

Alkalmazott fizikai módszerek laboratórium

III.: Folyadékszcintillációs Spektroszkópia

Pál Balázs*
Somogyfoki Réka*,^m, Tuhári Richárd*,^m

2019. október 13.

Abstract

Az *Alkalmazott fizikai módszerek laboratórium* harmadik alkalmán a radiokarbon (^{14}C izotóp) β -spektrumát mértük ki folyadékszcintillációs spektroszkópia segítségével. A mérőműszer és a mérési feladatok természetéből fakadóan a labor során elsődlegesen nem aktív mérési munkát végeztünk, hanem megismerkedtünk a β -bomlás azon elméleti alapjaival, melyek az eredmények kiértékeléséhez elengedhetetlenül szükségesek. Levezettük a β -spektrum leírásának egy közelítő, nem-relativisztikus modelljét és kiszámítottuk annak átlagos energiáját. A mérés kiértékelése során ellenőriztük a modell helyességét az adatokra történő illesztéssel, valamint hasonlóan vizsgáltuk ezen modell módosított változatát is a Fermi-függvény felhasználásával. Megállapítottuk, hogy a β -spektrum energiájának várható értéke $\langle E \rangle = Q/3$, valamint bebizonyítottuk, hogy $\sqrt{N} \approx \sigma$, ahol N a mérési értékek darabszáma, σ pedig azok szórása. Végül a méréshez használt minta megadott *DPM*, és a mérési adatainkból számolt *CPM* értékek segítségével kiszámítottuk a detektor η detektálási hatásfokának mértékét is.

I. BEVEZETÉS

A β -bomlás ismerete minden fizikával foglalkozó számára alapvetően szükséges kell, hogy legyen. Ez már önmagában jelentős belátást nyújt mind a gyenge kölcsönhatás, mind pedig a neutrínók mi-benlétére, mely közül az első az alapvető kölcsönhatások, a második pedig az elemi részekék egyike. Mindkettő az ismert fizikai világot alapvetően meghatározó jelenség és objektum, így ismeretük elengedhetetlen.

A mérés során a ^{14}C – hétköznapi nevén radiokarbon – β -spektrumát vizsgáltuk ún. folyadékszcintillációs spektroszkópia segítségével. A mérés során az alábbi kérdésekre kerestük a választ:

- Mennyire követik a nem-relativisztikus, valamint a Fermi-függvénnyel kibővített nem-relativisztikus és relativisztikus elméleti modellek a mérés során kimért spektrumot? Mik okozhatják az esetleges eltéréseket?
- Igaz-e, hogy az energia várható értéke az adott mag Q -faktorának harmadával egyenlő, tehát

$$\langle E \rangle = \frac{Q}{3} ?$$

- Igaz-e, hogy a mérési adatok számának gyöke (\sqrt{N}) közelít-e azok szórásának (σ) értékéhez?

II. TECHNIKAI LEÍRÁS

A mérésben használt minta oldott formában, egy lezárt üvegfolyában helyezkedett el, mely mellett az üvegen belül volt megtalálható a három összetevőből álló szcintillációs „koktél” is. Ezt a mintát összerázva helyeztük egy már előre kalibrált

szcintillációs számláló két, egymással szemben elhelyezkedő fotoelektron-sokszorozója közé. Minden egyéb feladatot innentől a gép végzett el helyettünk.

A ^{14}C mintával végül összesen 50 darab, egyenként 2 perc hosszú mérést végeztünk, így végeredményben 50 teljes spektrumot kaptunk, melyeket így már statisztikai módszerekkel elemezni tudtunk. A sokcsatornás analízatorra kapcsolt számítógép hibájából fakadóan ezen 50 mérés közül csak 49-ből szereztünk felhasználható eredményeket, azonban szerencsére a kötelező egyetemi labormunkák esetén nem várt el akkora pontosság, hogy ez az apró hiány a végeredményeink minőségét negatívan befolyásolná.

III. ELMÉLETI ALAPOK

A mérés – az I. rész felsorolásában is olvasható – első számú célja a β -bomlás Fermi-féle modelljének vizsgálata volt. Ehhez meg kellett értenünk a β -spektrum lehetséges leírását. Kiindulásként a Fermi-féle arany szabályt vehetjük, mely az átmeneti valószínűséget adja meg két kvantumállapot között:

$$w_{k \rightarrow v} = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \Psi_v | H_\beta | \Psi_k \rangle|^2 \varrho_v(E_v) \quad (1)$$

Ahol a k és v indexek sorrendben a kezdő és végállapotra utalnak.

III.1. ALKALMAZOTT KÖZELÍTÉSEK

Hogy a számításainkat el tudjuk végezni, a Fermi-szabály kapcsán 5 különböző közelítéssel élünk, melyből következtetünk majd a β -bomlás végállapot állapotsűrűségére. Ezek a közelítések az alábbiak:

*Eötvös Loránd Tudományegyetem

^mMérőtársak

1. Csak megengedett átmenetekről beszélünk.

Ez esetben a neutrínó és az elektron teljes pályaperdülete $L = 0$. Ekkor a Fermi-féle arany-szabályban szereplő mátrix elem értéke:

$$|\langle \Psi_v | H_\beta | \Psi_k \rangle|^2 = |H_{kv}|^2 \approx \text{const.} \quad (2)$$

Továbbiakban ebből levezethető a mátrixelem pontos értéke is, mely indikálni fogja a különbséget a Fermi- (F) és a Gamow-Teller-típusú (GT) átmenetek között:

$$|H_{kv}|^2 = (g_V^2 M_F^2 + g_A^2 M_{GT}^2) \frac{1}{V^2} \quad (3)$$

Ahol g_V a vektor típusú, míg g_A az axiálvektor típusú kölcsönhatás csatolási állandója.

2. Az elektron, valamint a neutrínó hullámfüggvényét nem-relativisztikus síkhullámként kezeljük.

β -bomlás során a mag vonzása a maghoz közel az elektron hullámfüggvényét valós esetben torzítaná, azonban ebben a közelítésben ettől eltekintünk. Ezt az eltérést a Fermi-függvény bevezetésével korrigáljuk. Ekkor a két részecske hullámfüggvénye kifejezhető az alábbi módokon:

$$\phi_e(\mathbf{r}_e) = N_e e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_e \cdot \mathbf{r}_e} \quad (4)$$

$$\phi_\nu(\mathbf{r}_\nu) = N_\nu e^{-\frac{i}{\hbar} \mathbf{p}_\nu \cdot \mathbf{r}_\nu} \quad (5)$$

Az állapotok száma egy fázistérfogatban ekkor könnyen felírható mindkét részecske esetére:

$$dn_e(E) = \frac{V \cdot 4\pi p_e^2 dp_e}{h^2} \quad (6)$$

$$dn_\nu(E_\nu) = \frac{V \cdot 4\pi p_\nu^2 dp_\nu}{h^2} \quad (7)$$

3. Az e^- és ν kirepülési irányát függetlennek vesszük.

Ekkor az állapotszám adott fázistérfogatban a következő:

$$\begin{aligned} dn(E, E_\nu) &= dn_e dn_\nu \propto p_e^2 dp_e p_\nu^2 dp_\nu = \\ &= p_e^2 \frac{dp_e}{dE} p_\nu^2 \frac{dp_\nu}{dE_\nu} dE dE_\nu \end{aligned} \quad (8)$$

Itt csak arányosságot írtam fel, az egyenlet jobb oldala valójában egy sok tagból álló konstanssal van megszorozva még.

4. A leánymag visszalökődését elhanyagoljuk. A bomlás Q faktorát ekkor az elektron és neutrínó energiájának összegeként kapjuk:

$$Q = E + E_\nu \quad (9)$$

5. A neutrínó nyugalmi tömegét zérusnak vesszük.

Ekkor a neutrínót ún. „ultrarelativisztikus” módon kezeljük, impulzusát ilyenkor a $p_\nu = E_\nu/c$ képlet adja meg.

Ezek alapján mind a nem-relativisztikus, mind pedig a relativisztikus esetre levezethetjük az állapotsűrűséget és így a β -bomlás energiaspektrumát, attól függően, hogy az elektron impulzusára a nem-relativisztikus, vagy relativisztikus összefüggést használjuk. Első esetben az impulzus a következő:

$$p_e = \sqrt{2mE} \quad (10)$$

$$\frac{dp_e}{dE} = \frac{m}{\sqrt{2mE}} \quad (11)$$

Míg második esetben az alábbi:

$$p_e = \frac{1}{c} \sqrt{(E + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4} \quad (12)$$

$$\frac{dp_e}{dE} = \frac{1}{c} \frac{E + m_e c^2}{\sqrt{(E + m_e c^2)^2 - m_e^2 c^4}} \quad (13)$$

A részletesen számolások az [A.](#) függelékben találhatóak.

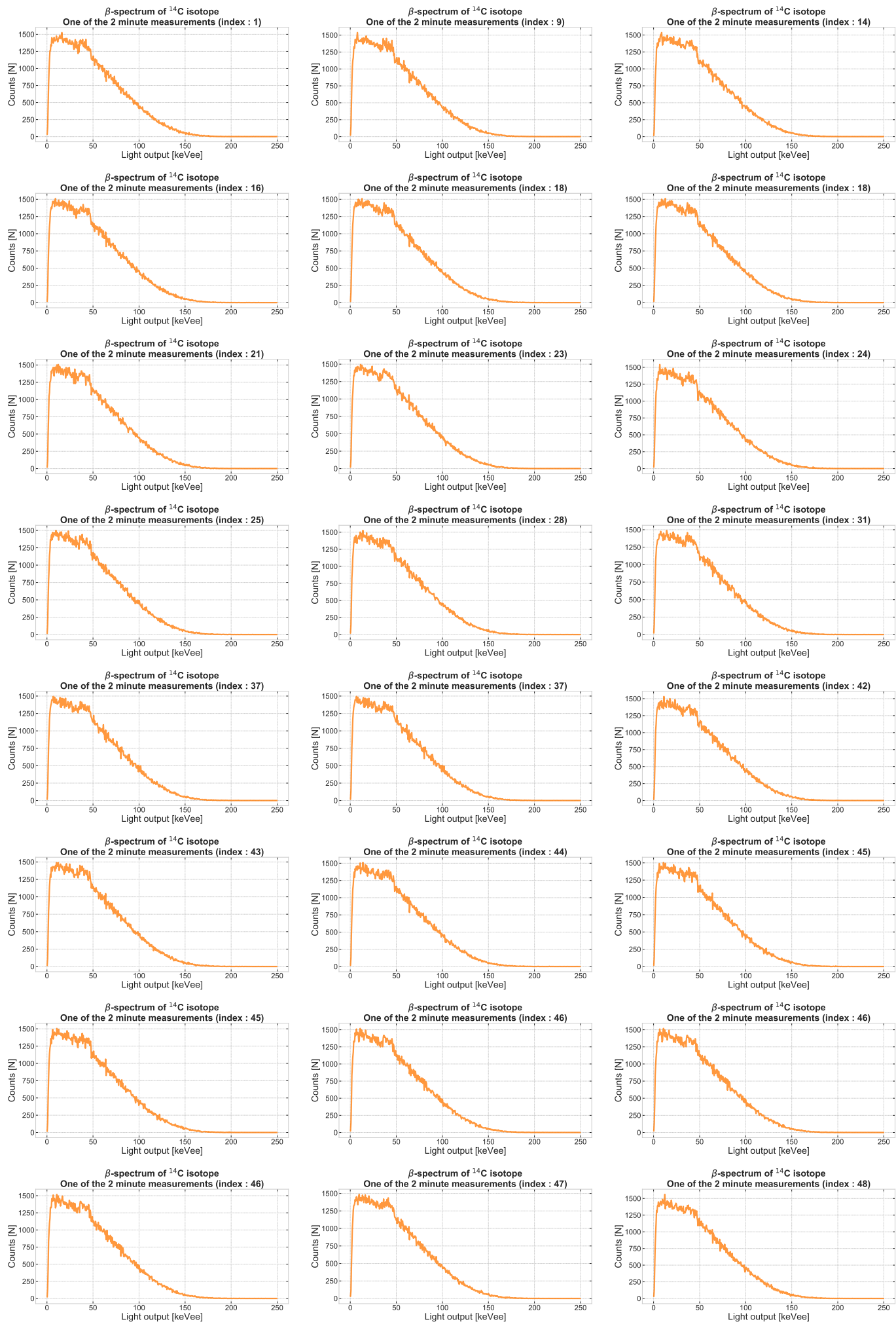
III.2. VÁRHATÓ ENERGIAÉRTÉK

IV. KIÉRTÉKELÉS

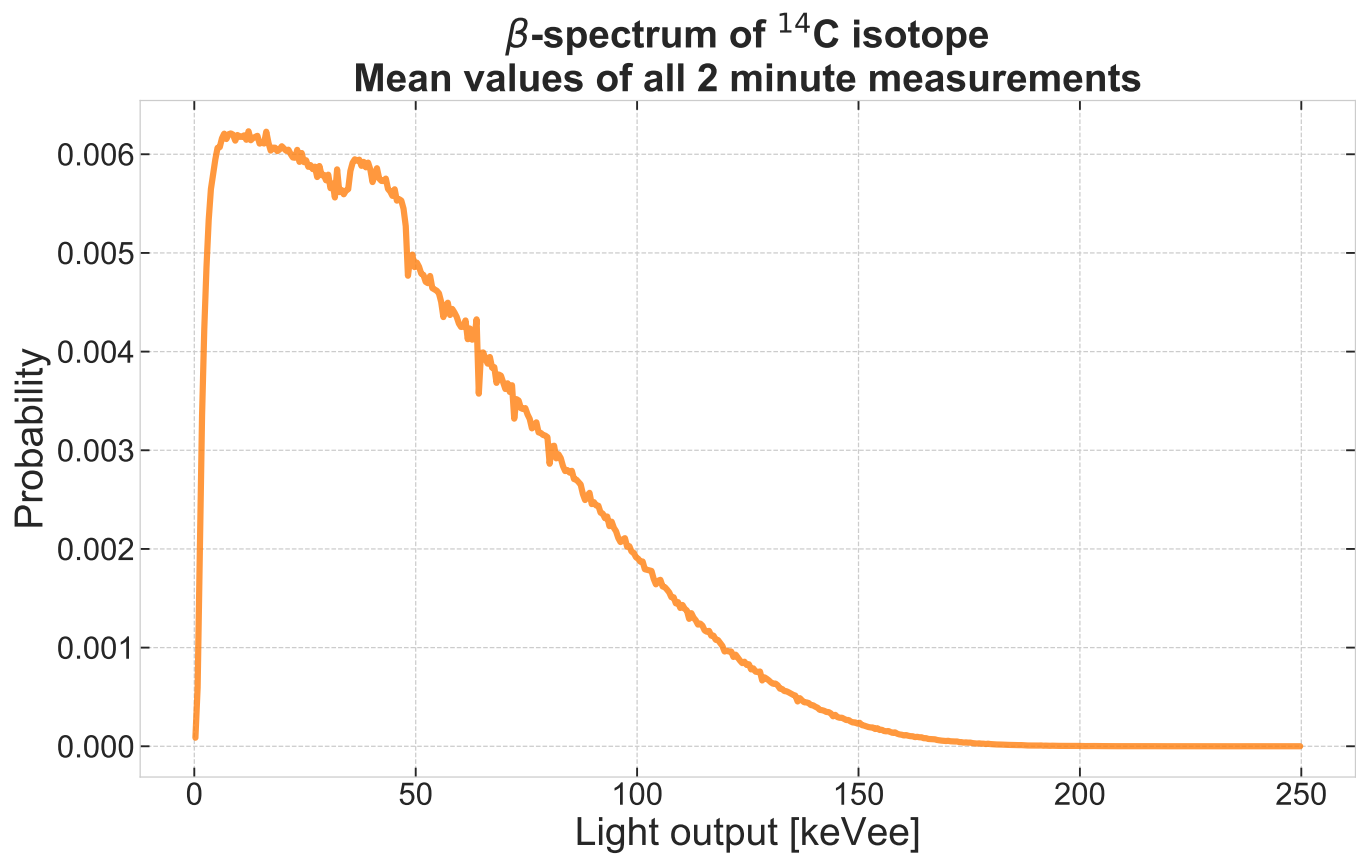
V. DISZKUSSZIÓ

APPENDIX A. - ÁLLAPOTSŰRŰSÉG

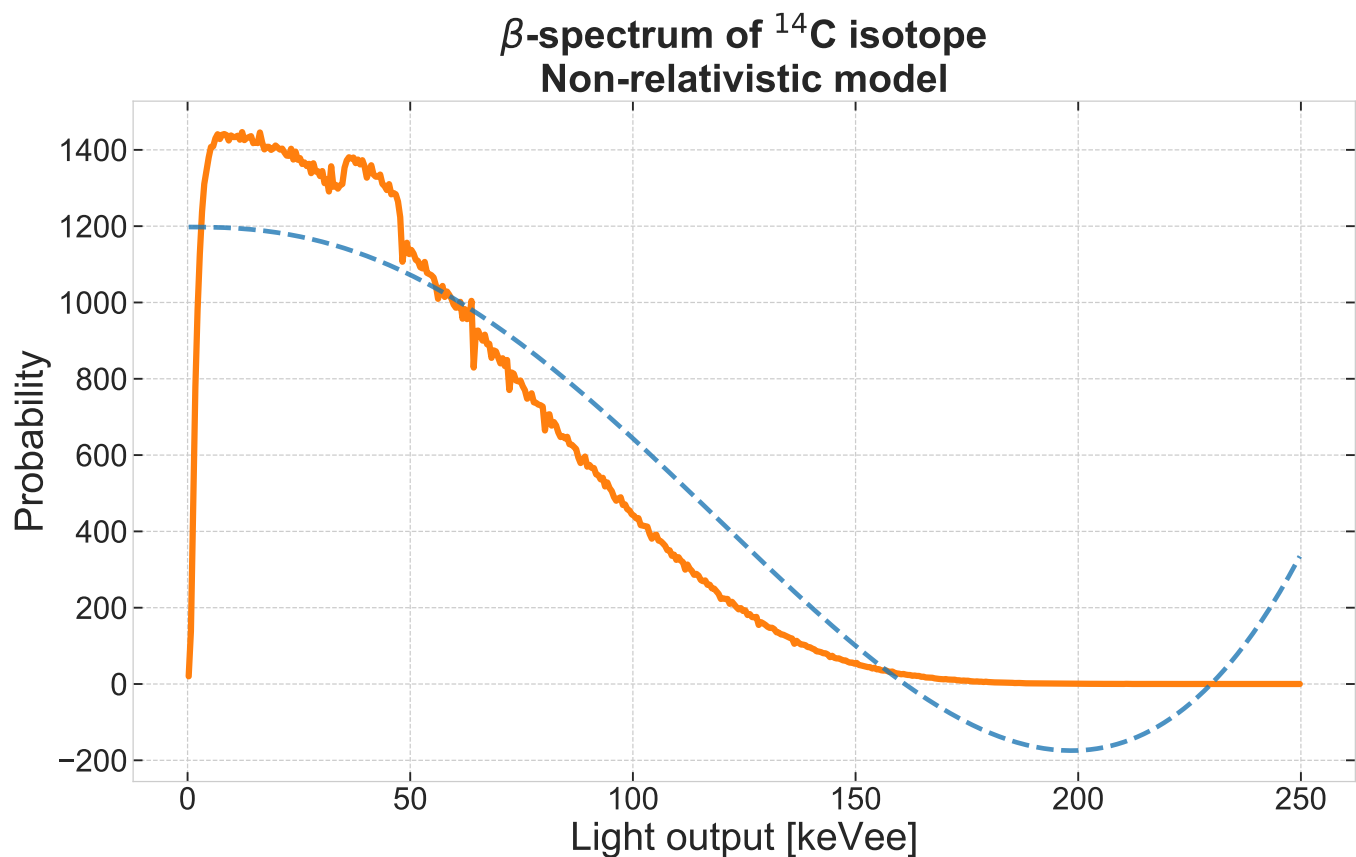
APPENDIX B. - ÁBRÁK



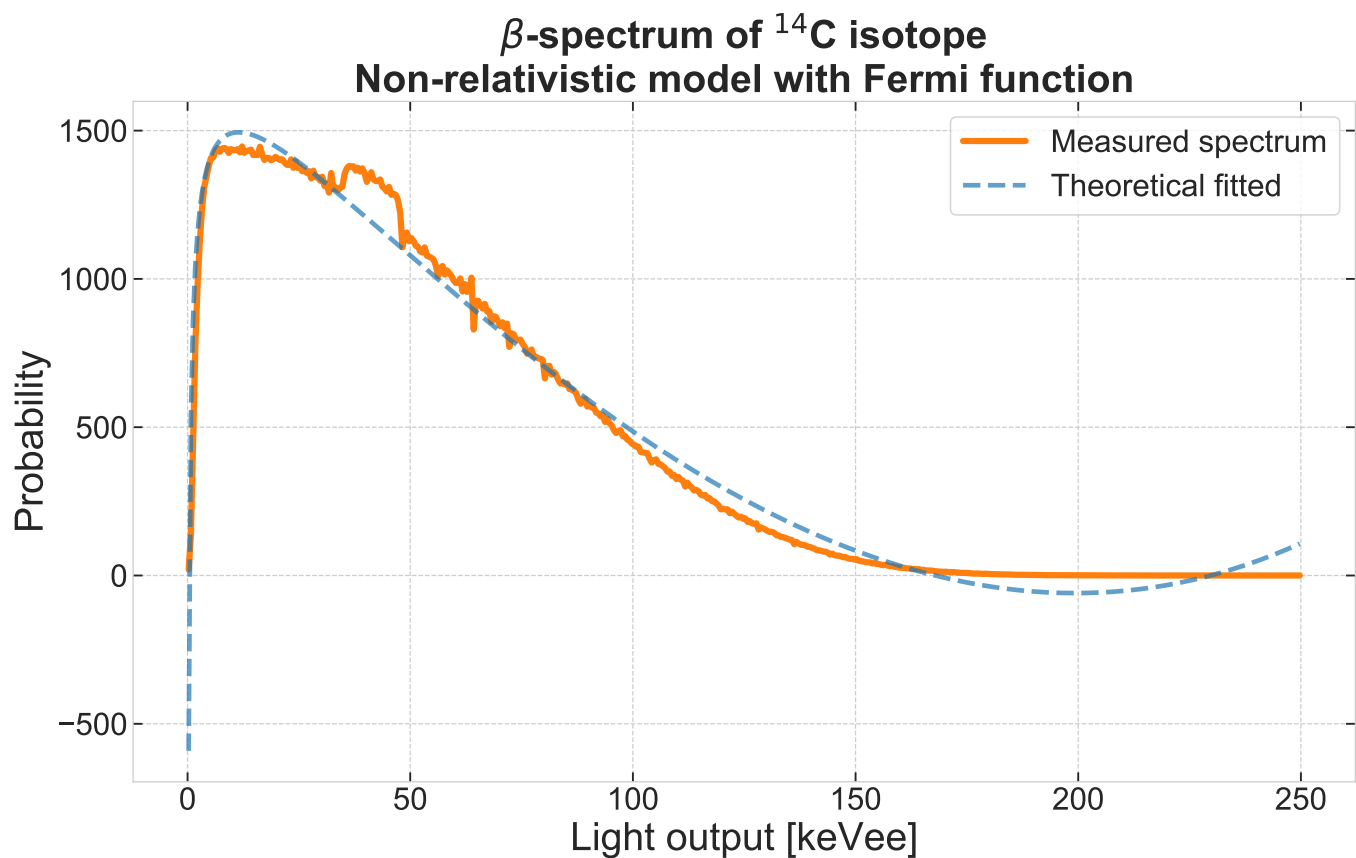
1. ábra. Az általunk vizsgált ^{14}C különböző, egymás utáni 2 perces mérésekből származó β -spektrumai. Az összes 49 sikeres mérés közül 24 darab van az ábrára véletlenszerűen kiválasztva.



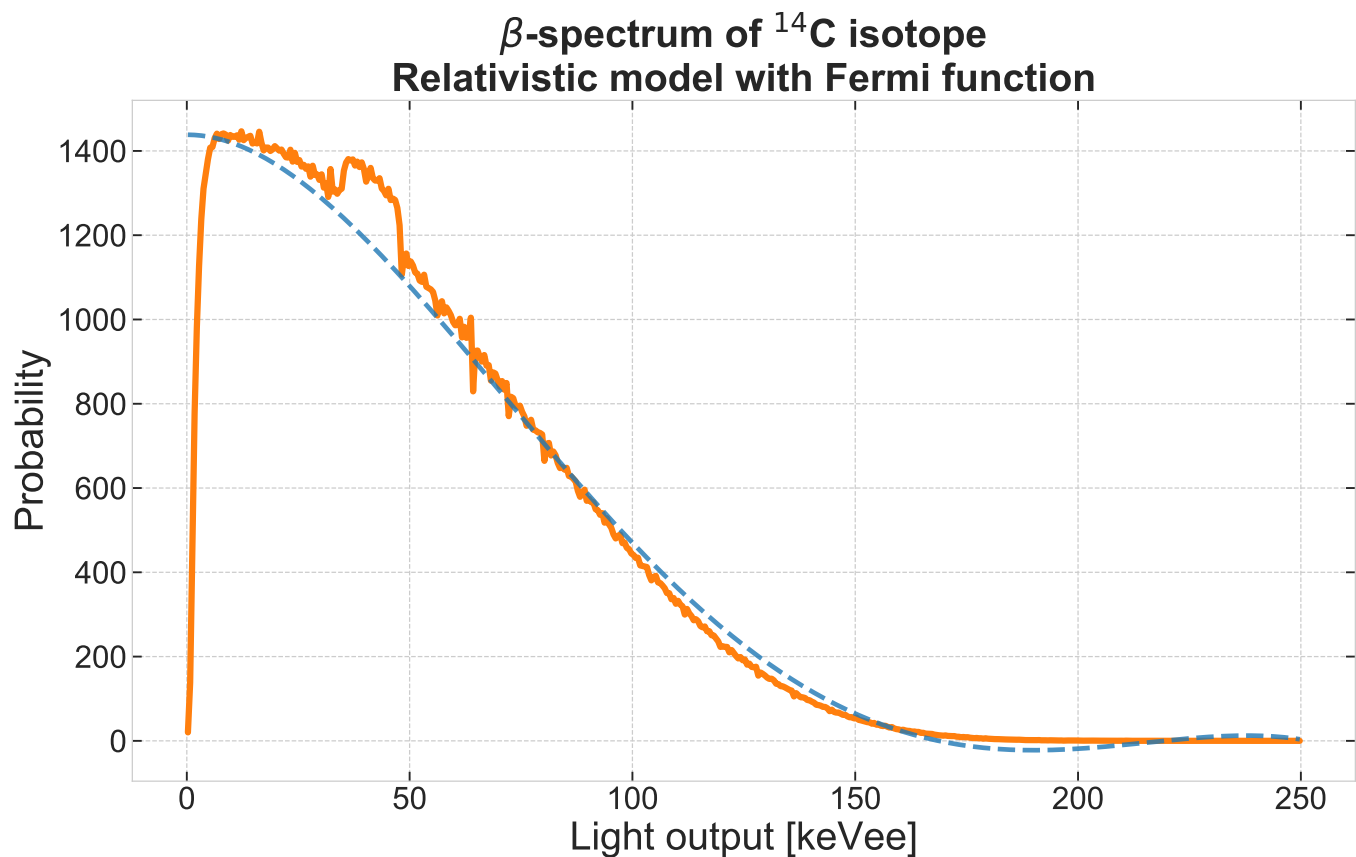
2. ábra. Az általunk vizsgált ^{14}C különböző, egymás utáni 2 perces mérésekből származó β -spektrumainak átlagolt értéke.



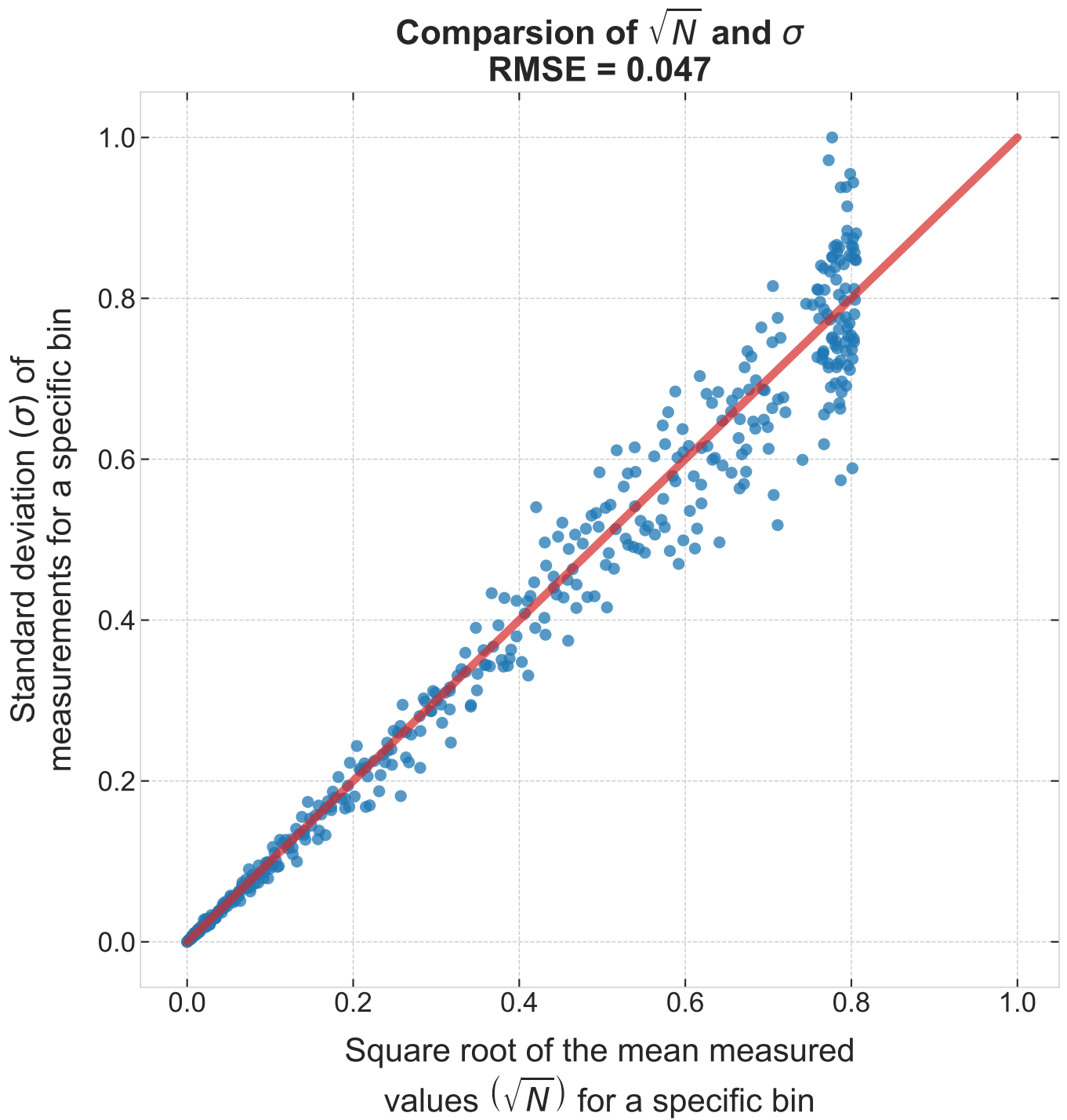
3. ábra. Az általunk vizsgált ^{14}C kiátlagolt spektrumára illesztett nem-relativisztikus függvény, mely egy túl jó közelítésben, de láthatóan visszaadja a β -spektrum kezdetben lecsengő alakját. Zérushelye a ^{14}C karakterisztikus 156.5 keV-es Q értéke körül van.



4. ábra. Az általunk vizsgált ^{14}C kiátlagolt spektrumára illesztett nem-relativisztikus függvény, mely a Fermi-függvény által nyújtott korrekciót felhasználva, az előzőnél sokkal jobban megközelíti a β -spektrum görbáját. A zérushely itt is a ^{14}C karakterisztikus 156.5 keV-es Q érték körül van.



5. ábra. Az általunk vizsgált ^{14}C kiátlagolt spektrumára illesztett relativisztikus függvény, melyet a Fermi-függvénnyel korrigáltam. Zérushelye szintén a ^{14}C karakterisztikus 156.5 keV-es Q értéke körül van és az előzőekkel ellentétben a nagyobb energiáknál már nem látszik felfutó él.



6. ábra. Az egyes $N(E)$ értékek hibáját (szórását) közelíthetjük az \sqrt{N} formulával. Ideális esetben a $\sqrt{N} - \sigma$ függvény a 45° -os egyenesre illeszkedik. Az ábrán ezen függvény ábrázoltam a meghatározott \sqrt{N} és σ értékek segítségével. Az illeszkedés hibáját a machine learning modelleknél bevett átlag négyzetes hiba gyökének kiszámításával vizsgáltam, mely értéke szintén az ábrán látható.