

# Electromagnetism

## แม่เหล็กไฟฟ้า

---

**Suraphong Yuma**

([suraphong.yum@mahidol.ac.th](mailto:suraphong.yum@mahidol.ac.th))

Office: P619 (Payathai campus)

Office hours: Friday 13:00-15:00 pm

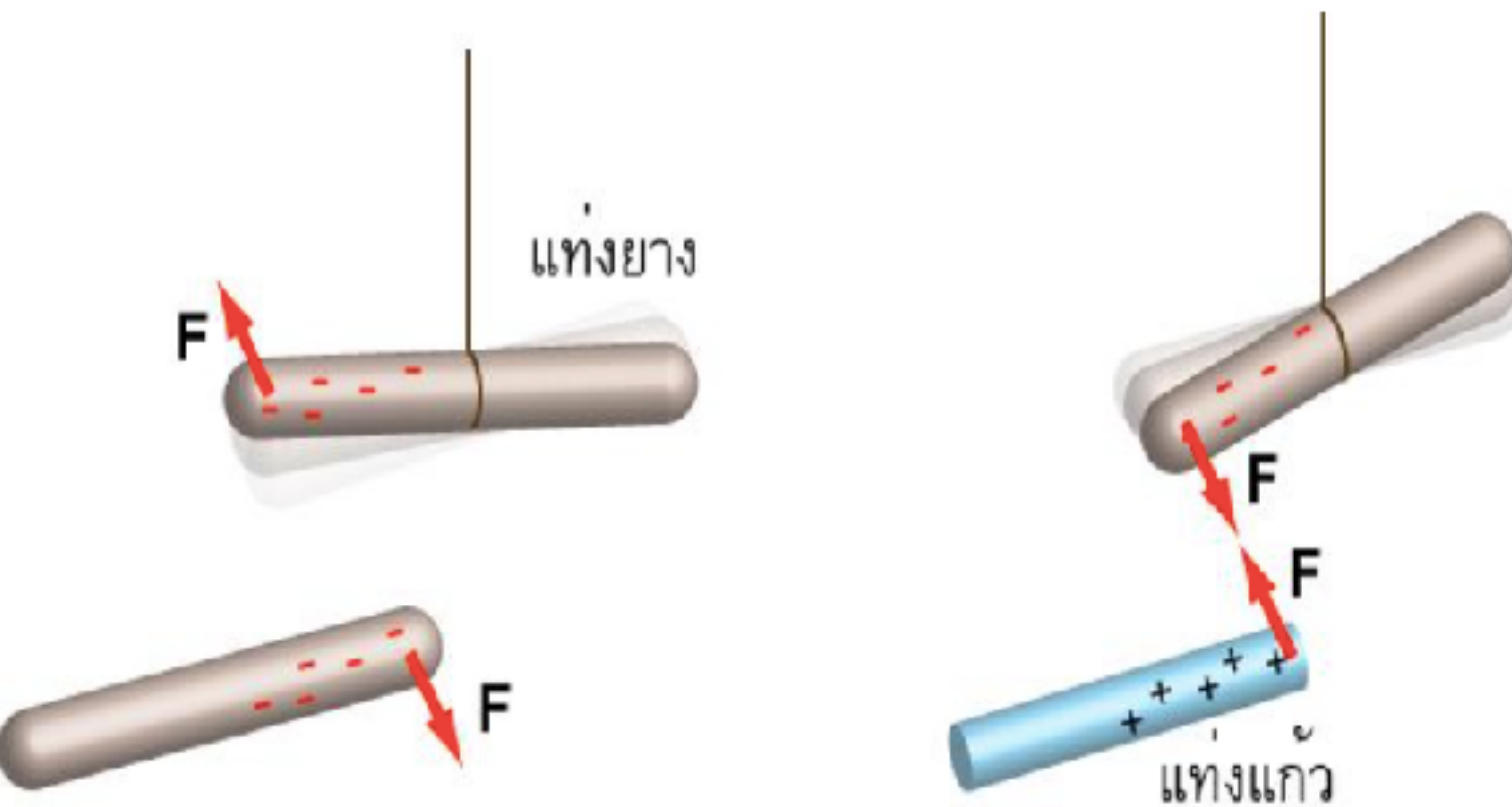
Website: [http://einstein.sc.mahidol.ac.th/~yuma/scpy156/scpy156\\_2017\\_4.pdf](http://einstein.sc.mahidol.ac.th/~yuma/scpy156/scpy156_2017_4.pdf)

---



# ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า

- ไฟฟ้าสถิตเกิดจากการที่สสารไม่เป็นกลางทางไฟฟ้า



- เช่น เอาผ้าหรือขนสัตว์ถูกับแท่งอำพัน หรือ ยางแข็ง
- จะเกิดการแลกเปลี่ยนประจุ (Charge) หรือ ประจุไฟฟ้า (Electric charge)
- ทำให้มีการผลักรันของประจุเดียวกัน หรือดึงดูดกันของประจุต่างขั้วกัน

# ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า



©Wikipedia

Charles-Augustin de Coulomb

- ในระบบ SI (Système International d'Unités) ประจุมีหน่วยเป็น คูลอมป์ (Coulomb) และใช้ตัวย่อ C
- ประจุของอิเล็กตรอนมีค่า  $-1.6 \times 10^{-19}$  C
- ประจุของโปรตอน มีประจุ  $+1.6 \times 10^{-19}$  C

## Charge and Mass of the Electron, Proton, and Neutron

Particle	Charge (C)	Mass (kg)
Electron (e)	$-1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$9.109\,5 \times 10^{-31}$
Proton (p)	$+1.602\,191\,7 \times 10^{-19}$	$1.672\,61 \times 10^{-27}$
Neutron (n)	0	$1.674\,92 \times 10^{-27}$

# ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า

- แรงไฟฟ้า (Electric force,  $f_e$ ) คือ แรงที่ประจุไฟฟ้ากระทำต่อกัน และเป็นไปตามกฎของคูลอมบ์ (Coulomb's law)

$$F_e = \frac{kq_1q_2}{r^2}$$

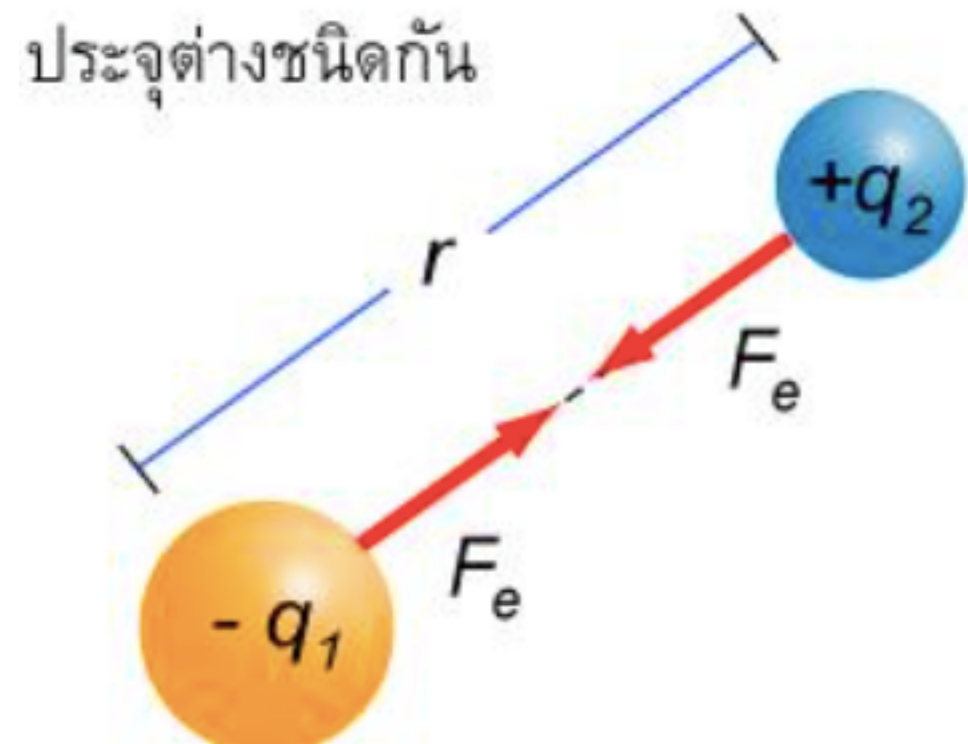
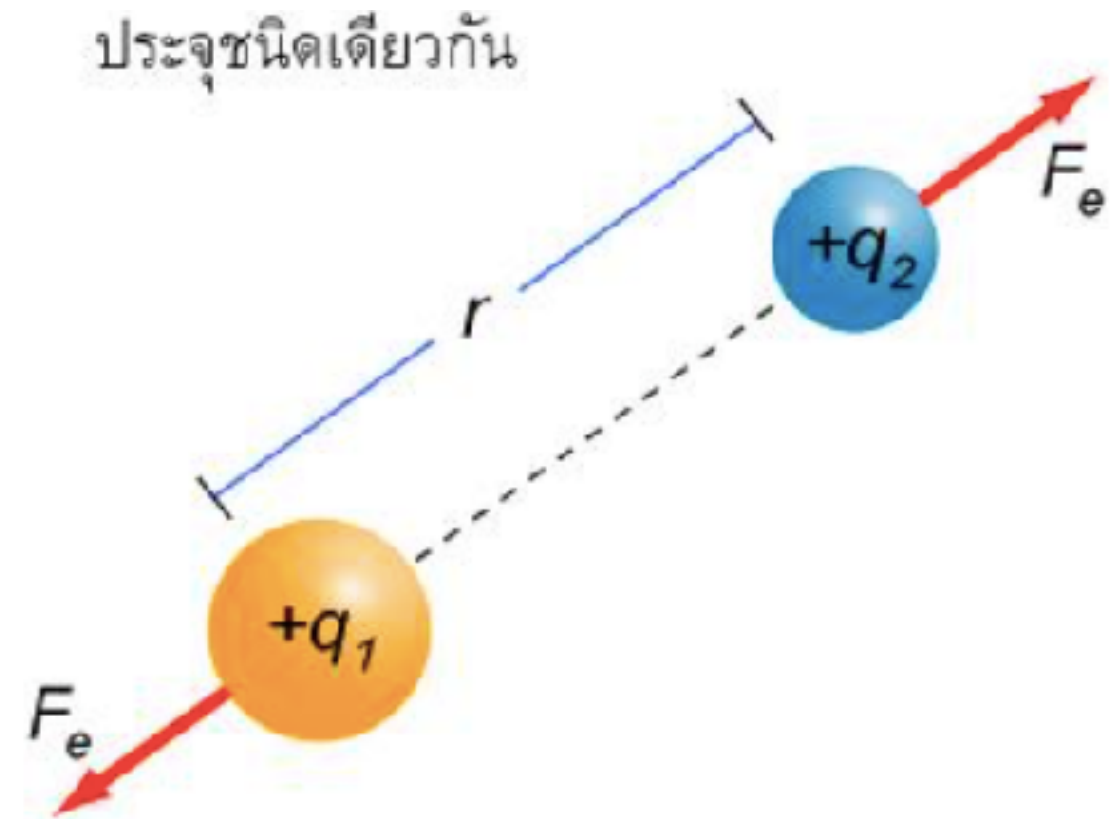
แรงโน้มถ่วง

$$F = \frac{GMm}{r^2}$$

- โดย  $k$  เป็นค่าคงที่มีค่าเท่ากับ  $8.9875 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2 \sim 9 \times 10^9 \text{ N m}^2/\text{C}^2$

# ประจุไฟฟ้าและแรงไฟฟ้า

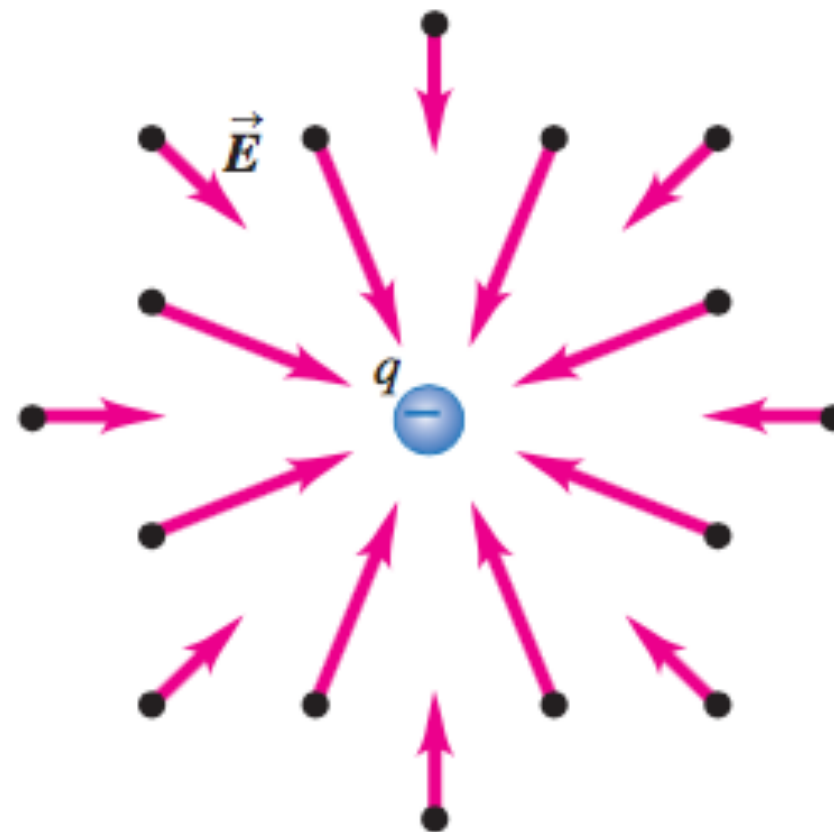
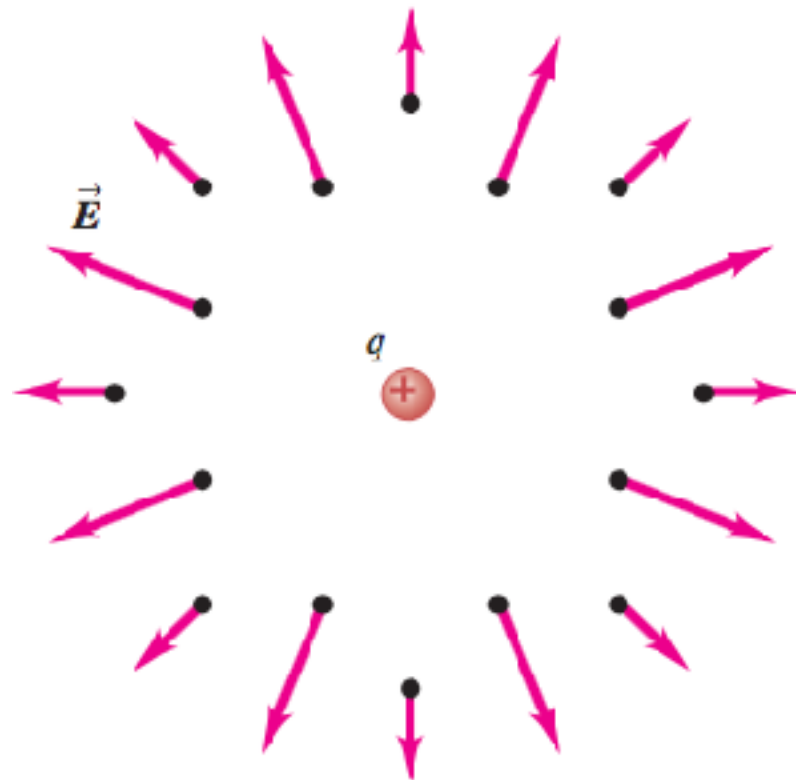
- ทิศทางของแรงจะขึ้นกับชนิดของประจุ
- ประจุชนิดเดียวกัน แรงจะมีทิศพุ่งออกจากกัน
- ประจุชนิดต่างกัน แรงจะมีทิศพุ่งเข้าหากัน



# สนามไฟฟ้า

จากกฎของคูลอมบ์ เรารู้ว่า เมื่อมีประจุสองอันขึ้นไป จะมีแรงกระทำต่อกันเสมอ ไม่ว่าจะมียะห่างจากกันแค่ไหน

- สนามไฟฟ้า (Electric field) เป็นปริมาณเวกเตอร์
  - ถูกสร้างขึ้นมาเพื่ออธิบายลักษณะของแรงไฟฟ้า โดยที่ประจุใดๆจะมีสนามไฟฟ้าอยู่รอบๆตลอดเวลา
  - สามารถเขียนเป็นสนามไฟฟ้า โดยใช้เส้นสนามไฟฟ้า



# สนามไฟฟ้า

- สนามไฟฟ้า ( $E$ ) คือ แรงไฟฟ้า ( $F_e$ ) ที่กระทำต่อประจุทดสอบ  $q_0$

$$E = \frac{F_e}{q_0}$$

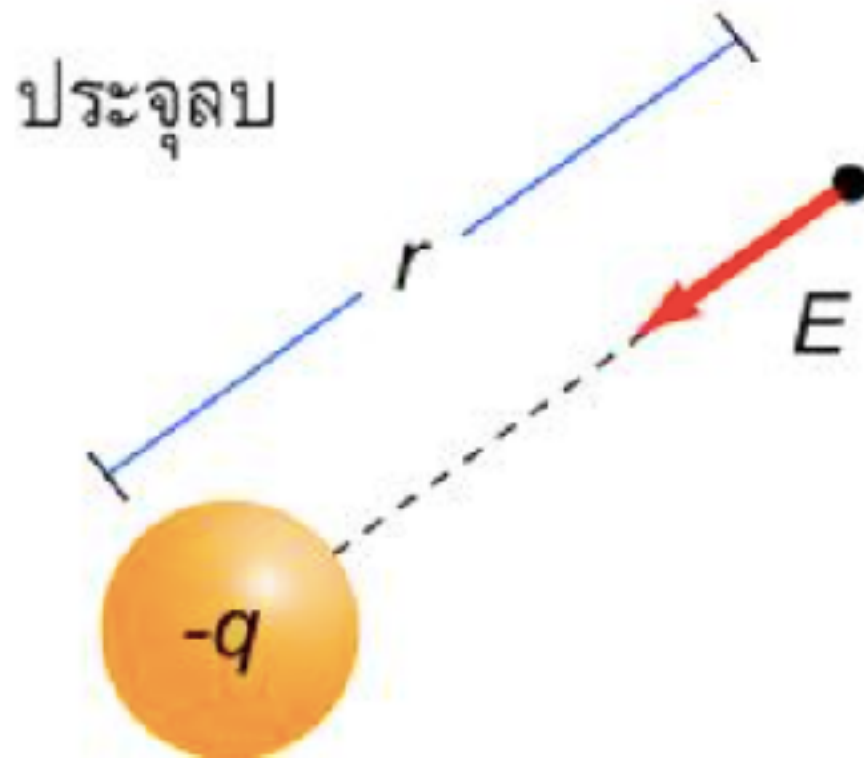
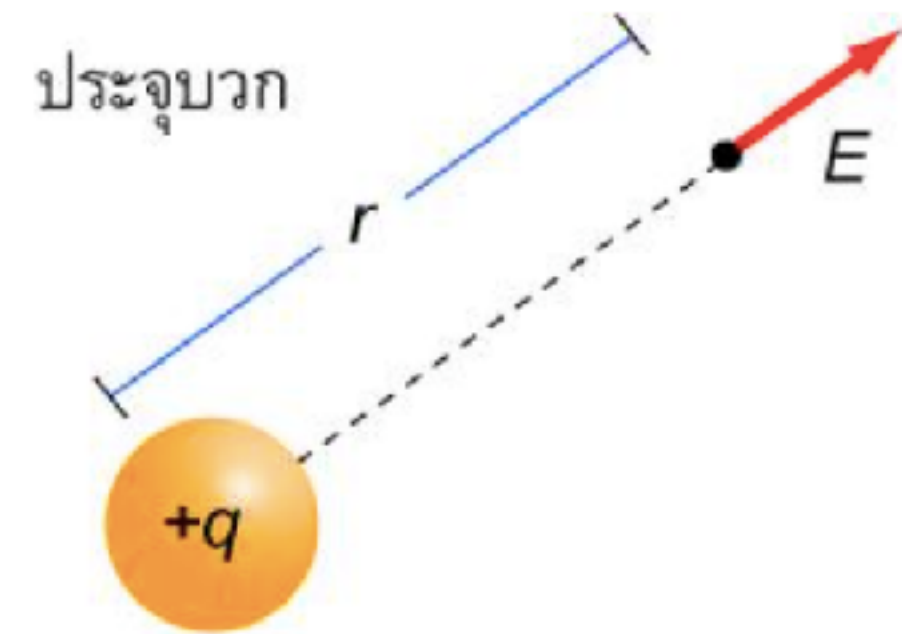
- หรือ สนามไฟฟ้า คือ แรงไฟฟ้าต่อหนึ่งหน่วยประจุ นั่นเอง
- ถ้าเราต้องการหาสนามไฟฟ้าที่ระยะห่าง  $r$  จากประจุ  $q$  ขนาดของสนามไฟฟ้า จะมีค่าเท่ากับ

$$E = \frac{F_e}{q_0} = \frac{\left( \frac{kqq_0}{r^2} \right)}{q_0} = \frac{kq}{r^2}$$



# สนามไฟฟ้า

$$E = \frac{kq}{r^2}$$



- จะเห็นว่า ค่าสนามไฟฟ้าอยู่ที่  
ประจุที่เราต้องการหาสนาม  
ไฟฟ้าเท่านั้น
- ทิศของสนามจะขึ้นอยู่กับการ  
· สนามจะพุ่งออกจากประจุบวก  
และพุ่งเข้าหาประจุลบ



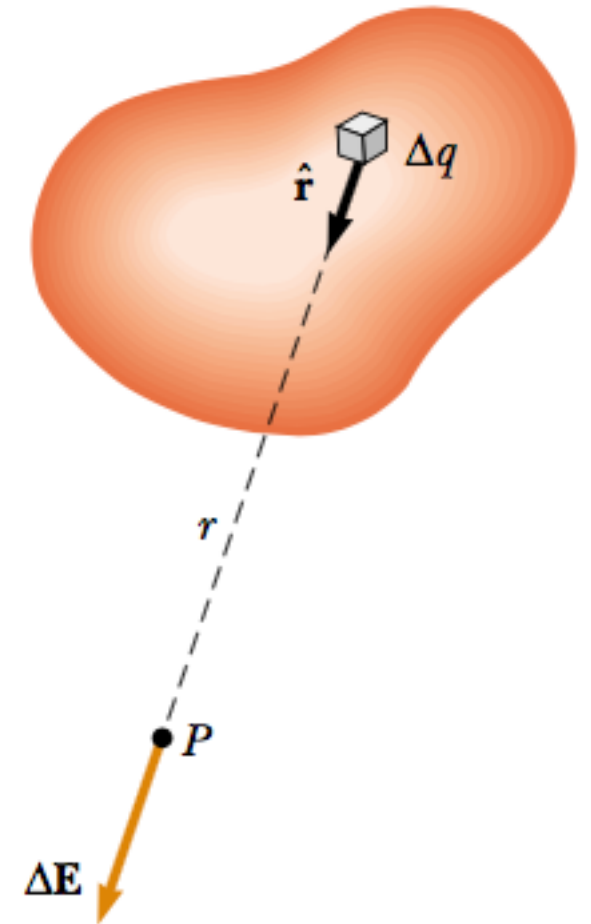
# สนามไฟฟ้าในกรณีก้อนประจุต่อเนื่อง

$$\Delta \vec{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{r}_i$$

- สนามไฟฟ้ารวมที่จุด P คือ

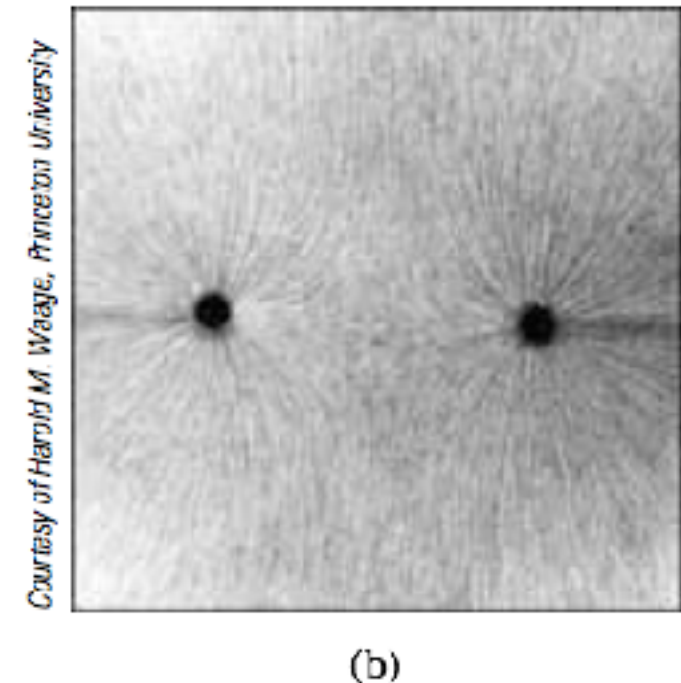
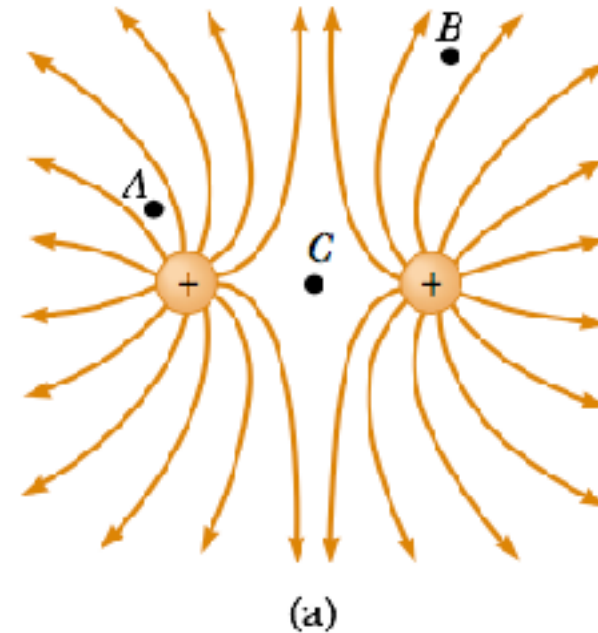
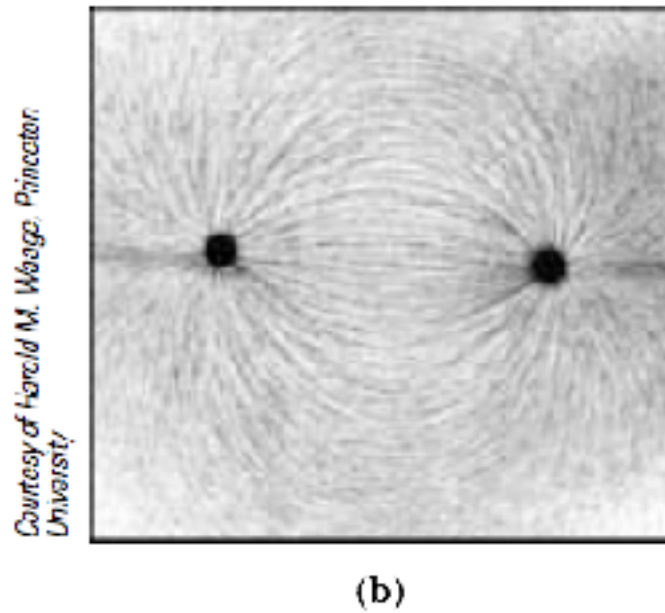
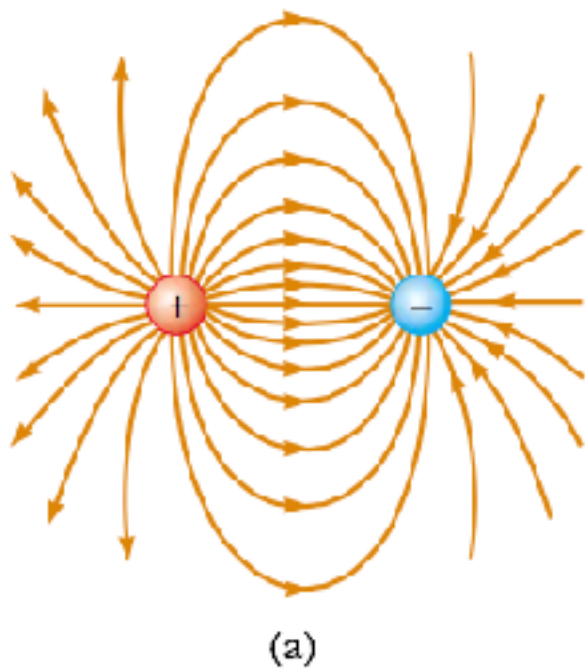
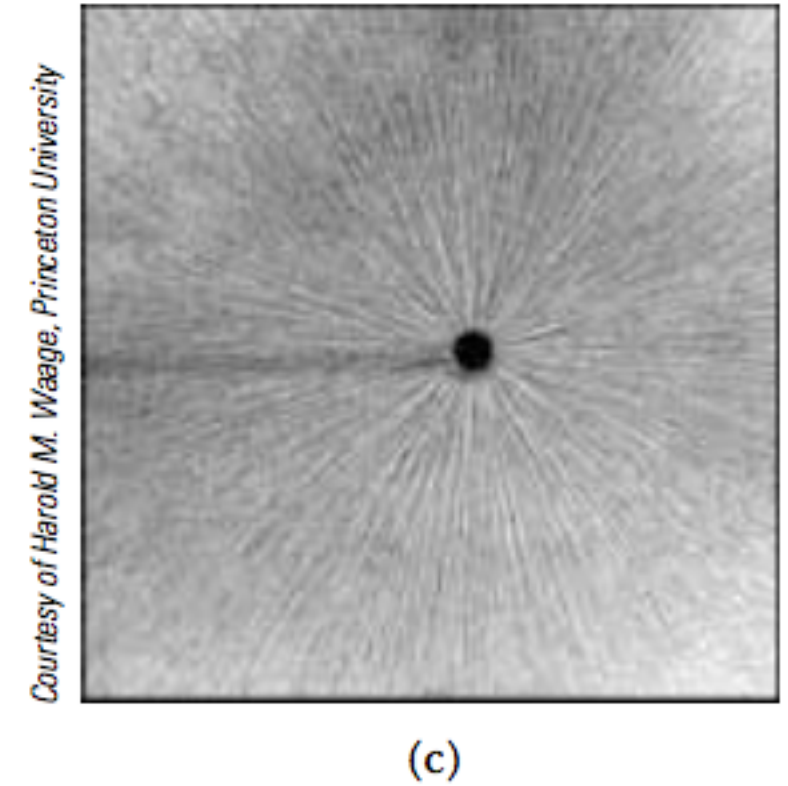
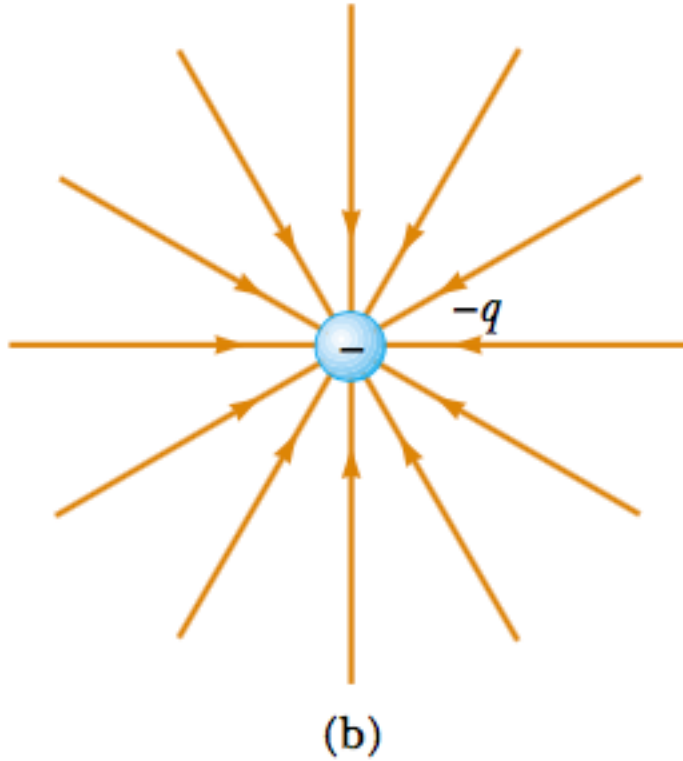
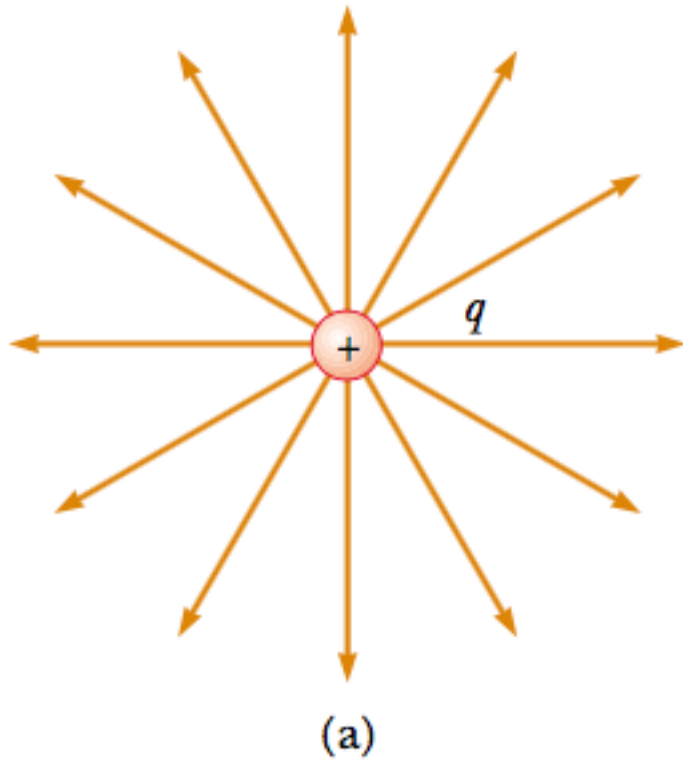
$$\vec{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r^2} \hat{r}_i$$

$$\vec{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \rightarrow 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r^2} \hat{r}_i = k_e \int \frac{dq_i}{r^2} \hat{r}_i$$



# เส้นสนามไฟฟ้า

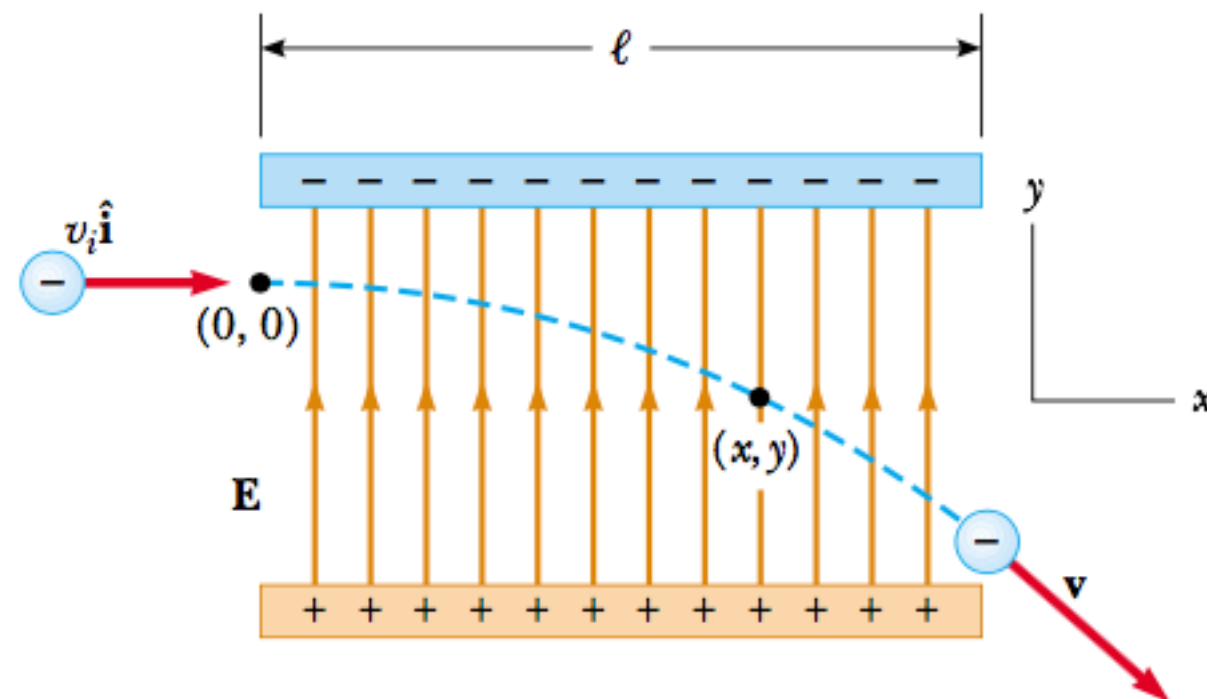
- จะมีทิศทางพุ่งออกจากบวก และพุ่งเข้าหาลบเสมอ



# การเคลื่อนที่ของประจุในสนามไฟฟ้าคงที่

$$\vec{F}_e = q \vec{E} = m \vec{a} \longrightarrow \vec{a} = \frac{q \vec{E}}{m}$$

- อิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าสู่สนามไฟฟ้าคงที่ด้วยอัตราเร็วเริ่มต้น  $v_i = 3.00 \times 10^6$  m/s และสนามไฟฟ้ามีขนาด  $E = 200$  N/C ความยาวในแนวนอนของระบบคือ  $l = 0.100$  m.
  - A. จงหาอัตราเร่งของอิเล็กตรอน ขณะที่เคลื่อนที่อยู่ภายในสนามไฟฟ้า โดยให้มวลของอิเล็กตรอนเป็น  $9.11 \times 10^{-31}$  kg
  - B. ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าสู่สนามไฟฟ้าที่เวลาเริ่มต้น  $t = 0$  จงหาเวลาที่อิเล็กตรอนออกจากสนามไฟฟ้า
  - C. ถ้าอิเล็กตรอนเคลื่อนที่เข้าสู่สนามไฟฟ้าที่ตำแหน่ง  $y = 0$  อิเล็กตรอนจะออกจากสนามไฟฟ้าที่ระยะ  $y$  เท่ากับเท่าไร



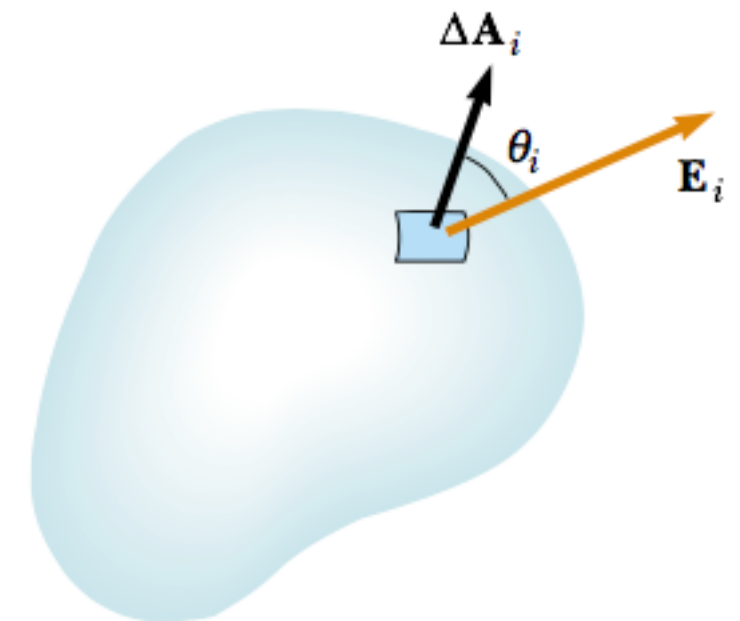
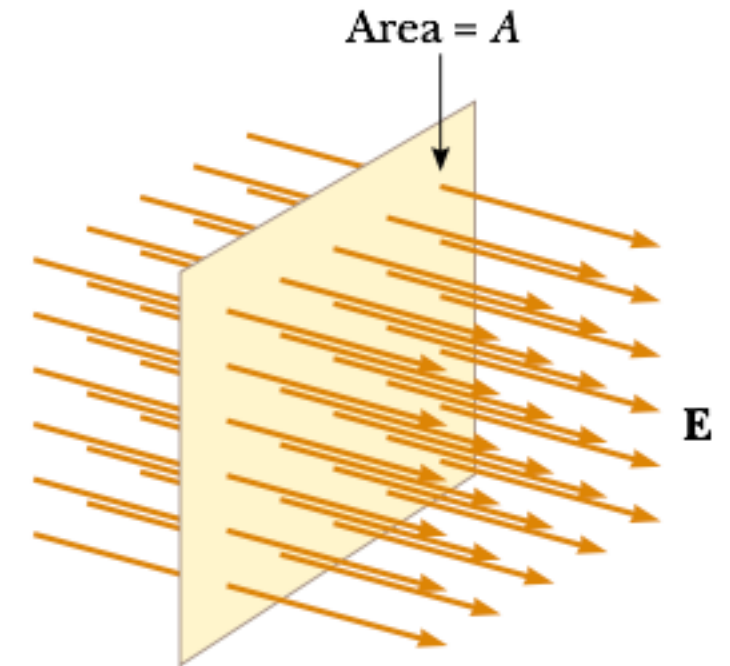
# Electric Flux ฟลักซ์ไฟฟ้า

- Electric flux คือจำนวนของเส้นสนามไฟฟ้า (ซึ่งเป็นสัดส่วนโดยตรงกับค่าสนามไฟฟ้า  $E$ ) ที่ผ่านพื้นที่หน้าตัด  $A$ .

$$\Phi_E = EA$$

$$\Delta\Phi_E = \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i$$

$$\Phi_E = \lim_{\Delta A_i \rightarrow 0} \sum_i \vec{E}_i \cdot \Delta\vec{A}_i = \int_{\text{surface}} \vec{E}_i \cdot d\vec{A}_i$$



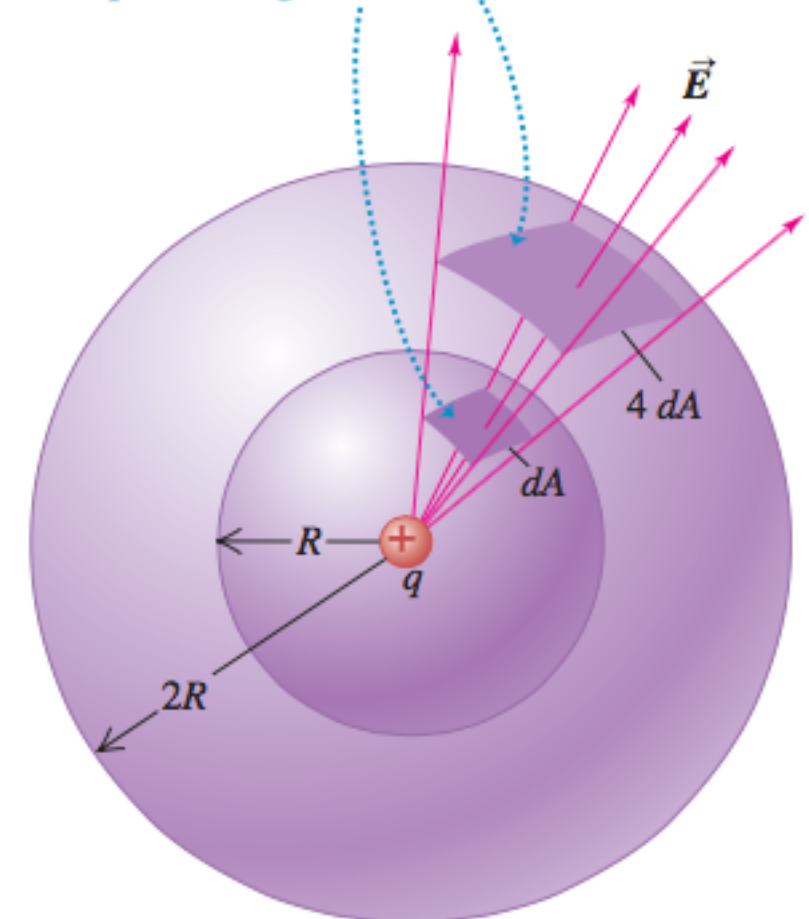
# \*\*\*Gauss's Law กฎของเกาส์\*\*\*

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = k_e \frac{q}{R^2} (4\pi R^2) = 4\pi k_e q$$

$$\Phi_E = \frac{q}{\epsilon_0}$$

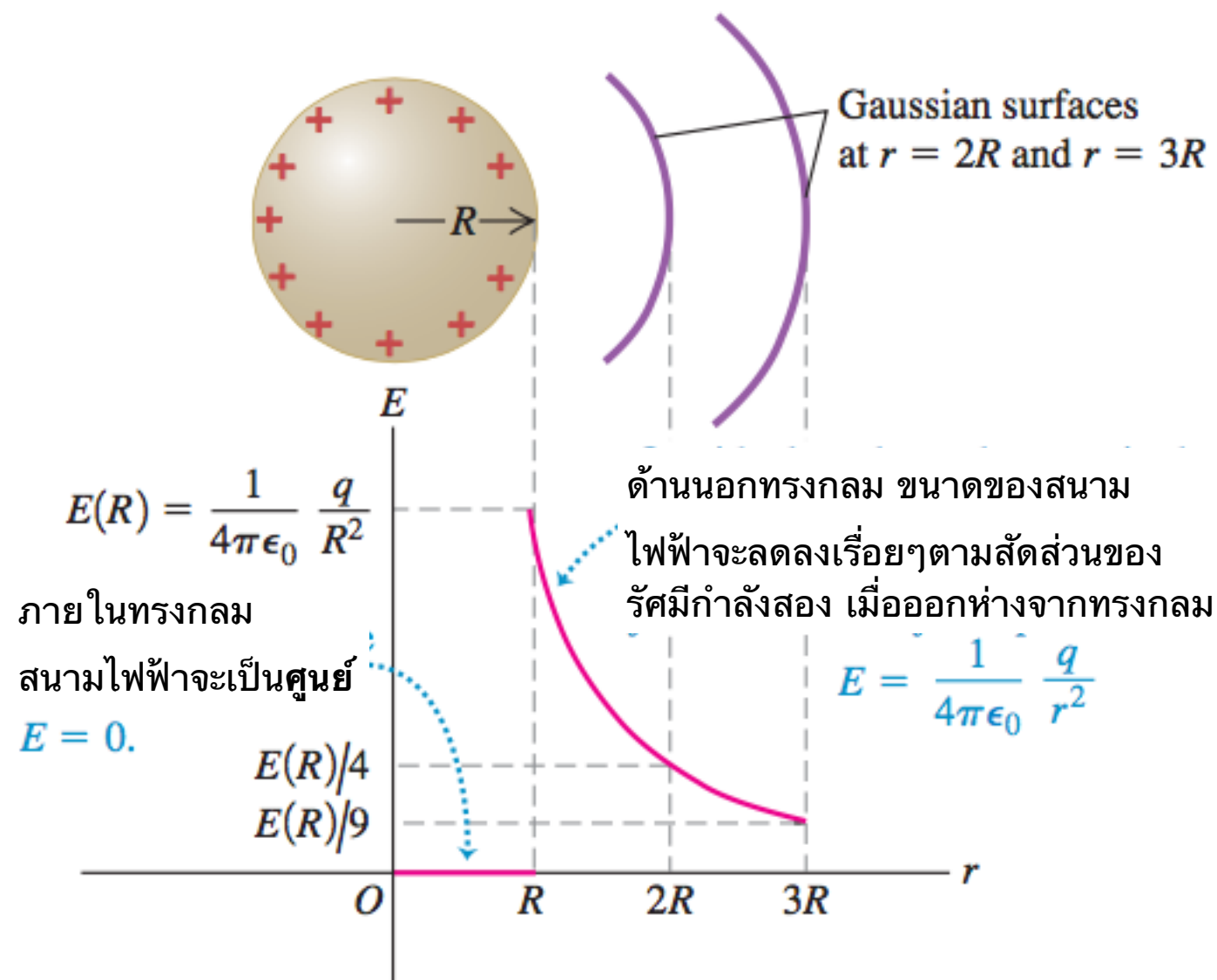
ฟลักซ์ทั้งหมดที่วิ่งผ่านพื้นที่ผิวปิดใดๆ รอบประจุ  $q$  จะมีค่าเท่ากับ  $q / \epsilon_0$  และ ไม่ขึ้นกับรูปทรงของพื้นผิว

The same number of field lines and the same flux pass through both of these area elements.



# \*\*\*Gauss's Law กฎของเกาส์\*\*\*

- ถ้าเราให้ประจุอยู่ที่พื้นผิวของทรงกลมรัศมี  $R$  สนามไฟฟ้าภายในทรงกลมนั้นจะเป็นอย่างไร?





# ตัวนำไฟฟ้าในสมดุลไฟฟ้าสถิต

- ตัวนำไฟฟ้า ถือได้ว่าอยู่ในสมดุลไฟฟ้าสถิต เมื่อไม่มีการเคลื่อนที่ของประจุในตัวนำไฟฟ้า
- ตัวนำไฟฟ้าที่อยู่ในสมดุลไฟฟ้าสถิตจะมีคุณสมบัติดังต่อไปนี้
  1. สนามไฟฟ้าเป็นศูนย์ทุกที่ ภายในตัวนำไฟฟ้า
  2. ถ้าตัวนำไฟฟ้าโดดเดี่ยวมีประจุ ประจุของมันจะอยู่ที่พื้นผิว
  3. สนามไฟฟ้าที่อยู่ด้านนอกของตัวนำไฟฟ้าที่มีประจุ จะมีทิศตั้งฉากกับพื้นผิวของตัวนำไฟฟ้าและมีขนาดเท่ากับ  $\sigma / \epsilon_0$ , เมื่อ  $\sigma$  คือความหนาแน่นของประจุที่พื้นผิวนั้นๆ
  4. ในกรณีของตัวนำไฟฟ้าหน้าตาประหลาด ความหนาแน่นประจุที่พื้นผิว จะมีค่ามากที่สุด ณ จุดที่รัศมีความโค้งน้อยที่สุด

# พลังงานศักย์ไฟฟ้าและศักย์ไฟฟ้า

- ถ้าเราต้องการทำงานให้ประจุเคลื่อนที่จาก A ไป B แบบสม่ำเสมอ

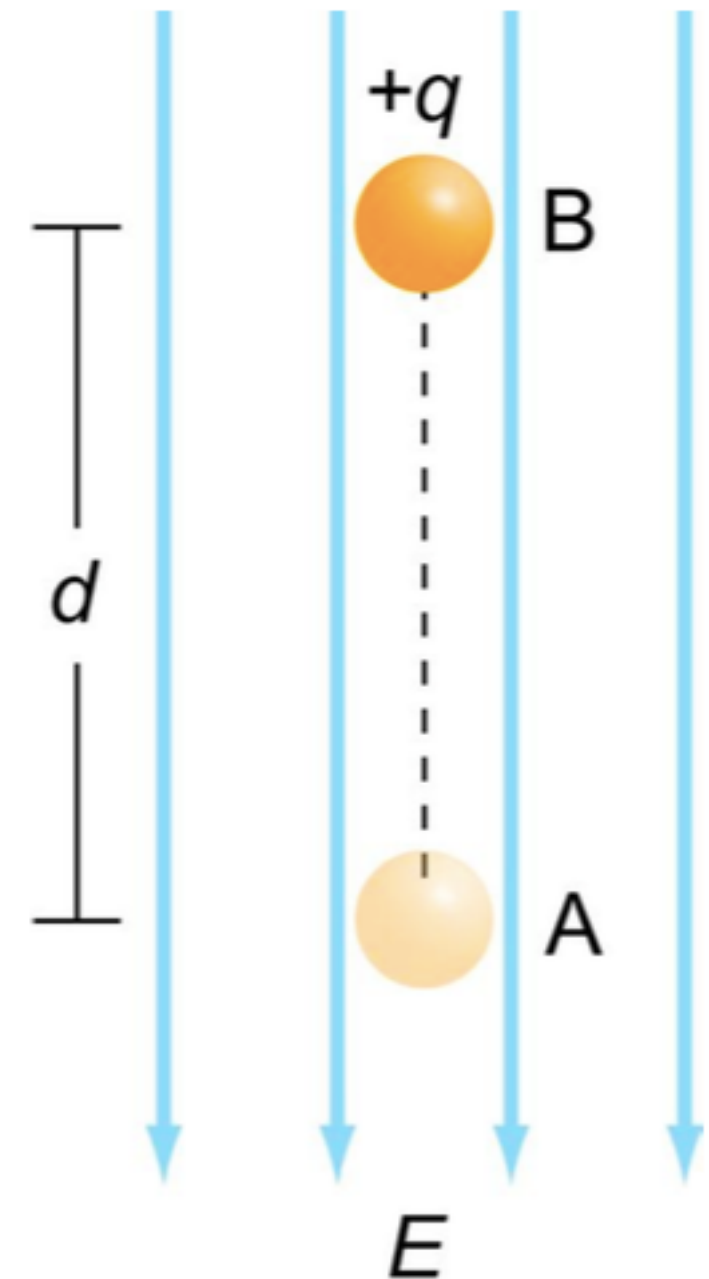
$$W_{AB} = Fd \cos \theta = Fd = (qE)d = qEd$$

- ดังนั้น พลังงานศักย์ที่เปลี่ยนไปของประจุระหว่างตำแหน่ง A และ B คือ

$$\Delta U_{AB} = qEd$$

(เปรียบเทียบกับพลังงานศักย์โน้มถ่วง  $mgh$ )

สนามไฟฟ้า



# ความต่างศักย์ และศักย์ไฟฟ้า

- สำหรับระยะทางเล็กๆ  $ds$  ที่ประจุเคลื่อนที่ไป จะมียางเกิดขึ้นจากสนามไฟฟ้าทำกับประจุซึ่งมีค่าเป็น

$$\vec{F}_e \cdot d\vec{s} = q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

- พลังงานศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนไป คือ  $dU = -q_0 \vec{E} \cdot d\vec{s}$
- จากจุด A ไปจุด B พลังงานศักย์ไฟฟ้าที่เปลี่ยนแปลงไป สามารถหาได้จากความสัมพันธ์

$$\Delta U = U_B - U_A = -q_0 \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

ความต่างศักย์ไฟฟ้าระหว่างจุด A และ B ในสนามไฟฟ้าคือ

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

# ศักย์ไฟฟ้า

- พลังงานศักย์ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของความต่างศักย์ ได้เป็น

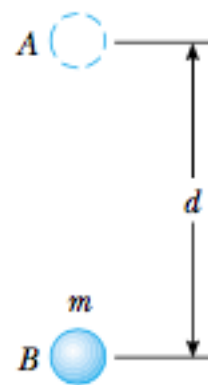
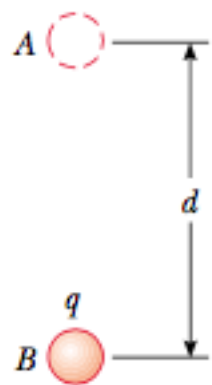
$$W=q\Delta V$$

- โดยที่หน่วยของศักย์ไฟฟ้า จะเป็น Volt (V) ซึ่งก็คือ J/C

- หน่วยของพลังงานจะเป็น electron volt (eV),

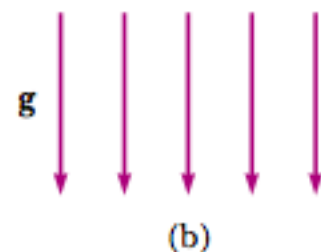
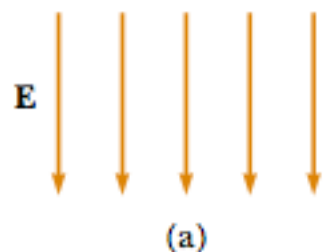
- ถูกนิยามเป็นพลังงานที่ประจุขนาด e (อิเล็กตรอนหรือโปรตอน) ใช้ในการเคลื่อนที่ 1 V

$$1eV=1.60\times 10^{-19}C\cdot V=1.60\times 10^{-19}J$$

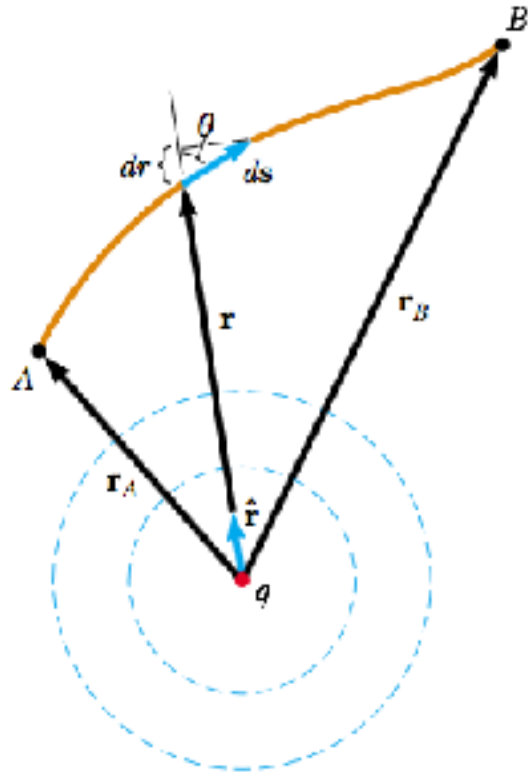


$$\Delta U=q\Delta V=-qEd$$

ถ้าประจุเป็นบวก สนามไฟฟ้าจะสูญเสียพลังงานศักย์ไฟฟ้า



# ศักย์ไฟฟ้าและพลังงานศักย์ของประจุที่เป็นจุด

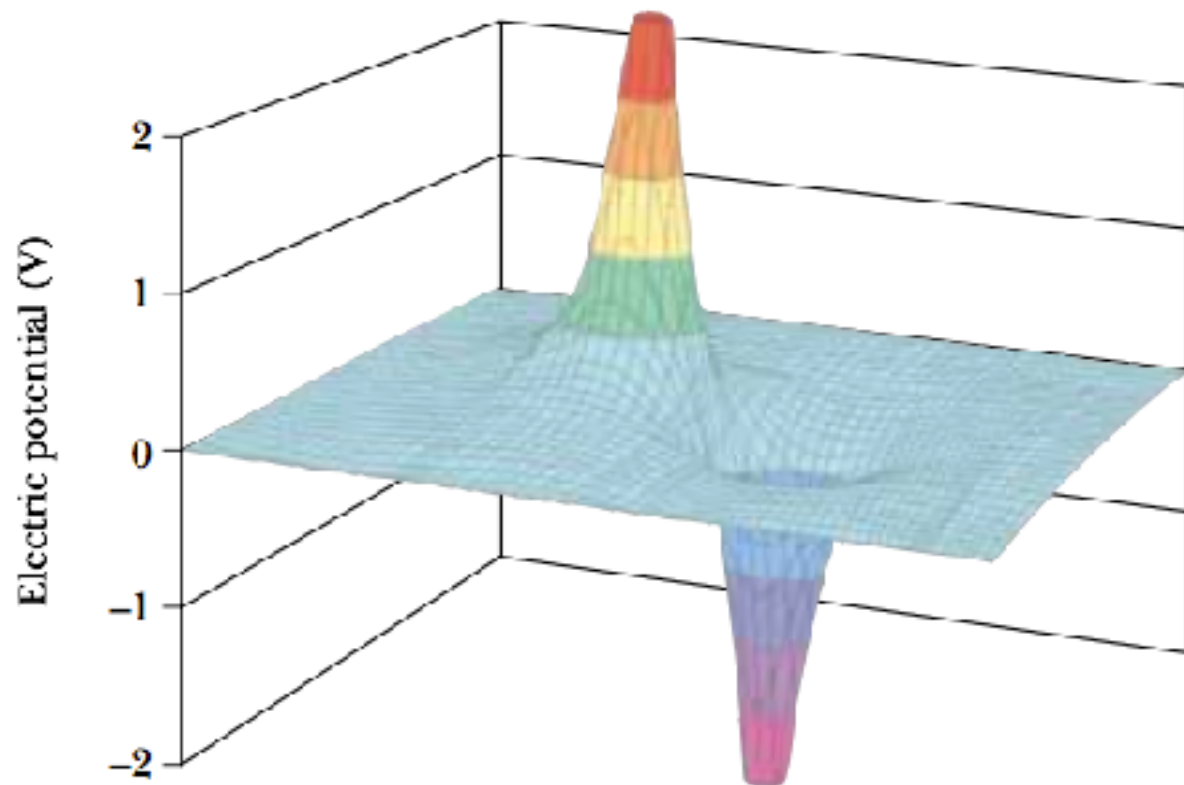


$$\Delta V = V_B - V_A = - \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{E} \cdot d\vec{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{r} \cdot d\vec{s}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[ \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

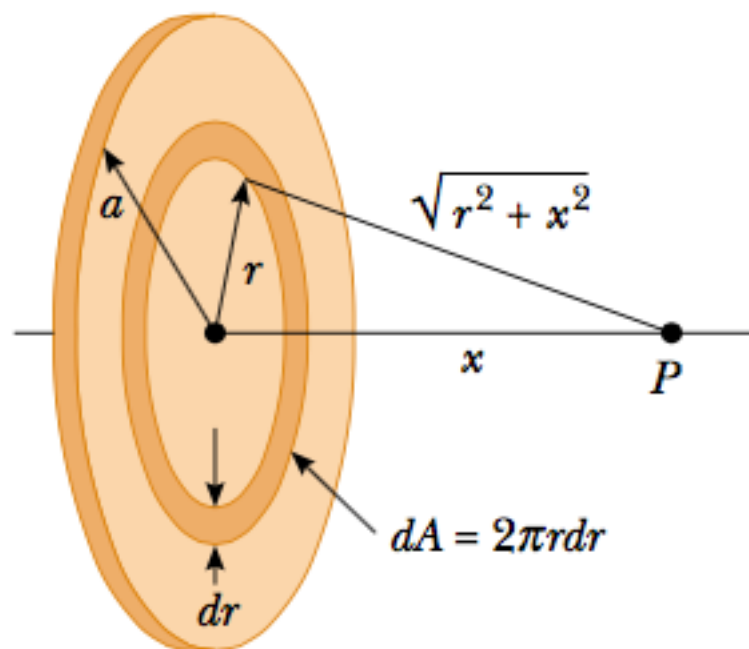
ความต่างศักย์ไม่ขึ้นกับเส้นทางที่ประจุเคลื่อนที่



$$\boxed{V = k_e \frac{q}{r}} \longrightarrow V = k_e \int \frac{q}{r}$$

# ศักย์ไฟฟ้าจากแผ่นประจุ

- ให้แผ่นประจุมีรัศมี  $a$  และความหนาแน่นของประจุบนพื้นผิว มีค่าเป็น  $\sigma$  จงหา
- ศักย์ไฟฟ้าที่จุด  $p$
- ขนาดของสนามไฟฟ้าในทิศตั้งฉากกับเส้นที่ลากผ่านจุดศูนย์กลางของแผ่นประจุ (หรือขนาดของสนามไฟฟ้าที่จุด  $p$  ในทิศขนานกับแผ่นประจุ)





# แรงแม่เหล็ก (Magnetic force)

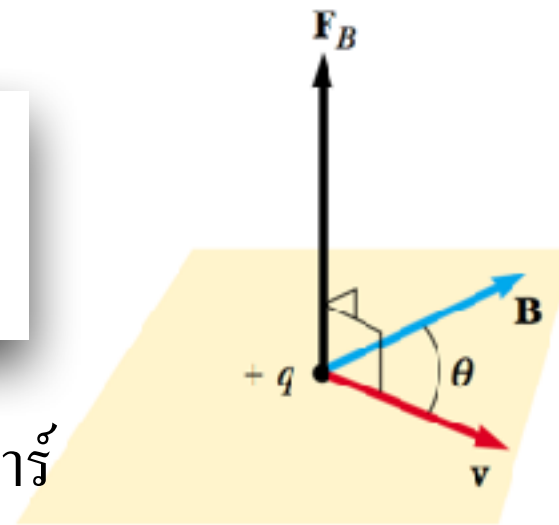
- เมื่อมีประจุไฟฟ้า  $q$  เคลื่อนที่ในสนามแม่เหล็ก จะได้รับแรงกระทำจากสนามแม่เหล็ก ที่เรียกว่า “แรงแม่เหล็ก ( $F_B$ )” ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\vec{F} = q \vec{v} \times \vec{B}$$

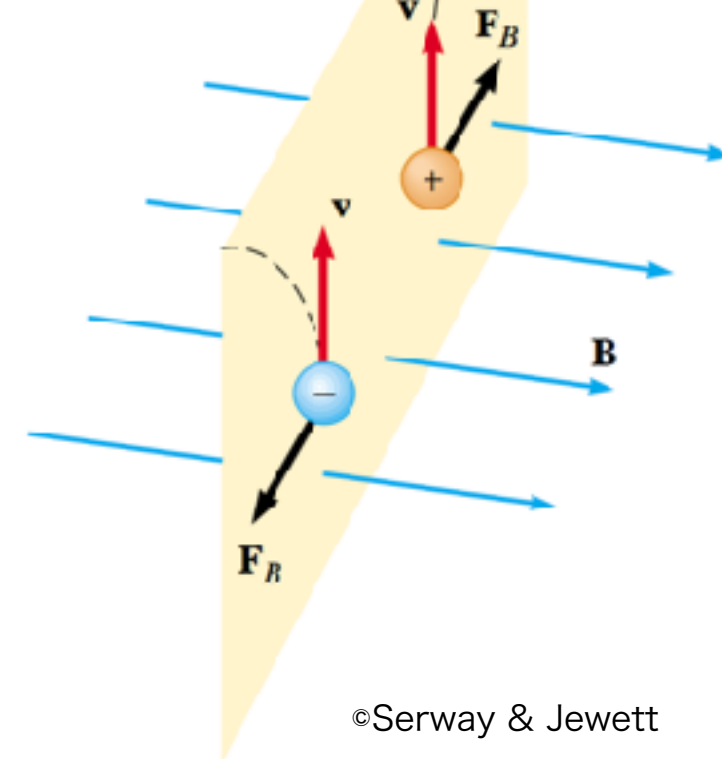
- หากเราแปลงเป็นแรงแม่เหล็กที่เป็นปริมาณสเกลาร์

$$F_B = qvB \sin \theta$$

- โดยที่  $\theta$  คือ มุมที่เกิดขึ้นระหว่างทิศการเคลื่อนที่ของประจุและทิศของสนามแม่เหล็ก  $B$

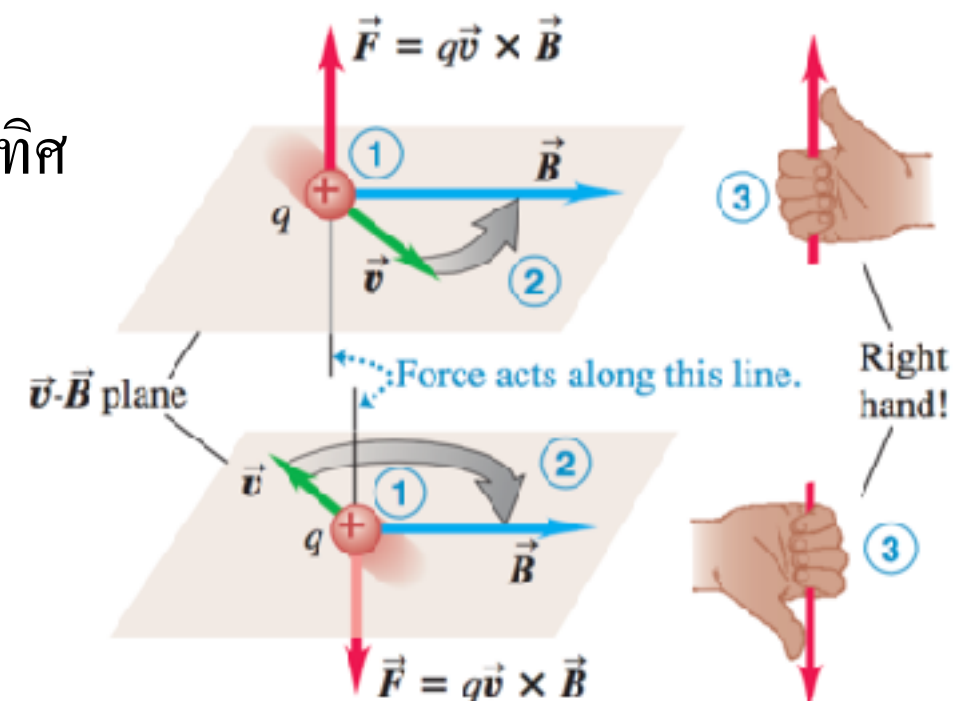


(a)



(b)

©Serway & Jewett



©Young & Freedman

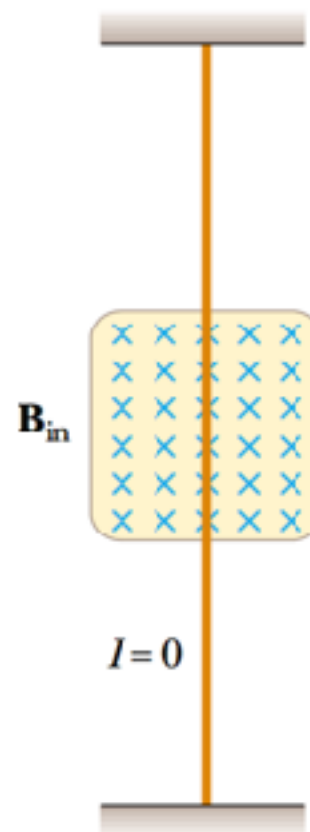
# แรงแม่เหล็กที่เกิดกับตัวนำไฟฟ้าที่มีกระแส

- พิจารณาส่วนของสายไฟนำไฟฟ้าความยาว  $L$ 
  - ถ้ามีกระแสไฟฟ้า  $I$  (ไอ) วิ่งผ่านสนามแม่เหล็ก  $B$  จะมีแรงแม่เหล็กเกิดขึ้นกับสายไฟ เป็น

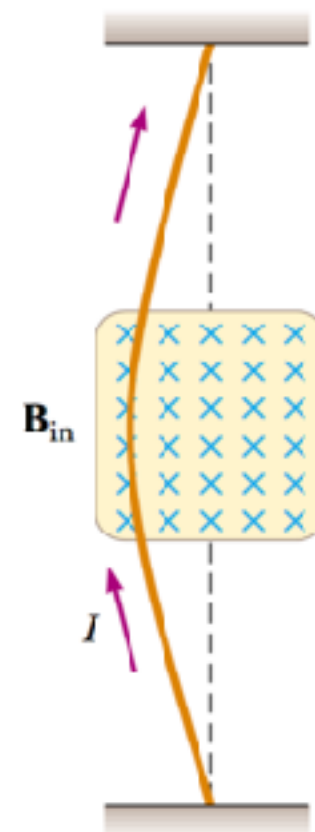
$$\vec{F} = I \vec{L} \times \vec{B}$$



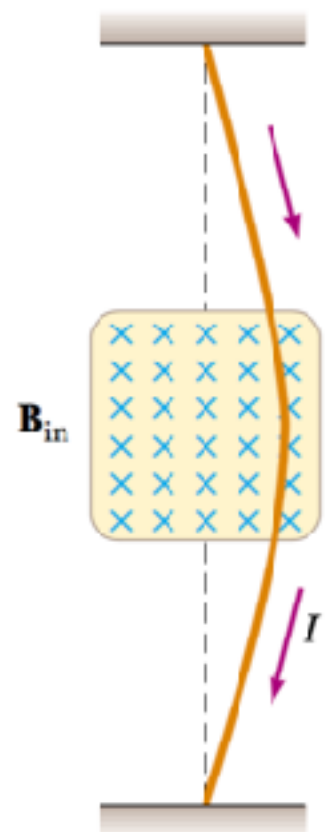
(a)



(b)



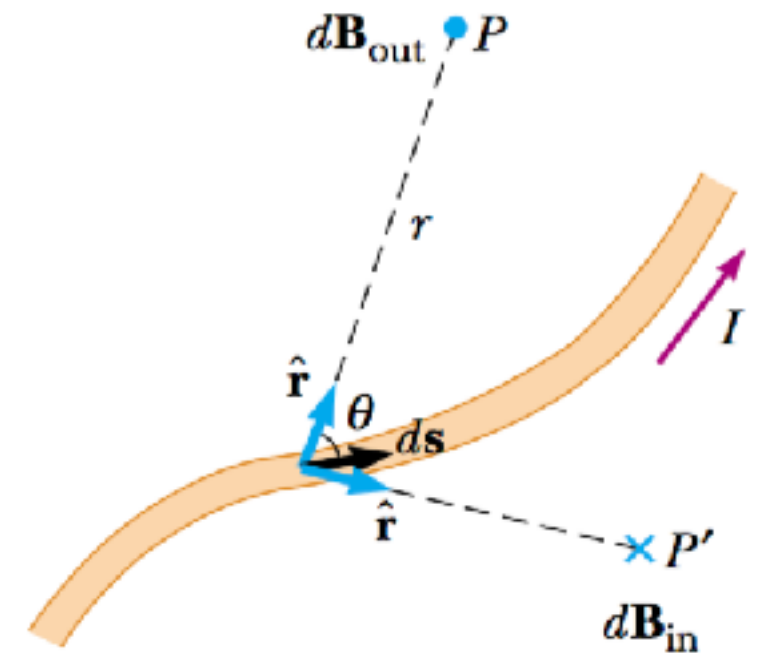
(c)



(d)

# The Biot-Savart Law กฎของบีโอ-ซาวาร์ต

- สนามแม่เหล็กสามารถเกิดขึ้นได้ที่จุด P ใกล้ๆกับตัวนำไฟฟ้าที่มีกระแสไฟฟ้าไหลผ่าน
- Biot-Savart Law สามารถเขียนได้เป็น



©Serway & Jewett

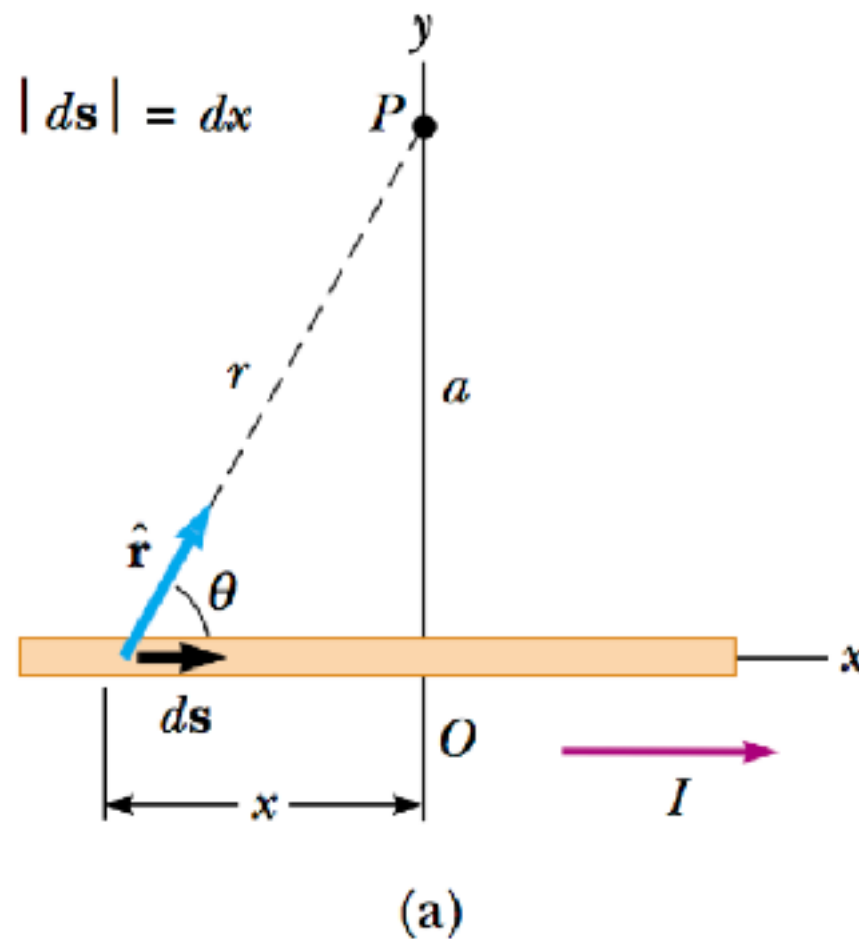
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

Permeability of free space

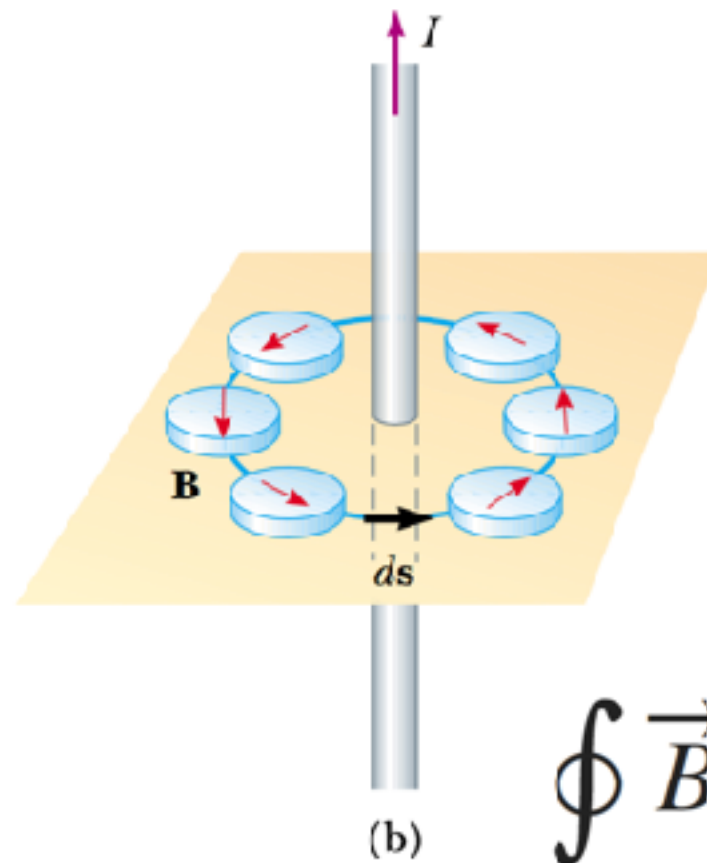
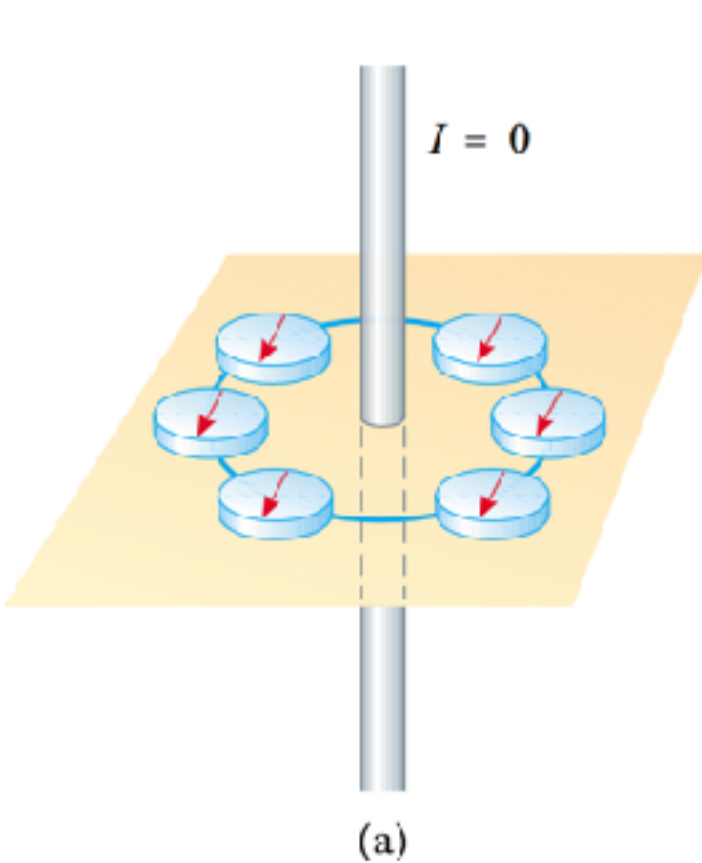
$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ T}\cdot\text{m/A}$$

# ตัวอย่าง

- พิจารณาเส้นลวดที่มีกระแสไฟฟ้าคงที่วิ่งผ่าน  $I$  ถูกวางไว้บนแกน  $x$  ดังรูป
- จงหาขนาดและทิศทางของสนามแม่เหล็กที่จุด  $P$  ที่เกิดจากกระแสไฟฟ้าในเส้นลวดนี้



# Ampere's Law กฎของแอมแปร์



$$\vec{B} \cdot d\vec{s} = B ds$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = B \oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I$$

©Serway & Jewett

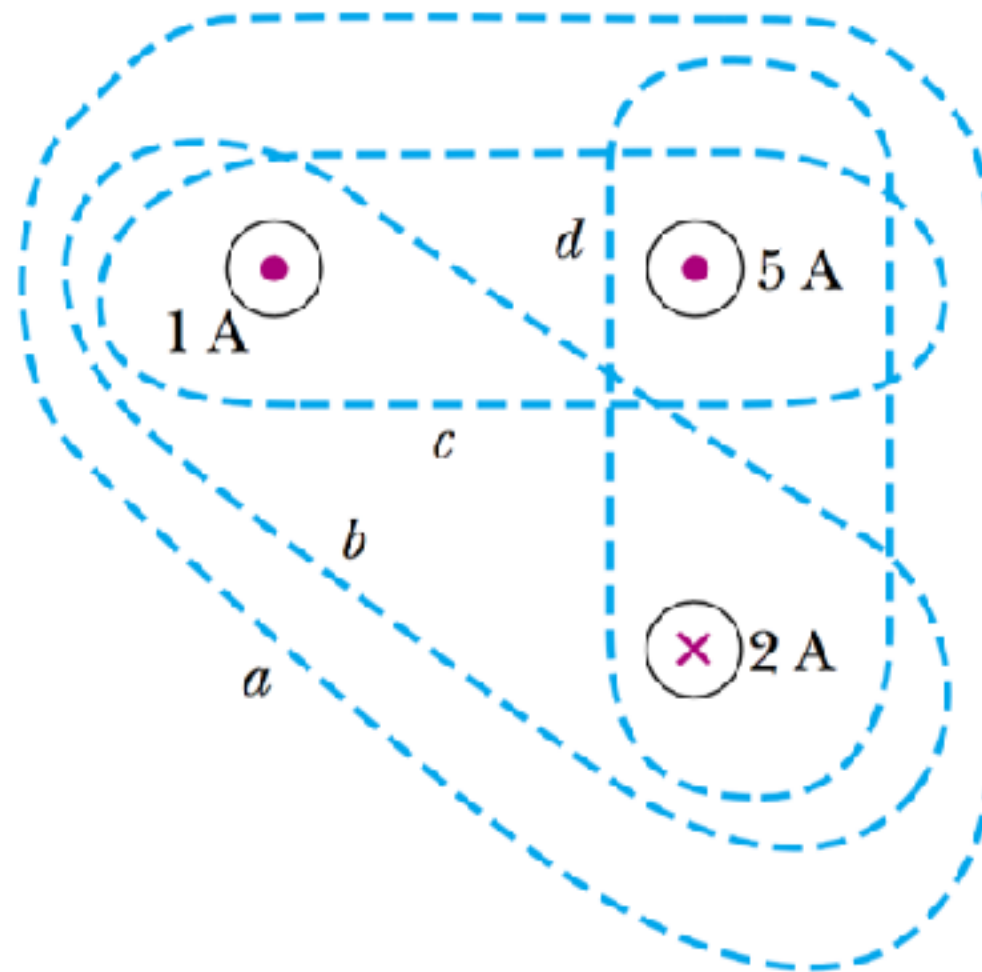
- line integral (การอินทิเกรตเชิงเส้น)  $\vec{B} \cdot d\vec{s}$  ของเส้นทางปิดใดๆ จะมีค่าเท่ากับ  $\mu_0 I$

เมื่อกระแสไฟฟ้า I คือกระแสไฟฟ้าทั้งหมดที่ไหลผ่านพื้นผิวที่เส้นปิดนั้นอยู่

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

# Quick Quiz

- Rank the magnitude of  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s}$  for the below closed paths from least to greatest.



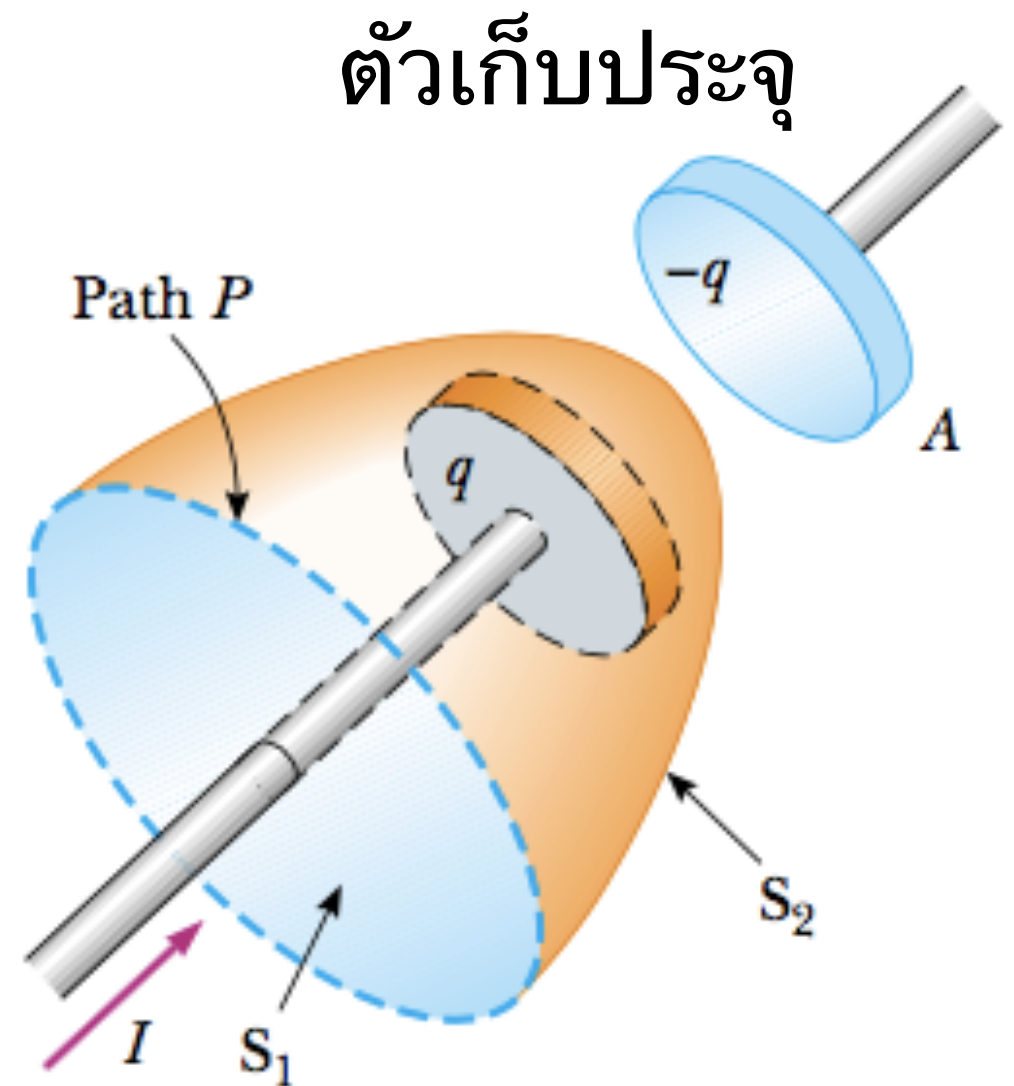


# Ampere's Law กฎของแอมแปร์

- พิจารณาพื้นผิว  $S_1$  และ  $S_2$  ในรูปด้านขวา

$$\oint_{S_1} \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$$

$$\oint_{S_2} \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$



กฎของแอมแปร์จะขัดแย้งกันเอง ถ้ากระแสไฟฟ้าไม่ต่อเนื่อง

# รูปแบบทั่วไป ของกฎของแอมแปร์

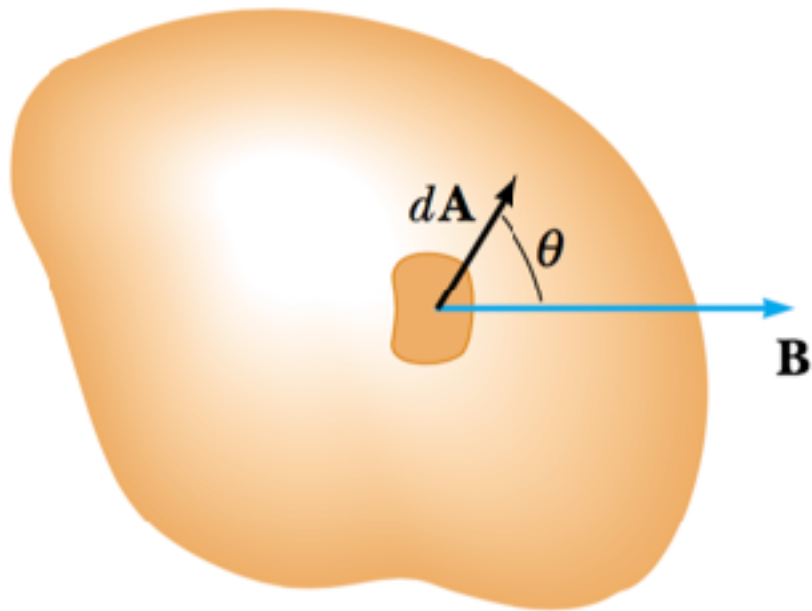
- James Clerk Maxwell (เจมส์ เคลิร์ก แมกซ์เวลล์) แก้ปัญหานี้โดยใส่เทอมอื่นเพิ่มเข้าไปในกฎของแอมแปร์
- เทอมที่เพิ่มเข้ามานี้เรียกว่า “displacement current”

$$I_d \equiv \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampere-Maxwell Law

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

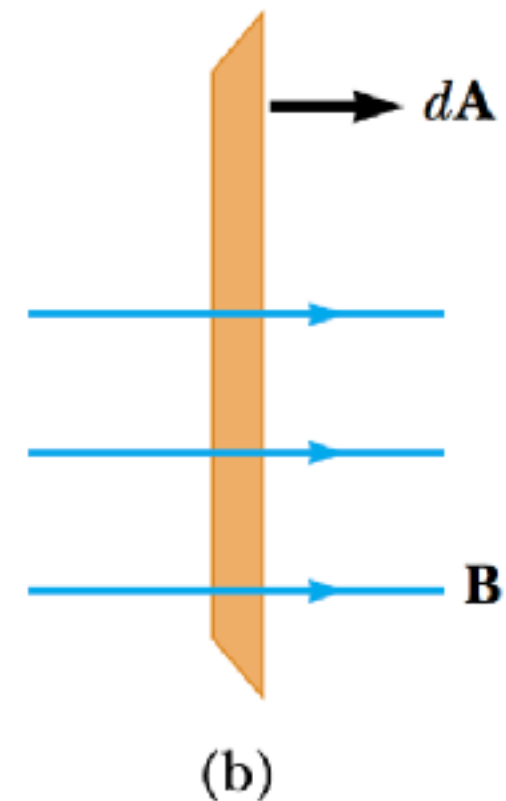
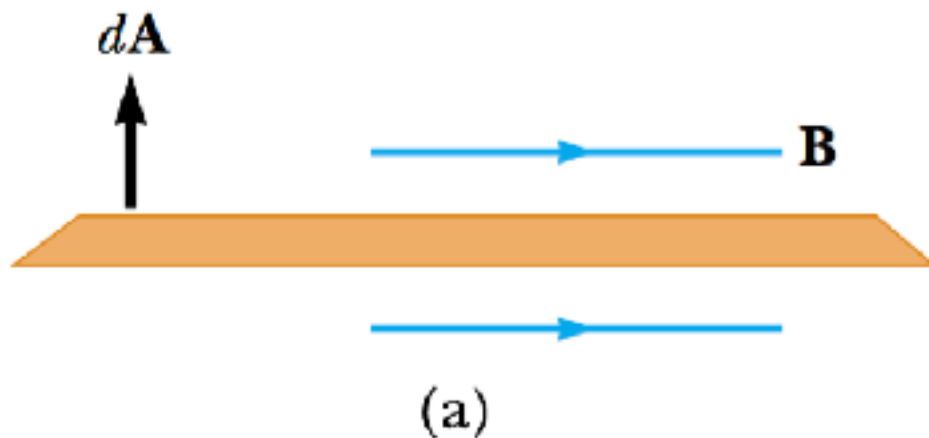
# Magnetic Flux ฟลักซ์แม่เหล็ก



$$\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi_B = BA \cos \theta$$

©Serway & Jewett



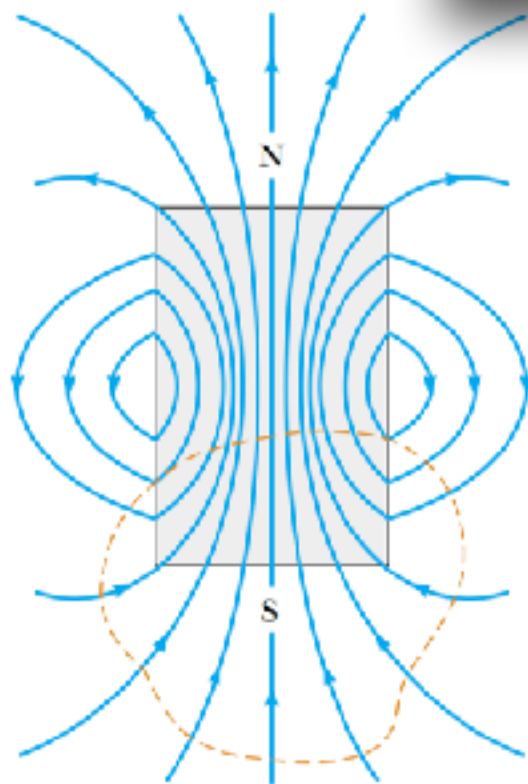
# Gauss's Law of Magnetism

## กฎของเกาส์ในกรณีของแม่เหล็ก

- เส้นสนามแม่เหล็กนั้นต่อเนื่อง และจะวิ่งวนเป็นลูป
- ฟลักซ์แม่เหล็กทั้งหมดที่วิ่งผ่านพื้นที่ผิวปิดใดๆ จะมีค่าเป็น ศูนย์ เสมอ!!

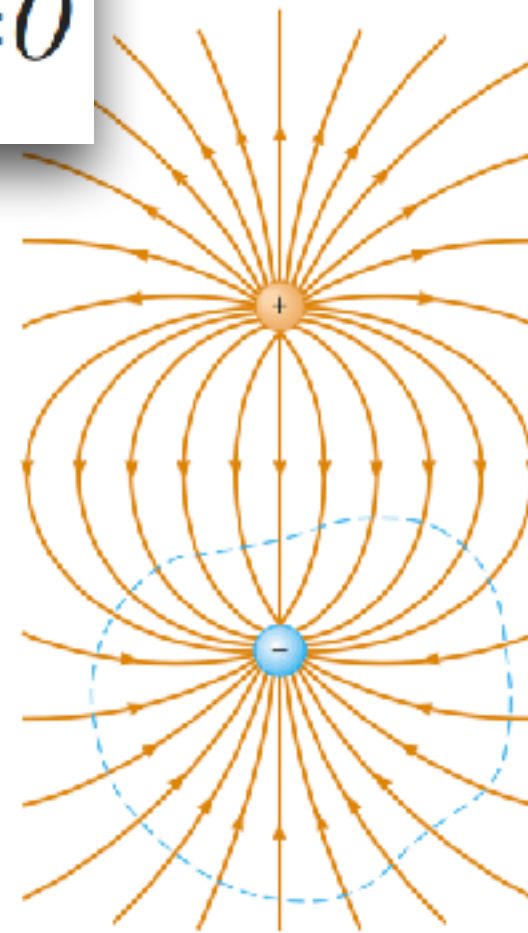
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

สนามแม่เหล็ก



**Figure 30.23** The magnetic field lines of a bar magnet form closed loops. Note that the net magnetic flux through a closed surface surrounding one of the poles (or any other closed surface) is zero. (The dashed line represents the intersection of the surface with the page.)

สนามไฟฟ้า



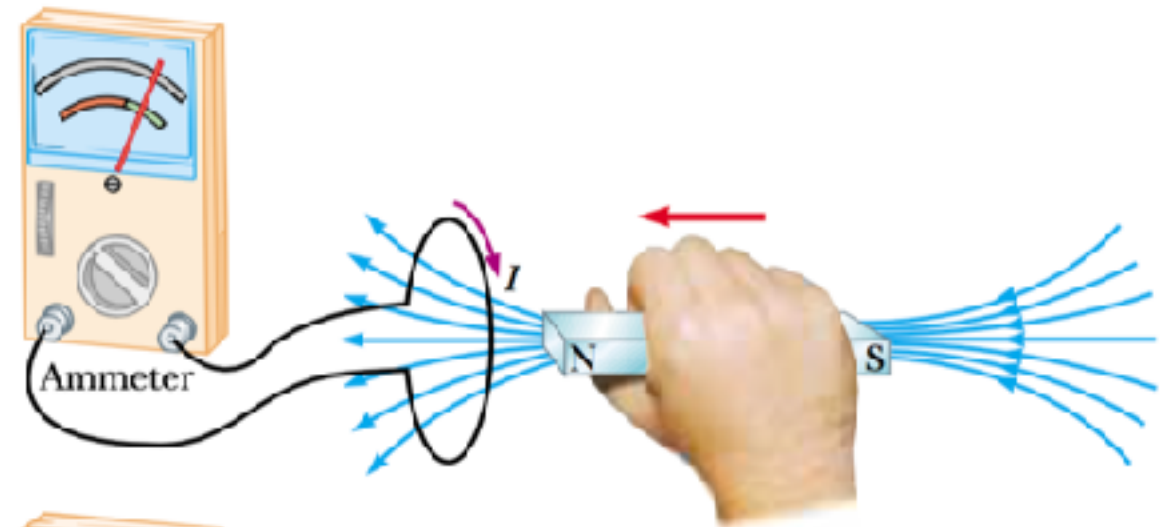
**Figure 30.24** The electric field lines surrounding an electric dipole begin on the positive charge and terminate on the negative charge. The electric flux through a closed surface surrounding one of the charges is not zero.

# Faraday's Law of Induction

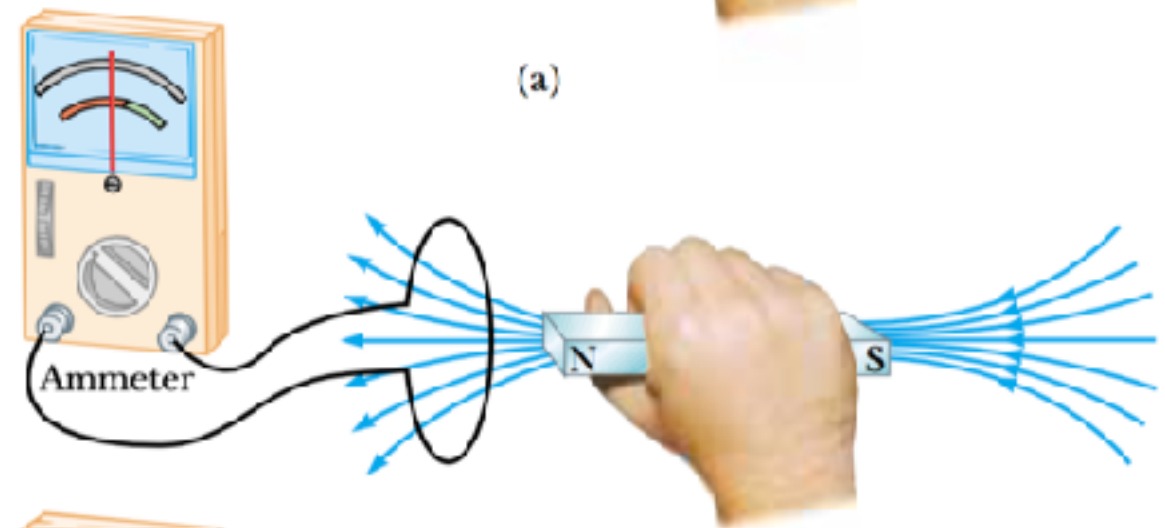
## กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์

- กระแสไฟฟ้าสามารถสร้างขึ้นได้จากการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็ก

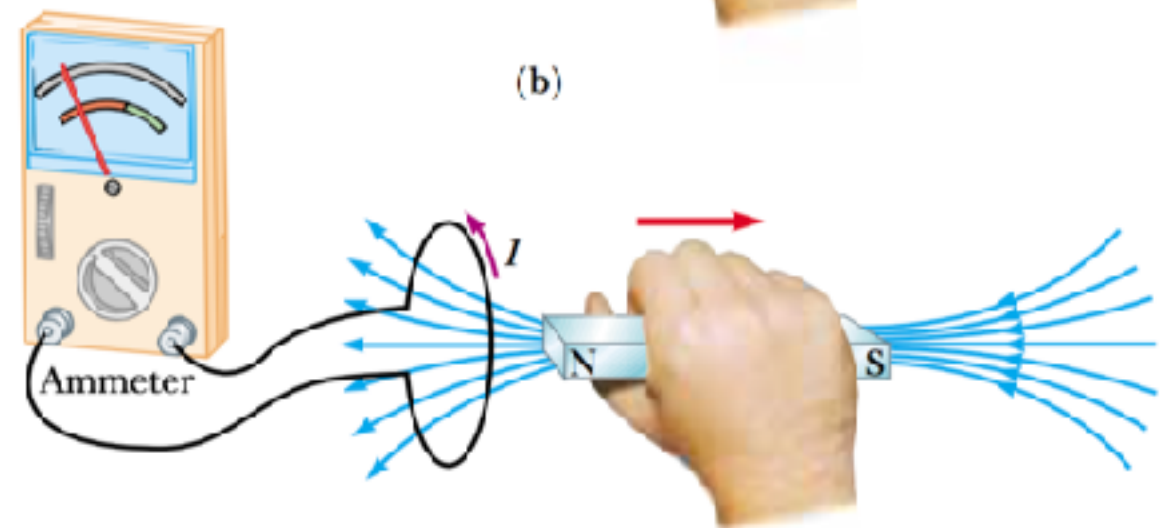
$$\text{EMF } \mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$



(a)



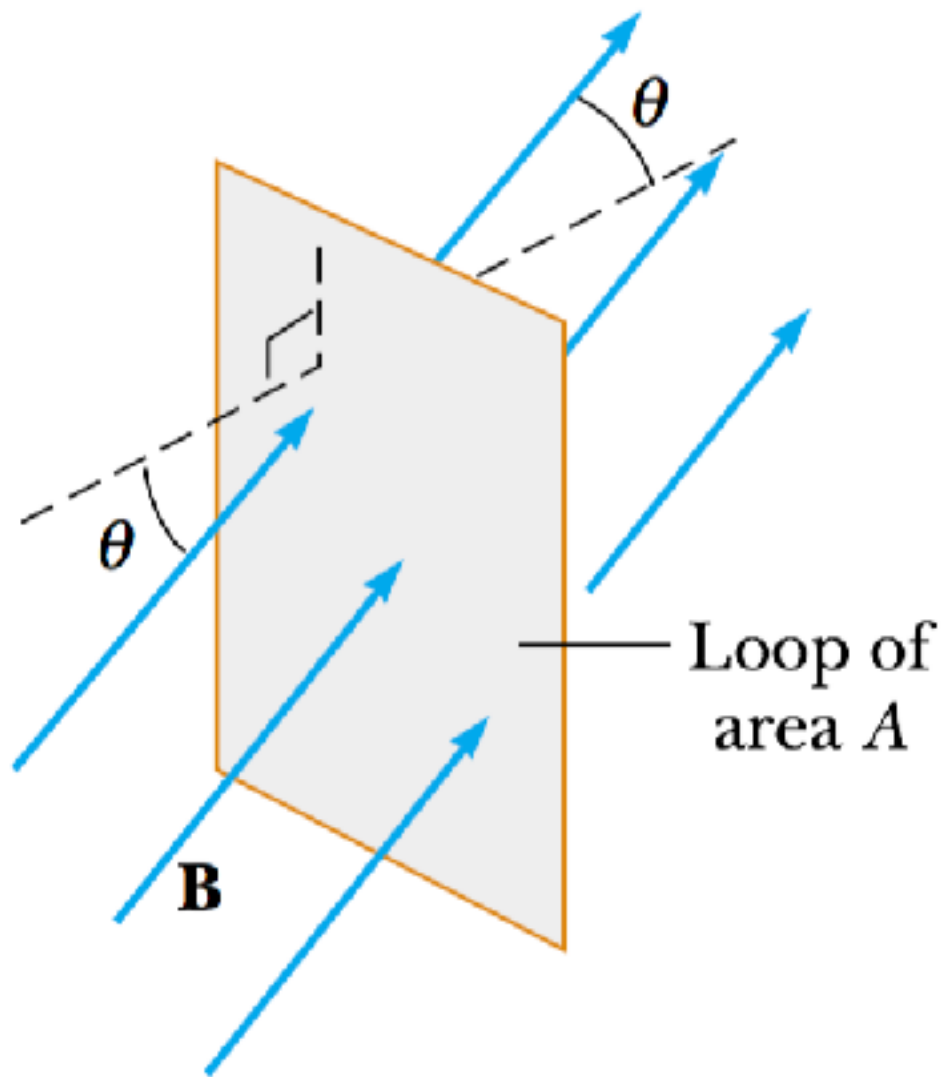
(b)



(c)

# Faraday's Law of Induction

## กฎการเหนี่ยวนำของฟาราเดย์



$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} (BA \cos \theta)$$



# Example

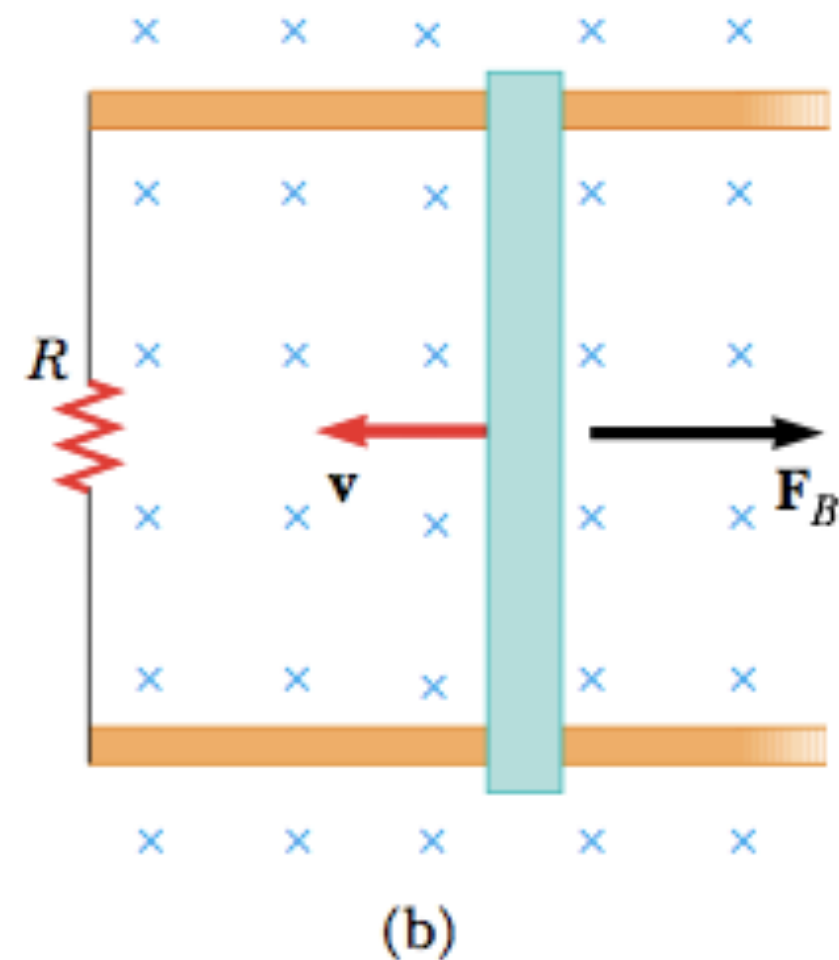
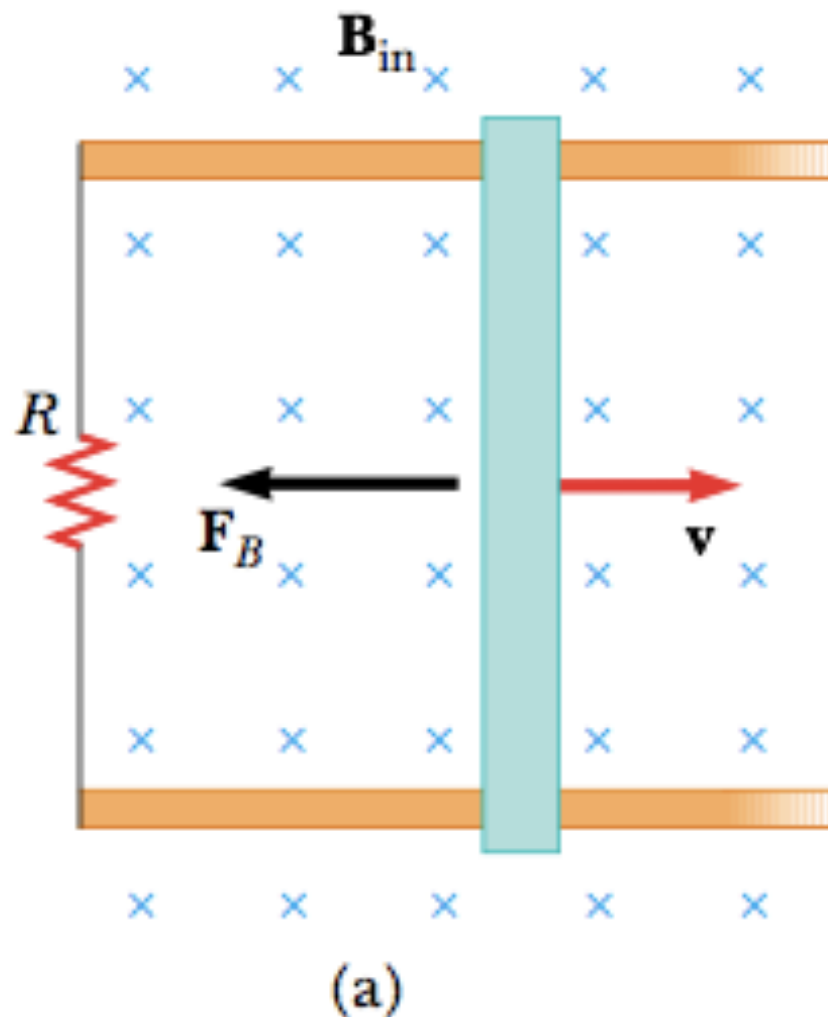
- มีขดลวดเส้นหนึ่งขดเป็นวง โดยมีพื้นที่ภายในขดลวดเป็น  $A$  ถูกวางไว้ในสนามแม่เหล็กที่มีทิศตั้งฉากกับระบบพื้นที่ภายในขดลวด ขนาดของสนามแม่เหล็กสามารถเขียนได้เป็น  $B = B_{max}e^{-at}$ 
  - โดยที่  $a$  เป็น ค่าคงที่
  - จงหากระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำที่จะเกิดขึ้นในขดลวด ในฟังก์ชันของเวลา

# Lenz's Law (กฎของเลนซ์)

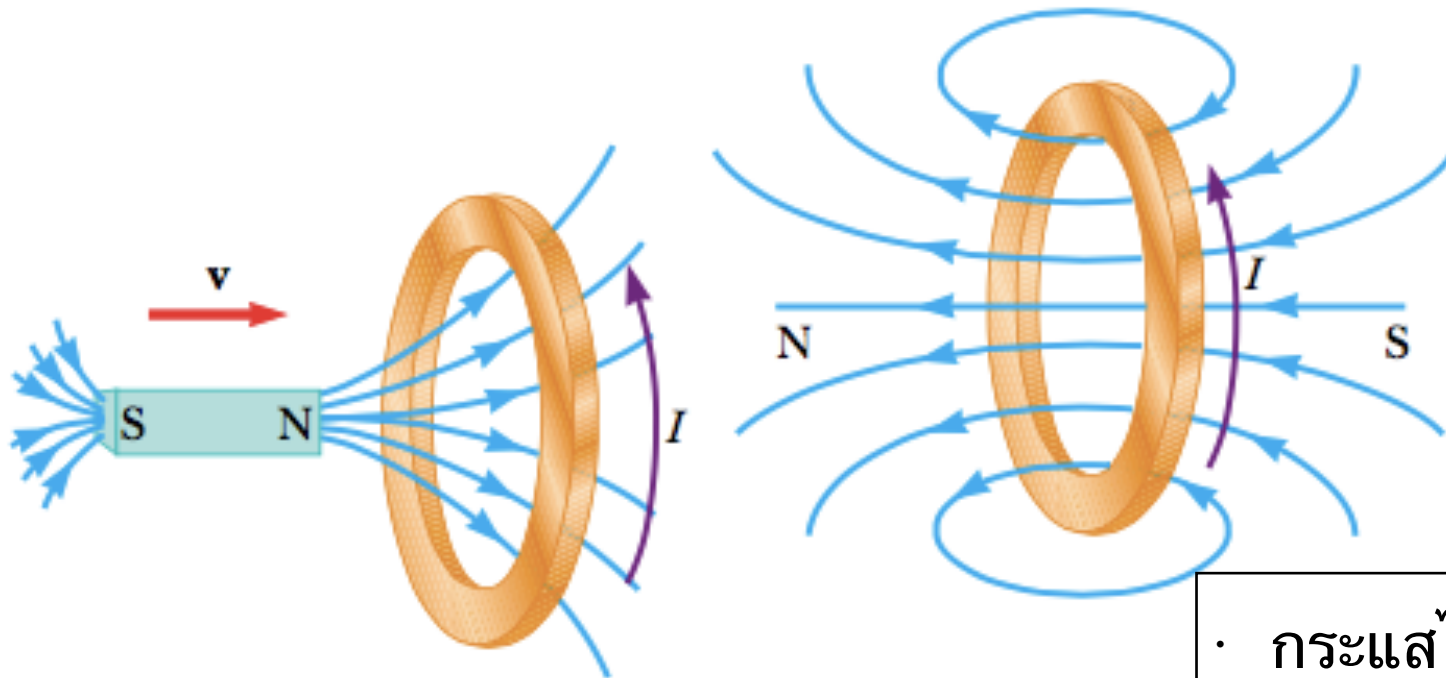
Faraday's Law

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

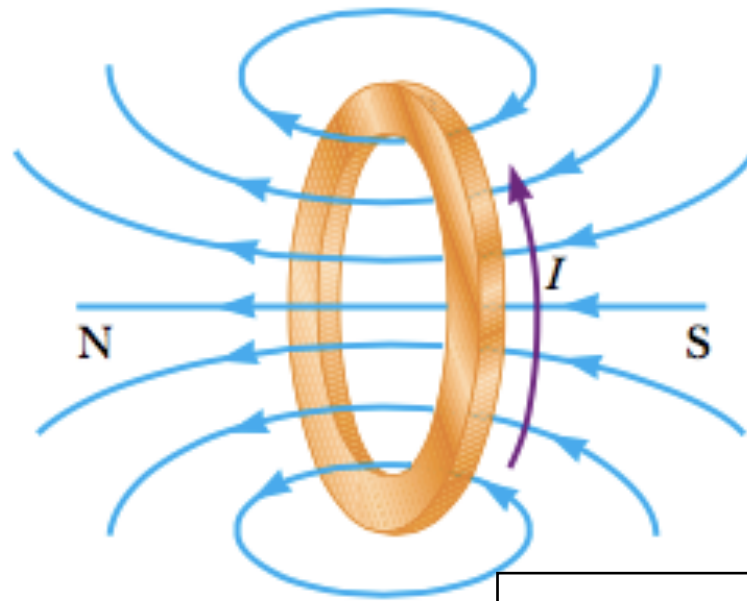
- กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด จะเกิดขึ้นในทิศทางที่จะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้นมาเพื่อหักล้างการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กในพื้นที่หน้าตัดของขดลวด



# Lenz's Law

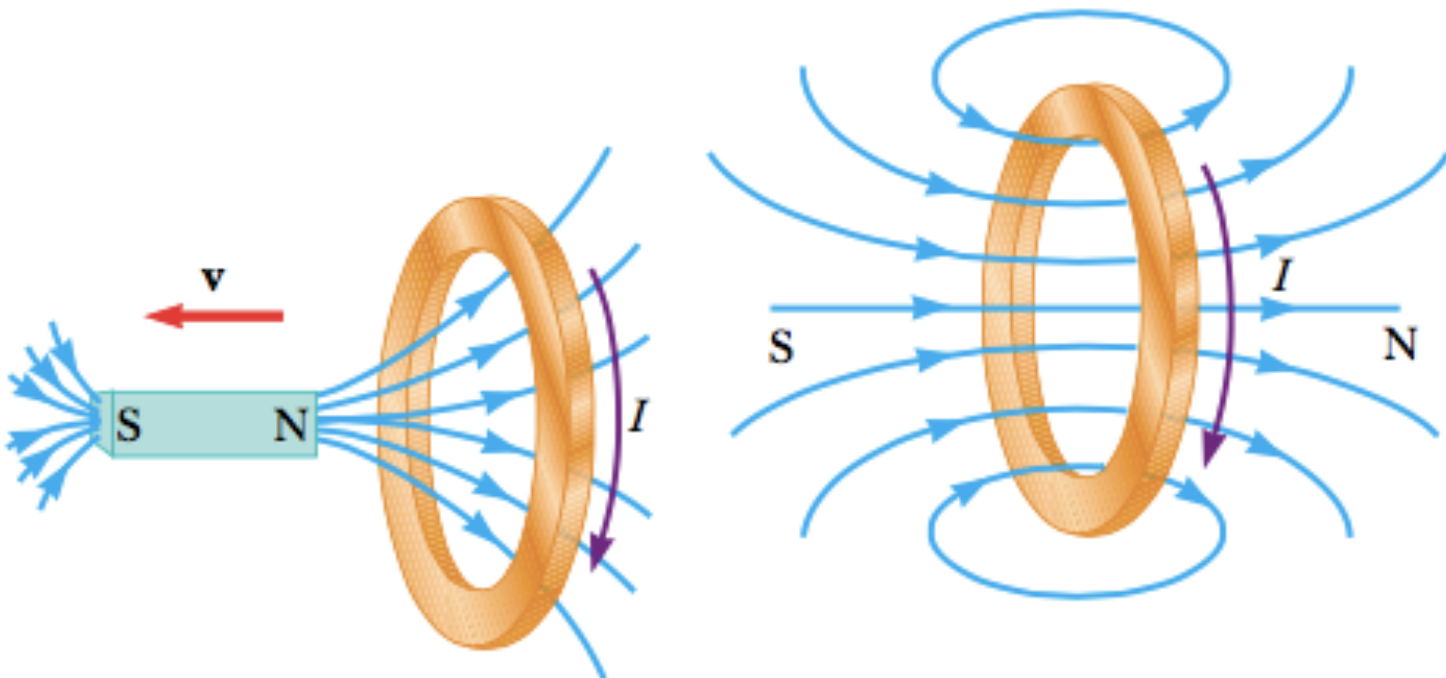


(a)

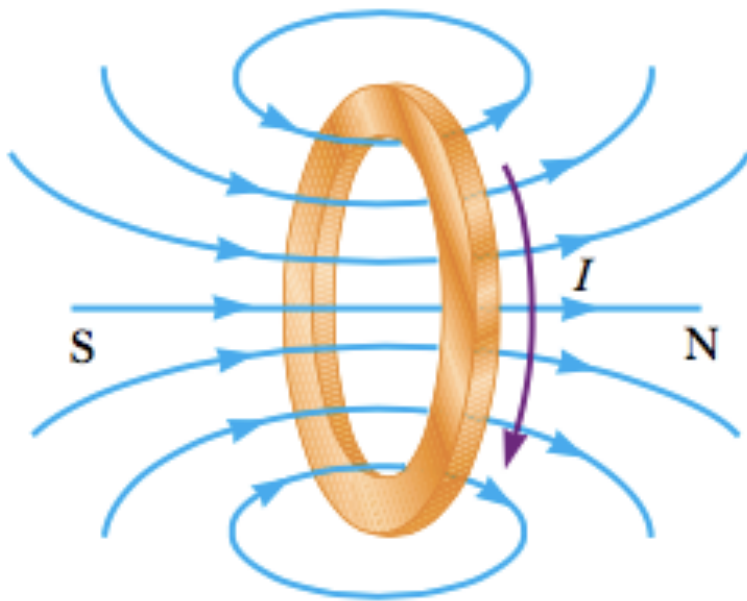


(b)

· กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำในขดลวด จะเกิดขึ้นในทิศทางที่จะสร้างสนามแม่เหล็กขึ้นมาเพื่อหักล้างการเปลี่ยนแปลงของฟลักซ์แม่เหล็กในพื้นที่หน้าตัดของขดลวด

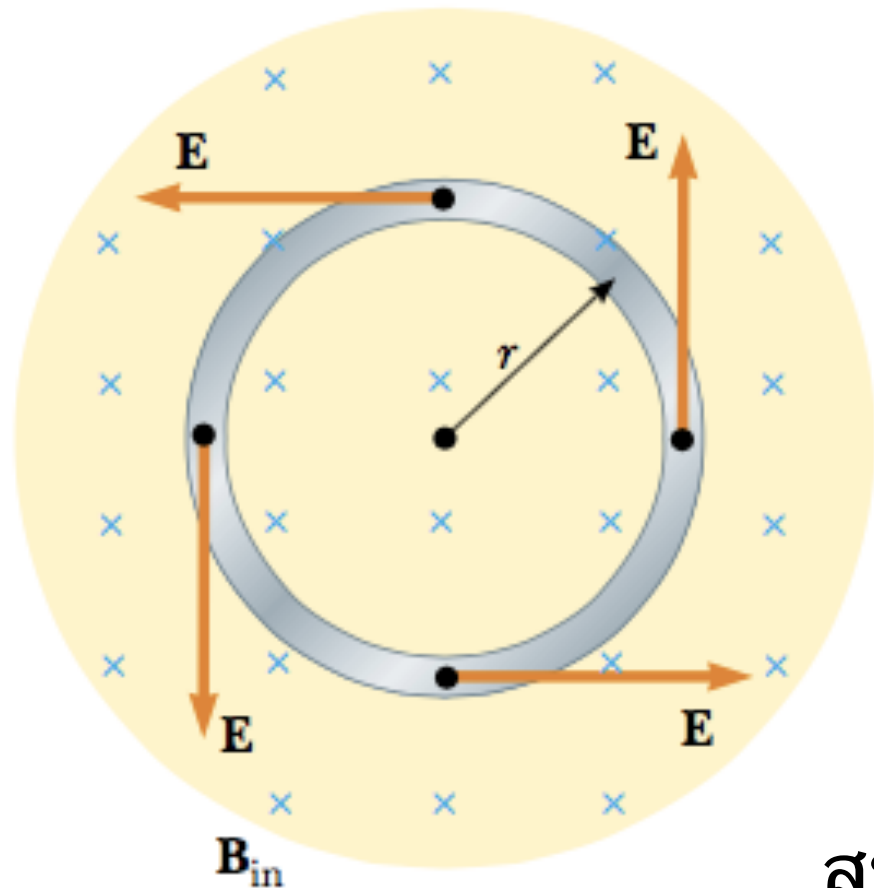


(c)



(d)

# กระแสไฟฟ้าเหนี่ยวนำและสนามไฟฟ้า

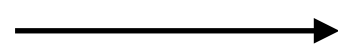


$$q\mathcal{E} = qE(2\pi r)$$

$$E = \frac{\mathcal{E}}{2\pi r}$$

สนามไฟฟ้าเหนี่ยวนำ  $E$  เป็นสนามที่ไม่อนุรักษ์  
ที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงของสนามแม่เหล็ก

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E} \cdot d\vec{s}$$



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = - \frac{d\Phi_B}{dt}$$

# Maxwell's Equations

- สมการที่ใช้อธิบายแม่เหล็กไฟฟ้าทั้งหมด ถูกรวบรวมโดย James Clerk Maxwell เรียกว่า สมการแมกซ์เวล

$$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Gauss's Law

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Gauss's Law for magnetism

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

Faraday's Law

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I + \epsilon_0 \mu_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

Ampere-Maxwell Law