Método EULER (EDO)

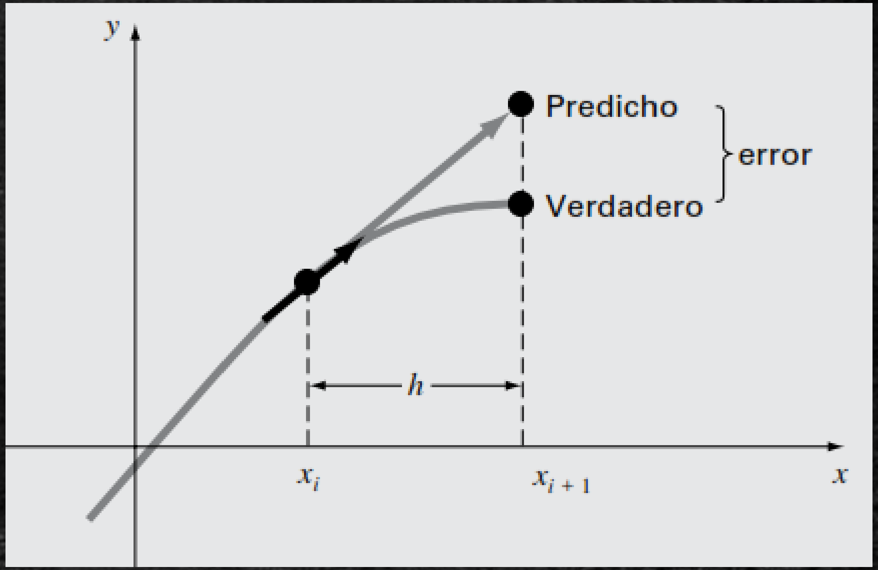
La primera derivada ofrece una estimación directa de la pendiente en x_i

$$\phi = f(x_i, y_i)$$

pendiente donde $f(x_i, y_i)$ es la ecuación diferencial evaluada en x_i y y_i. La estimación se sustituye en:

$$y_{i+1} = y_i + \phi h$$

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$



Esta fórmula se conoce como *método de Euler (o de Euler-Cauchy o de punto pendiente)*.
Se predice un nuevo valor de ***y*** usando la pendiente (igual a la primera derivada en el valor original de ***x***) para extrapolar linealmente sobre el tamaño de paso ***h***

Franco Salcedo López.
2021

Método EULER (EDO)

EJEMPLO:

Con el método de Euler integre numéricamente la ecuación:

$$\frac{dy}{dx} = -2x^3 + 12x^2 - 20x + 8.5$$

desde $x = 0$ hasta $x = 4$ con un tamaño de paso 0.5. La condición inicial en $x = 0$ es $y = 1$.

la solución exacta está dada por la ecuación

$$y = -0.5x^4 + 4x^3 - 10x^2 + 8.5x + 1$$

h=(b-a)/n -→ 0.5=(4-0)/n → n= 8:

Solución

$$y_{i+1} = y_i + f(x_i, y_i)h$$

$$y(0.5) = y(0) + f(0, 1)0.5$$

donde $y(0) = 1$ y la pendiente estimada en $x = 0$ es:

$$f(0, 1) = -2(0)^3 + 12(0)^2 - 20(0) + 8.5 = 8.5$$

Por lo tanto,

$$y(0.5) = 1.0 + 8.5(0.5) = 5.25$$

La solución verdadera en $x = 0.5$ es:

$$y = -0.5(0.5)^4 + 4(0.5)^3 - 10(0.5)^2 + 8.5(0.5) + 1 = 3.21875$$

Así, el error es:

$$E_t = \text{valor verdadero} - \text{valor aproximado} = 3.21875 - 5.25 = -2.03125$$

o, expresada como error relativo porcentual, $\varepsilon_t = -63.1\%$. En el segundo paso,

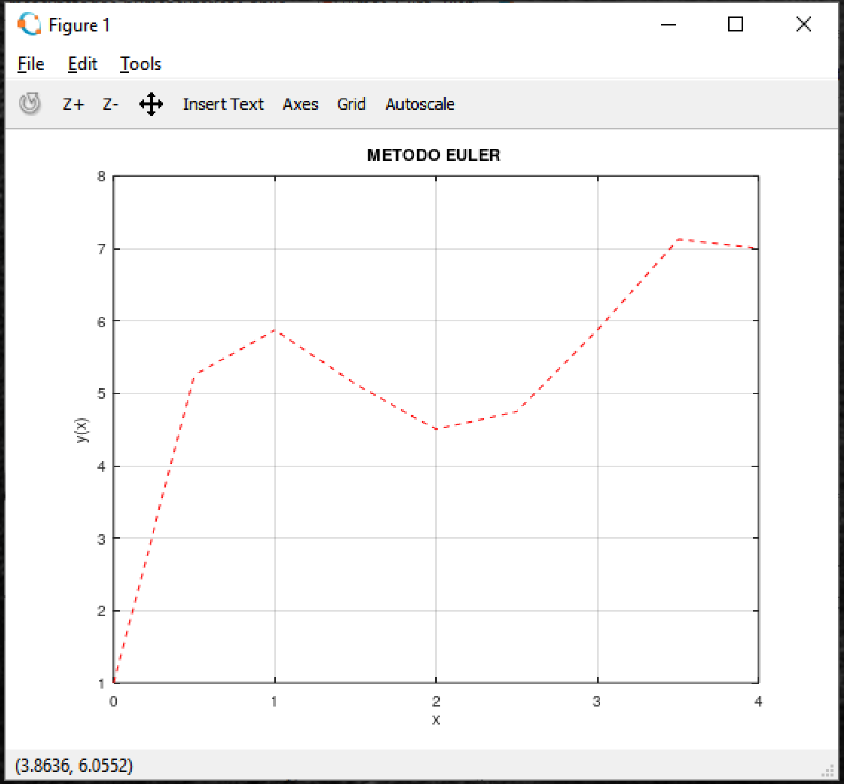
$$\begin{aligned} y(1) &= y(0.5) + f(0.5, 5.25)0.5 \\ &= 5.25 + [-2(0.5)^3 + 12(0.5)^2 - 20(0.5) + 8.5]0.5 \\ &= 5.875 \end{aligned}$$

Franco Salcedo López.
2021

Método EULER (EDO)

EJEMPLO:

Con el método de Euler integre numéricamente la ecuación:



i	x(i)	y(i)Euler	Eaprox
1	0.50000	5.25000	80.95238
2	1.00000	5.87500	10.63830
3	1.50000	5.12500	-14.63415
4	2.00000	4.50000	-13.88889
5	2.50000	4.75000	5.26316
6	3.00000	5.87500	19.14894
7	3.50000	7.12500	17.54386
8	4.00000	7.00000	-1.78571

Franco Salcedo López.
2021

Método EULER (EDO)

EJEMPLO 2:

Con el método de Euler integre numéricamente la ecuación:

```
dy/dx=@(x,y) x.*y + x.^3
a = 0 ; b = 1 ; h = 0.1; yINI = 1;
```

(ver vídeo)

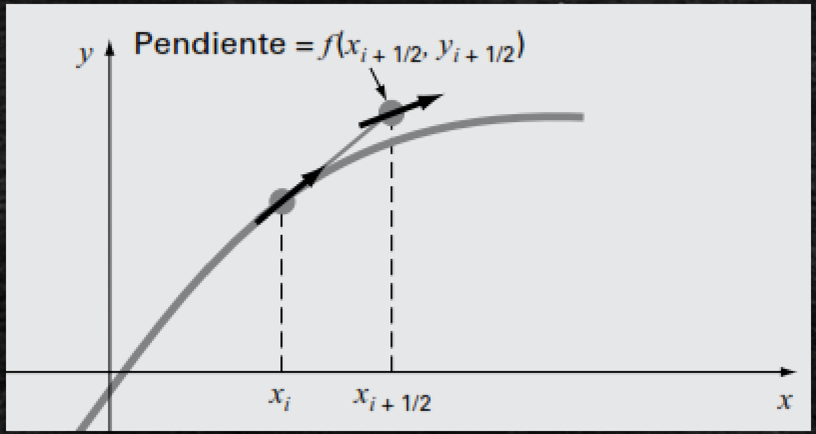
Método EULER MODIFICADO

Para obtener una mejor aproximación o exactitud razonable en el método de Euler básico (UN SOLO PASO), se utiliza un intervalo (tamaño de paso) muy pequeño, a cambio de un muchos mas iteraciones o pasos y un error de redondeo mayor.

El método de Euler modificado trata de evitar este problema utilizando un valor promedio de la derivada tomada en los dos extremos del intervalo, en lugar de la derivada tomada en un solo extremo. ESTE METODO SE LO CONOCE COMO EULER CORREGIDO (METODO PUNTO MEDIO).
Este método consta de los siguientes pasos básicos:

Esta técnica usa el método de Euler para predecir un valor de y en el punto medio del intervalo:

$$y_{i+1/2} = y_i + f(x_i, y_i)\frac{h}{2}$$



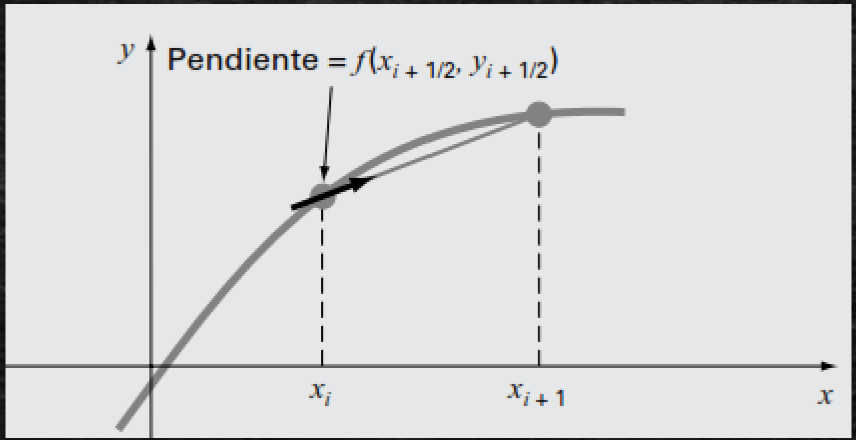
Franco Salcedo López.
2021

Método EULER MODIFICADO

Después, este valor predicho se utiliza para calcular una pendiente en el punto medio: :

$$y'_{i+1/2} = f(x_{i+1/2}, y_{i+1/2})$$

que se supone representa una aproximación válida de la pendiente promedio en todo el intervalo. Dicha pendiente se usa después para extrapolar linealmente desde x_i hasta x_{i+1}



$$y_{i+1} = y_i + f(x_{i+1/2}, y_{i+1/2})h$$

Observe que como y_{i+1} no está en los dos lados de ésta ecuación CORRECTORA, no puede aplicarse de manera iterativa para mejorar la solución.

Método EULER MODIFICADO

EJEMPLO 3:

Con el método de Euler Modificado integre numéricamente la ecuación:

```
dy/dx=@(x,y) x-y
a = 0 ; b = 1 ; h = 0.2; yINI = 2;
```

(ver vídeo)

Franco Salcedo López.
2021