más de una ocurrencia consecutiva de un caracter siempre y cuando sea en una cantidad par. A continuación, se muestran dos ejemplos más complejos con sus soluciones:

Ejemplo 1 Entrada:

aabbbaaaaccaabbccacda

Salida:

aabbbaaaaccaabbcc

Ejemplo 2 Entrada:

bbbdhhsagguyyyrrmmddee

Salida:

bbhhggyrrmmddee

72. Dado un conjunto de enteros positivos desordenados, se pide encontrar la suma de ascendientes mas grande que existe en la secuencia. Por ejemplo si se tiene la siguiente secuencia: 1, 4, 3, 5, 36, 2, 6, 8, 9, 3, 2, 4, 27. Se tienen las secuencias ascendientes siguientes: (1, 4), (3, 5, 36), (2, 6, 8, 9), (3), (2, 4, 27), la respuesta debiera ser 44. Realiza el (los) metodo(s) RECURSIVOS necesario(s) que permitan resolver el problema.
73. Realizar el (los) proceso(s) recursivos(s) que devuelva(n) el primer término de la serie de números primos que cumpla que tiene "n" dígitos. El parámetro del proceso es "n".
74. Dado un conjunto de números, se desea encontrar el conjunto clausura = n. A continuación se tienen tres casos como ejemplo:

Ej1. Dado el conjunto $A = \{3, 5, 6, 2, 8, 10, 23, 9\}$, se quiere encontrar el conjunto clausura = 2, el resultado seria:

$$A^2 = \{\{3, 5\}, \{3, 6\}, \{3, 2\}, \{3, 8\}, \{3, 10\}, \{3, 23\}, \{3, 9\}, \{5, 6\}, \{5, 2\}, \{5, 8\}, \{5, 10\}, \{5, 23\}, \{5, 9\}, \{6, 2\}, \{6, 8\}, \{6, 10\}, \{6, 23\}, \{6, 9\}, \{2, 8\}, \{2, 10\}, \{2, 23\}, \{2, 9\}, \{8, 10\}, \{8, 23\}, \{8, 9\}, \{10, 23\}, \{10, 9\}, \{23, 9\}\}$$

Ej2 Dado un conjunto $A = \{4, 3, 8, 10, 34\}$, se quiere encontrar el conjunto clausura = 3, el resultado seria:

$$A^3 = \{\{4, 3, 8\}, \{4, 3, 10\}, \{4, 3, 34\}, \{3, 8, 10\}, \{3, 8, 34\}, \{8, 10, 34\}\}$$

Ej3 Dado un conjunto $A = \{5, 6, 2, 3\}$, se quiere encontrar el conjunto clausura = 6, el resultado seria:
 $A^6 = \{\}$

Escribe el (los) método(s) **RECURSIVOS** necesario(s) para encontrar el conjunto clausura = n, dado un conjunto de enteros.

75. Se dice que un número es autocontenido básico de base n, cuando leído de izquierda a derecha este representa una secuencia ascendente de las potencias de n. Además se quiere saber la cantidad de autocontención que tiene el número, dado que la autocontención se define como la cantidad de potencias que existen en el número. En caso de que no sea un número autocontenido, la respuesta es -1.

Por ejemplo:

CASO 1:

numero = 1101001000100001000001000000

base = 10

La respuesta es 7 autocontenciones

CASO 2:

numero = 1392781

base = 3

La respuesta es 5 autocontenciones

CASO 3:

numero = 1248163254

base = 2

La respuesta es -1 autocontenciones

Realiza el(los) procesos **RECURSIVOS** necesarios para resolver el problema

76. Un mafioso muy conocido ha decidido irse a vivir a una gran ciudad, en la que tiene una gran cantidad de familia. Cada familiar vive sobre una misma avenida en distintas calles las mismas que están numeradas. Don Vito, quiere ubicarse en la ciudad y quiere minimizar la distancia de su casa a las casas de sus familiares. Escribe un programa que ayude a Don Vito a encontrar la mejor ubicación dado que tiene las direcciones de sus parientes y además la menor distancia que recorrerá si visita de casa en casa de acuerdo a una secuencia dada.

Por ejemplo si tiene 6 familiares y sus casas están en las calles: 2, 5, 3, 7, 4, 2. La mejor ubicación para comprarse una casa es: la calle 3, a que tiene la suma de la distancia más óptima de llegar a sus familiares.

Realiza el (los) método(s) necesario(s) **RECURSIVO(S)** para resolver el dilema de Don Vito.

77. Realiza el (los) método(s) **RECURSIVO(S)** necesarios para poder calcular los números primos menores que N con el algoritmo de la **Criba de Eratóstenes**. La Criba de Eratóstenes es un procedimiento que permite hallar todos los números primos menores que un número natural dado N. Se forma una tabla con todos los números naturales comprendidos entre 2 y N y se van tachando los números que no son primos de la siguiente manera: cuando se encuentra un entero que no ha sido tachado, ese número es declarado primo, y se procede a tachar todos sus múltiplos. El proceso termina cuando el cuadrado del mayor número confirmado como primo es mayor que N.

Ejemplo:

Determinemos, mediante este procedimiento, la lista de los números primos menores de 20.

Para ello definiremos el * como "marcado" y el - como "tachado".

Sea $N = 20$

Primer paso:

Escribamos la lista de los numeros naturales comprendidos entre 2 y 20.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
16, 17, 18, 19, 20

Segundo paso:

Marcamos el primer numero no tachado ni marcado como numero primo.

2*, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15,
16, 17, 18, 19, 20

Tercer paso:

Tachamos todos los multiplos del numero que acabamos de marcar como primo.

2*, 3, 4-, 5, 6-, 7, 8-, 9, 10-, 11, 12-, 13, 14-, 15,
16-, 17, 18-, 19, 20-

Cuarto paso:

Si el cuadrado del numero recién marcado es inferior a 20, entonces repetimos el segundo paso. Si no, el proceso termina, y todos los enteros no tachados son declarados primos.

Como $3^2 = 9 < 20$, volvemos al segundo paso:

2*, 3*, 4-, 5, 6-, 7, 8-, 9-, 10-, 11, 12-, 13, 14-, 15-,
16-, 17, 18-, 19, 20-

En el cuarto paso, el primer numero que no ha sido tachado ni marcado es 5. Como su cuadrado es mayor que 20, el proceso termina y consideraremos primos todos los numeros que no han sido tachados.

RESULTADO: Los numeros primos comprendidos entre 2 y 20 son:

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.

Se pide diseñar proceso(s) recursivo(s) necesario(s) para decidir si un numero es un supernumero. Se dice que un numero es un supernumero, si y solo si la suma de sus dígitos al cuadrado, es menor que la suma de los digitos mas significativos (excluyendo el dígito de la unidad) al cubo y esta suma a su vez es menor que la suma de los digitos mas significativos (excluyendo las decenas) elevadas a la cuarta, y así sucesivamente.

Caso 1:

$n = 111111$

no es super numero ya que la suma de sus digitos al cuadrado 6 es mayor a la suma de los cubos del numero sin unidades que es 5.

Caso 2:

n = 55432

si es supernumero, ya que la suma de los digitos al cuadrado es 79

y menor que la suma de los digitos al cubo que es 341, y 341 es menor

que la suma de los digitos mas significativos excluyendo decenas

elevado a la cuarta que es 1506.

1506 a su vez es menor que 6250 que vendria a ser la suma de los digitos

a la 5 excluyendo las centenas.

Y por ultimo 6250 es menor a 15625.

78. En la selva se han mimetizado varios leones, grrrrr....., debemos pasar la selva.... es necesario.... pero no queremos morir..... :S, - piensa Hugo; pero como debe guardar compostura y mantener la calma con sus hermanos Paco y Luis; no muestra su temor. Mas al contrario ha decidido buscar cuántos leones hay mimetizados para saber el número de balas que debe cargar si es necesario tomar alguna medida de emergencia.

Pero hay un problema y es que la selva de letras que deben atravesar puede ser muy tupida y complicada; por lo que ha decidido recordar sus dotes de programador y no ha tenido éxito. Por lo que ha solicitado que escribas un programa RECURSIVO para encontrar el número de leones, dado que se tiene la selva de letras.

Por ejemplo, si se tiene la selva:

SELVADELEJEMPLODONDESEENCUNETRANOSLEONES

La respuesta será 2.

Sin embargo si se tiene la siguiente selva:

LEONIDASUNGRANGUERRERODELAANTIGUAGRECIA

La respuesta será 1.

79. Buscando el nido especial están dos pajaritos. Pues dirás cuál es el problema?, y la respuesta es que estos pajaritos tienen requerimientos muy exquisitos del lugar donde quieren vivir. Ellos son dos pájaritos de cuello azul y les gustaría vivir en la zona que haya más pajaritos azules y por supuesto siempre y cuando exista un nidito libre.

Para ello la pajarita ha conseguido un plano de la ubicación de los nidos libres y los vecinos que circundan esos nidos. El plano es rectangular en el que los nidos libres se especifican con un * y la cualidad de los pajaritos con un letra, que es la inicial del color del pajarito vecino, es así que: **A** especifica al color "AZUL", **V** al "VERDE" y así..... debes considerar que no es posible que dos colores distintos sean explicados con la misma letra.

Debes ayudar a estos pajaritos a hallar su nido perfecto o casi perfecto!!!

Por ejemplo, si se tiene el siguiente plano de posibilidades:

```
A A A * V V V V N N N N * N N
A A V V V * V V V V V V A A A
A A A A A A A A A A A A A A
A A A A A A A A A A A A A A
V V V V V V V V V V V V V V
```

```

V V V V V V V V * V V V V A A A
V V V * V V V V V V V V A A A
V V V V V V V V V V V V A A A
A A A A A A A V A A A V A A A
A A A A A * A A V A A A V A A A
A A A V A A A A V A A A V A A A
A A A A A A A V A A V V * V
V V V A A A A A V A V V V A A A

```

Los pajaritos con esta información han decidido irse a vivir al nido ubicado en (1, 4) ya que la comunidad de sus congéneres a los que puede llegar es la mayor, que con los otros nidos. En caso de que haya más de un nido que cumpla la condición, debes responder la ubicación del primer nido que hayas encontrado.

Como habrás podido notar, a los pajaritos les parece mejor vivir en la “orilla” de una zona de sus congéneres, si eso les da mayor posibilidad de relación con los de su clase, que vivir al medio de los de su clase con un círculo social menor. Es que.... en resumidas cuentas la pajarita quiere hacer mucha vida social.

80. Considera el problema de los pajaritos, pero ahora se ha a nadado un dato más y es la información del numero de integrantes de cada familia, entonces, **A,3**, significa que en esa posición vive una familia de pájaros azules con tres integrantes.

Se te pide encontrar cual es el nido correcto para esta pareja de pajaritos, si ahora se tiene la siguiente información de la región en la cual piensan comprar su nidito.

```

A,2 A,1 A,1 *,0 V,1 V,1 V,1 V,1 V,1 N,2 N,3 N,2 N,2 *,0 N,1 N,1
A,1 A,1 V,1 V,1 V,1 *,0 V,1 V,2 V,3 V,1 V,1 V,1 V,1 A,5 A,7 A,6
A,2 A,2 A,2 A,2 A,3 A,7 A,3 A,3 A,8 A,3 A,3 A,2 A,2 A,2 A,2
A,1 A,1 A,2 A,3 A,4 A,5 A,1 A,4 A,5 A,9 A,2 A,3 A,2 A,2 A,4 A,5
V,2 V,1 V,1 V,1 V,1 V,2 V,2 V,2 V,6 V,7 V,8 V,5 V,6 V,4 V,5 V,4
V,1 V,2 V,4 V,3 V,2 V,3 V,2 V,6 *,0 V,3 V,3 V,2 V,2 A,1 A,1 A,1
V,1 V,1 V,2 *,0 V,1 V,5 V,3 V,3 V,2 V,1 V,1 V,1 V,4 A,1 A,1 A,1
V,2 V,3 V,4 V,5 V,5 V,2 V,2 V,1 V,4 V,5 V,7 V,8 V,3 A,1 A,1 A,1
A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 V,3 A,1 A,1 A,4 V,1 A,2 A,1 A,1
A,2 A,2 A,2 A,2 A,2 *,0 A,2 A,1 V,2 A,1 A,2 A,3 V,1 A,1 A,2 A,1
A,2 A,3 A,1 V,1 A,2 A,1 A,2 A,1 V,5 A,2 A,2 A,1 V,5 A,1 A,1 A,1
A,2 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 V,1 A,1 A,1 V,1 V,1 V,1 *,0 V,1
V,1 V,1 V,1 A,1 A,1 A,1 A,1 A,1 V,1 A,1 V,1 V,1 V,1 A,1 A,1 A,1

```

81. Se tiene una secuencia de números se te pide encontrar la cantidad de números pares que existe en el intervalo **li** y **ls**.

Realiza el (los) métodos recursivos necesarios para resolver el problema.

NOTA: concéntrate en resolver el problema, y no así en la interacción, puedes asumir que métodos constructores ya están hechos. No olvides definir tus condiciones de contexto

82. Una cadena cancerosa es aquella que se forma por crecimiento y aplicación de un formato recurrente dado que se tiene como datos dos caracteres y un nivel de crecimiento de cancer.

Por ejemplo, si los caracteres fueran **a** y **b**, se define como sigue el problema:

cancerCad(a,b,1) = aba

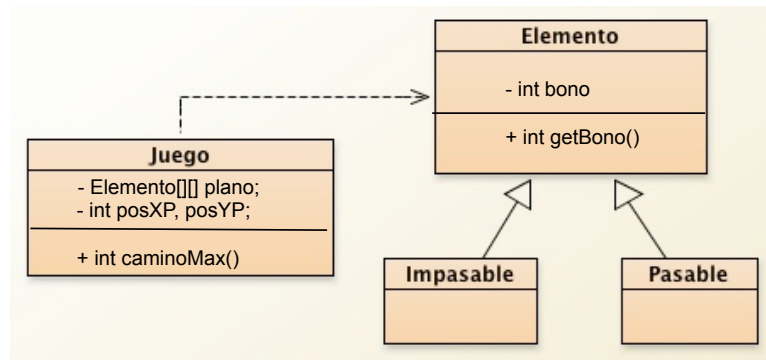


Figura 2: Modelo

Ya se ha adelantado algo de la solución y se tiene el modelo de la Figura 2:

Se te pide sobre la base de este modelo estructurar tu solución, utilizando recursividad. Estas en libertad de escribir los métodos que consideres necesarios adicionales a lo que se tiene en el modelo.

84. En el país de las letras existen unas muy juguetonas que se encuentran escondidas en su calificativo. Por ejemplo: la palabra “lirica” no es juguetona ya que no contiene todas las letras de su calificativo “jugueton”, es más la pobre palabra es muy seria :(. Sin embargo, la palabra “jeringuito” es una juguetona palabra, otra palabra juguetona es: “esterojiligrantapus” o “supermegamentojaso”

Tu tarea es decidir dada una palabra si es o no una palabra “juguetona”

85. Un virus muy feroz ha atacado la computadora de Lulú, y ha dañado algunos documentos que tenía, como es previsor ella tiene un backup de su información, y es posible que recupere sus documentos. Sin embargo, inquieta como es se ha dado a la tarea de averiguar qué cambios ha hecho el virus en los documentos, y recopilar en orden las letras que ha eliminado el virus comparando con su documento del backup. Al poco tiempo se ha dado cuenta que es tedioso y sería interesante construir un programa que le permita hacer este trabajo.

A continuación te brindamos un ejemplo reducido de la situación que Lulú tiene:

st s una soria de mieo, las ltas dsaparcn in abero y son asenadas r

esta es una historia de misterio, las letras desaparecen sin saberlo y son asesinadas por

donde en primer texto es el dañado por el virus, el segundo es el que tiene en su backup

Entonces la cadena de las letras que el virus ha eliminado es:

eaehitteriereeeesslesipo

Realiza el (los) procesos recursivos necesarios, para que dado un texto dañado, un texto recuperado del backup; indique las letras que han sido eliminadas por el virus.

86. En la guerra de los “Kbots” se han diseñado robots que permiten explorar caminos seguros en campos minados. Los humanos deben caminar por este campo minado buscando documentos secretos que están ubicados en algún lugar del campo. La misión de estos robots es indicar cuál es el camino más seguro, además de informar en qué posiciones están las minas para que los exploradores humanos no las pisen y puedan cumplir con su objetivo.

En este campo minado existen alambres de púas que no pueden ser sobrepasados, espacios seguros de camino, minas, el lugar donde están los exploradores humanos y el lugar donde se encuentran los documentos secretos.

Por ejemplo:

```
PPPPPMPPMM
PESSSSMSSP
SSSPPPSSS
SMSSPPMSM
SSSSDSSMS
PPSSSSMSS
SSMSMSMS
```

Donde E representa la posición en la que los exploradores están, P identifica la existencia de púas, M indica la existencia de una mina y D indica el lugar donde están los documentos secretos.

Los robots sólo se mueven en línea recta, es decir jamás diagonal, considerando estas condiciones encuentra el camino más seguro de exploración.

Tomando en cuenta el ejemplo anterior, el camino más seguro será:

(R,S) , (D,S) , (D,S) , (D,S) , (R,S) , (R,S) , (R,D)

En este caso se ha encontrado un camino sin minas, pero en caso de que no exista tal camino, se debe devolver el camino que tiene menos minas e informar dónde están para que los exploradores tengan cuidado.

Para aclarar, en el camino se tiene una lista de pasos que deben dar, cada uno de estos pasos es de la forma (DIRECCION, SITUACION), por ejemplo (R,S) dice que el movimiento es a la derecha=RIGHT y la situación es segura=S. (Para completar la dirección puede ser: R=derecha, L=izquierda, D=abajo, U=arriba; la situación puede ser: M=mina, D=documento, S=segura)

Realiza el (los) procesos recursivos necesarios, para que dado un campo minado, la ubicación de los exploradores, la ubicación de los documentos; se encuentre el camino “más” seguro de exploración.

87. En **NumeroLandia**, existen diferentes ciudadanos y entre ellos existen los curiosos, éstos cumplen una condición interesante y es que la suma del factorial de sus dígitos da el mismo número, por ejemplo 145 es un número curioso, pero el 77 no es número curioso.

Realiza el (los) procesos recursivos necesarios, para que dado un número, indique si es o no curioso.

88. En la toma de exámenes se ha detectado que hay dos personas que siempre andan juntas e intentan sentarse juntas, esto es por demás sospechoso para los profesores. Por lo que se te ha dado la tarea de evitar que estas dos personas se sienten juntas, para lo cual te dan como datos una lista de estudiantes y los nombres de las dos personas en cuestión.

Por ejemplo, si se tiene:

```
luis
orian
darla
tom
orian darla
```


Los primeros 4 nombres corresponden a la lista de los estudiantes, y la ultima fila tiene los nombres de las personas sospechosas. Con esta información se debe obtener todas las posibles conformaciones de ubicacion de los estudiantes de tal manera que los sospechosos jamas queden juntos.

La respuesta se veria asi:

```

luis orian tom darla
luis darla tom orian
orian luis darla tom
orian luis tom darla
orian tom luis darla
orian tom darla luis
darla luis orian tom
darla luis tom orian
darla tom luis orian
darla tom orian luis
tom orian luis darla
tom darla luis orian

```

Tu tarea es encontrar una solución RECURSIVA que permita resolver este problema, dado que se da una lista de nombres y un par de nombres que no se pueden sentar juntos.

89. Se tiene un plano de las zonas rurales de nuestro departamento a los cuales llegará la señal del satélite, considerando el espectro de alcance del satelite denotado por A. Se requiere desarrollar un programa RECURSIVO que permita decidir a cuanta población beneficiara el satélite si esta ubicado en la coordenadas X e Y y tiene un alcance A.

La figura 3 el inciso a). muestra un ejemplo del plano y de la densidad poblacional de las areas, y el inciso b). muestra cuales serian las zonas a las que el satélite alcanzaría si estuviera ubicado en la posicion (4,5) y su alcance fuera de 3; el resultado que es la población beneficiada será 8126

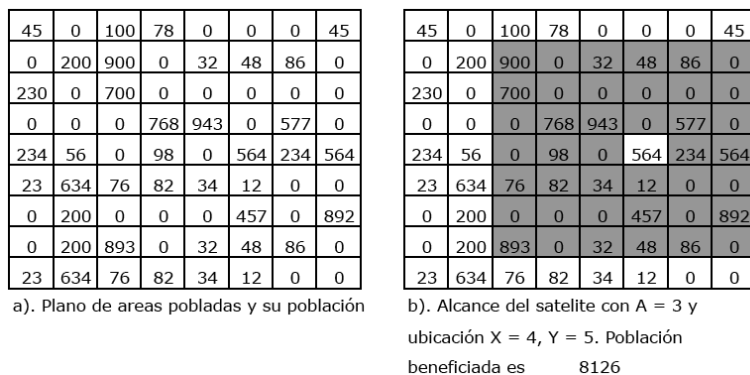


Figura 3: Ejemplo del problema

90. Se desea saber si un numero es monticulo, se dice que los es si imaginariamente tu puedes formar una onda o un pico creciente-decreciente, con los valores del numero. Considerando cada digito como valor. Por ejemplo el numero 12346321 es un monticulo, ya que se puede formar:

*

```

      *
     **
    ****
   *****
  *****
 *****

```

Si embargo el numero 12342345, no lo es porque se puede apreciar mas de un pico:

```

      *
     *  **
    ** ***
   *****
  *****
 *****

```

Realiza un programa recursivo que dado un numero me permita decidir si es monticulo o no.

91. Caperucita roja esta en el bosque, camino a casa de su abuelita; ella en los últimos años se hizo muy amiga del lobo, pero ahora tiene miedo de otros animales que suelen vivir en cabañas. Horror!!! cuánto ha cambiado el mundo, lo que ella quiere es llegar a la casa de su abuelita con la mayor cantidad de flores que pueda recoger. Ayudale a decidir cuántas flores puede recoger.

Ella actualmente debe recorrer el camino a la casa de su abuelita y recoger la mayor cantidad de flores, cada que ve una cabaña ella jamas se acerca a ella aunque allí hayan flores, si se topa con el lobo, lo saluda cortezmente y continua recogiendo flores.

El terreno que debe recorrer la caperucita se puede planear como un plano rectangular en el que se encuentran los distintos elementos antes descritos: Flores(F), Via libre (V), Lobo(L), Cabaña(C) y Casa de abuelita(A). Caperucita siempre empieza su recorrido en la posición 0,0.

Un ejemplo de recogida de flores seria:

```

VVVVVFFFFCCCCC
VVVVVCCCCCCCCC
CCCVVVVVVVLFFF
CCVVVVVVVVVFFF
CCCCCVCVVVFFF
CCFFFFCCCVVFCC
CCCFCCCCVVVACC
CCCCCCCCFFFFF

```

La respuesta es 22 flores.

Escribe un programa recursivo que ayude a caperucita roja llenar su cesta con la mayor cantidad de flores, debes devolver el numero de flores recolectada.

92. En **NumeroLandia**, hay variedad de numeros que cumplen ciertas cualidades, no podian faltar los números sociables.

Se dice que varios numeros son sociables si: La suma de los divisores del primer número da el segundo, la suma de los del segundo da el tercero, y as sucesivamente. La suma de los divisores del último da el primer número de la lista.

Por ejemplo los números 12496, 14288, 15472, 14536 y 14264 son números sociables. Ya que: los divisores de: 12496; son: 1, 2, 4, 8, 11, 16, 22, 44, 71, 88, 142, 176, 284, 568, 781, 1136, 1562, 3124, 6248 y su suma

es 14288. Del mismo modo los divisores de 14288 son: 1, 2, 4, 8, 16, 19, 38, 47, 76, 94, 152, 188, 304, 376, 752, 893, 1786, 3572, 7144 y su suma es 15472. A su vez los divisores de 15472 son: 1, 2, 4, 8, 16, 967, 1934, 3868, 7736 que sumados dan 14536. Los divisores de 14536 son: 1, 2, 4, 8, 23, 46, 79, 92, 158, 184, 316, 632, 1817, 3634, 7268 y su suma es 14264. Finalmente los divisores de 14264 son: 1, 2, 4, 8, 1783, 3566, 7132 que suman 12496, que vendría a cerrar el círculo de amistad.

Dado un conjunto de números determina si son sociables o no, considerando la descripción del problema. Para ello debes escribir un programa recursivo

93. ¹ La vida no es ningún pasillo recto y fácil que recorreremos libres y sin obstáculos, sino un laberinto de pasadizos, en el que tenemos que buscar nuestro camino, perdidos y confusos, detenidos de vez en cuando, por un callejón sin salida. Esto lo entienden Hem y Haw dos hombrecitos atrapados en un laberinto, donde existen minas de queso, algunas de ellas contienen quesos frescos, deliciosos y nutritivos (F), otros quesos podridos y a veces mortales (M), también existen pasadillos libres (L) que no contienen nada pero es posible transitar por ellos, las paredes (P) que no se pueden atravesar y por supuesto a salida secreta (S).

Ayudemos a encontrar la salida a Hem y Haw, diseñando una solución recursiva, el mismo que debe además indicar cuantas minas de queso fresco encontraron en el camino mas corto, como comprenderas ellos no estan interesados en encontrar minas de queso sino más bien salir del laberinto.

Un ejemplo de laberinto es:

```
L P L M P P P L
L F F P L P F L
L P P M L P P L
L F F F F F F L
P P P L L P P L
P L P P L P P P
M L F F L F F F
P F P P L P P P
F F P F F F F F
P P P F L M L P
P L L F L P P P
F F L F F F F F
P L L L F P S P
P L P P F M P P
P L M P F L L L
```

Además se tiene la posición inicial de Hem y Haw que denotaremos posIX y posIY. Por otro lado se tiene la posición de la salida secreta salX y salY. Hem y Haw no pueden saltar las paredes y tampoco caminar en diagonal. Nunca Hem y Haw inician en una posición que no sea una L.

94. Se tiene un poema escrito con mucha matemática, que es eso? te preguntará y la respuesta es que dado un numero (usualmente de trascendencia matemática como PI o E o algun otro) n , y un poema debes decidir si es un poema matemático de n

Por ejemplo: si n es 31415926535897932384 y el poema es:

```
Soy y sere a todos definible.
Mi nombre tengo que daros;
cociente diametral siempre inmedible
soy de los redondos aros
```

¹Propuesto por Lic. Rossmery Torrico

El poema cumple con ser de naturaleza matemática 31415926535897932384

Pero si n es 31415926535897932 y el poema es:

Soy P ella I somos camaradas.
La quiero mucho, que si descuido
cerebrito nuestro pequenito rey PI.

El poema cumple con ser de naturaleza matemática 31415926535897932.

Pero si n es 2718281828459 (que es el valor de E) y el poema es:

Soy E valor aureo,
como el sol y las estrellas.
Trascendente en varias
formulas de conteo.

El poema NO cumple con ser de naturaleza matemática 2718281828459.

Averigua cómo se decide si un poema es matemático a n , y luego escribe una solución recursiva que permita decidir dado un n y un *poema*, si el poema es matemático de n o no

95. Una de las cosas mas maravillosas de la naturaleza es la nieve, y en especial su partícula más pequeña que es el copo de nieve. Kotch ha planteado en su artículo “Acerca de una curva continua que no posee tangentes y obtenida por los métodos de la geometría elemental”, una manera interesante de describir un copo de nieve, que es una curva que se forma de tres partes iguales.

La forma de conseguir cada una de las partes es recurrente y considerando varios niveles de aplicacion de la forma. En la figura 4, se muestra la forma que asume cada parte de la curva, considerando un nivel de profundidad:

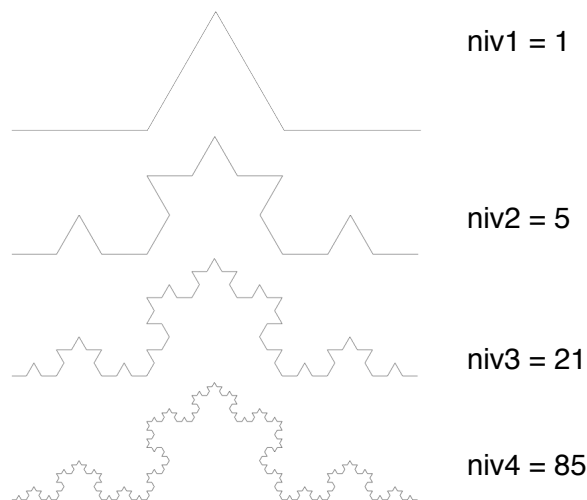


Figura 4: Niveles de aplicación de la curva continua de Kotch

Para nuestro problema, debes escribir una solución recursiva que dado un nivel de aplicación a la curva de Kotch me genere la cantidad de triángulos que se necesitan para generar una parte de la misma. En la figura 4 se muestra que si se tiene nivel 1 de aplicación se requiere 1 triángulo, si se quiere nivel 2 se necesitan 5, para nivel 3 se requieren de 21 y para nivel 4 de 85, y así sucesivamente.

96. En matemáticas hay muchas teorías y conjeturas interesantes, una de ellas es la sucesión alícuota de un número entero positivo es una descomposición del número hasta llegar a 0. Te mostramos a continuación la sucesión alícuota de 10: que es $\{10, 5, 2, 1, 8, 4, 2, 1, 7, 1, 1, 0\}$

Lo que se hace para conseguir esto es ir reduciendo de la siguiente manera:

$$10 \rightarrow 10 + 5 + 2 + 1 - 10 = 8$$

$$8 \rightarrow 8 + 4 + 2 + 1 - 8 = 7$$

$$7 \rightarrow 7 + 1 - 7 = 1$$

$$1 \rightarrow 1 - 1 = 0$$

Escribe el (los) método(s) RECURSIVOS necesarios para poder encontrar la sucesión alícuota de un número n .

97. ² “La vida de un crítico es sencilla en muchos aspectos, arriesgamos poco, y tenemos poder sobre aquellos que ofrecen su trabajo y su servicio a nuestro juicio. Prosperamos con las críticas negativas, divertidas de escribir y leer- pero la triste verdad que debemos afrontar, es que en el gran orden de las cosas, cualquier basura tiene más significado que lo que deja ver nuestra crítica. Pero en ocasiones el crítico si se arriesga cada vez que descubre y defiende algo nuevo.. el mundo suele ser cruel con el nuevo talento, las nuevas creaciones.. lo nuevo, necesita amigos.. Lo único predecible de la vida es que es impredecible..”

En resumen equilibrar la vista de un crítico no es nada fácil. Para ello se ha encontrado una manera interesante de saber si una apreciación es equilibrada: se divide la crítica en dos porciones de palabras y se suman las letras de estas porciones si son iguales es equilibrada (no hay palabra de desequilibrio), caso contrario se pide encontrar la palabra del desequilibrio, que se busca siempre en la porción que haya dado mayor suma. Este trabajo se hace varias veces hasta ya no poder realizar la división.

Si se toma sólo una porción de la reseña:

cualquier basura tiene mas significado que lo que deja ver nuestra critica Pero

Se obtiene el siguiente resultado de las letras que tienen las palabras:

9, 6, 5, 3, 11, 3, 2, 3, 4, 3, 7, 7, 4

La suma de la primera mitad es: $9 + 6 + 5 + 3 + 11 + 3$ que es 37, y la suma de la segunda mitad es: $2 + 3 + 4 + 3 + 7 + 7 + 4$ que es 30, entonces la palabra del desequilibrio esta en la primera mitad ya que su suma es mayor, si sigues haciendo esto la palabra del desequilibrio es “basura”.

Si se tiene, la siguiente reseña: “tengo yo la razon”, esa no tiene palabra de desequilibrio.

Para realizar este problema puedes asumir que los acentos se excluyen de la reseña, así mismo solo se tiene las letras del alfabeto inglés.

98. Hay un gusanito viajero y viejito, que quiere visitar una zona que esta conformada de varias lomas, sin embargo como comprenderás para él es difícil subir las cuevas empinadas por muy chicas que sean e incluso bajarlas, y ha decidido solamente visitar una loma de la zona. Por lo que se te ha pedido que le puedas decir cual es la loma que debería visitar de manera que no implique mucho esfuerzo por el tema de las pendientes, ya sea al subir o al bajar. En la Figura 5 se muestra un conjunto de lomas a visitar, en la línea de abajo se tienen las lomas con datos discretos (secuencia de números) que es lo que tendrás como dato de entrada.

²Propuesto por Lic. Rossmery Torrico

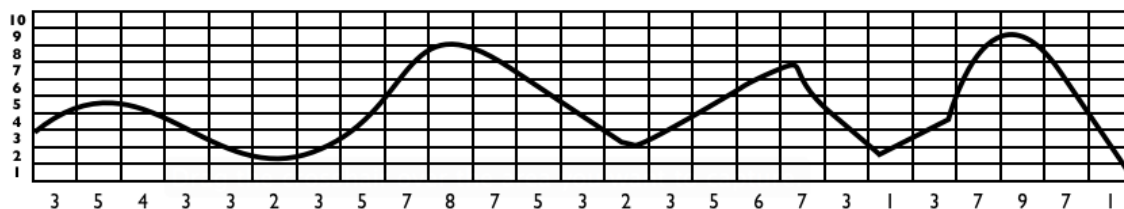


Figura 5: Las lomas que existen en la zona de visita del gusanito

Debes considerar que para el gusanito si se tiene una pendiente mayor o igual a p , esa ya no es una loma deseable para él. Debes indicar cual es la loma de mayor superficie que puede visitar y que no incumpla la cuestión de la pendiente.

La pendiente entre dos puntos se puede calcular como la diferencia entre ellos.

En definitiva para resolver el problema, te darán la secuencia de números que representan las lomas y la pendiente p que siempre será un número entero positivo.

Por ejemplo, si se considera la secuencia de la Figura 5 y pendiente 3, se tendría:

sec = {3, 5, 4, 3, 3, 2, 3, 5, 7, 8, 7, 5, 3, 2, 3, 5, 6, 7, 3, 1, 3, 7, 9, 7, 1}
 $p = 3$

Entonces hay 4 posibles lomas de visita:

loma1 = {3, 5, 4, 3, 3, 2}
 loma2 = {2, 3, 5, 7, 8, 7, 5, 3, 2}
 loma3 = {2, 3, 5, 6, 7, 3, 1}
 loma4 = {1, 3, 7, 9, 7, 1}

La loma1 y loma2 cumplen la condición de la pendiente, sin embargo la loma3 y la loma4 no, ya que al bajar de 7 a 3 hay una pendiente mayor a p , lo mismo en la loma4, subir de 3 a 7, o bajar de 7 a 1 son mayores que p .

Entre las dos lomas válidas la mejor es la loma2 porque cubre mayor superficie, por lo que el resultado es: {2, 3, 5, 7, 8, 7, 5, 3, 2}, en caso de no existir una loma con las condiciones del gusanito el resultado sería: {}.

Se te pide realizar el (los) método(s) recursivos necesarios para poder dar la loma que cumpla con las condiciones del gusanito.

99. Se tiene el siguiente problema problemático, de generar una cadena parsimoniosa y armoniosa que va así:

```
parmoniosa(1) =      **\/**
parmoniosa(2) =    ++\**\**/++
parmoniosa(3) = **\++\**\**/++/**
```

Se te pide encontrar la solución recursiva para $parmoniosa(n)$.

100. Dado un tablero de $n*m$, en el que puede haber verduras (V) o nada (N), se pide indicar cuantas de las verduras un caballo puede comer si se asume que la forma de moverse de este caballo se asemeja a las de una pieza de ajedrez - es decir - se mueve en L. Para ello se te pide realizar los métodos **RECURSIVOS** necesarios para resolver el problema.

101. ³ Una tienda quiere optimizar el tiempo de atención con la ayuda de un programa que permita determinar cómo devolver cambios a sus clientes. Por ejemplo se tienen organizado el dinero de la siguiente forma: monedas de 1, 2 y 5 bolivianos, y billetes de 10, 20 y 50 Bs, para simplificar el problema los precios en la tienda no contienen centavos por lo que calcular un cambio siempre llevará a un monto sin centavos. El programa debe dado un monto obtener todas las posibles maneras de devolver el cambio.

Por ejemplo: si se tiene el monto 7 Bs, el resultado debería ser:

1 Bs: 1 moneda, 2 Bs: 3 monedas
 1 Bs: 2 monedas, 5 Bs: 1 moneda
 2 Bs: 1 moneda, 5 Bs: 1 moneda

Escribe el (los) método(s) RECURSIVOS necesarios para poder encontrar las diferentes maneras de devolver el cambio dado un monto m .

102. Mama Gallina llevó a sus pollitos a la fiesta de Urkupiña, y tuvo grandes complicaciones a la hora de alimentarlos, ya que no tuvo la previsión de comprar los asientos de manera que pueda pasar la comida entre los pollitos.. FUE TODO UN DRAMA!! Mama Gallina previsoría como es, ha decidido tomar sus recaudos para el proximo año y te pide que le ayudes a ubicar cual sería la mejor ubicación para ella y sus n pollitos, como sabes ya se aproxima el desfile de Cochabamba y quiere hacer una prueba de tu solución, ella tiene muñeca con las que venden las graderías y tiene la información de las filas y asientos libres y ocupados; y sobre la base de ello tiene que dar las opciones de donde puede comprar los asientos de manera que pueda pasar la comida entre los pollitos sin molestar a nadie.

Por ejemplo, si planea ir con 5 de sus pollitos y se tiene la siguiente configuración de la gradería (O = ocupado, L = libre) de 5 filas y 14 asientos por fila:

```

              1
            12345678901234
fila1  00000000000000
fila2  000000000000L0
fila3  LL000000LL00L0
fila4  000000LL00LL00
fila5  00000000000000
```

no existe un buen bloque de asientos que permita a Mami Gallina alimentar sin dificultad a sus pollitos :(, entonces probablemente no ira al desfile, en este caso le debes decir que “No existe asientos”.

Pero si consigue una gradería así:

```

              1
            12345678901234
fila1  00000000000000
fila2  000000LL0000L0
fila3  LL0000LL0000L0
fila4  00000LL0000000
fila5  00000000000000
```

Debería comprarse los asientos (fila2,7), (fila2,8), (fila3,7), (fila3,8), (fila4,6), (fila4,7); recuerda que tienes que considerar el asiento para Mama Gallina. Mama Gallina no quiere pasar la comida por encima de la cabeza de uno que no sea sus pollitos.

³Propuesto por Lic. Helder Fernandez

Ayuda a Mama Gallina y define los metodos necesarios RECURSIVOS para indicar que asientos deberia comparse, dado que se tiene el plano de la graderia y la cantidad ed pollitos que iran con Mami Gallina.

103. Se desea saber cuanto de tinta se gastara en mililitros para poder imprimir una flor incrustada, se sabe que por cada centimetro se usa 1 mililitro; ademas se sabe que la flor mas pequeña esta incrustada en un cuadrado de lado 1 cm y para esta flor se requiere 10.28 ml, cuando se quiere hacer la flor de tamaño 2, esta incrustada en un cuadrado de lado 1.5 cm, es decir, el lado del nuevo cuadrado es siempre 50 % mas grande y la cantidad de tinta que se requiere es 25.70 ml, y asi sucesivamente. Para darte mas ayuda de lo que se esta hablando en la Figura 6 se te muestra su formación. (NOTA: perímetro de un circulo es $2 * radio * \pi$)

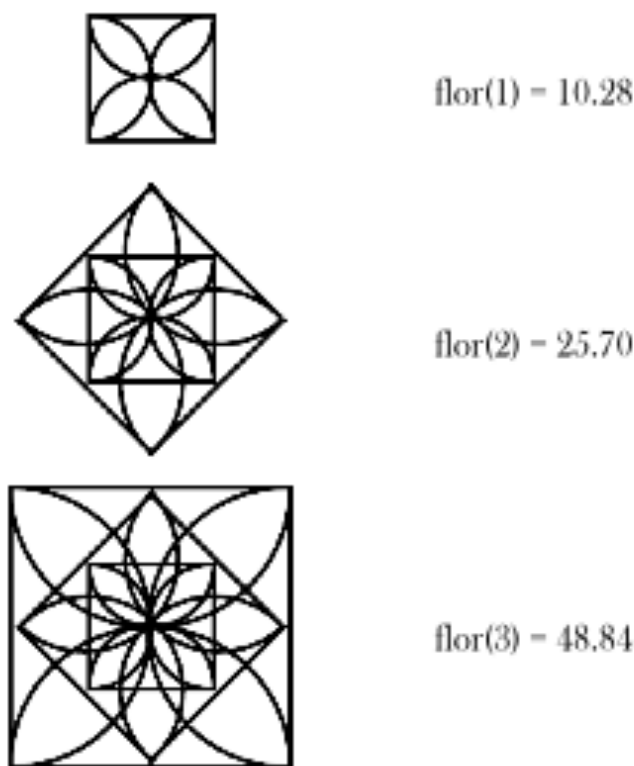


Figura 6: Flores incrustadas

Dado este contexto se pide realizar el(los) método(s) RECURSIVOS necesarios para hallar la cantidad de tinta que se requiere para imprimir una flor incrustada de nivel n .

104. ⁴ “Los semánticos” es un grupo de jóvenes investigadores que estan estudiando reconocimiento semántico de documentos, para decidir de que se trata el documento y poder identificar palabras claves del mismo. Para ello han tomado una técnica sencillísima que es identificar todas aquellas palabras del documento que sean mayores a una longitud *longi* y contar su frecuencia de aparición. Por el momento ellos están concentrados en saber cuales son las palabras del documento que cumplen que su longitud es mayor a

⁴Propuesto por Lic. Rossmery Torrico

longi, y quieren obtener un reporte de las palabras que cumplen esta condición y NO quieren que el reporte contenga palabras repetidas - por el momento.

Por ejemplo si *longi* es 3 y se tiene el siguiente texto:

NO TE RINDAS AUN ESTAS A TIEMPO DE ALCANZAR Y COMENZAR DE NUEVO; ACEPTAR
TUS SOMBRAS, ENTERRAR TUS MIEDOS, LIBERAR EL LASTRE, RETOMAR EL VUELO.
NO TE RINDAS QUE LA VIDA ES ESO, CONTINUAR EL VIAJE, PERSEGUIR TUS SUEÑOS,
DESTRABAR EL TIEMPO, CORRER LOS ESCOMBROS Y DESTAPAR EL CIELO; NO TE RINDAS
POR FAVOR, NO CEDAS AUNQUE EL FRÍO QUEME AUNQUE EL MIEDO MUERDA, AUNQUE EL
SOL SE ESCONDA Y SE CALLE EL VIENTO AUN HAY FUEGO EN TU ALMA AUN HAY VIDA EN
TUS SUEÑOS.

el reporte debería ser:

{RINDAS, ESTAS, TIEMPO, ALCANZAR, COMENZAR, NUEVO, ACEPTAR, SOMBRAS,
ENTERRAR, MIEDOS, LIBERAR, LASTRE, RETOMAR, VUELO, VIDA, CONTINUAR,
VIAJE, PERSEGUIR, SUEÑOS, DESTRABAR, CORRER, ESCOMBROS, DESTAPAR,
CIELO, FAVOR, CEDAS, AUNQUE, FRÍO, QUEME, MIEDO, MUERDA, ESCONDA,
CALLE, VIENTO, FUEGO, ALMA}

Puedes asumir que el texto está escrito con el alfabeto en INGLÉS y que las palabras están en mayúsculas. Dado el contexto se te pide hacer el (los) método(s) recursivo(s) necesario(s) para resolver el problema.

105. Numerin es un chico muy activo en cuestiones de buscar retos matemáticos y se ha puesto la tarea de averiguar: cuál es la máxima suma que se puede conseguir de los valores positivos desde un punto inicio a un punto destino; dentro de un plano de números enteros. Numerin tiene prohibido pasar sobre los números negativos, sólo debe considerar los positivos, Numerin ama a pitágoras por lo que solamente camina en diagonal jamás de forma recta, él piensa que es mejor la hipotenusa que los catetos ;).

Diseña el (los) métodos recursivos necesarios para lograr el propósito de Numerin.

Por ejemplo si se desea llegar desde la posición inicial (0,0) a la posición final (3,5), en el siguiente plano:

1	-1	2	4	6	7	8
-3	1	6	7	-1	-1	-4
6	5	3	3	2	8	-5
3	6	8	-4	6	7	1

El resultado será: $1+1+6+6+3+7+2+7$ que permite obtener la máxima suma: 33. Obviamente una vez que considera un número en un camino no lo puede considerar de nuevo, es decir no puede volver a pasar por el número en un mismo camino.

106. Se aproxima la navidad y hay que armar el arbolito para ello necesitamos saber cuántas esferas de navidad se necesitan, lo cual dependerá del nivel del árbol que se quiera armar.

En la figura 7, se muestra la cantidad de esferas de acuerdo al nivel del árbol, diseña los procesos recursivos necesarios para poder encontrar el número de esferas si se quiere armar un árbol de nivel n .

107. Un numerito preocupado le dice a su papá, “somos muy aburridos los números, siempre valemos lo mismo”, su papá se ríe y le dice, “eso no es totalmente verdad, podemos mimetizarnos de muchas formas. Por ejemplo, tú hijo mío, que en valor eres un 8, puedes verte como: $1+1+1+1+1+1+1+1$,

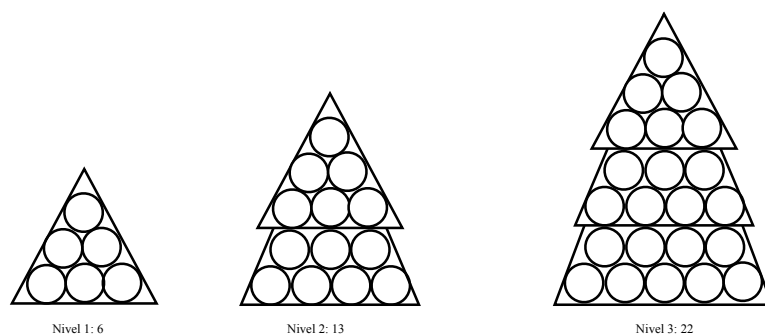


Figura 7: Arbol de navidad

1+1+1+1+1+2, 1+1+1+1+2+2, 1+1+2+2+2, 1+1+1+1+1+3, 1+1+3+3, 1+1+1+1+4, 1+1+1+2+3, 1+1+1+5, 1+1+2+4, 1+1+6, 1+3+4, 1+2+5, 1+7, 2+2+2+2, 2+2+4, 2+3+3, y así.. hay muchos tus :D”

El numerito se va muy alegre ya que su papá le ha demostrado que no es aburrido!!.

Dado un numero encuentra las diferentes formas en las que se puede mostrar, es bueno obviar los iguales, por ejemplo 1+1+1+1+1+2, es igual a 2+1+1+1+1+1. El orden no importa, lo que importa es encontrar todas las representaciones diferentes.

108. El mol de Hilbert es una curva rara que tiene un comportamiento de fractal como se muestra en la figura 8, lo que se quiere es calcular la cantidad de líneas que se requieren para imprimir el mol de Hilbert

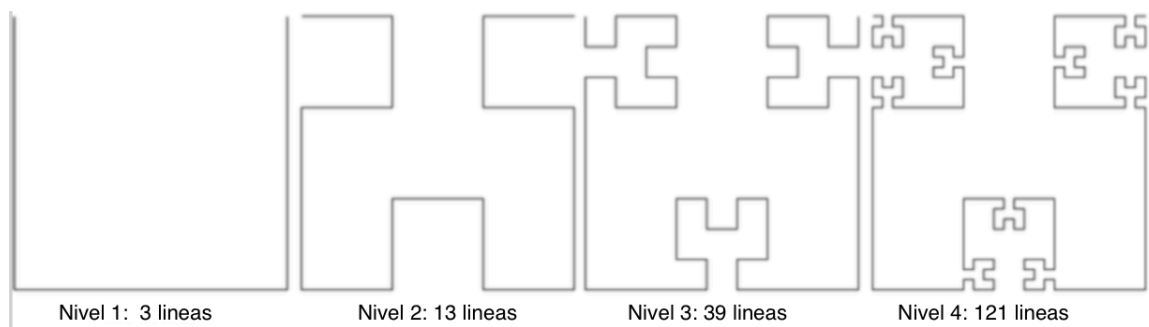


Figura 8: Mol de Hilbert

109. En un país de las maravillas, se dice que hay muchas cosas maravillosas, entre ellas los viñedos, en los que se producen vinos de altura. De estos viñedos se tiene el registro de la producción por parcela; de cada parcela se tiene el tipo de uva y la cantidad, en el caso particular de este viñedo le interesa demasiado las uvas Moscatel de Alejandria las mismas que están identificadas por la letra M. Y las cantidades están expresadas en miles.

(M,70) (A,30) (V,20) (M,45) (M,34) (M,32) (M,43) (M,23) (M,10)
 (A,10) (M,34) (V,20) (N,65) (M,70) (N,10) (N,30) (M,45) (N,45)
 (N,10) (A,30) (V,20) (M,45) (M,34) (M,32) (M,43) (M,23) (M,10)
 (A,10) (A,34) (M,20) (N,65) (M,70) (N,10) (N,30) (M,65) (N,65)
 (A,70) (A,30) (V,20) (M,40) (N,34) (M,32) (M,43) (M,23) (M,20)
 (N,10) (M,34) (M,20) (N,60) (M,90) (V,10) (N,30) (M,45) (N,59)

Se quiere encontrar la posición a partir de la cual se puede recoger la mayor cantidad de uva Moscatel de Alejandria, si se sabe que los cosechadores no pueden cosechar otra uva que no es la indicada, y sólo pueden manejar el coche de cosecha en línea recta. Solo se puede mover arriba, abajo, derecha o a la izquierda.

110. En el **Gran Hotel**, hay demasiados secretos, tantos que se necesita guardar muchos de ellos en cajas de seguridad que tienen una clave de acceso. Las cajas de seguridad, se abren sólomente si se hacen girar los rodillos de la clave en las direcciones correctas y además para asegurar la imposibilidad de hackeo, con la mínima cantidad de giros..

Se necesita saber cual ser'a la manera correcta de abrir las cajas. Por ejemplo si la clave fuera 456392000137458637, al cerrar la caja los cilindros se establecen con puros 0s, en nuestro ejemplo ser'a asi: 000000000000000000.

Al terminar se debe emitir el siguiente reporte: (4 arriba)(5 arriba)(4 abajo)(3 arriba)(1 abajo)(2 arriba)(0 arriba)(0 arriba)(0 arriba)(1 arriba)(3 arriba)(3 abajo)(4 arriba)(5 arriba)(2 abajo)(4 abajo)(3 arriba)(3 abajo).

Debes considerar que la clave puede ser de muchos dígitos, inclusive 100