



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΜ&ΜΥ
ΣΗΜΑΤΑ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ
Ακ. έτος 2010-2011
ΕΡΓΑΣΙΑ MATLAB

Λύρας Γρηγόρης Α.Μ.: 03109687

14 Ιουλίου 2011

Μέρος 1^ο - Φασματική Ανάλυση και Ανίχνευση Ημιτονοειδών Σημάτων με το Διακριτό Μετ/σμό Fourier (DTF)

Ορίζουμε το σήμα μας ως άθροισμα δύο ημιτόνων διαφορετικών συχνοτήτων σύμφωνα με τις παρακάτω εξισώσεις.

$$x[n] = [A_1 * \cos(\Omega_1 * n) + A_2 * \cos(\Omega_2 * n)] * w[n] \quad (1)$$

$$A_1 = 1, A_2 = 0.75 \quad (2)$$

$$\Omega_1 = pi * mod(\frac{10 * max(8, 5)}{11 * (8 + 5)}, 1) \quad (3)$$

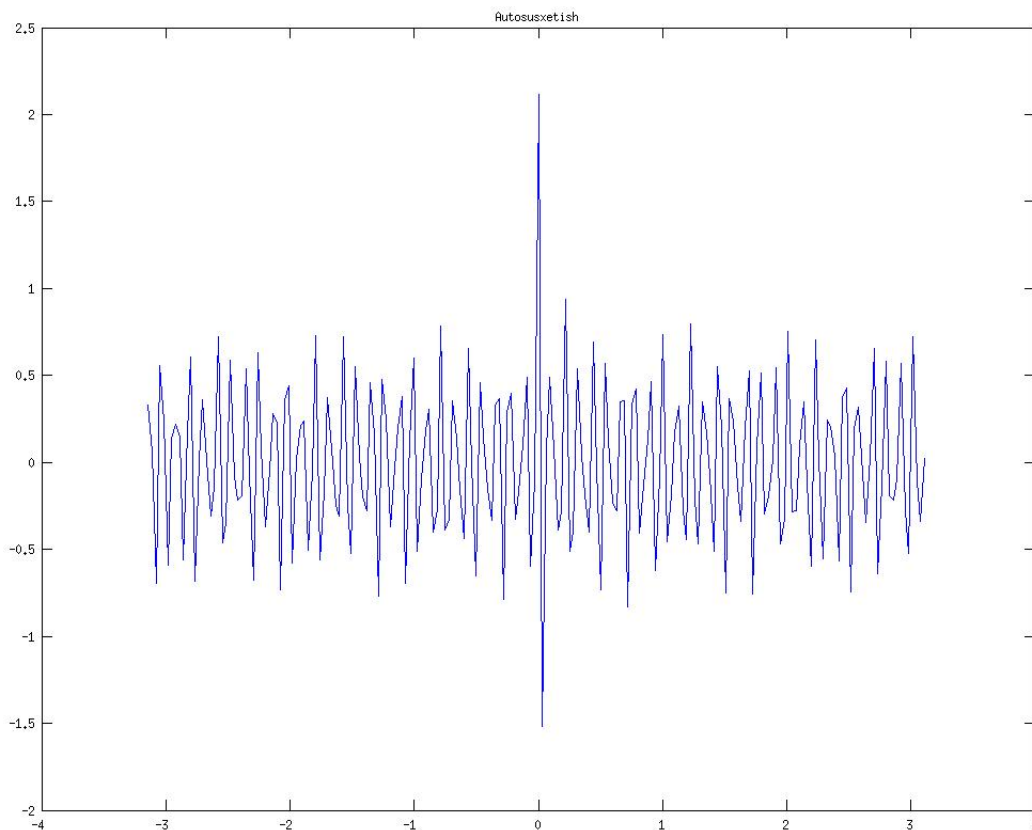
$$\Omega_2 = mod(\Omega_1 = \frac{pi}{4}, pi) \quad (4)$$

Επίσης το παράθυρο $w[n]$ είναι μοναδιαίο μήκους $L = 512$.

$$w[n] = \begin{cases} 1 & 1 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & else \end{cases} \quad (5)$$

1.1 Αυτοσυσχέτιση

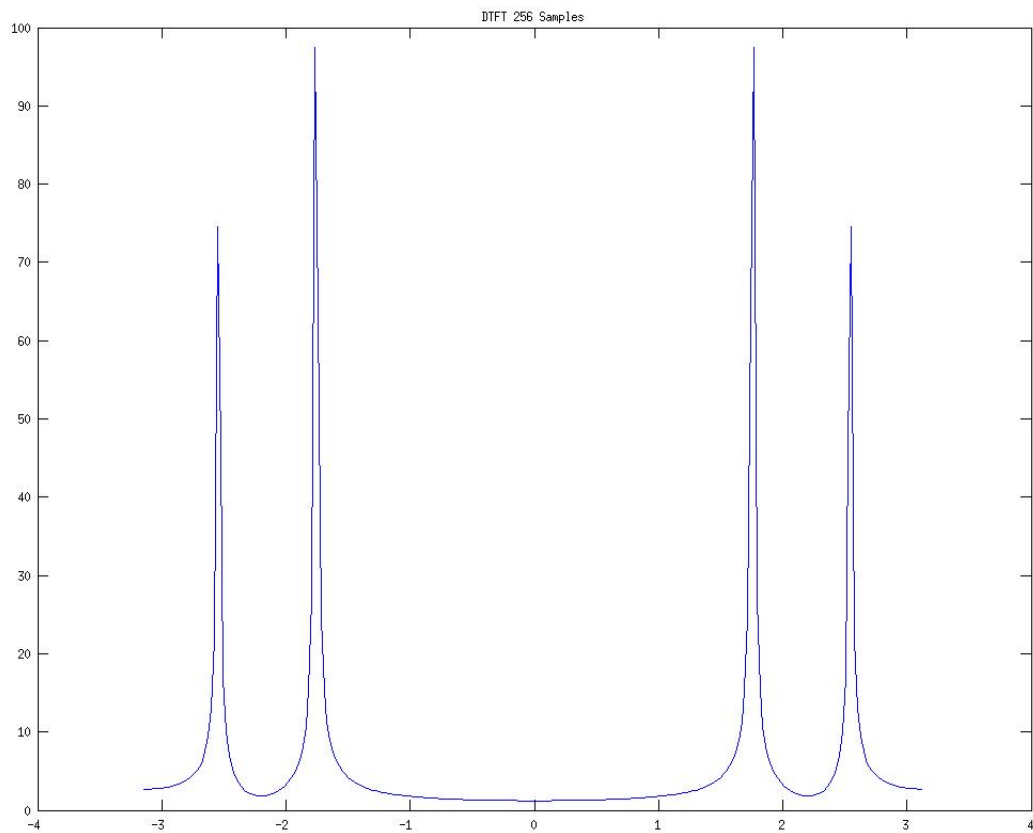
Σχήμα 1: Αυτοσυσχέτιση



Από το Σχήμα 1 μπορούμε να συμπεράνουμε πως το αρχικό σήμα μας είναι επίσης περιοδικό και μάλιστα αυτό έχει ίδια περίοδο με αυτή της αυτοσυσχέτισης. Ακόμη αν πάρουμε το μετασχηματισμό Fourier της αυτοσυσχέτισης αυτός είναι ίσος με το φάσμα της ισχύος του σήματος. Έτσι μπορούμε να βρούμε τις συχνότητες όπου το σήμα έχει την μεγαλύτερη ισχύ (δηλαδή τις αρμονικές συνιστώσες του, δύο για το δοθέν σήμα).

1.2 DTFT του σήματος 256 δείγματα

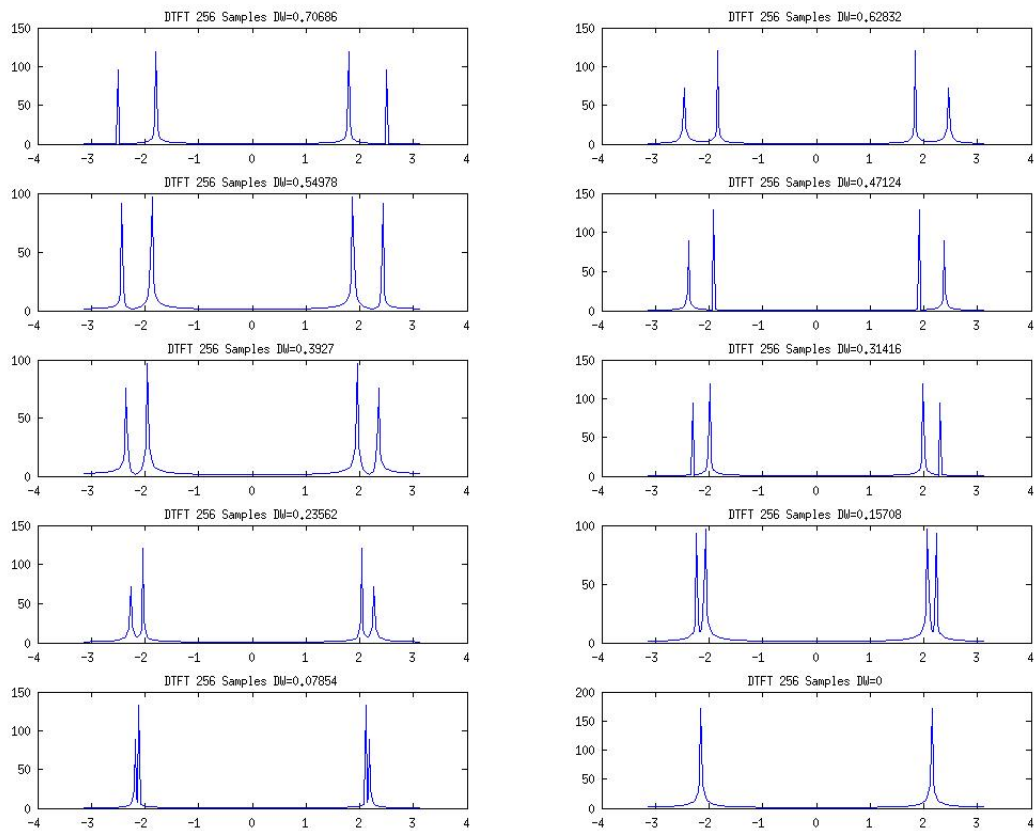
Σχήμα 2: Πλάτος του DTFT με 256 δείγματα



Στο παραπάνω Σχήμα έχουμε τον διακριτό μετασχηματισμό Fourier του αρχικού σήματος μήκους 256 δειγμάτων. Παρατηρούμε τις δυο συχνότητες που εμφανίζονται στο σχήμα. Τα μέγιστα βρίσκονται στις συχνότητες Ω_1 και Ω_2 αντίστοιχα.

1.3 DTFT του σήματος με 256 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων

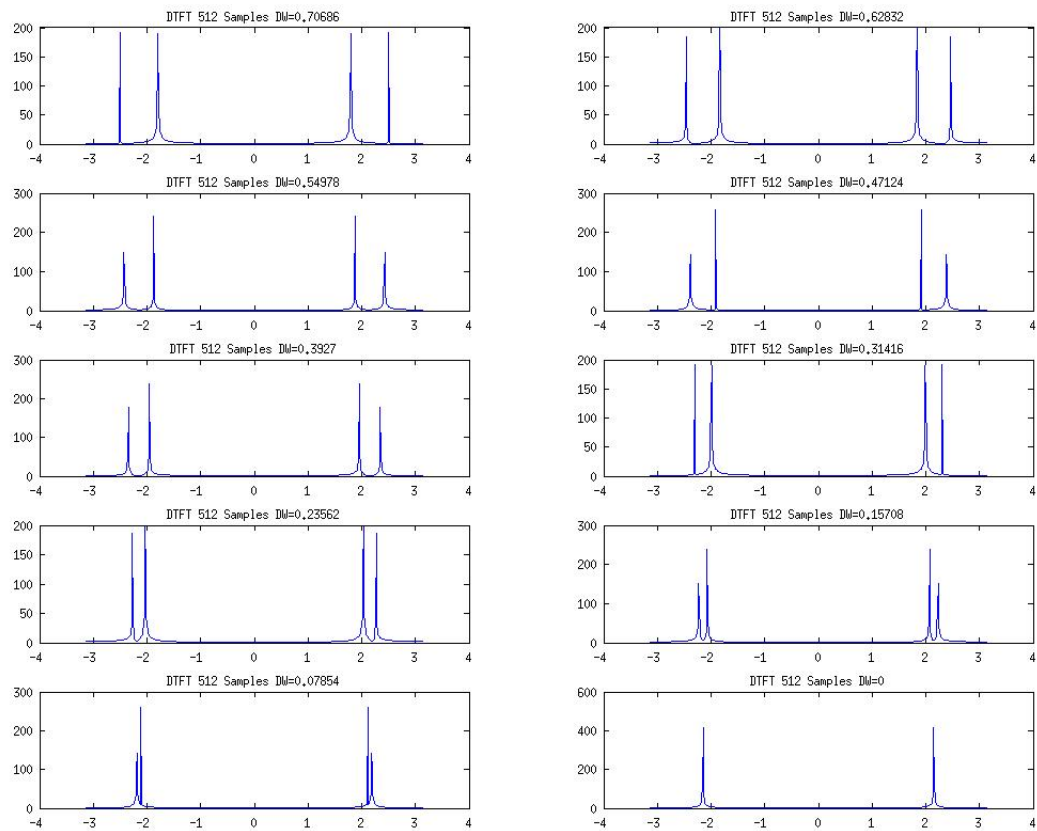
Σχήμα 3: Πλάτος του DTFT με 256 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων



Μεταβάλλουμε τις συχνότητες προς τη μέση τιμή τους. Η διαφορά τους φαίνεται στο διάγραμμα (DW). Παρατηρούμαι φαινόμενο aliasing από την αρχή συνεπώς χρειαζόμαστε περισσότερα δείγματα για να ανακατασκευάσουμε το σήμα πλήρως.

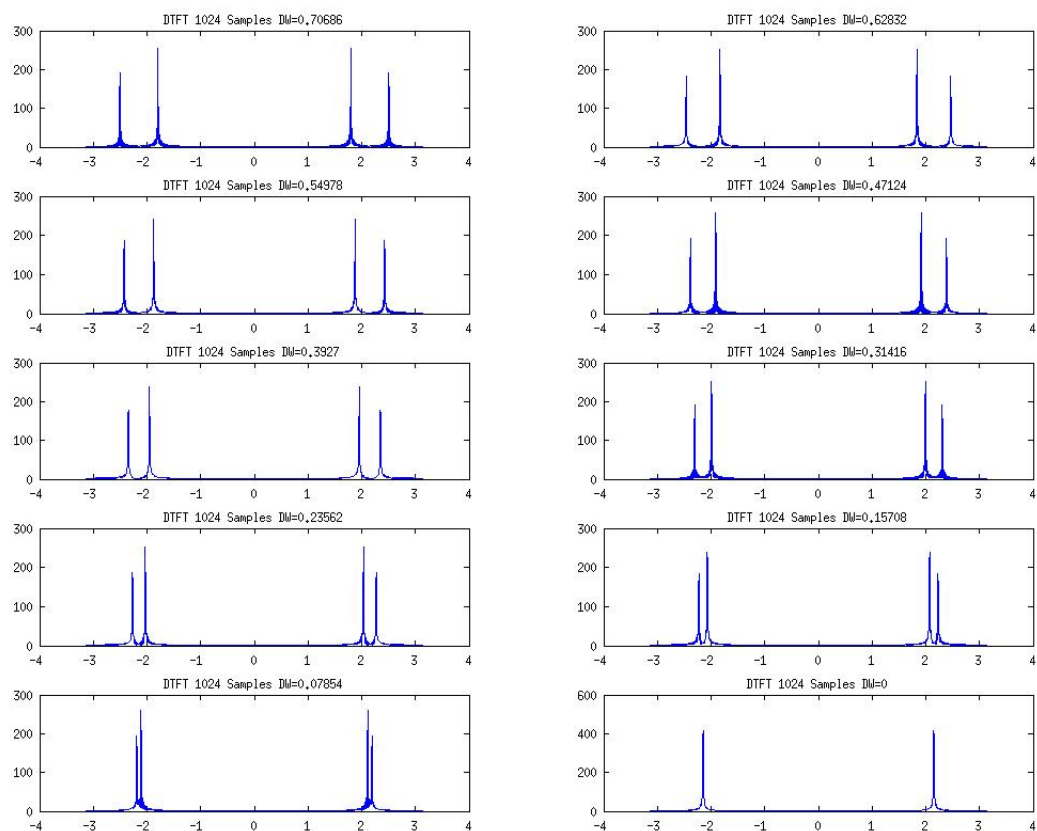
1.4 DTFT του σήματος με περισσότερα δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων

Σχήμα 4: Πλάτος του DTFT με 512 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων



Με 512 δείγματα έχουμε καλύτερη ευκρίνεια στα διαγράμματα και οι συχνότητες ξεχωρίζουν σαφώς μέχρι η διαφορά των συχνοτήτων φτάσει στα 0.39rad

Σχήμα 5: Πλάτος του DTFT με 1024 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων

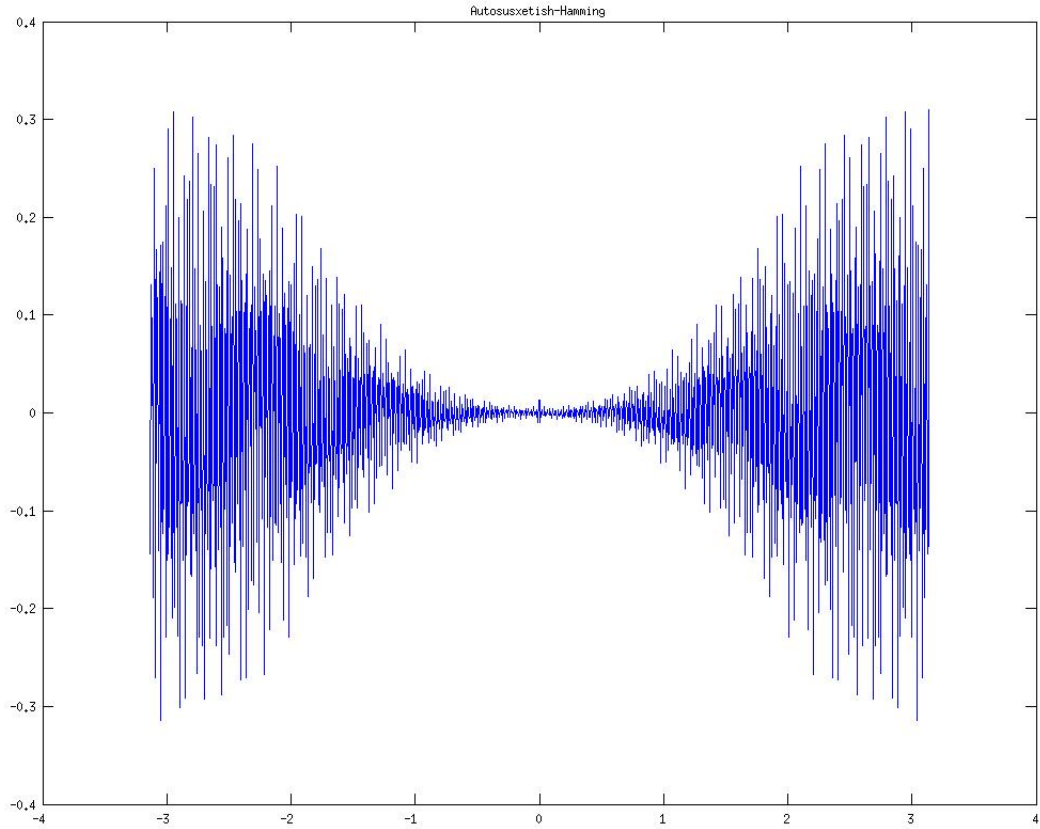


Αυξάνουμε ακόμη περισσότερο τον αριθμό των δειγμάτων και προσθέτουμε μηδενικά στο τέλος του σήματος (zero-padding). Αυτό μας δίνει ακόμη καλύτερη εικόνα και όμως στο συγκεκριμένο σήμα η ελάχιστη διαφορά που μπορούμε να διακρίνουμε είναι πάλι $DW = 0.39rad$

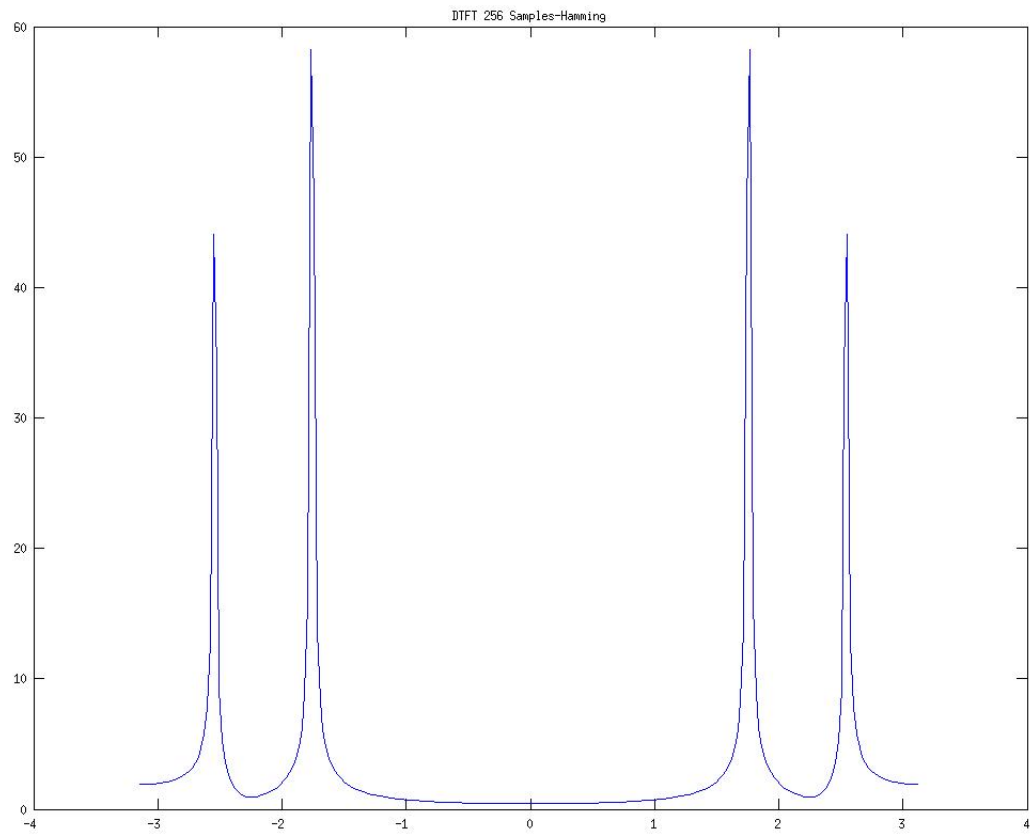
1.5 Χρήση παραθύρου Hamming

$$w[n] = \begin{cases} 0.54 - 0.46 * \cos(2 * \pi * \frac{n}{L}) & 1 \leq n \leq L - 1 \\ 0 & else \end{cases} \quad (6)$$

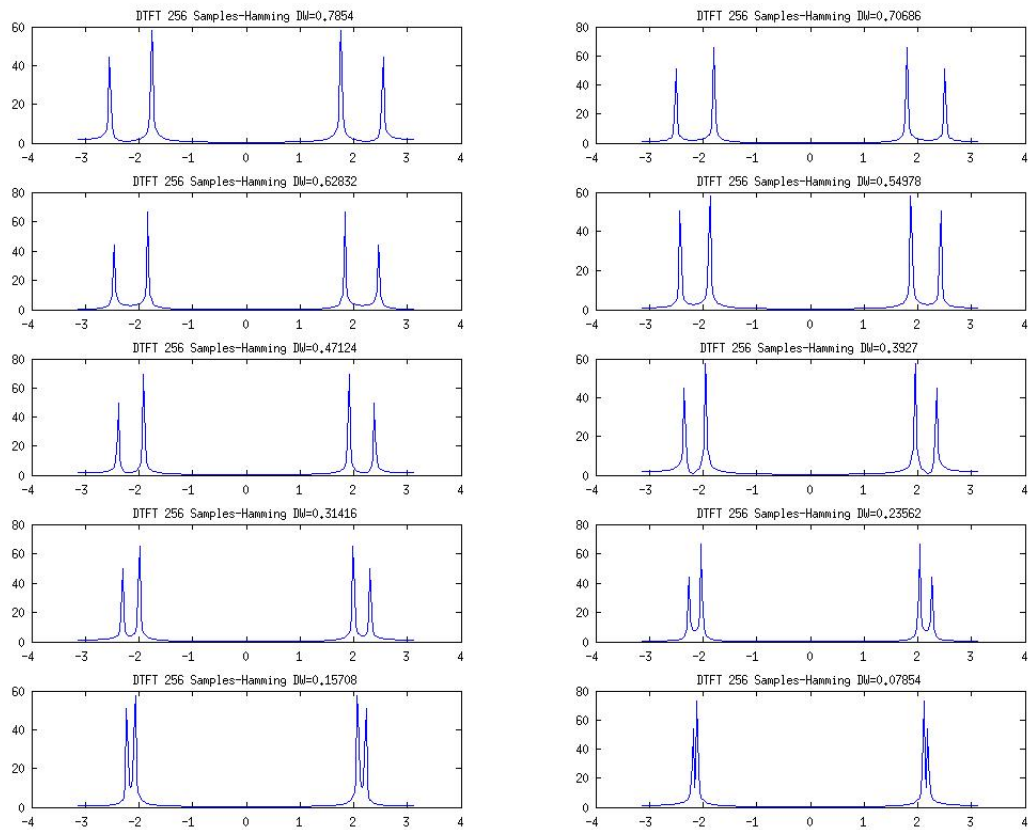
Σχήμα 6: Αυτοσυσχέτιση



Σχήμα 7: Πλάτος του DTFT με 256 δείγματα

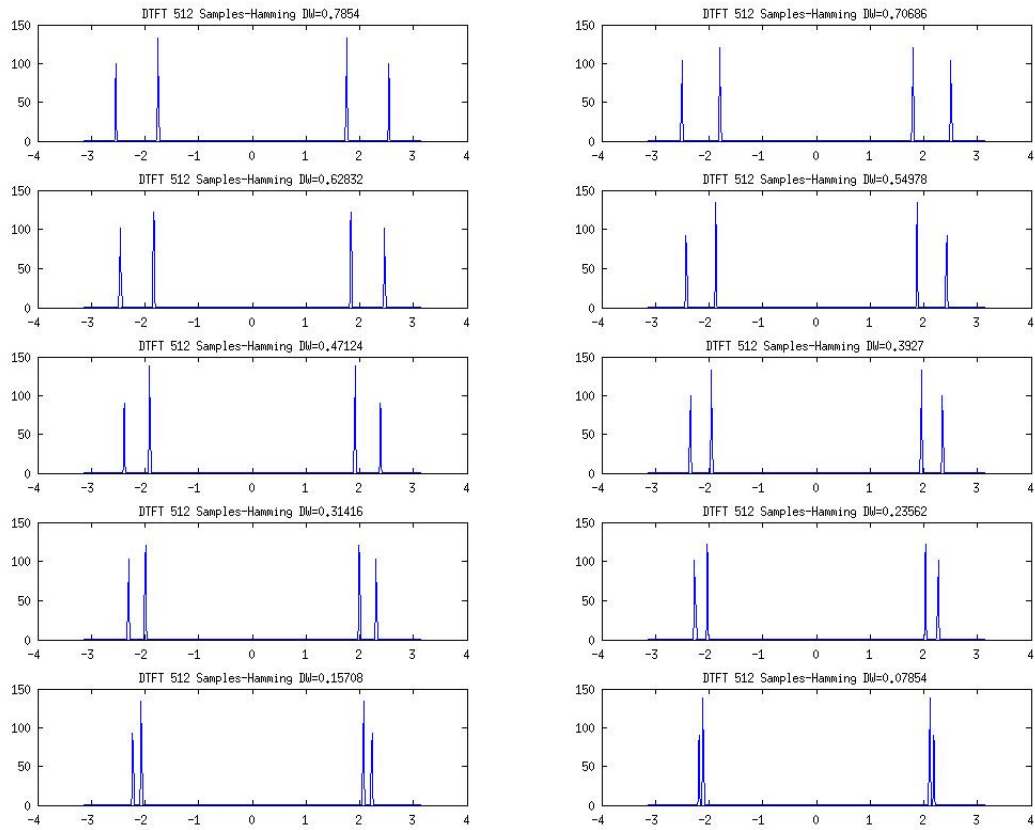


Σχήμα 8: Πλάτος του DTFT με 256 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων



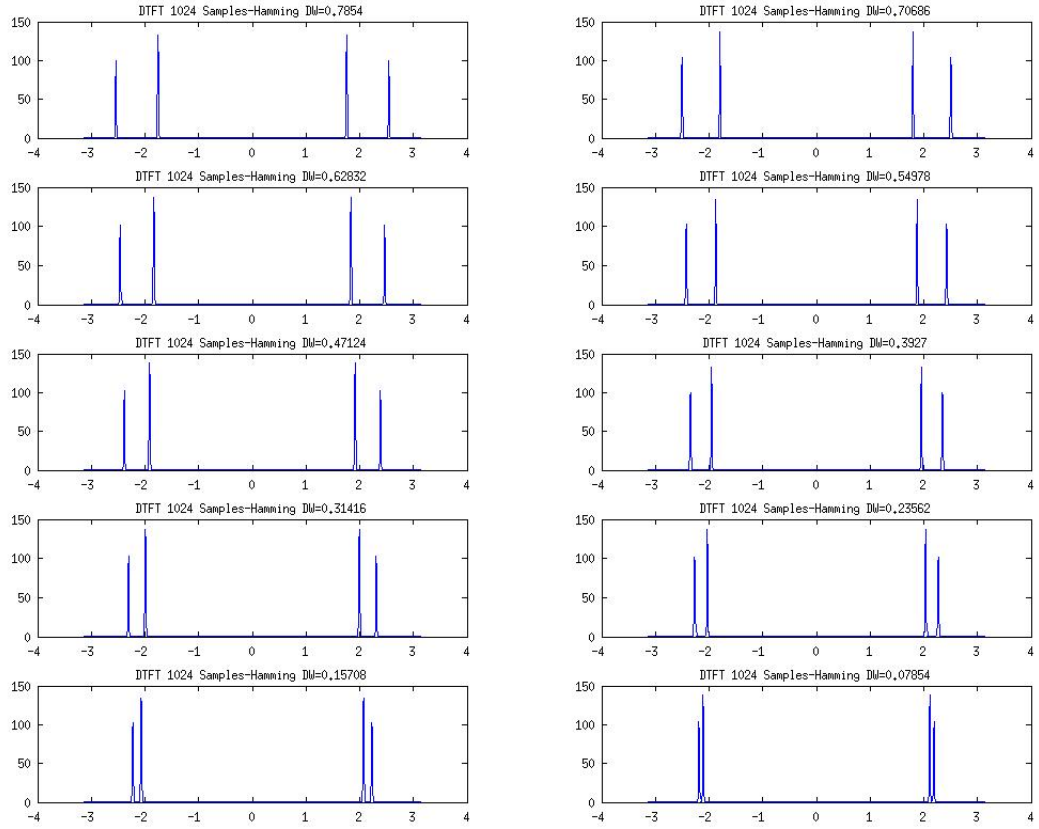
Πάλι παρατηρούμε φαινόμενο aliasing συνεπώς πρέπει να αυξήσουμε τον αριθμό των δειγμάτων.

Σχήμα 9: Πλάτος του DTFT με 512 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων



Εδώ έχουμε πολύ καθαρότερα διαγράμματα και φτάνουμε να διακρίνουμε διαφορά συχνοτήτων έως και $DW = 0.17rad$.

Σχήμα 10: Πλάτος του DTFT με 1024 δείγματα και με μεταβολή των συχνοτήτων



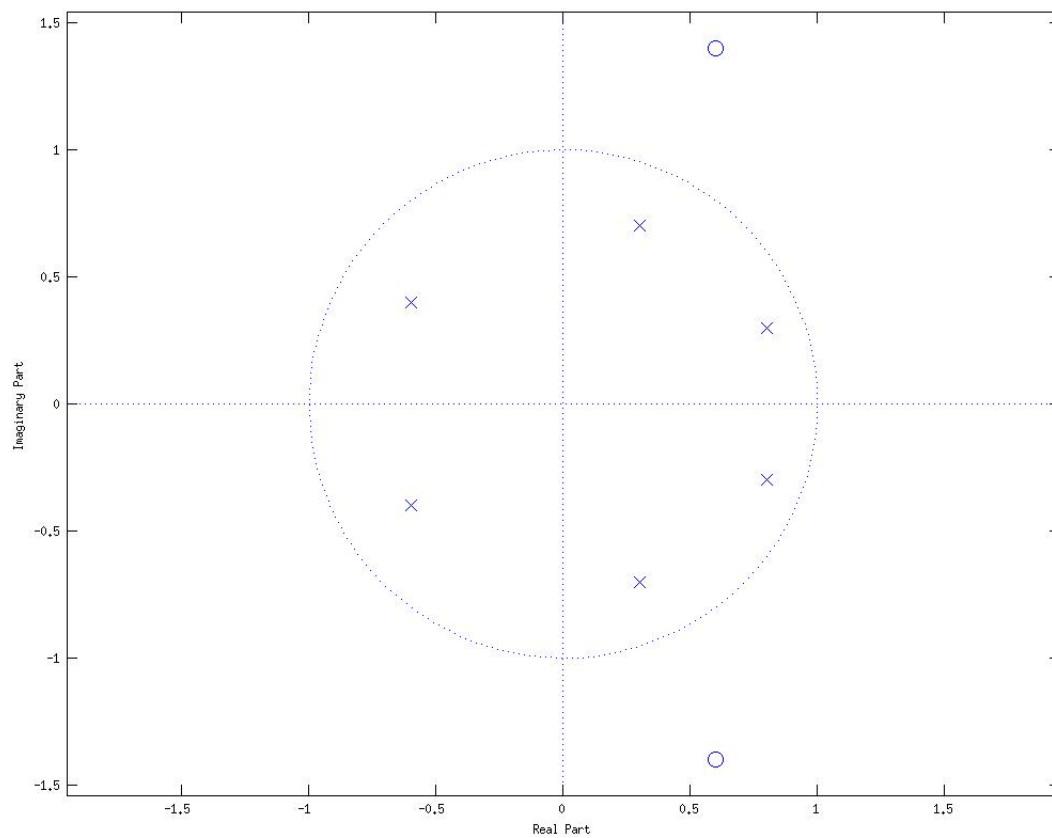
Τέλος φτάνουμε να μπορούμε να διακρίνουμε συχνότητες που διαφέρουν μέχρι και $DW = 0.07rad$.

Μέρος 2^ο - Απόκριση Συστημάτων

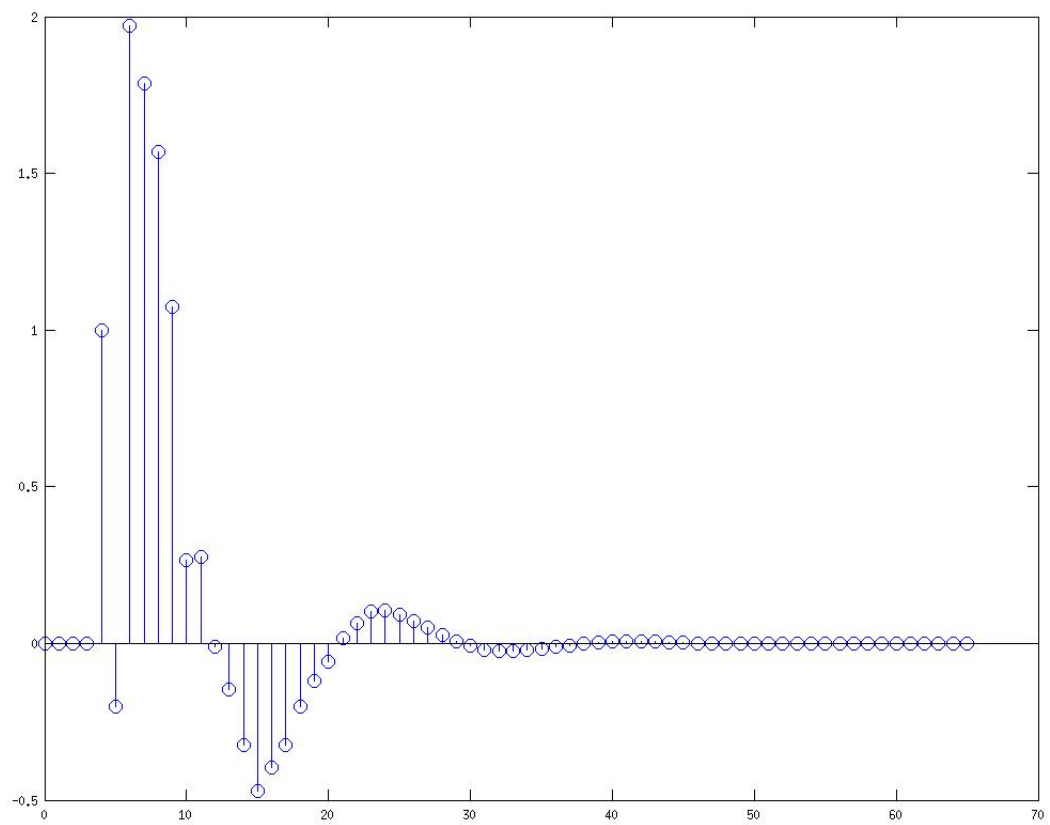
Από το διάγραμμα των πόλων και των μηδενικών ορίσαμε αυθαίρετα τις σχετικές θέσεις των πόλων και των μηδενικών. Συγκεκριμένα ορίσαμε τον πίνακα των πόλων και τον πίνακα των μηδενικών:

Πίνακας πόλων	Πίνακας μηδενικών
$0.8+0.3i$	$0.6+1.4i$
$0.8-0.3i$	$0.6-1.4i$
$-0.6+0.4i$	
$-0.6-0.4i$	
$0.3+0.7i$	
$0.3-0.7i$	

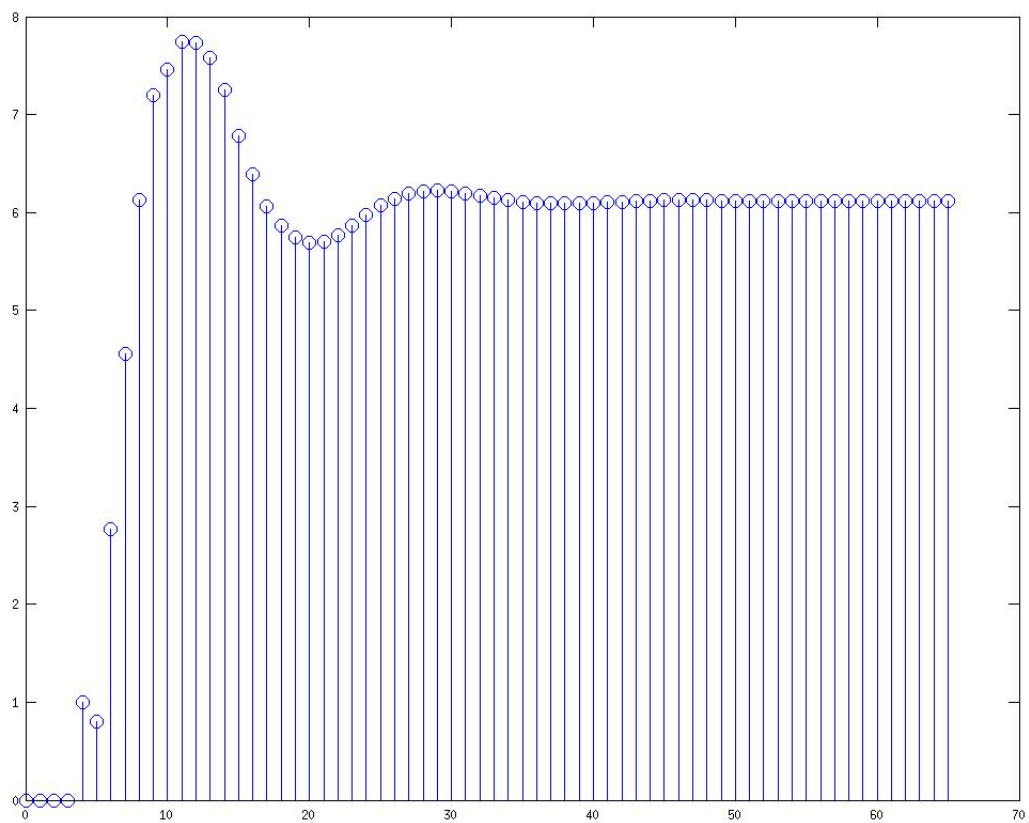
Σχήμα 11: Z-plane



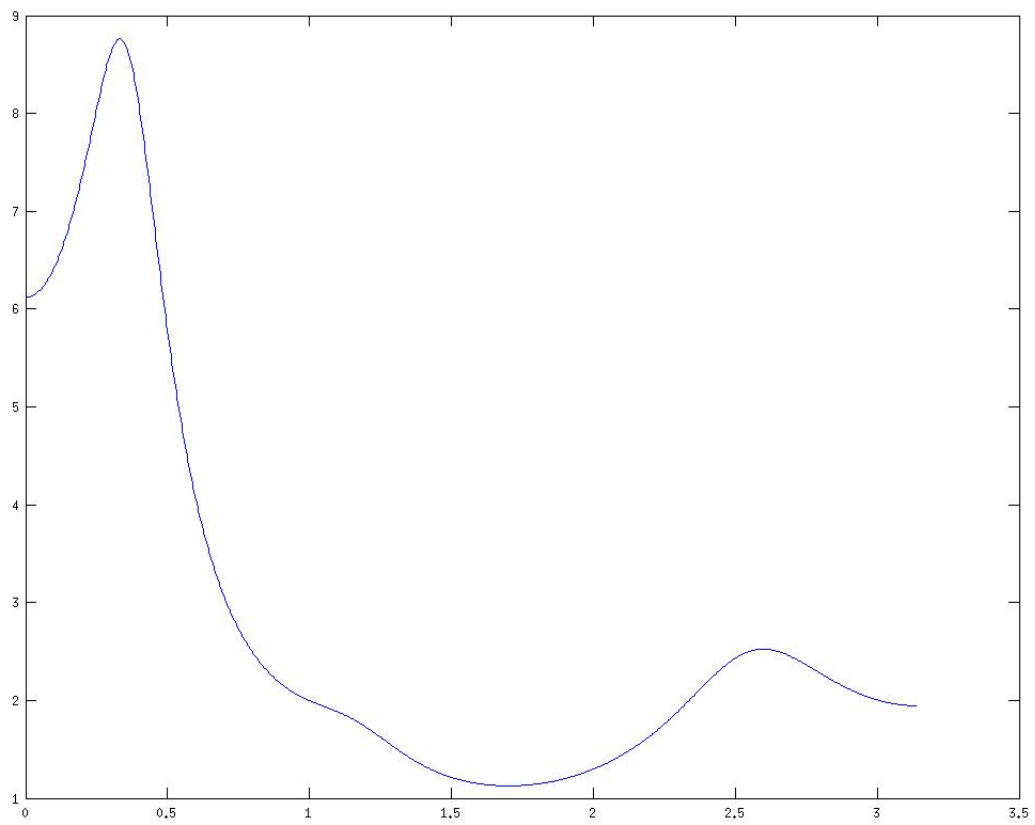
Σχήμα 12: Κρουστική Απόκριση



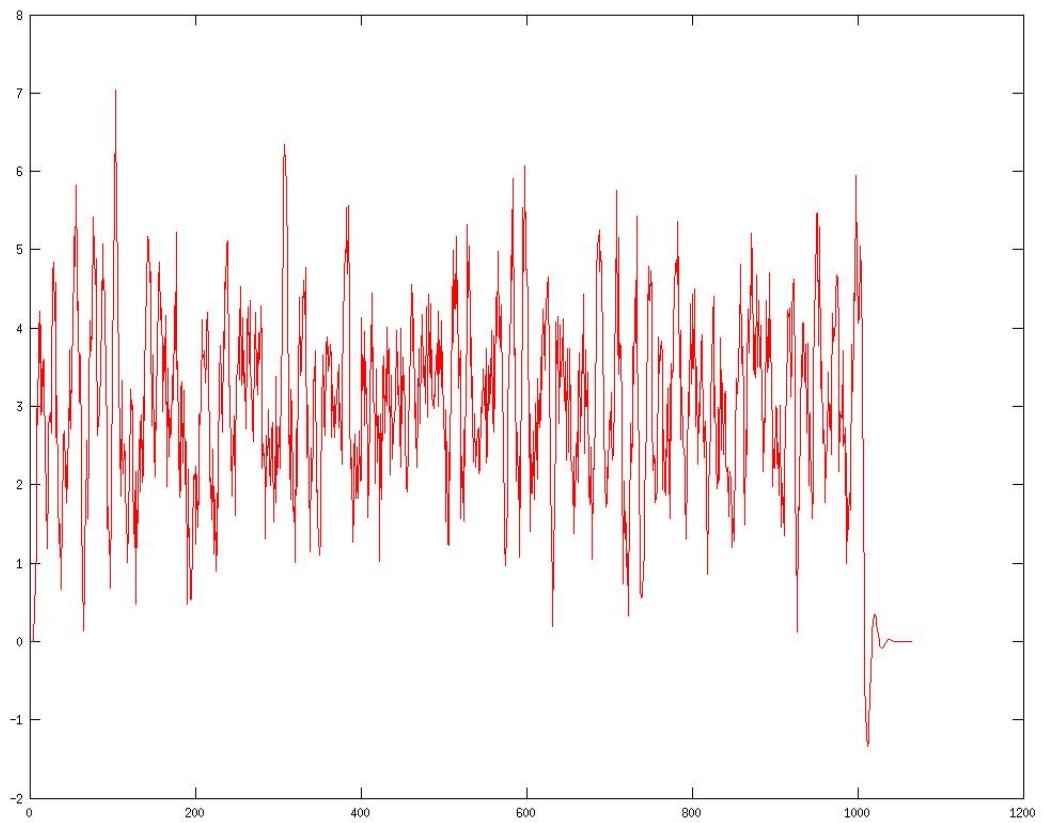
Σχήμα 13: Βηματική Απόκριση



Σχήμα 14: Απόκριση Πλάτους

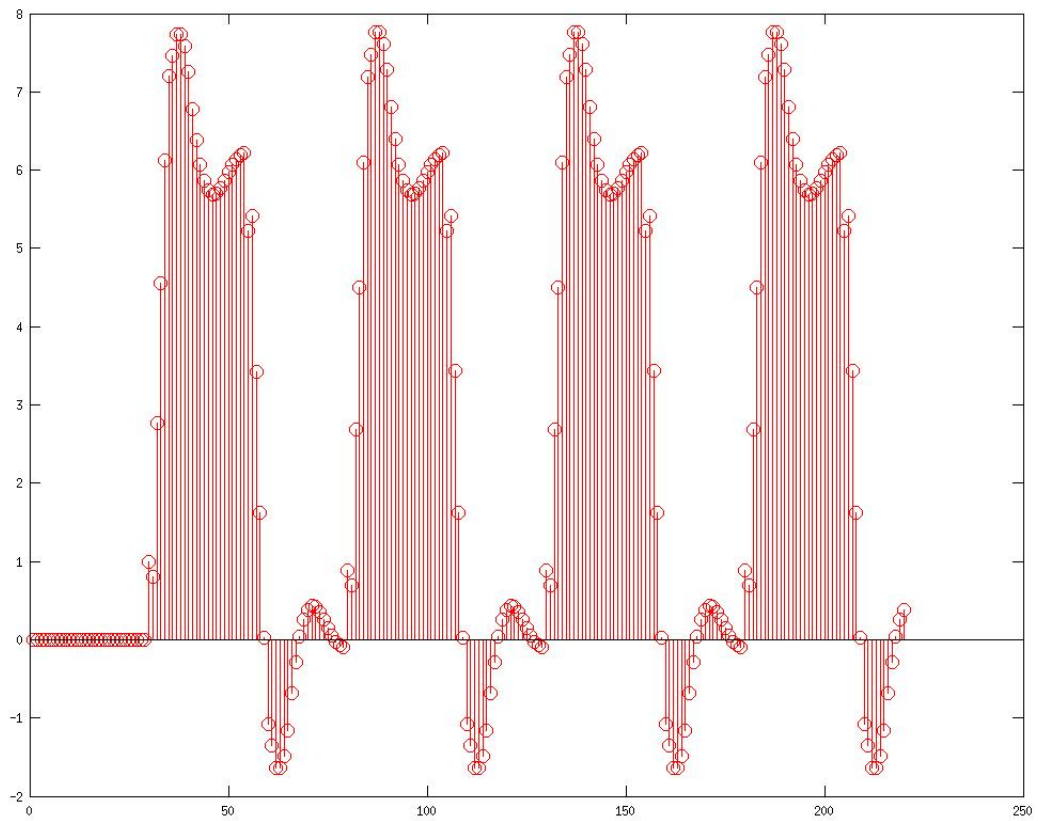


Σχήμα 15: Διέγερση με τυχαίο σήμα



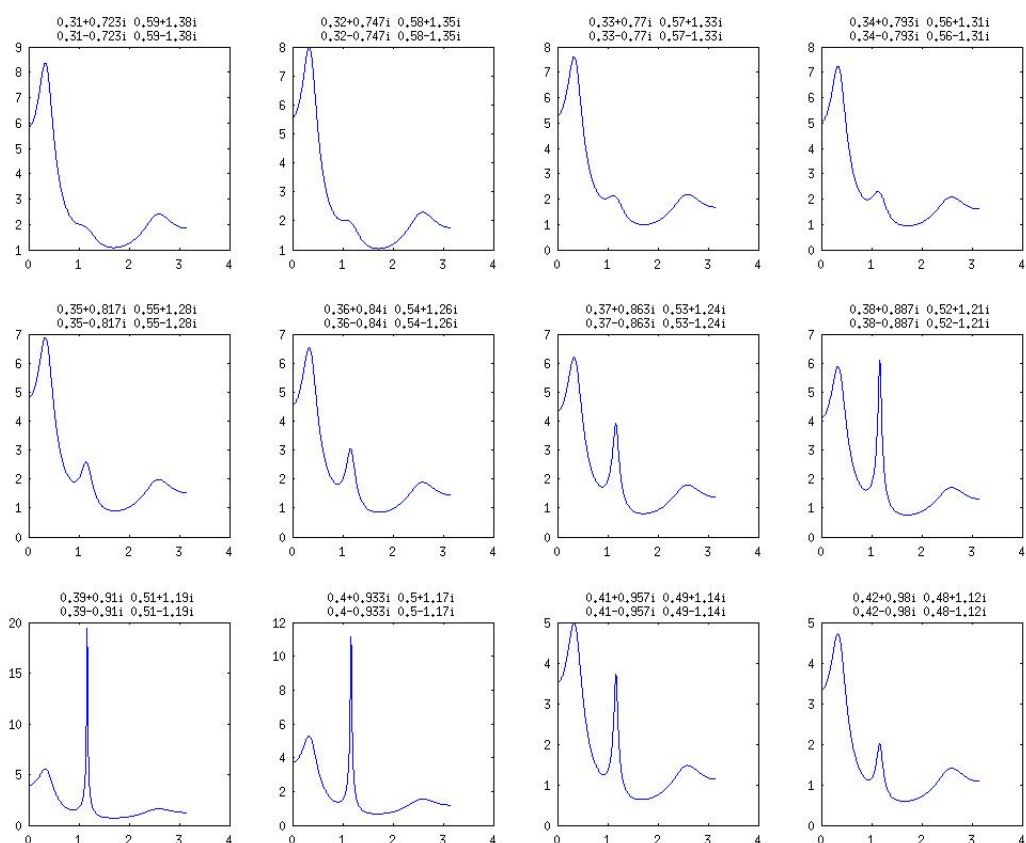
Όταν η είσοδος του συστήματος είναι τυχαίο σήμα τότε η έξοδος του συστήματος είναι επίσης τυχαία.

Σχήμα 16: Διέγερση με παλμοσειρά



Διεγείρουμε το σύστημα με παλμοσειρά. Εμφανίζεται η αρχική εικόνα της βηματικής απόκρισης σε κάθε παλμό και η έξοδος είναι περιοδική.

Σχήμα 17: Μετακίνηση πόλων



Μετακινώντας τους πόλους που βρίσκονται στην ίδια ευθεία με τα μηδενικά παρατηρούμε πως όσο οι πόλοι πλησιάζουν το μοναδιαίο κύκλο τόσο πιο ασταθές γίνεται το σύστημα μας όπως φαίνεται και από τα διαδοχικά διαγράμματα απόκρισης πλάτους. Όταν οι πόλοι συμπέσουν με τα μηδενικά τότε απαλείφονται και το διάγραμμα απόκρισης πλάτους γίνεται πάλι ομαλό όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.

Σχήμα 18: Μετακίνηση πόλων (τα μηδενικά και οι πόλοι συμπίπτουν)

