

Aula 24

Fasores II
Seletores de frequência

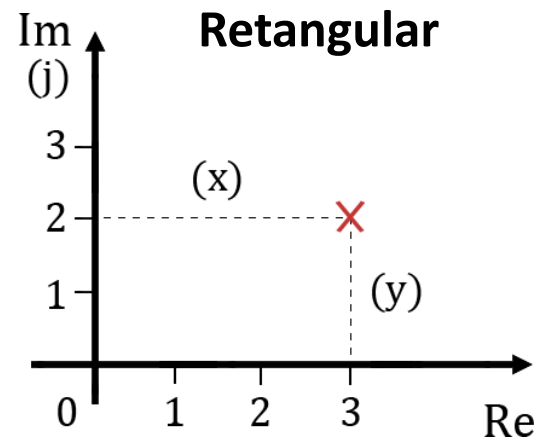
Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Revisão ($j = \sqrt{-1}$)

Os números complexos podem ser expressos em 3 formas:

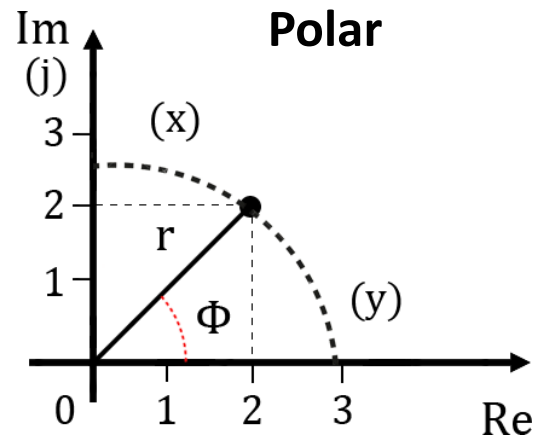
Considere que:



Retangular:

$$z = x + y$$

$$z = 3 + 2j$$



Polar:

$$z = r \angle \phi$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\phi = \text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$z = \sqrt{8} \angle \text{atan}(1)$$

$$z = \sqrt{8} \angle 45^\circ$$

$$\cos(\phi) = \frac{CA}{h} = \frac{x}{r} \quad \text{sen}(\phi) = \frac{CO}{h} = \frac{y}{r}$$
$$x = r \cdot \cos(\phi) \quad y = r \cdot \text{sen}(\phi)$$

Retangular:

$$z = r(\cos(\phi) + j\text{sen}(\phi))$$

Identidade de Euler:

$$e^{\pm j\phi} = \cos(\phi) \pm j\text{sen}(\phi)$$

Exponencial:

$$z = r \cdot e^{j\phi}$$

Revisão - Números complexos

Retangular → Polar

Temos: $z = x + jy$ Queremos: $z = r \angle \phi$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$
$$\phi = \text{atan}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Polar → Retangular

Temos: $z = r \angle \phi$ Queremos: $z = x + jy$

$$x = r \cdot \cos(\phi)$$

$$y = r \cdot \text{sen}(\phi)$$

Como a forma exponencial utiliza as relações polares, assim:

Retangular → Exponencial

Transformar para polar e:

$$z = r \cdot e^{j\phi}$$

Polar → Exponencial

Apenas colocar na forma:

$$z = r \cdot e^{j\phi}$$

Revisão - Números complexos

Adição e subtração → **forma retangular**

Multiplicação e divisão → **forma polar**

$$z_1 = x_1 + jy_1 = r_1 \angle \phi_1$$

$$z_2 = x_2 + jy_2 = r_2 \angle \phi_2$$

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2)$$

$$\frac{1}{j} = -j$$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \angle (\phi_1 + \phi_2)$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle (\phi_1 - \phi_2)$$

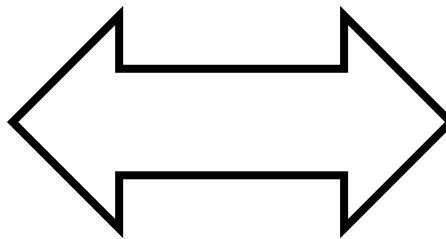
$$\sqrt{z_1} = \sqrt{r_1} \angle \left(\frac{\phi_1}{2} \right)$$

Quando comparamos a derivada no domínio do tempo e dos fasores, concluímos que a derivada, no domínio dos fasores, passa a ser considerada uma simples multiplicação. Tais relações também são válidas para a corrente, uma vez que a corrente também obedece a uma função senoidal

Domínio do tempo

$$\frac{dv}{dt}$$

$$\int v dt$$



Domínio dos fasores

$$j\omega V$$

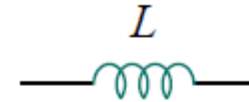
$$\frac{V}{j\omega}$$

* Foram omitidos os cálculos para dedução da integral, porém seguem o mesmo raciocínio

Impedância representa a oposição que um circuito oferece ao fluxo de corrente senoidal

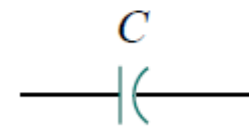
Impedância e admitância de elementos passivos

Elemento	Impedância	Admitância
R	$Z = R$	$Y = \frac{1}{R}$
L	$Z = j\omega L$	$Y = \frac{1}{j\omega L}$
C	$Z = \frac{1}{j\omega C}$	$Y = j\omega C$



Curto circuito em CC
($\omega \rightarrow 0$)

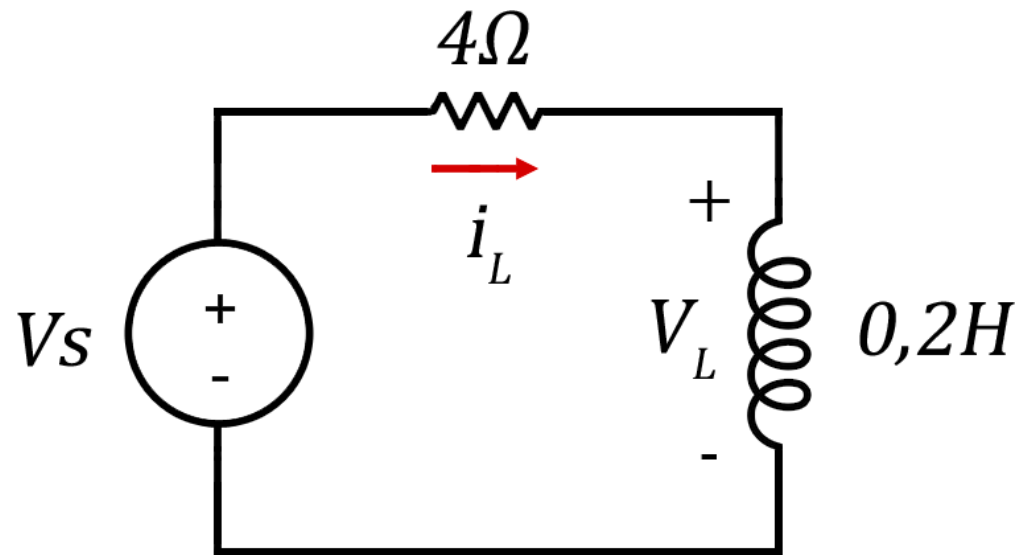
Circuito aberto em alta frequência
($\omega \rightarrow \infty$)



Circuito aberto em CC
($\omega \rightarrow 0$)

Curto circuito em alta frequência
($\omega \rightarrow \infty$)

Exercício: Dado o circuito, em regime permanente, encontre as expressões $i_L(t)$ e $v_L(t)$.
Considere que $V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$



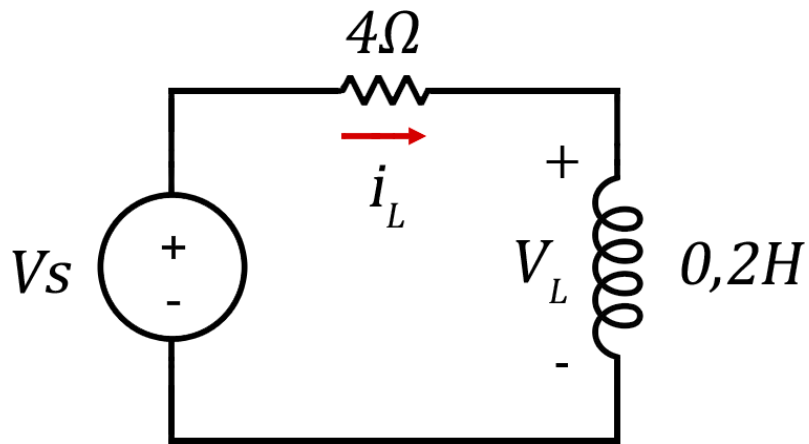
Resposta:

$$i_L(t) = 4,47 \cdot \cos(10t + 3,44^\circ) A$$

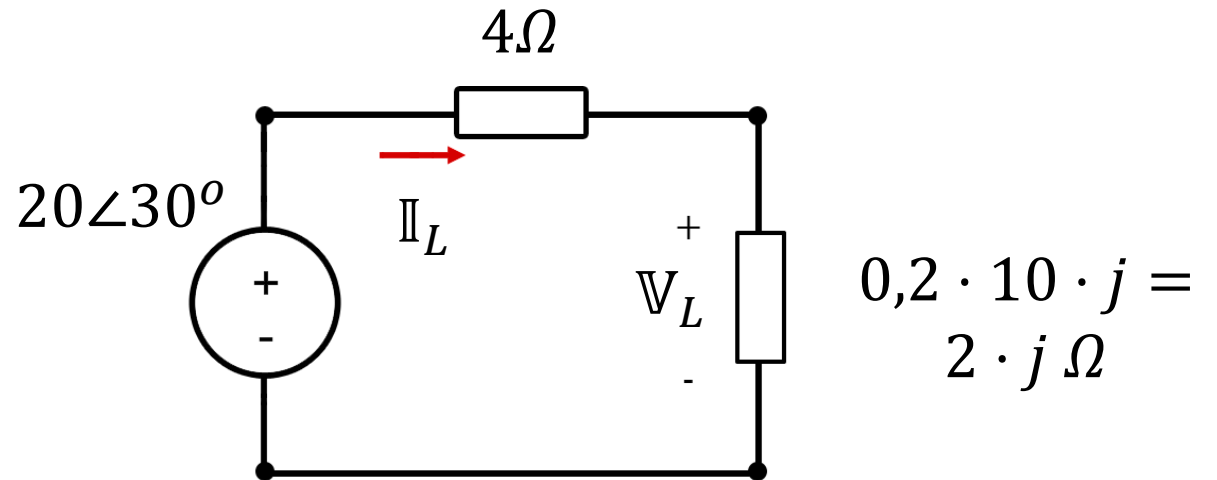
$$v_L(t) = 8,94 \cdot \cos(10t + 93,44^\circ) V$$

Exercício

Exercício: Dado o circuito, em regime permanente, encontre as expressões $i_L(t)$ e $v_L(t)$.
Considere que $V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$



Circuito no domínio do tempo

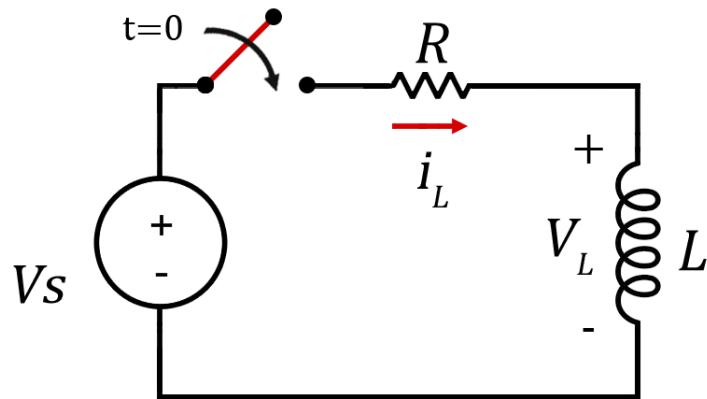


Circuito no domínio dos fasores

Exercício – Parênteses

Como calcular as funções do corrente e tempo do indutor, sem utilizar os conceitos de fasores, ou seja, calculando no domínio do tempo

$$V_S = V_M \cos(\omega t + \phi)$$



Primeiramente deduzimos a o comportamento da corrente do indutor

Pela **LKT** temos:

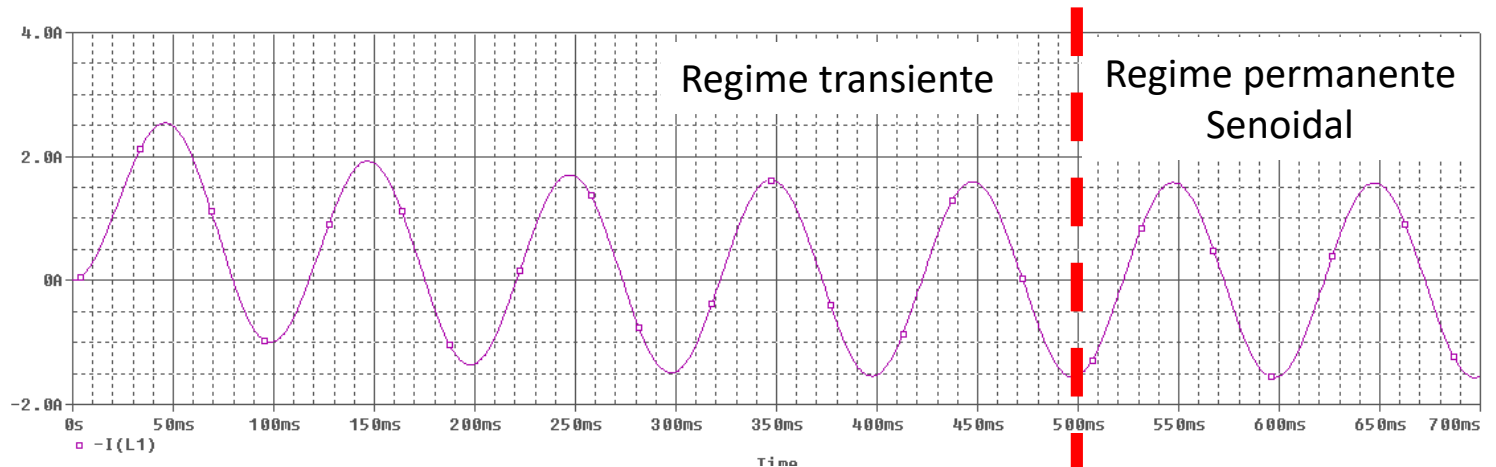
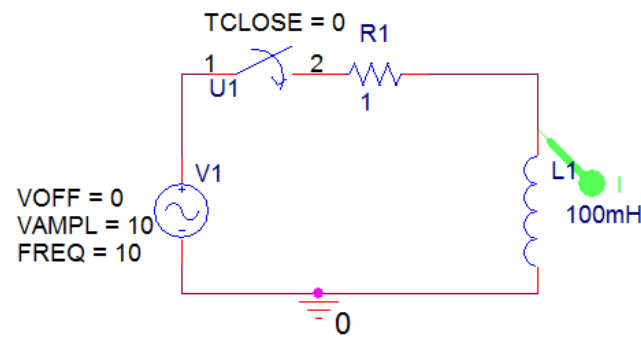
$$L \frac{di}{dt} + Ri = V_m \cos(\omega t + \phi)$$

Resolvendo EDO, temos a seguinte resposta completa:

$$i_L(t) = \frac{-V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\phi - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right) e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} + \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t + \phi - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

Exercício – Parênteses

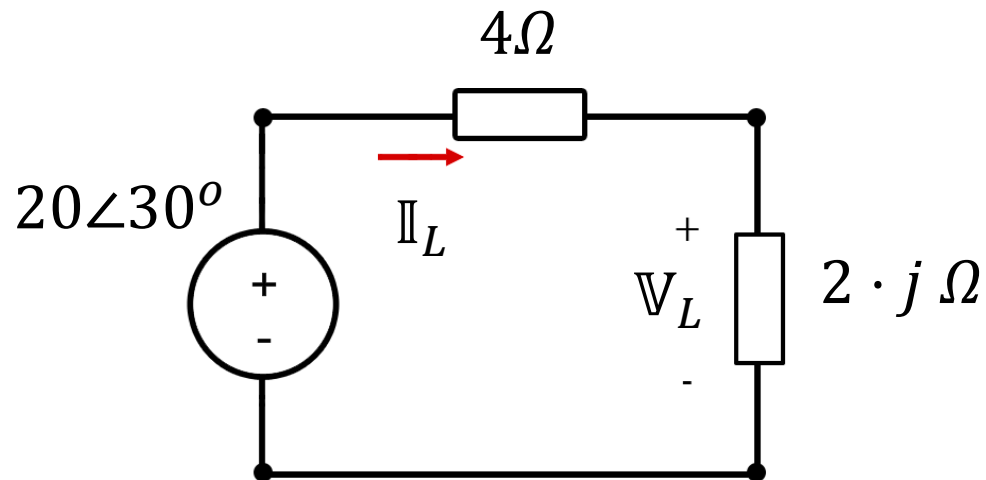
$$i_L(t) = \frac{-V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\phi - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right) e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} + \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t + \phi - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$



- Salvo raras exceções, a análise CA prioriza a resposta em regime permanente, uma vez que consideramos que fonte de excitação está em regime permanente senoidal.
- Para encontrarmos a equação que rege a tensão, basta derivar a equação da corrente e multiplicar por “L”.
- **Não iremos analisar circuitos CA sem a transformada de fasores.**

Exercício

Exercício: Dado o circuito, em regime permanente, encontre as expressões $i_L(t)$ e $v_L(t)$.
Considere que $V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$



$$Z_{eq} = 4 + 2j \qquad Z_{eq} = \left(\sqrt{4^2 + 2^2} \right) \angle \tan^{-1} \left(\frac{2}{4} \right)$$

$$Z_{eq} = 4,47 \angle 26,56^\circ$$

$$I_L = \frac{V_s}{Z_{eq}} = \frac{20\angle 30^\circ}{4,47 \angle 26,56^\circ} = \frac{20}{4,47} \angle (30^\circ - 26,56^\circ)$$

$$I_L = 4,47 \angle 3,44^\circ A$$

$$V_L = 4,47 \angle 3,44^\circ \cdot (0 + 2j)$$

$$V_L = 4,47 \angle 3,44^\circ \cdot \left(\sqrt{0^2 + 2^2} \angle \tan^{-1} \left(\frac{2}{0} \right) \right)$$

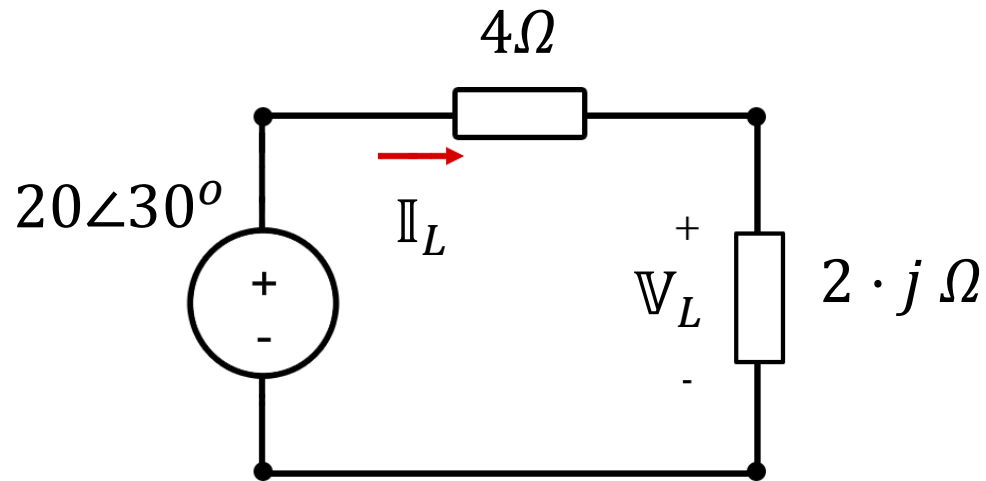
$$V_L = 4,47 \angle 3,44^\circ \cdot (2 \angle 90^\circ)$$

$$V_L = (4,47 \cdot 2) \angle (3,44^\circ + 90^\circ)$$

$$V_L = 8,94 \angle 93,44^\circ V$$

Exercício

Exercício: Dado o circuito, em regime permanente, encontre as expressões $i_L(t)$ e $v_L(t)$.
Considere que $V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$



Domínio dos fasores

$$V_s = 20 \angle 30^\circ V$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

$$I_L = 4,47 \angle 3,44^\circ A$$

$$V_L = 8,94 \angle 93,44^\circ V$$

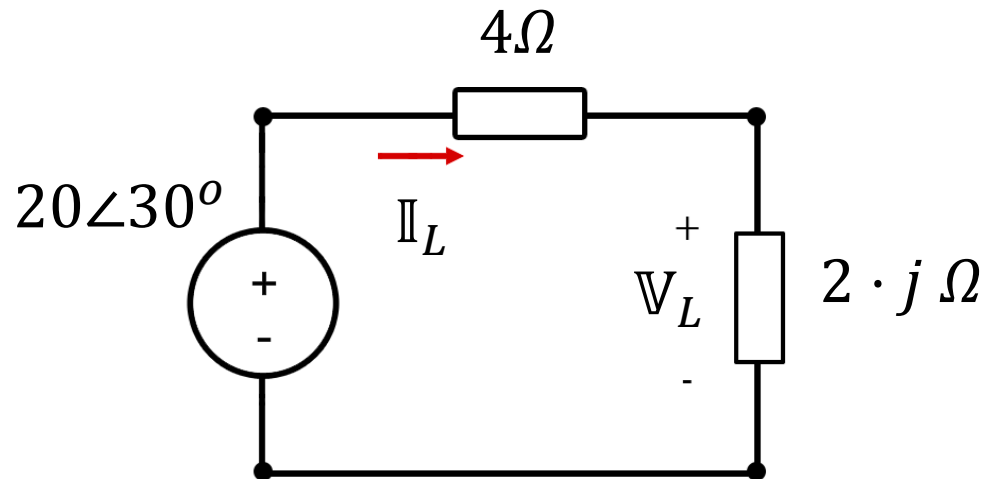
Domínio do tempo

$$V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$$

$$i_L(t) = 4,47 \cdot \cos(10t + 3,44^\circ) A$$

$$v_L(t) = 8,94 \cdot \cos(10t + 93,44^\circ) V$$

Exercício: Dado o circuito, em regime permanente, encontre as expressões $i_L(t)$ e $v_L(t)$.
 Considere que $V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$

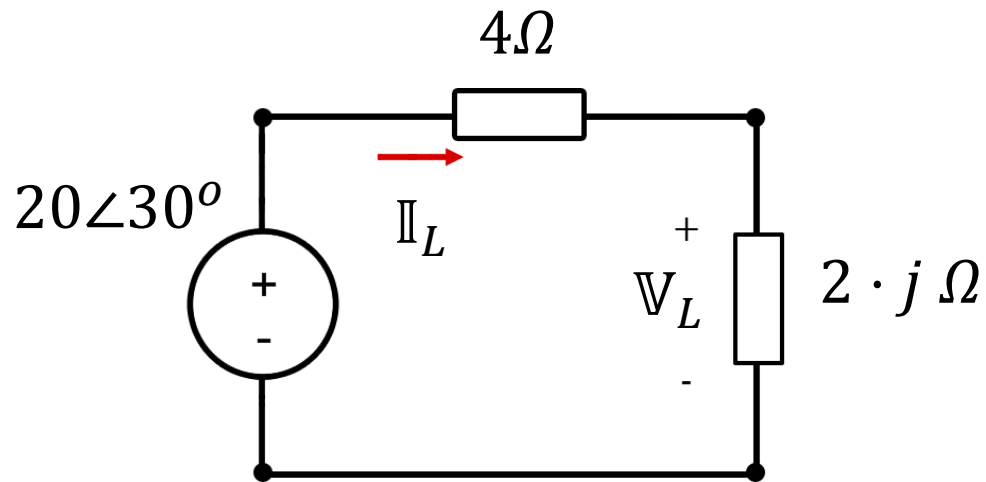


$$i_L(t) = 4,47 \cdot \cos(10t + 3,44^\circ) A$$

$$i_L(t) = \frac{-V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\phi - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right) e^{-\left(\frac{R}{L}\right)t} + \frac{V_m}{\sqrt{R^2 + \omega^2 L^2}} \cos\left(\omega t + \phi - \operatorname{atan}\left(\frac{\omega L}{R}\right)\right)$$

$$i_L(t) = \frac{20}{\sqrt{4^2 + 10^2 \cdot 0,2^2}} \cos\left(10t + 30^\circ - \operatorname{atan}\left(\frac{10 \cdot 0,2}{4}\right)\right) = 4,47 \cdot \cos(10t + 3,44^\circ) A$$

Exercício: Dado o circuito, em regime permanente, encontre as expressões $i_L(t)$ e $v_L(t)$.
 Considere que $V_s(t) = 20 \cdot \cos(10t + 30^\circ) V$



Calculo por divisor de tensão

$$V_L = V_s \cdot \frac{0 + 2j}{(4 + 0j) + (0 + 2j)}$$

$$V_L = 20\angle 30^\circ \cdot \frac{0 + 2j}{4 + 2j}$$

$$V_L = 20\angle 30^\circ \cdot \frac{2\angle 90^\circ}{(4^2 + 2^2)\angle \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right)}$$

$$V_L = 20\angle 30^\circ \cdot \frac{2\angle 90^\circ}{(\sqrt{4^2 + 2^2})\angle \tan^{-1}\left(\frac{2}{4}\right)}$$

$$V_L = 8,94\angle 93,44^\circ V$$

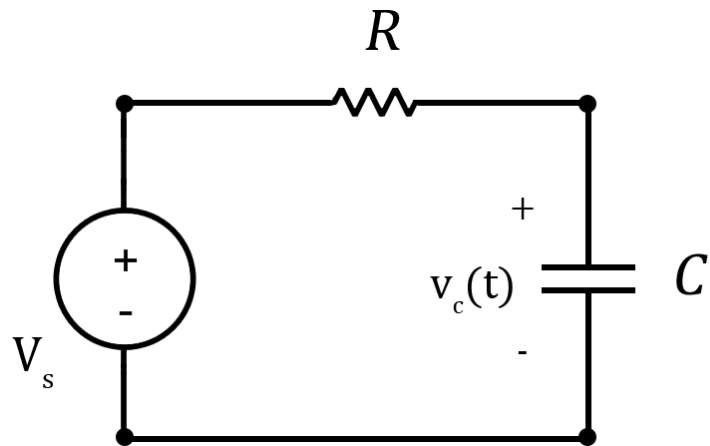
$$v_L(t) = 8,94 \cdot \cos(10t + 93,44^\circ) V$$

$$V_L = 20\angle 30^\circ \cdot \frac{2\angle 90^\circ}{4,47\angle 26,56^\circ} = 20 \cdot \left(\frac{2}{4,47}\right) \angle (30^\circ + (90^\circ - 26,56^\circ))$$

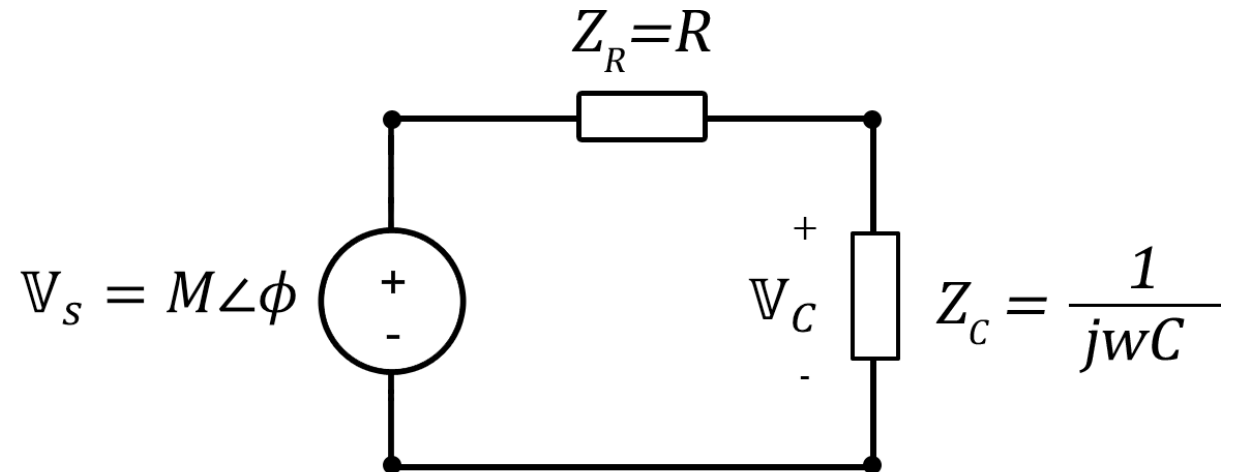
Exemplo

Exemplo: Calcular V_c de forma genérica $V_s = M \cdot \cos(\omega t + \phi)$

Domínio do Tempo



Domínio do Fator



Exemplo

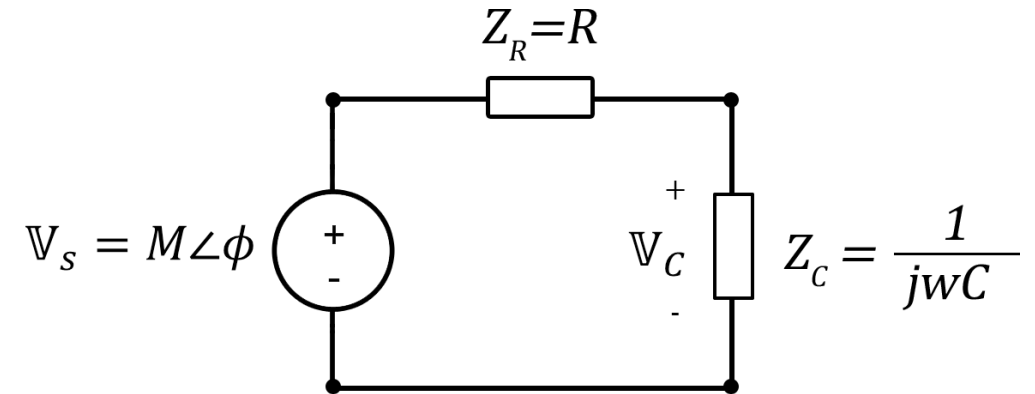
Exemplo: Calcular V_c de forma genérica $V_s = M \cdot \cos(\omega t + \phi)$

$$V_C = V_s \cdot \frac{Z_C}{R + Z_C}$$

$$V_C = V_s \cdot \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

Calcular o ganho (saída/entrada)

$$\frac{V_C}{V_s} = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} \quad \therefore \quad \frac{V_C}{V_s} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$



Neste exemplo podemos concluir que quanto menor a frequência angular (ω), mais próximo de um (1) a relação entre saída/entrada e quanto maior ω , mais próximo de zero (0) a relação saída/entrada.

Sabemos que em CC o capacitor se comporta como um circuito aberto, ou seja, impedância infinita

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

$$CC \rightarrow \omega \rightarrow 0 \text{ rad/s}$$

$$Z_c = \frac{1}{j0C} = \infty$$

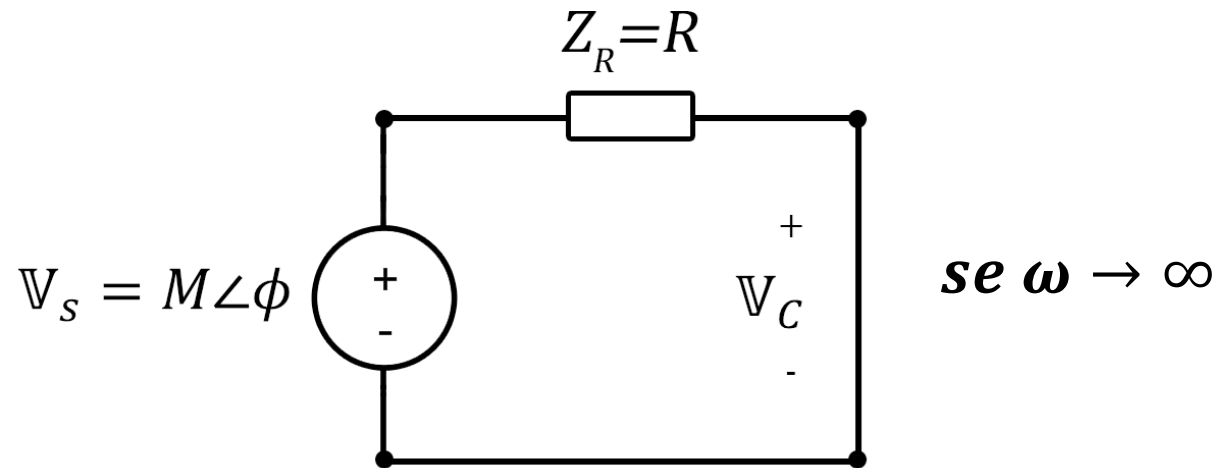
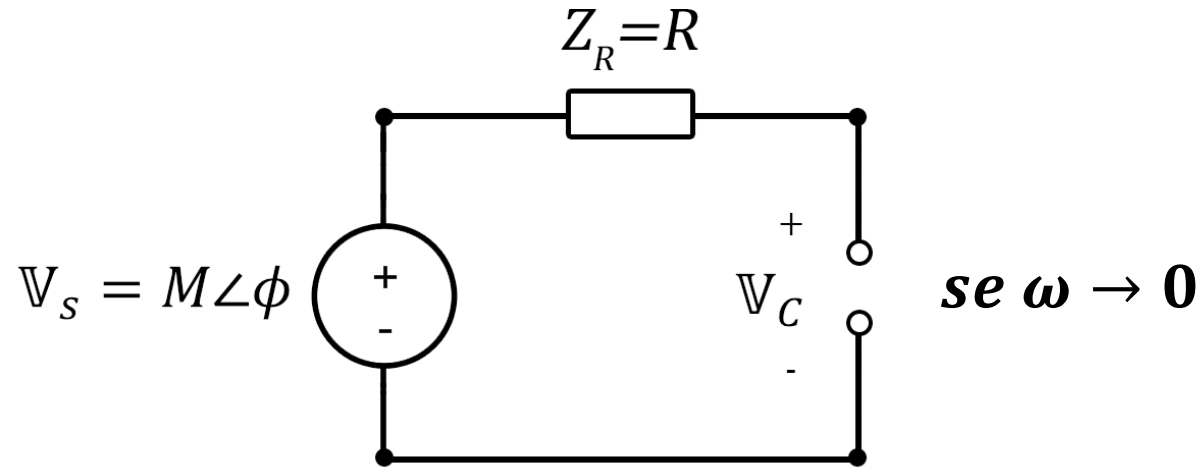
Sabemos que em altíssima frequência ($\omega \rightarrow \infty$) o capacitor se comporta como um curto-circuito, ou seja, impedância zero

$$Z_c = \frac{1}{j\omega C}$$

$$\text{alta freq} \rightarrow \omega \rightarrow \infty \text{ rad/s}$$

$$Z_c = \frac{1}{j\infty C} = 0$$

Exemplo



$$\frac{V_C}{V_s} = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

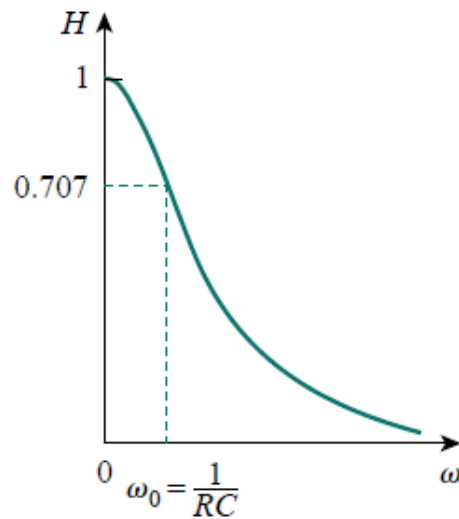
Função Transferência

De forma geral, função transferência representa a razão entre a saída e a entrada. Para tensão e corrente obtemos o ganho. Em nossos estudos de caso, não entraremos em detalhes sobre a função transferência. Deixaremos as análises mais aprofundadas para estudos futuros.

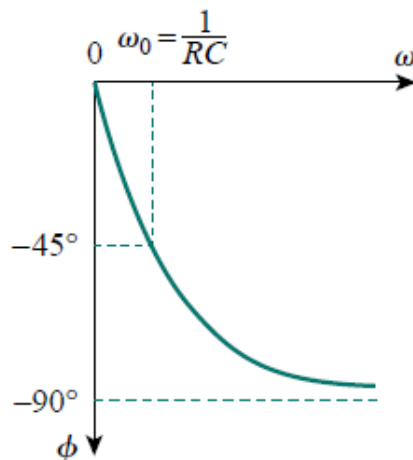
$$H(\omega) = \frac{V_o(\omega)}{V_i(\omega)} \quad \text{ou} \quad H(\omega) = \frac{I_o(\omega)}{I_i(\omega)} \quad \rightarrow \quad H = \frac{\text{saída}}{\text{entrada}}$$

****Em termos de circuitos normalmente temos: $o \rightarrow \textit{output}$ e $i \rightarrow \textit{input}$**

Frequência de corte



(a)



(b)

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(\omega) = H \angle \phi$$

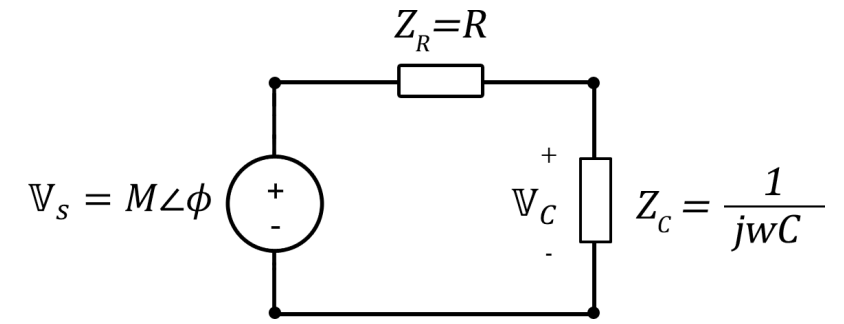
$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} = |H(\omega)|$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}$$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ Representa 50% da potência média fornecida a uma carga

Ver Nilsson 5ed pags 281 e 391



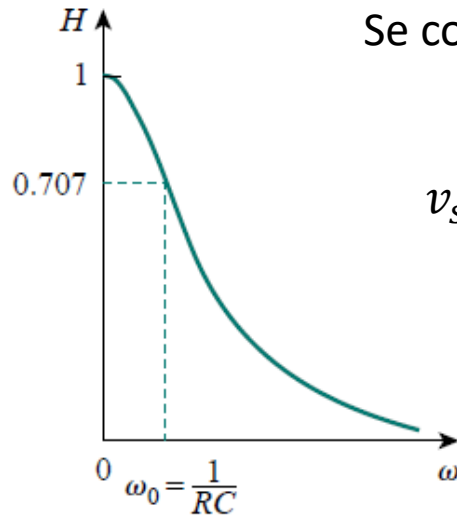
$$2 = 1 + (\omega_c RC)^2$$

$$1 = (\omega_c RC)^2$$

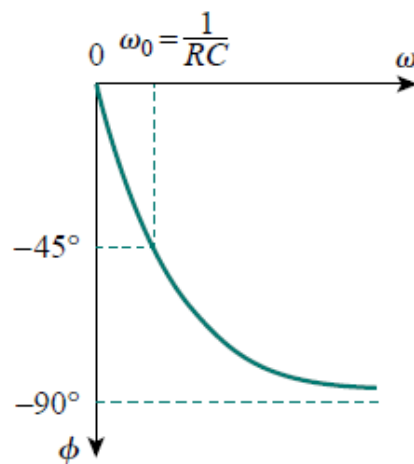
$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

Frequência de corte ω_c

Frequência de corte



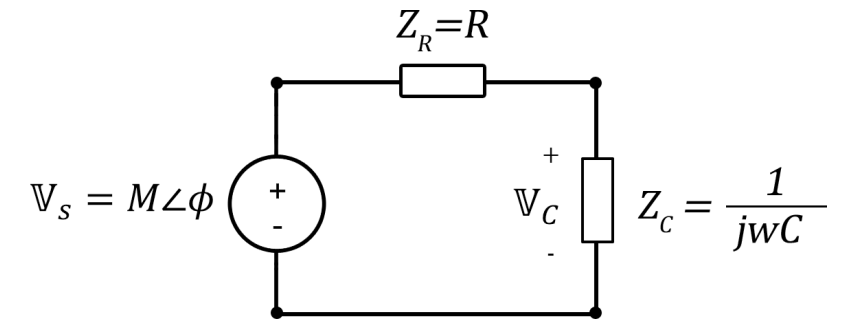
(a)



(b)

Se considerarmos que: $\frac{1}{RC} \rightarrow \omega_c$

$$v_s = M \cdot \cos\left(\frac{1}{RC} \cdot t + \phi\right) V$$



Ou seja, um circuito RC, onde a fonte de tensão possui uma frequência angular igual o inverso do produto entre R e C

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(\omega) = \frac{1 \angle 0^\circ}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2} \angle \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}$$

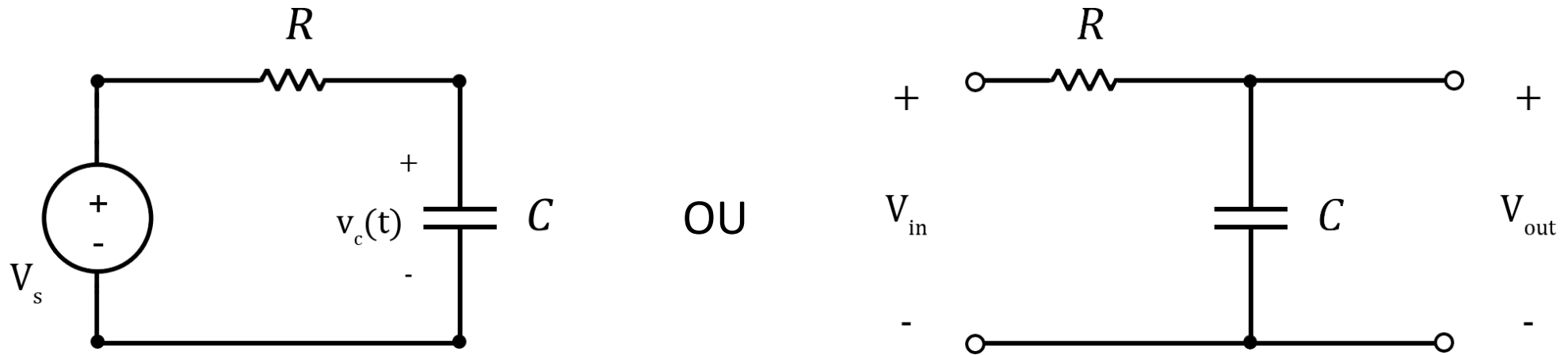
$$H(\omega) = H \angle \phi$$

$$H = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega/\omega_c)^2}}$$

$$\phi = -\text{atan}\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

Seletores de frequência (filtros passivos)

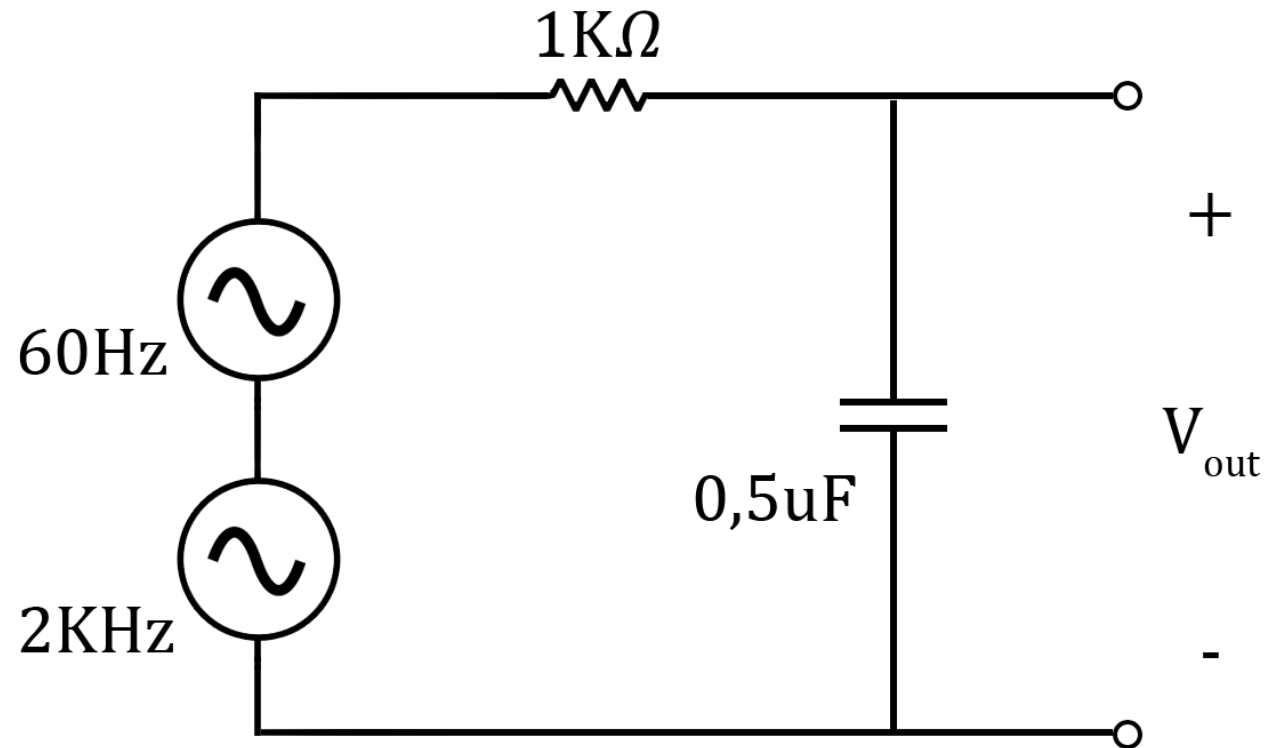
Este circuito define um filtro **passa baixas**, ou seja, atenua altas frequências e mantém a amplitude de baixa frequências.



Interpretando: O circuito com essa configuração é utilizado para filtrar sinais de alta frequência, devemos escolher um capacitor e um resistor tal que a expressão $1/(RC)$, resulte no limiar da frequência que desejamos atenuar. Lembre-se que filtros não cortam frequências e sim atenuam frequências.

Seletores de frequência (filtros passivos)

Exemplo: Considere que uma fonte de transmissão de dados que trabalhe em 60Hz sofra a influência de um ruído de uma frequência de 2KHz. O filtro abaixo foi projetado para atenuar a presença da alta frequência. Analise o filtro.



Seletores de frequência (filtros passivos)

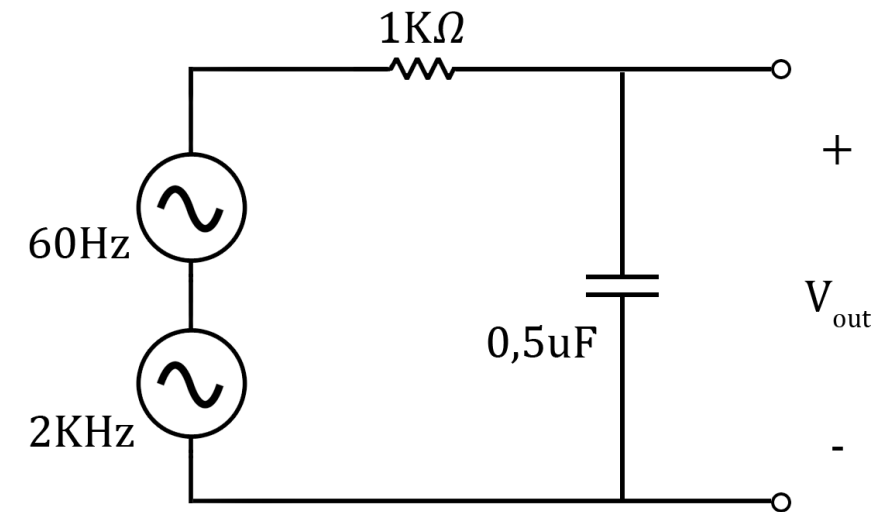
Exemplo: Considere que uma fonte de transmissão de dados que trabalhe em 60Hz sofra a influência de um ruído de uma frequência de 2KHz. O filtro abaixo foi projetado para atenuar a presença da alta frequência. Analise o filtro. Ps. Exemplo hipotético

$$\omega_c = \frac{1}{RC} = \frac{1}{1K \cdot 0,5\mu} = 2000 \text{ rad/s}$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi \cdot RC} = \frac{1}{2\pi \cdot 1K \cdot 0,5\mu} = 636,94 \text{ Hz}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 60 = 376 \text{ rad/s}$$

$$\omega_1 = 2\pi \cdot 2K = 12,56K \text{ rad/s}$$



Seletores de frequência (filtros passivos)

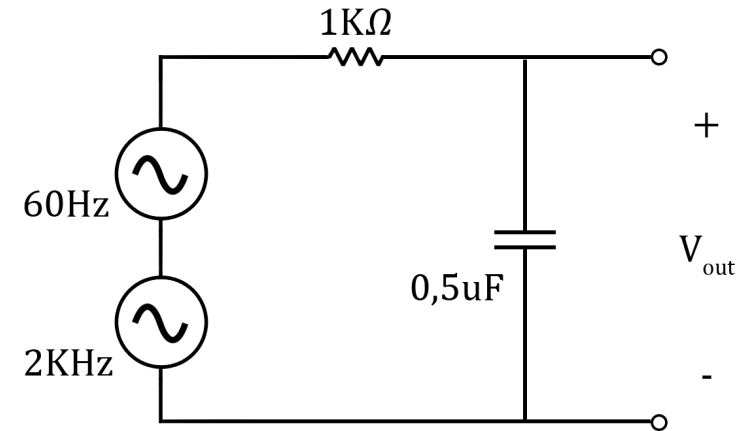
Exemplo: Considere que uma fonte de transmissão de dados que trabalhe em 60Hz sofra a influência de um ruído de uma frequência de 2KHz. O filtro abaixo foi projetado para atenuar a presença da alta frequência. Analise o filtro. Ps. Exemplo hipotético

Pelo teorema da superposição sabemos que podemos analisar as fontes de forma independente

$$H_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_1/\omega_o)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{376}{2000}\right)^2}} = 0,98$$

$$H_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_2/\omega_o)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{12,56K}{2000}\right)^2}} = 0,15$$

Na saída teremos a soma de 98% da fonte de tensão de 60Hz e 15% da fonte de 2Khz



$$\omega_c = 2000 \text{ rad/s}$$

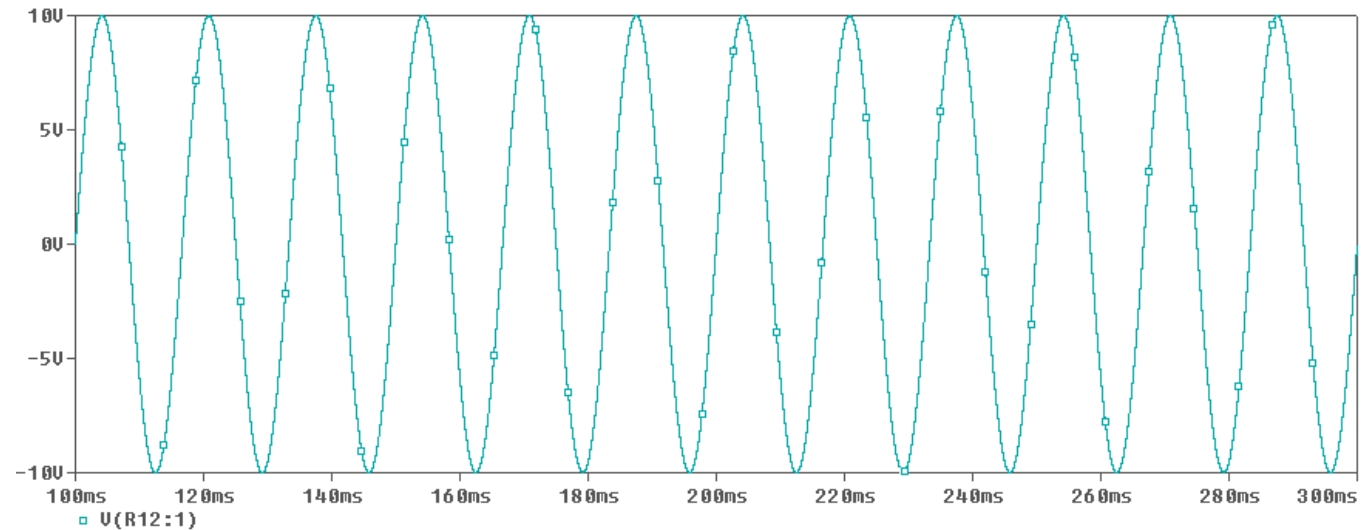
$$\omega_1 = 376 \text{ rad/s}$$

$$\omega_2 = 12,56K \text{ rad/s}$$

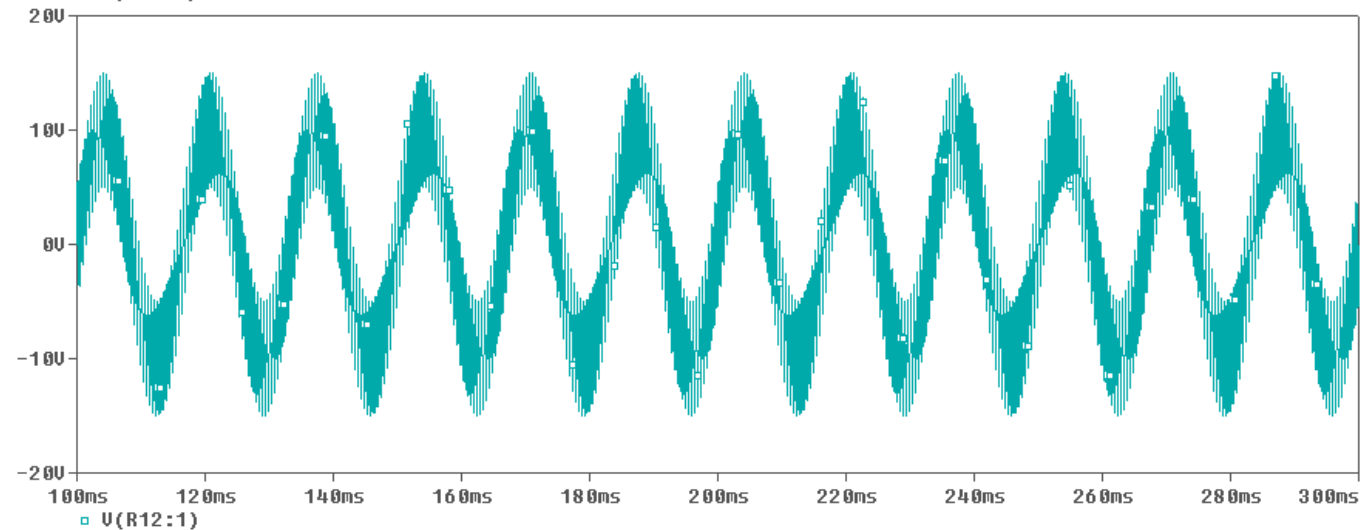
Seletores de frequência (filtros passivos)

Neste exemplo irei considerar que o sinal possui amplitude de **10V** e o ruído de **5V**

Sinal sem ruído



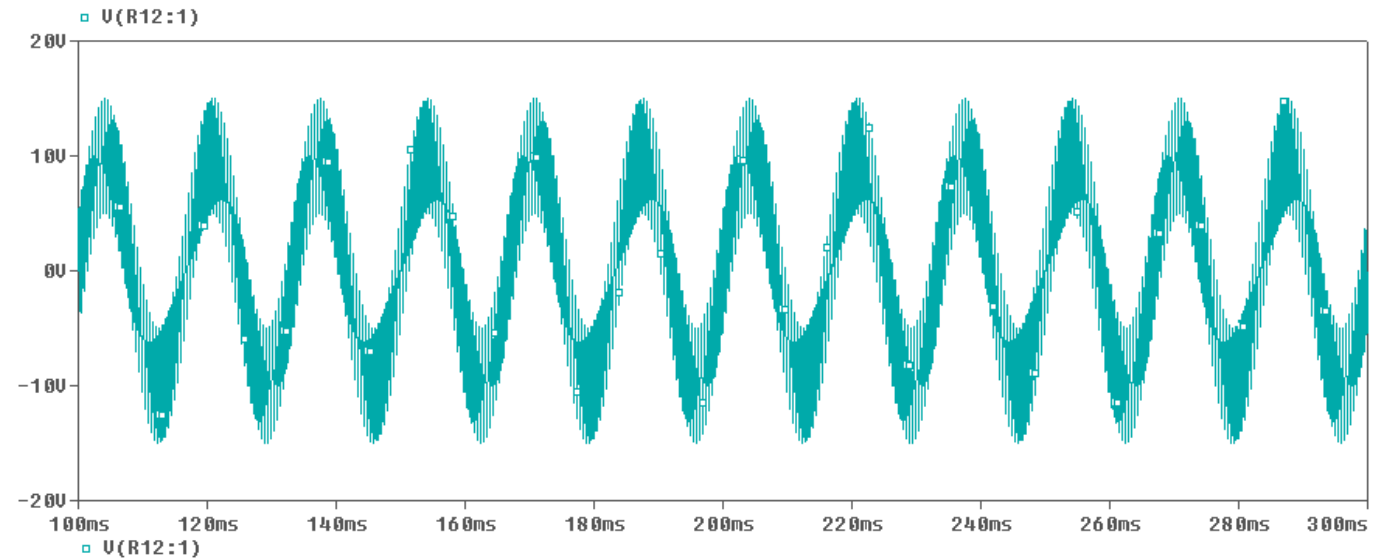
Sinal com ruído
Sem filtro



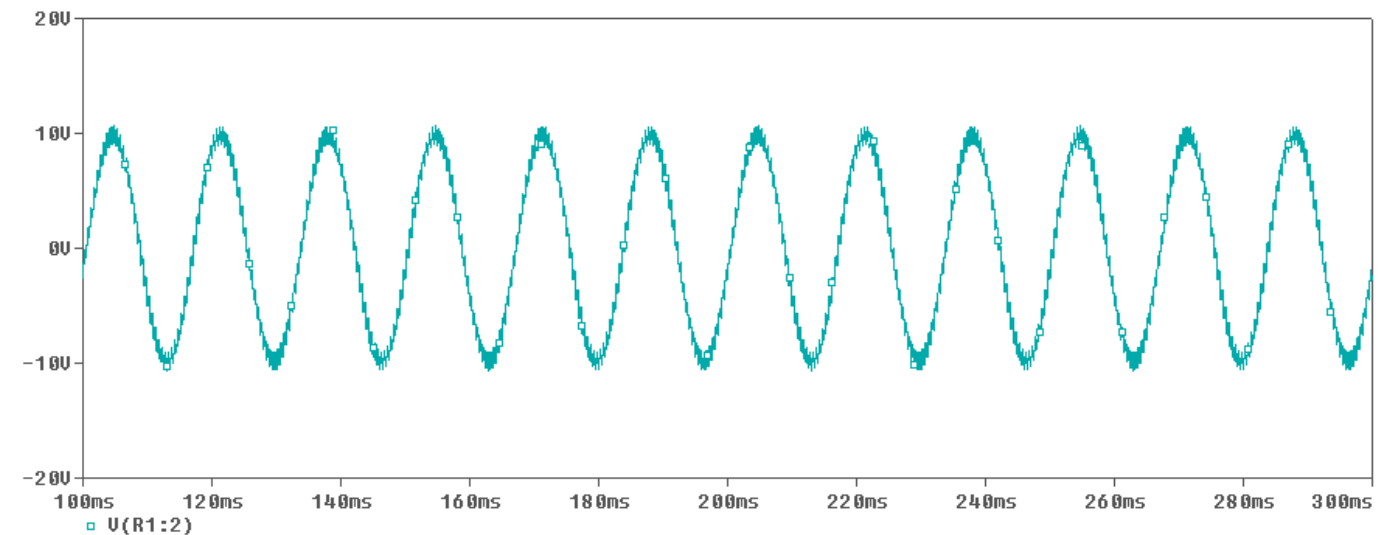
Seletores de frequência (filtros passivos)

Neste exemplo irei considerar que o sinal possui amplitude de **10V** e o ruído de **5V**

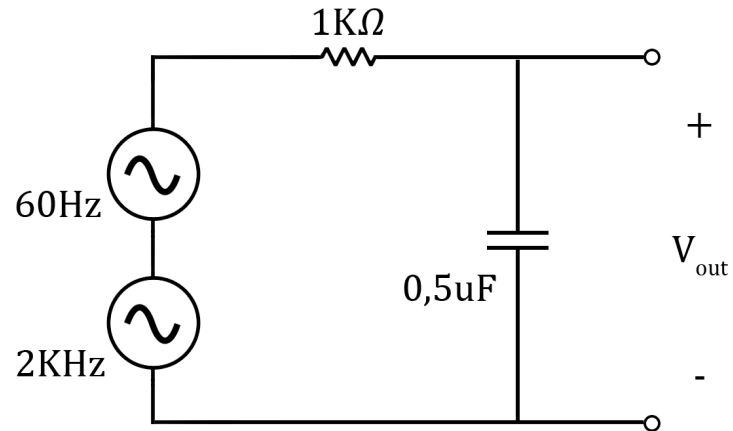
Sinal com ruído
Sem filtro



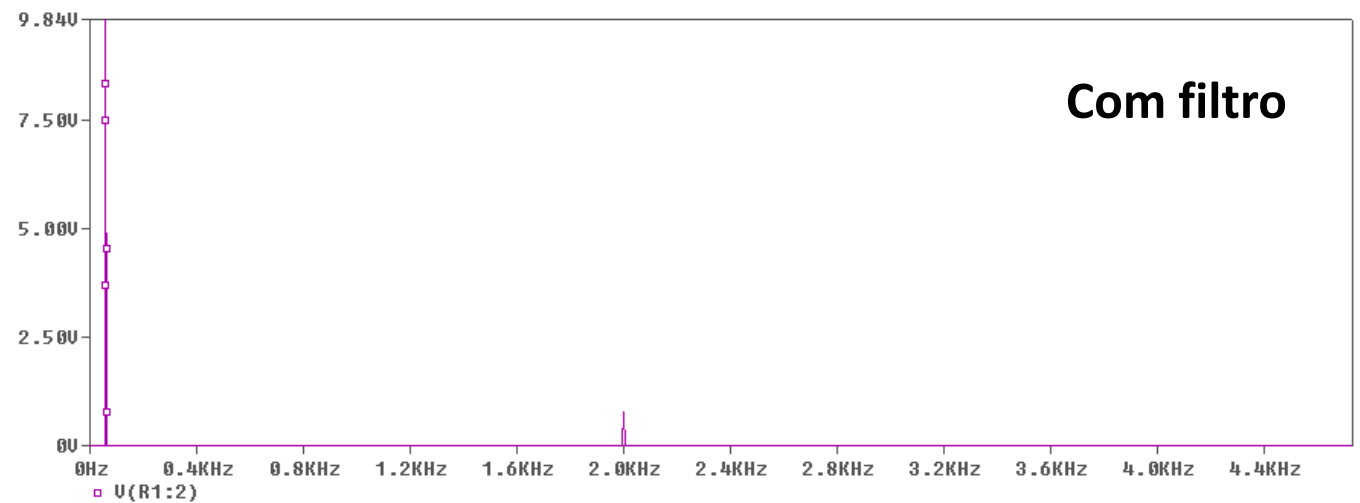
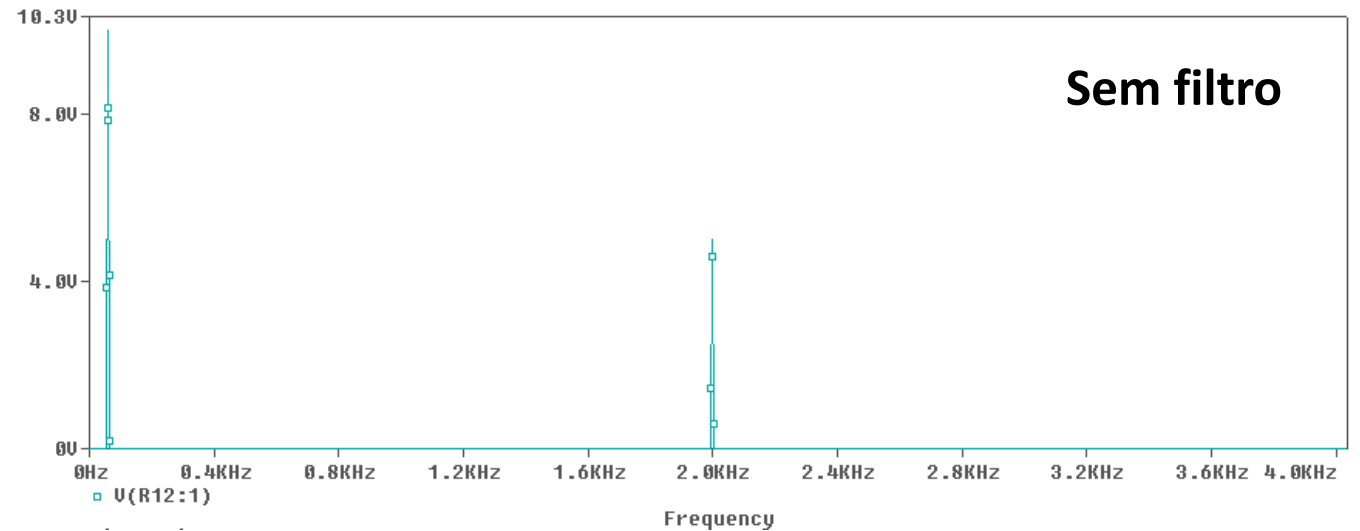
Sinal com ruído
Com filtro



Seletores de frequência (filtros passivos)



Existem ferramentas capazes de analisar as frequências envolvidas no sinal. Os gráficos ao lado foram adquiridos pela Transformada rápida de Fourier (**FFT**).

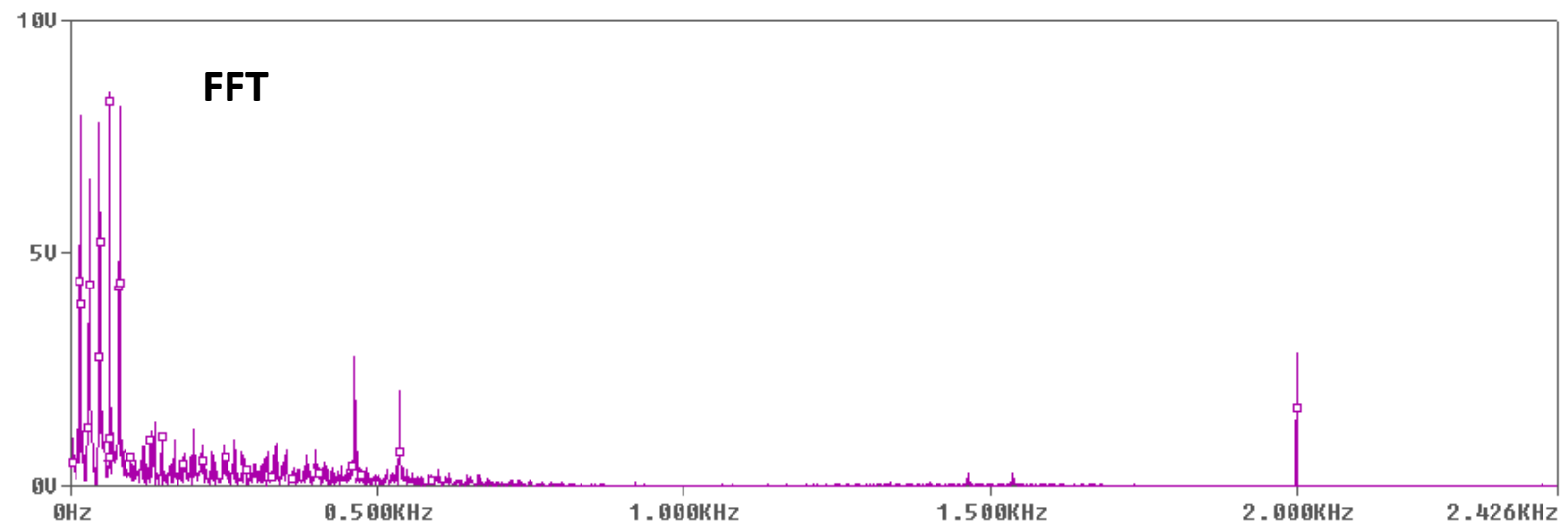
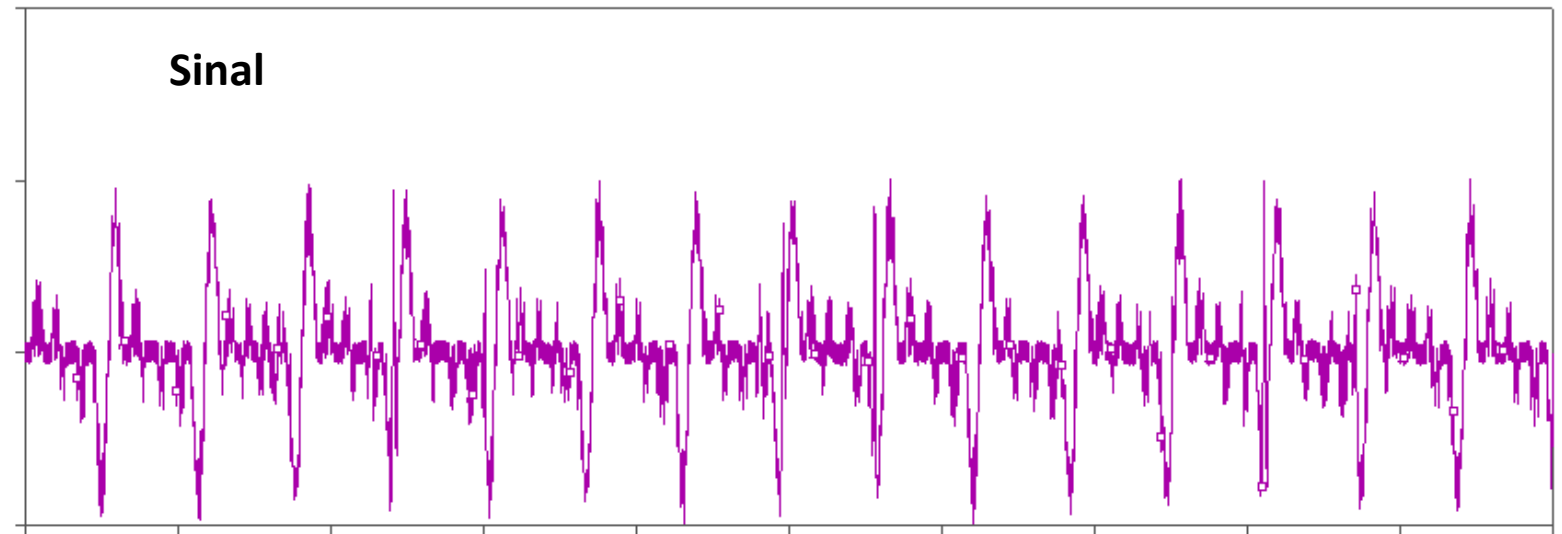


Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Considere o sinal ao lado, projete um filtro passa-baixa, cujo a frequência de corte seja igual a 100Hz.

Utilize um capacitor de:

$$C = 1\mu F$$



Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Considere o sinal ao lado, projete um filtro passa-baixa, cujo a frequência de corte seja igual a 100Hz. Utilize um capacitor de $C = 1\mu F$

$$f_o = 100Hz$$

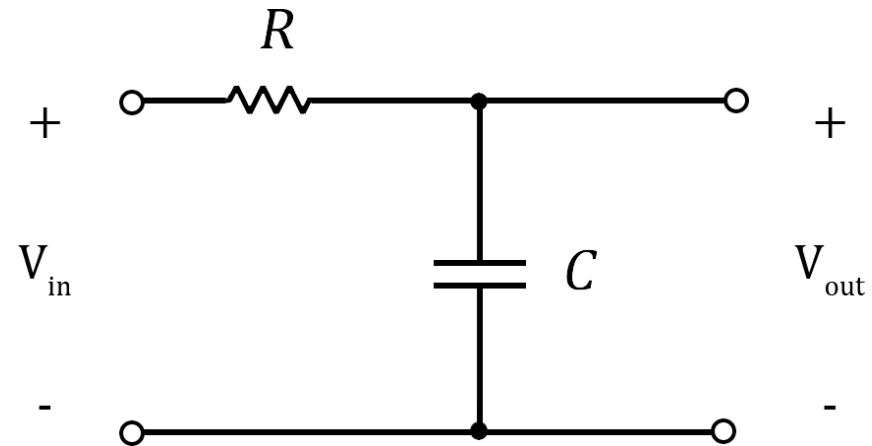
$$\omega_c = 2\pi \cdot f$$

$$\omega_c = 628.32 \text{ rad/s}$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

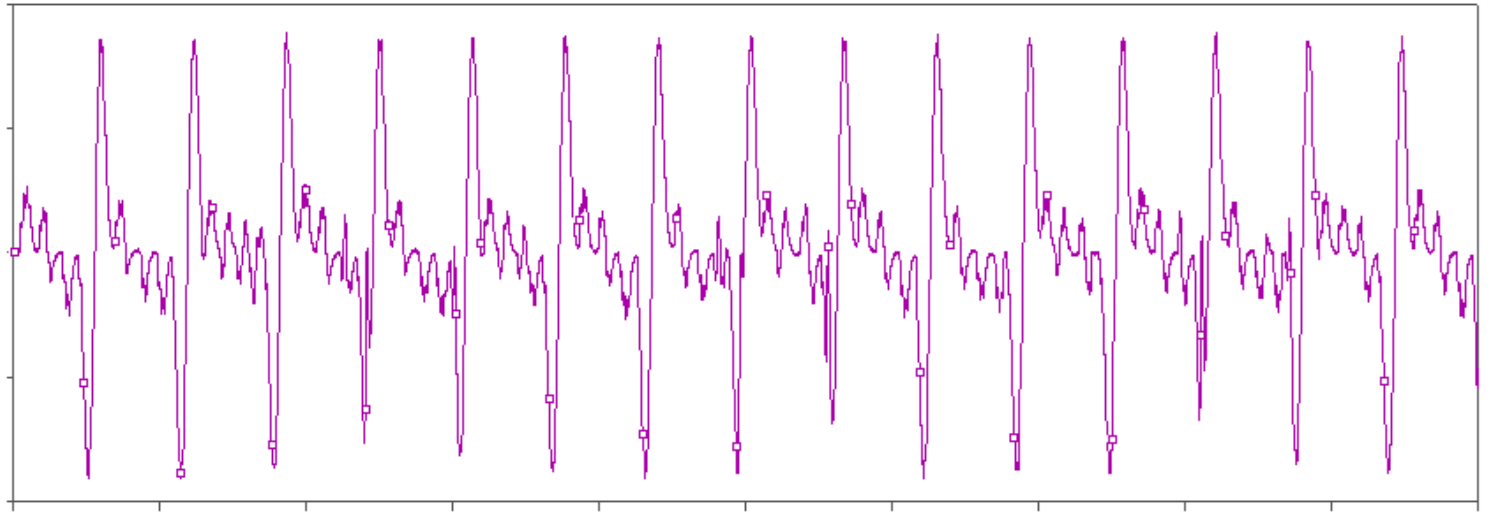
$$R = \frac{1}{C \cdot \omega_c} = \frac{1}{1\mu \cdot 628,32}$$

$$R = 1,59K\Omega$$



Seletores de frequência (filtros passivos)

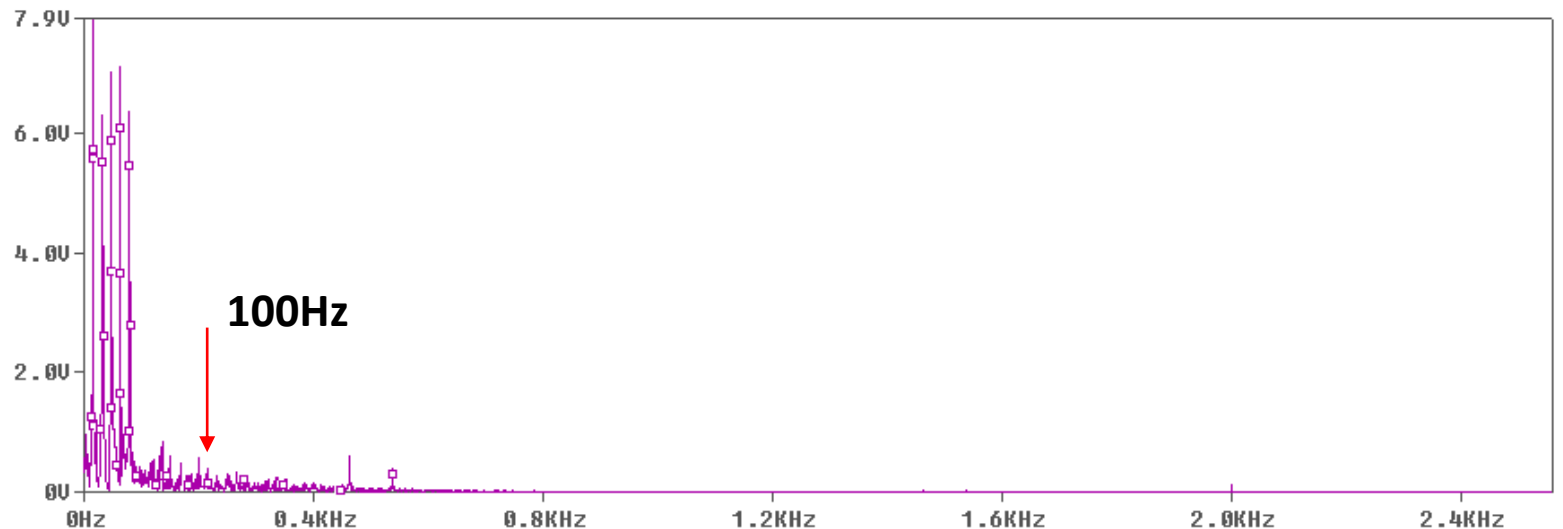
Exercício: Considere o sinal ao lado, projete um filtro passa-baixa, cujo a frequência de corte seja igual a 100Hz. Utilize um capacitor de $C = 1\mu F$



Passa baixa

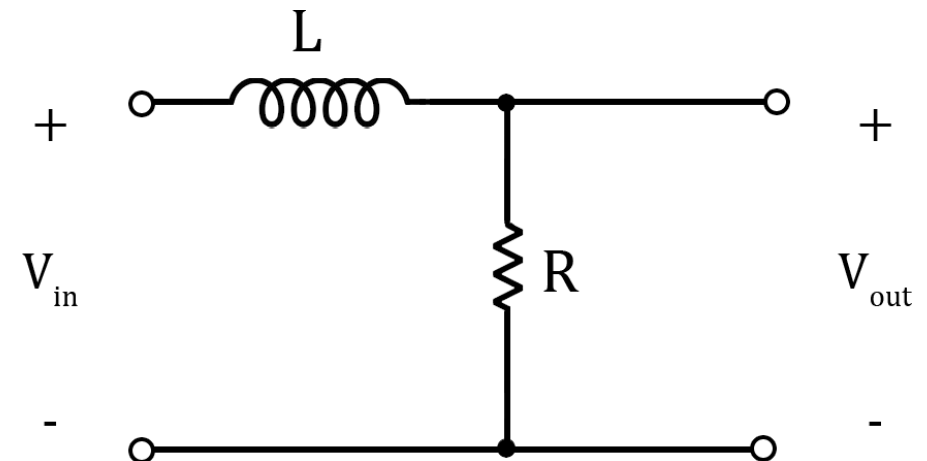
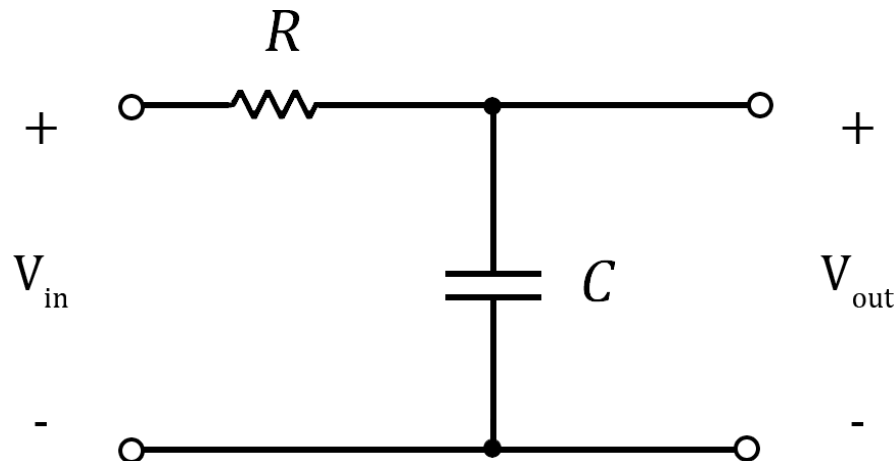
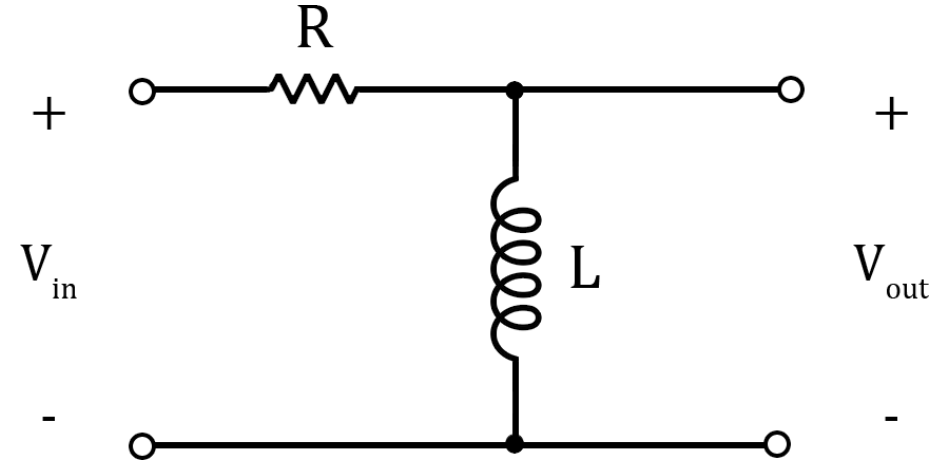
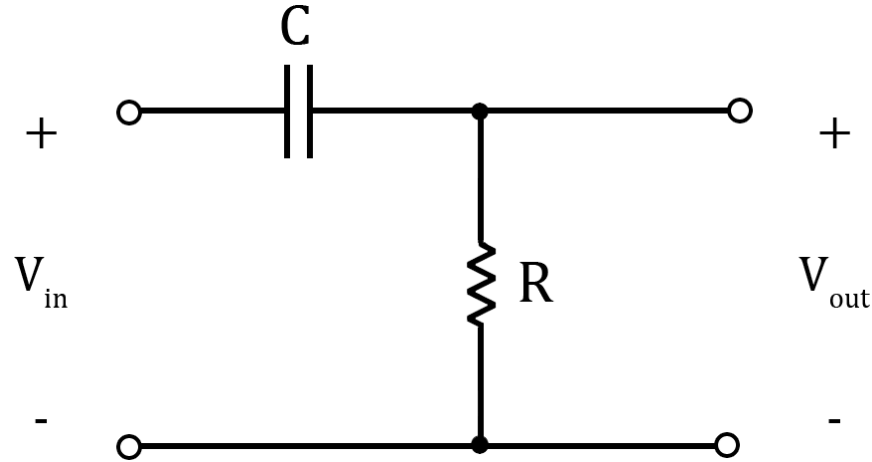
$$R = 1,59K\Omega$$

$$C = 1\mu F$$



Seletores de frequência (filtros passivos)

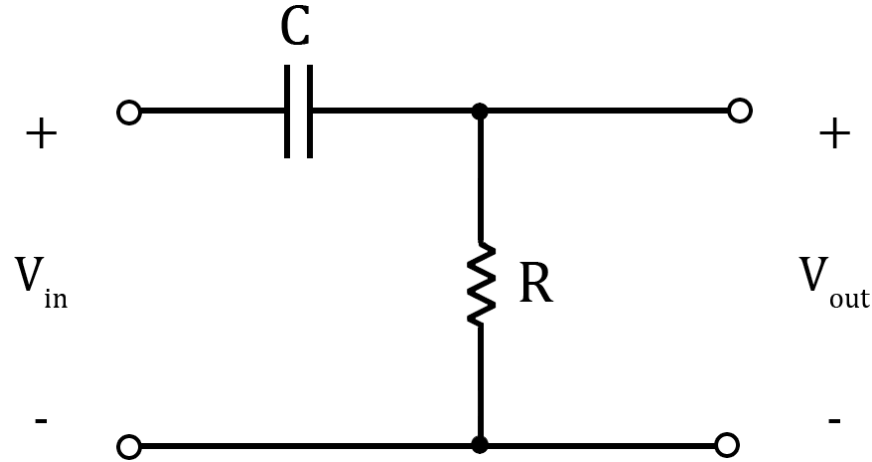
Exercício: Classifique os filtros como passa-baixa e passa-alta



Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Classifique os filtros como passa-baixa e passa-alta

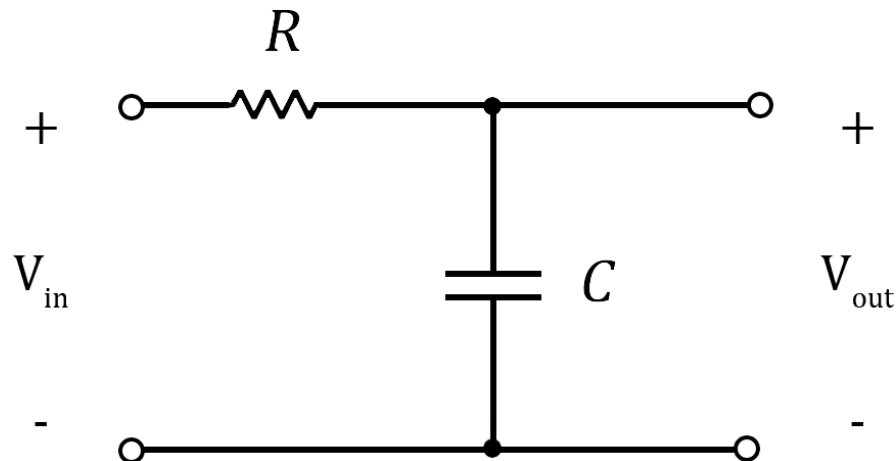
$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$



Passa altas

se $\omega \rightarrow 0$ então $Z_C \rightarrow \infty$ $V_{out} = 0$

se $\omega \rightarrow \infty$ então $Z_C \rightarrow 0$ $V_{out} = V_{in}$



Passa baixas

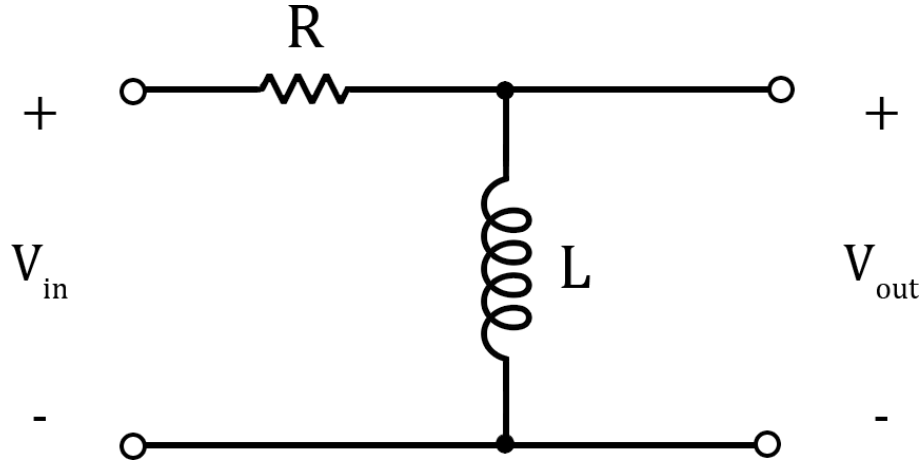
se $\omega \rightarrow 0$ então $Z_C \rightarrow \infty$ $V_{out} = V_{in}$

se $\omega \rightarrow \infty$ então $Z_C \rightarrow 0$ $V_{out} = 0$

Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Classifique os filtros como passa-baixa e passa-alta

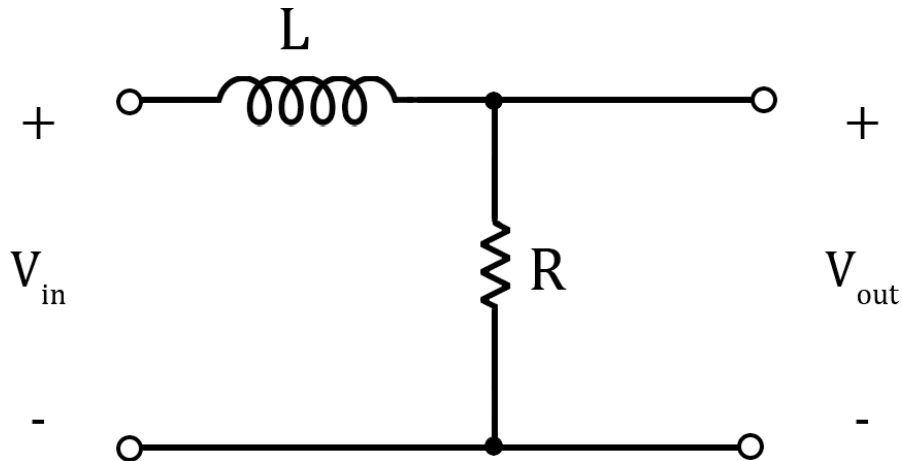
$$Z_L = j\omega L$$



Passa altas

$$\text{se } \omega \rightarrow 0 \text{ então } Z_L \rightarrow 0 \quad V_{out} = 0$$

$$\text{se } \omega \rightarrow \infty \text{ então } Z_L \rightarrow \infty \quad V_{out} = V_{in}$$



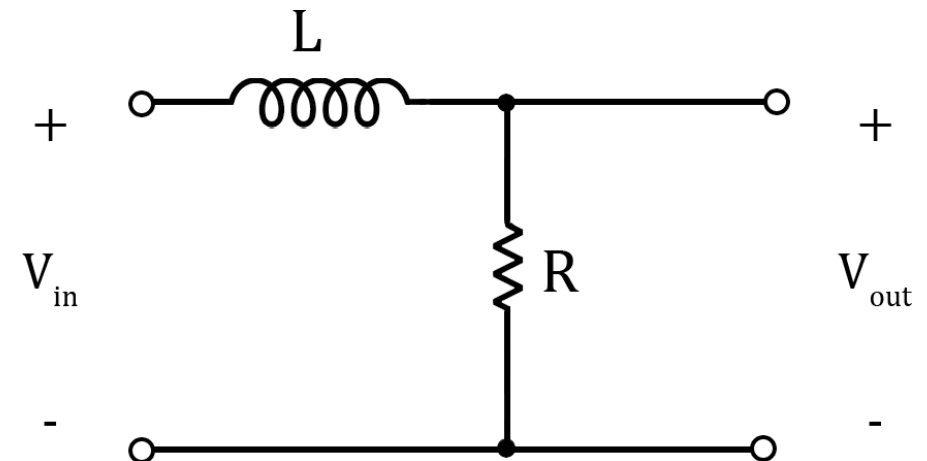
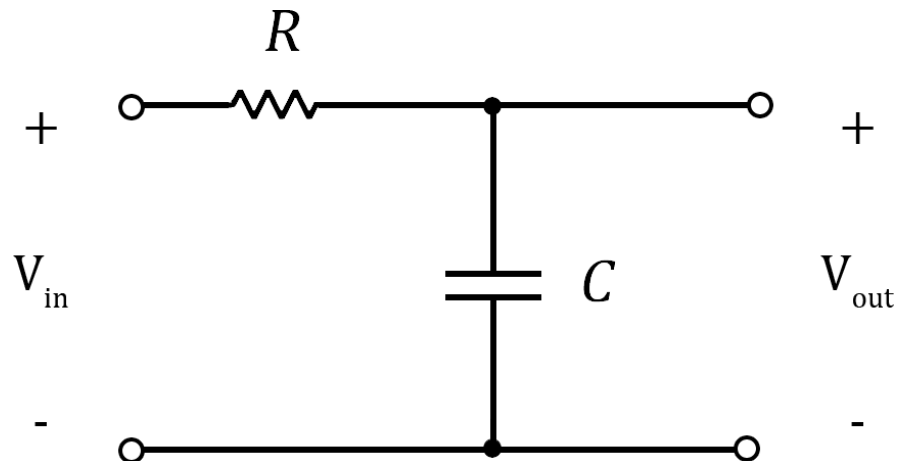
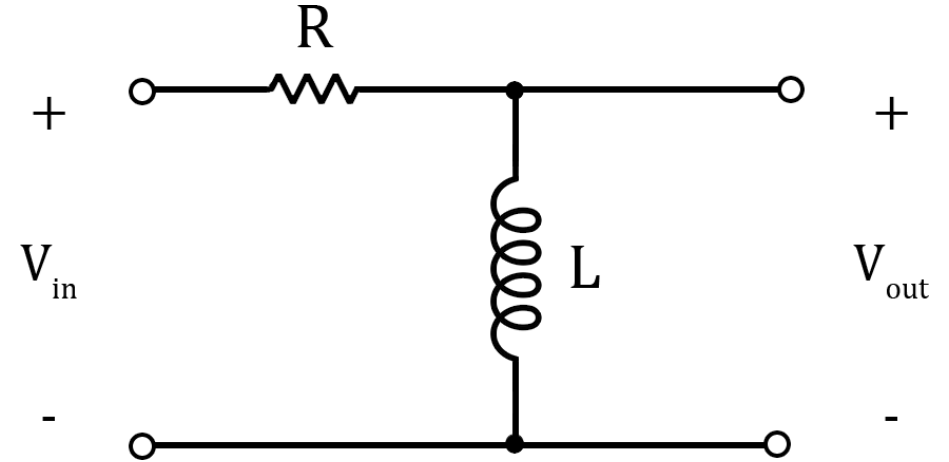
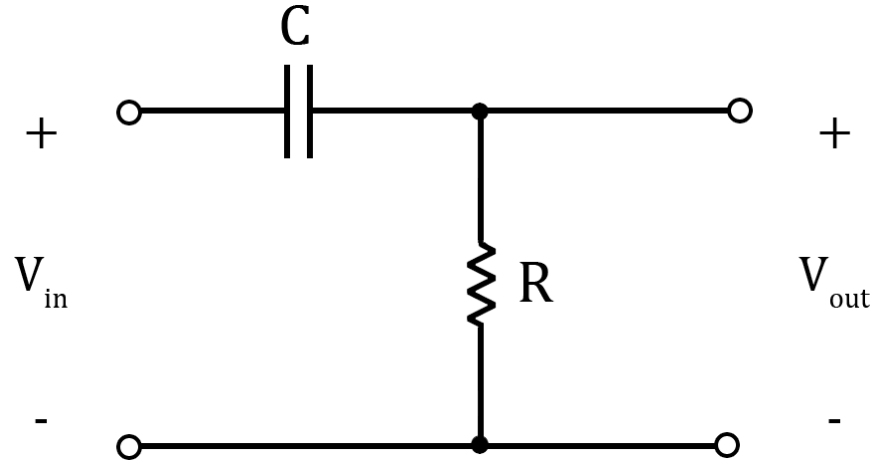
Passa baixas

$$\text{se } \omega \rightarrow 0 \text{ então } Z_L \rightarrow 0 \quad V_{out} = V_{in}$$

$$\text{se } \omega \rightarrow \infty \text{ então } Z_L \rightarrow \infty \quad V_{out} = 0$$

Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Calcule a frequência de corte (ω_c) de cada filtro



Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Calcule a frequência de corte (ω_c) de cada filtro

$$H(\omega) = \frac{\frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC}$$

$$H(\omega) = H \angle \phi$$

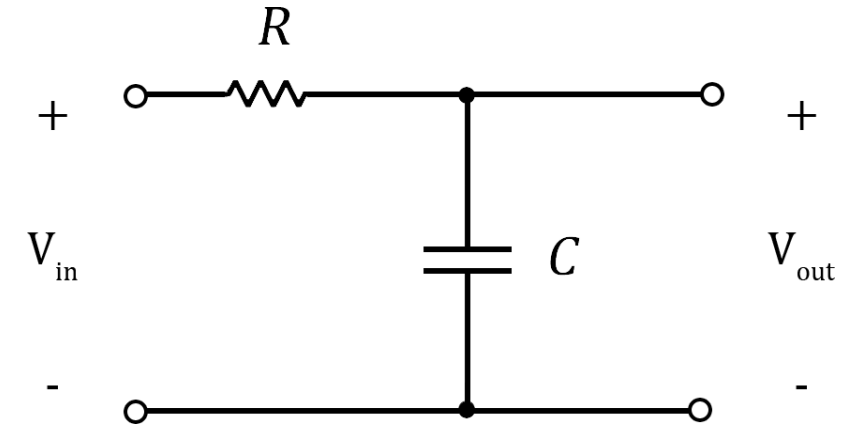
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = H = |H(\omega_c)|$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + (\omega_c RC)^2}$$

$$2 = 1 + (\omega_c RC)^2$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$



Passa baixas

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Calcule a frequência de corte (ω_c) de cada filtro

$$H(\omega) = \frac{R}{R + \frac{1}{j\omega C}}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{1}{j\omega RC}}$$

$$H(\omega) = H \angle \phi$$

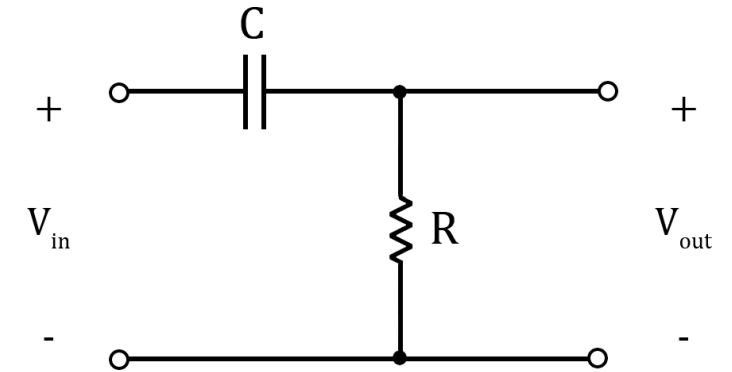
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = H = |H(\omega_c)|$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + \left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2}$$

$$2 = 1 + \left(\frac{1}{\omega_c RC}\right)^2$$

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$



Passa altas

$$\omega_c = \frac{1}{RC}$$

Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Calcule a frequência de corte (ω_o) de cada filtro

$$H(\omega) = \frac{R}{R + j\omega L}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + j\omega \cdot \frac{L}{R}}$$

$$H(\omega) = H \angle \phi$$

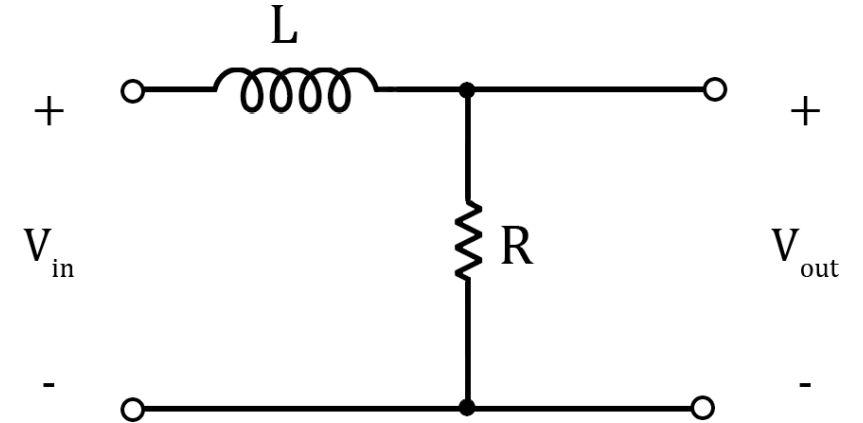
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = H = |H(\omega_c)|$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\omega_c \cdot \frac{L}{R}\right)^2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + \left(\omega_c \cdot \frac{L}{R}\right)^2}$$

$$2 = 1 + \left(\omega_c \cdot \frac{L}{R}\right)^2$$

$$\omega_c = \frac{R}{L}$$



Passa baixas

$$\omega_c = \frac{R}{L}$$

Seletores de frequência (filtros passivos)

Exercício: Calcule a frequência de corte (ω_o) de cada filtro

$$H(\omega) = \frac{j\omega L}{R + j\omega L}$$

$$H(\omega) = \frac{1}{1 + \frac{R}{L} \cdot \frac{1}{j\omega}}$$

$$H(\omega) = H \angle \phi$$

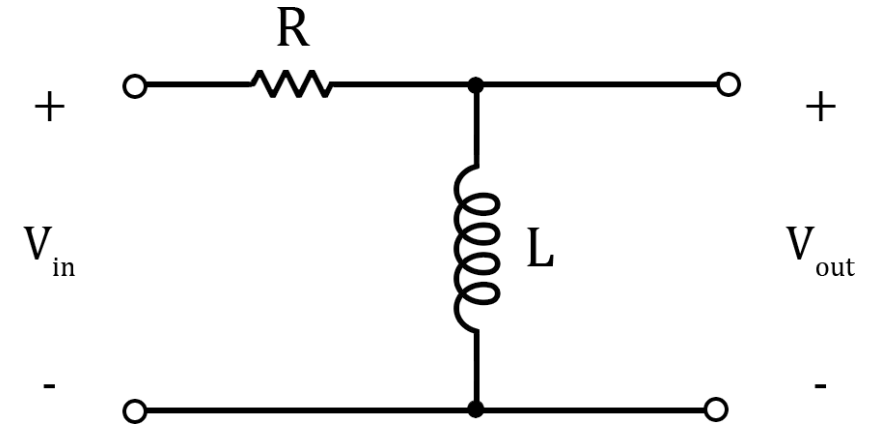
$$\frac{1}{\sqrt{2}} = H = |H(\omega_c)|$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{L} \cdot \frac{1}{j\omega_c}\right)^2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1 + \left(\frac{R}{L} \cdot \frac{1}{j\omega_c}\right)^2}$$

$$2 = 1 + \left(\frac{R}{L} \cdot \frac{1}{j\omega_c}\right)^2$$

$$\omega_c = \frac{R}{L}$$

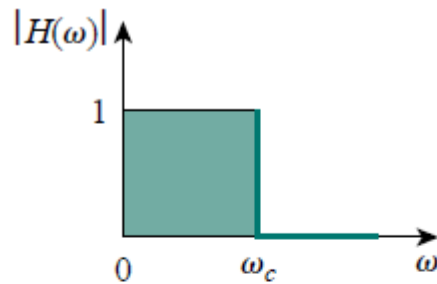


Passa altas

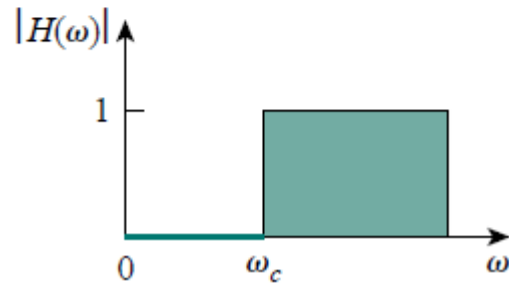
$$\omega_c = \frac{R}{L}$$

Exercício: Calcule a frequência de corte (ω_o) de cada filtro

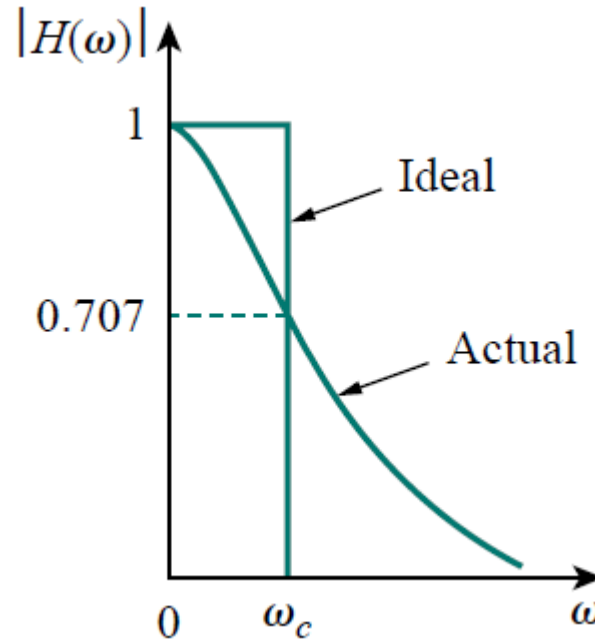
Relações ideais



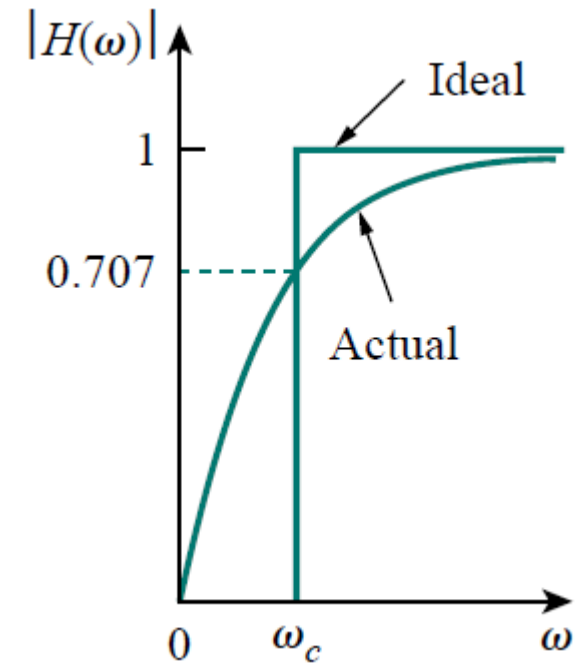
Passa Baixas



Passa Altas



Passa Baixas



Passa Altas