

Véletlen folyamatok házi feladatai. 3. hét. Beadási határidő: Márc. 7., 12:00.

(1) (10)

Határozzuk meg, hogy egy szobahőmérsékleten levő, ideálisnak tekinthető gázban mennyi idő alatt jut el egy CO molekula a szoba egyik végétől a másikba tisztán diffúzív mozgással.

Segítség:

A kinetikus elmélet a gázok diffúziós együtthatójára a következő kifejezést adja (és az eredményt érthetjük is a Brown mozgásról tanultak alapján):

$$D = \frac{1}{3} \ell \bar{v} \quad \left(= \frac{(\Delta x)^2}{2\tau} \approx \frac{\ell^2}{3 \ell / \bar{v}} \right),$$

ahol ℓ a molekulák szabad úthossza, \bar{v} pedig átlagos sebességük. A szabad úthosszt megbecsülhetjük a $\ell = 1/(n\pi d^2)$ kifejezésből, ahol n a molekulák koncentrációja és d a molekulák átmérője. Az átlagos sebességet pedig az ekvipartíció tételéből számolhatjuk.

A valóságban a szagok sokkal gyorsabban terjednek egy szobában. Értjük ezt?

(2) (20)

Gondolkodjunk egy, a környezetünkben végbemenő véletlenszerűnek tűnő folyamaton, s írjuk fel a folyamat master egyenletét! Ha valakinek jobb nem jut az eszébe, akkor írja fel az előadáson tárgyalt Kukorica Jancsi történet általánosítását három lány esetére (de egyéb, az ELTÉ-n nem betiltott, politikailag korrekt általánosítások is elfogadhatók).

(3) (30)

Egy részecske, amelynek tömege m , egydimenziós rácson ugrál úgy, hogy τ időközönként valamelyik szomszédos rácspontba ugrik (a rácsállandó a). A részecske az origóhoz van kötve egy rugalmas, tömeg nélküli gumiszállal, amelynek rugóállandója k , s a környezet hőmérséklete T .

(a) Írjuk fel a részecske stochasztikus mozgását leíró master egyenletet!

(b) Használjuk a részletes egyensúly elvét konkrét, egyensúlyhoz vezető átmeneti ráták meghatározására!

(4)

Nem kötelező, bármikor beadható az év folyamán. Azoknak írtam ki, akik szeretik a valószínűségszámítást, s hisznek abban, hogy a látszólag lehetetlent is meg lehet oldani (az évvégi jóindulatú kerekítéseknel figyelembe veszem a megoldást). De a példa arra is jó, hogy megtanuljuk, hogy fogadásokkal óvatosan kell bánni.

A man (A) comes to your room and suggests to play the following game. You are allowed to line up a faceup deck of 52 cards in a row in an arbitrary order. The man is given the opportunity to interchange two cards and then all the cards are turned face down, keeping their place in the row. Man (A) leaves the room as another man (B) enters. A and B know each other but there is no communication between them as A leaves the room. At this point you are asked to think of an arbitrary card (for example, *the three of clubs*), and then tell it to B. Man B then offers a bet that if he is allowed to turn over 26 cards (one at a time) then the named card will be among those turned over. The bet is as follows, if he doesn't find the card you get 1 million Ft but if he finds the card you give him 1000 Ft.

Do you take the bet?