

Aula 18

Indutores
Introdução

Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Resistores: Elemento linear passivo que exclusivamente dissipa energia

Capacitores e indutores: Elementos lineares passivos que armazenam energia que posteriormente pode ser recuperada

Resistores

Invariantes no tempo

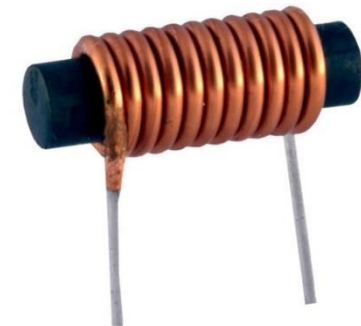
Capacitores e Indutores

Variantes no tempo

Capacitor

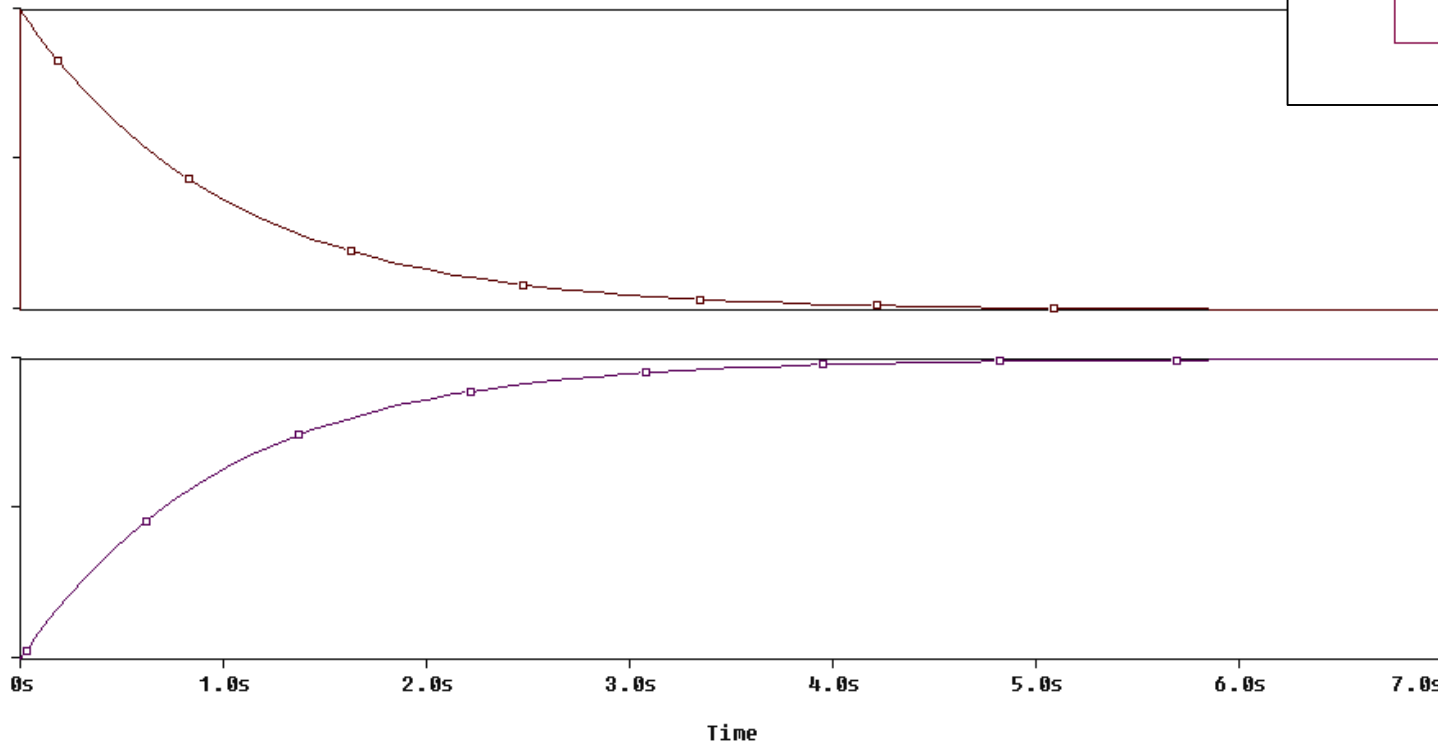
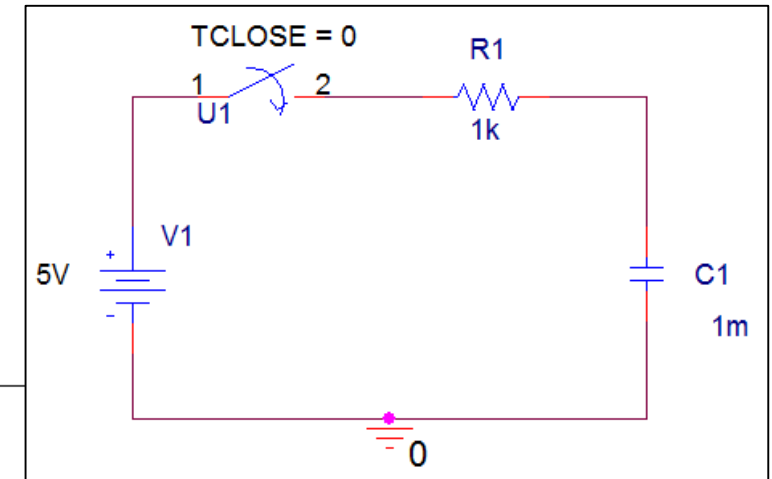


Indutor

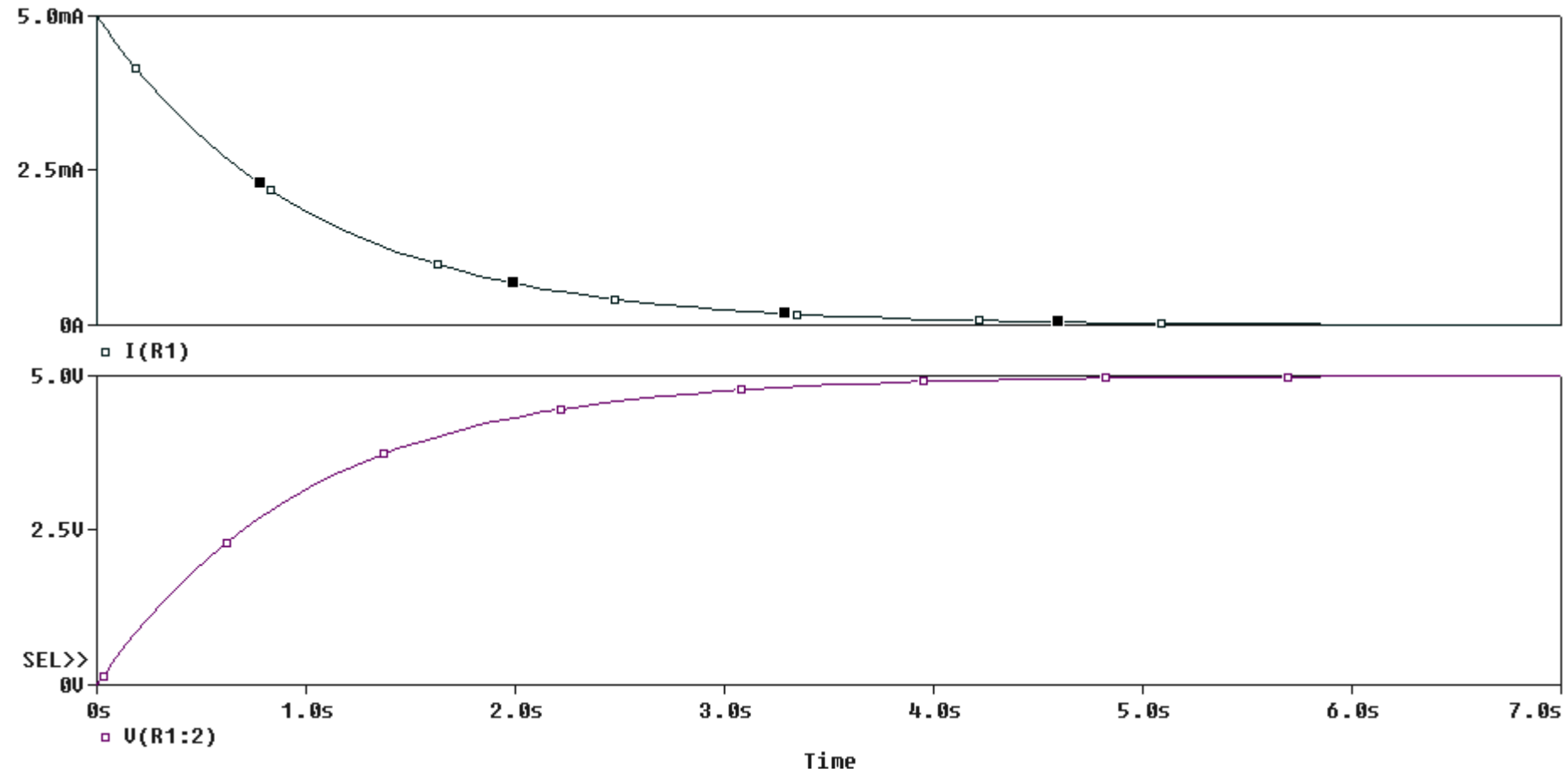


Revisão Capacitores

Aponte o gráfico que representa a tensão entre os terminais do capacitor e o gráfico que representa a corrente no capacitor.



Revisão Capacitores

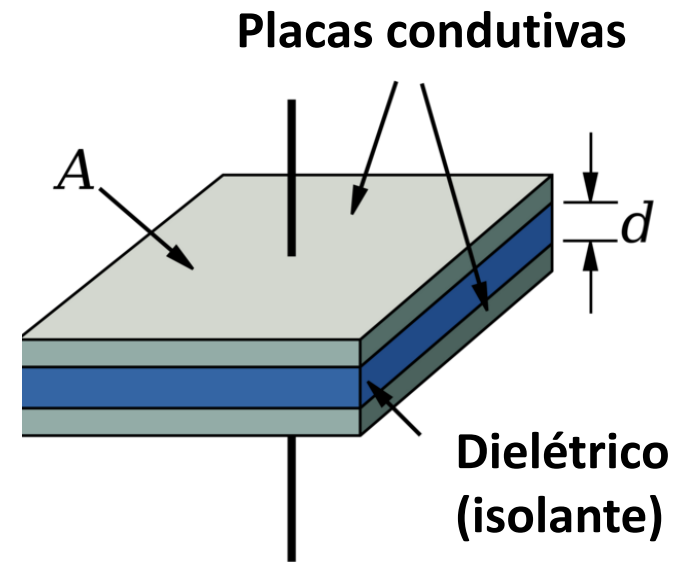
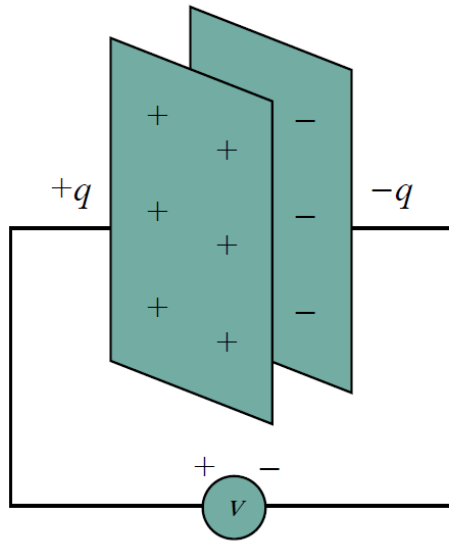


Capacitores - Conceitos

- O capacitor armazena cargas em forma de um **campo elétrico**
- A quantidade de carga armazenada é diretamente proporcional a tensão v aplicada.
- Bloqueia CC
- Comporta-se como um circuito aberto quando saturado

$$q = Cv$$

Onde C é a capacitância medida em Farad (F)
 q é a carga medida em Columb (C)



Capacitores – revisão

Principais Relações

Corrente

$$i = C \frac{dv}{dt}$$

Tensão

$$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i d\tau + v(t_0)$$

Energia

$$w = \frac{1}{2} C v^2$$

Associação de capacitores em série

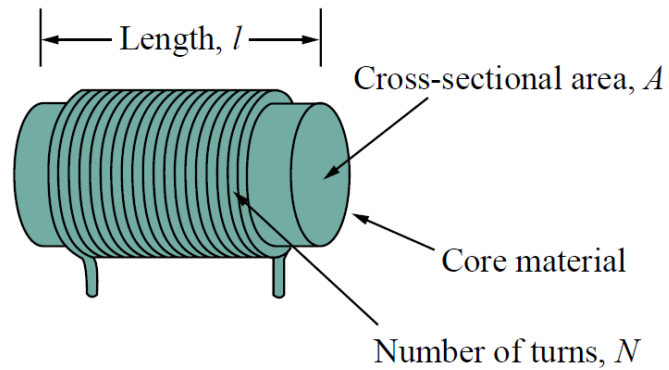
$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n} \right)^{-1} ; \quad v_{eq}(t_0) = v_1(t_0) + v_2(t_0) + \cdots + v_n(t_0)$$

Associação de capacitores em paralelo

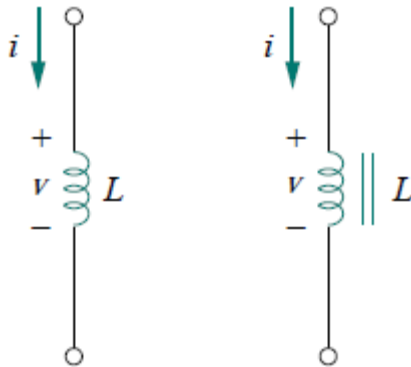
$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_n$$

Indutores – Tipos de indutores

Esquema



Símbolos



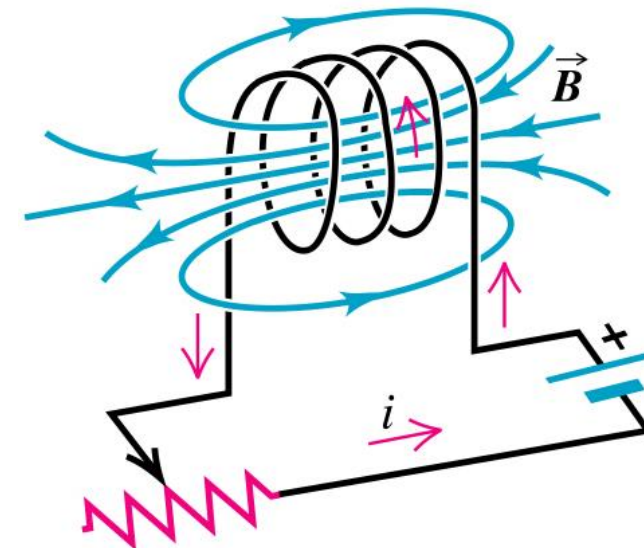
Principais tipos



- Indutores são elementos passivos que armazenam energia em seu **campo magnético**
- Consiste em uma bobina de fio condutor
- Entre suas principais aplicações podemos citar: fontes, filtros, transformadores, rádios, estabilizadores e motores elétricos

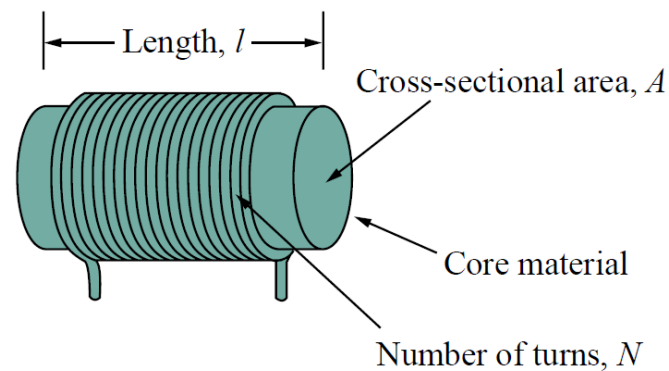
$$v = L \cdot \frac{di}{dt}$$

A tensão entre os terminais diretamente proporcional a variação de corrente

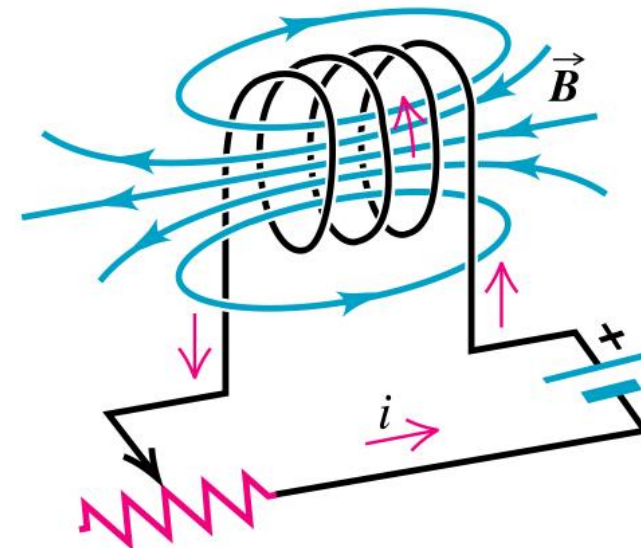


- L é a constante de proporcionalidade, denominada de indutância e medida em Henrys (H)

$$L = \frac{N^2 \mu A}{l}$$



$$v = L \cdot \frac{di}{dt}$$



- Diferenciando em relação o tempo e integrando ambos os lados da expressão obtemos a relação de corrente do indutor
- Um indutor atua como um curto-circuito em CC
- A corrente que flui através de um indutor não pode variar abruptamente

$$v = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$di = \frac{1}{L} v dt$$

$$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v(\tau) d\tau + i(t_0)$$

A **potência instantânea** de um indutor pode ser calculada pelo produto entre tensão e corrente

$$P = v \cdot i$$

$$P(t) = i(t) \cdot L \frac{di}{dt} \qquad P(t) = \left(\frac{1}{L} \int_0^t v d\tau + i(t_0) \right) \cdot v(t)$$

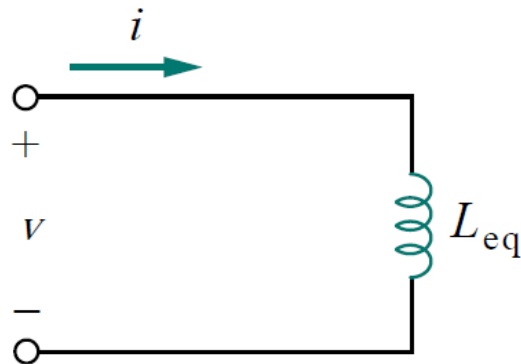
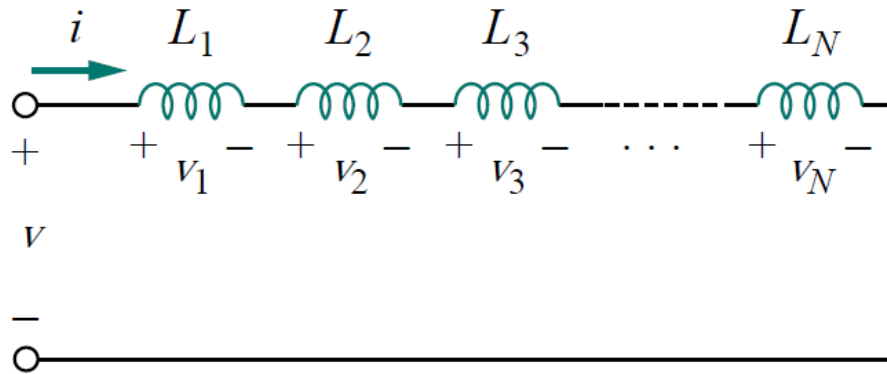
A **energia** armazenada em um indutor, pode ser calculada através da integral da potência, então:

$$w = \int_{-\infty}^t p dt = L \int_{-\infty}^t i \frac{di}{dt} dt = L \int_{-\infty}^t i di = \frac{1}{2} Li^2 \bigg|_{t=-\infty}^t \qquad \mathbf{w} = \frac{1}{2} Li^2$$

** Consideramos que em $t=-\infty$ o indutor está descarregado

Associação de Indutores

Associação em série de indutores



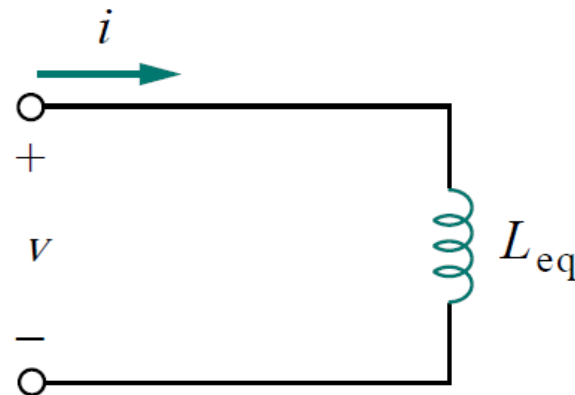
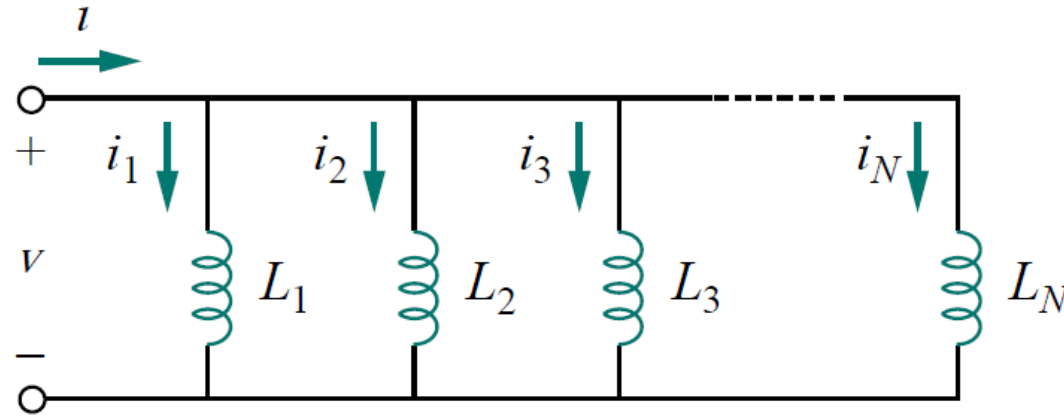
$$v_{eq}(t) = v_1(t) + v_2(t) + \dots + v_N(t)$$

$$L_{eq} \frac{di}{dt} = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \dots + L_N \frac{di}{dt}$$

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + \dots + L_n$$

Associação de Indutores

Associação em paralelo de indutores



Associação de Indutores

Associação em paralelo de indutores

$$i_{eq}(t) = i_1(t) + i_2(t)$$

$$\frac{1}{L_{eq}} \int_0^t v d\tau + i_{eq}(t_0) = \frac{1}{L_1} \int_0^t v d\tau + i_1(t_0) + \frac{1}{L_2} \int_0^t v d\tau + i_2(t_0)$$

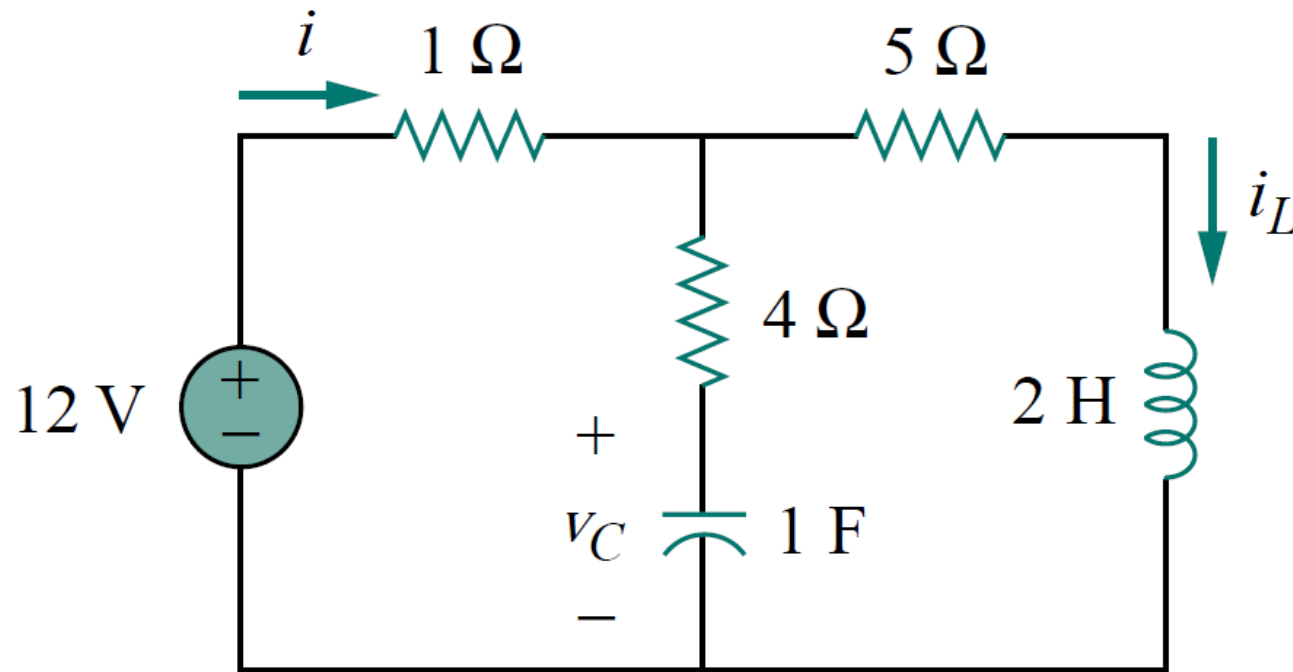
$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad ; \quad i_{eq}(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0) \quad \left(L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2} \right)$$

2 indutores

Generalizando

$$L_{eq} = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_n} \right)^{-1} \quad ; \quad i_{eq}(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + \dots + i_n(t_0)$$

Exercício: Sob as condições de CC, calcule as energias armazenadas no indutor e no capacitor



$$w_C = 50J$$

$$w_L = 4J$$

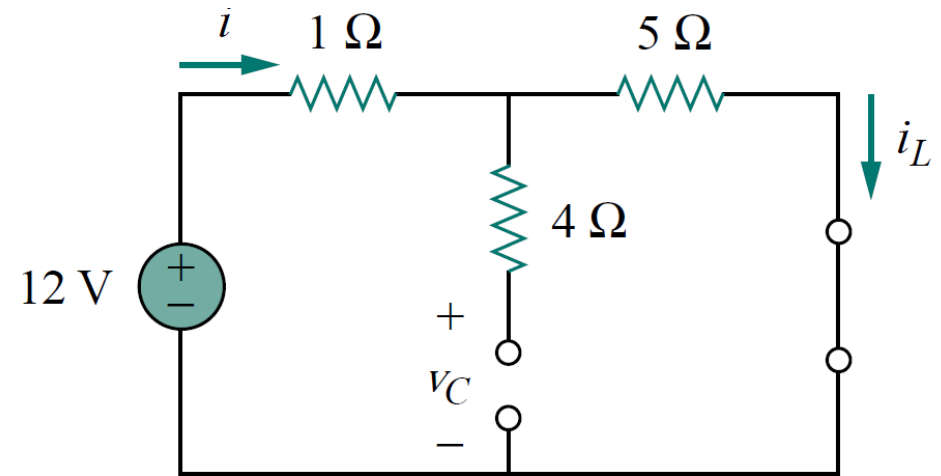
Exercício: Sob as condições de CC, calcule as energias armazenadas no indutor e no capacitor

$$i = i_L = \frac{12}{1 + 5} = 2 \text{ A}$$

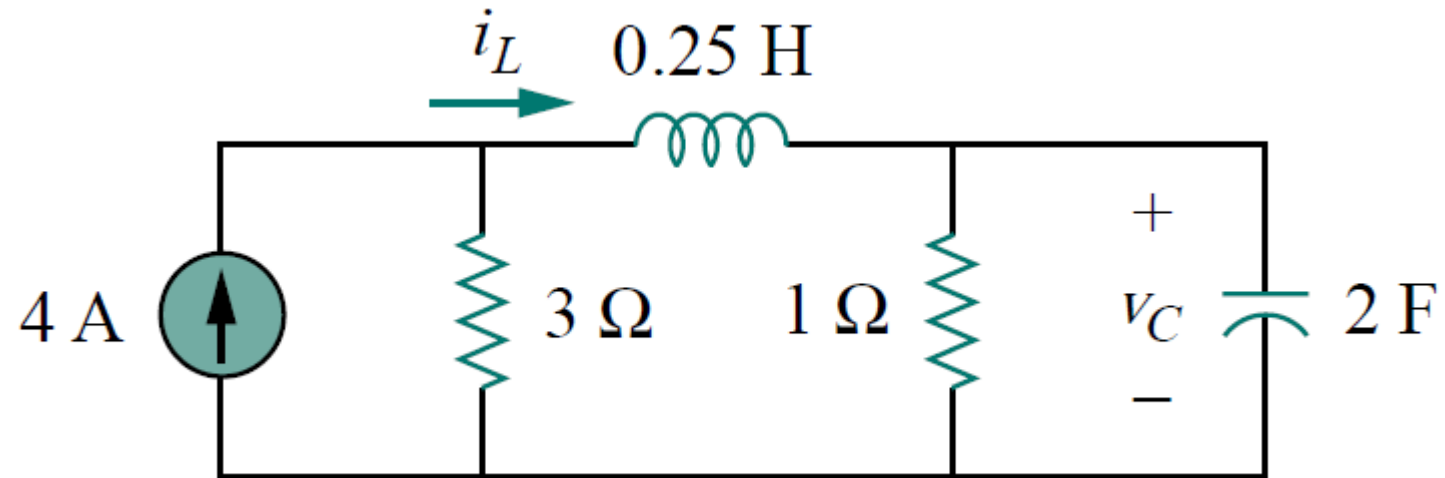
$$v_C = 5i = 10 \text{ V}$$

$$w_C = \frac{1}{2} C v_C^2 = \frac{1}{2} (1) (10^2) = 50 \text{ J}$$

$$w_L = \frac{1}{2} L i_L^2 = \frac{1}{2} (2) (2^2) = 4 \text{ J}$$



Exercício: Calcule as energias armazenadas no indutor e no capacitor



Resposta: 1,125J e 9J

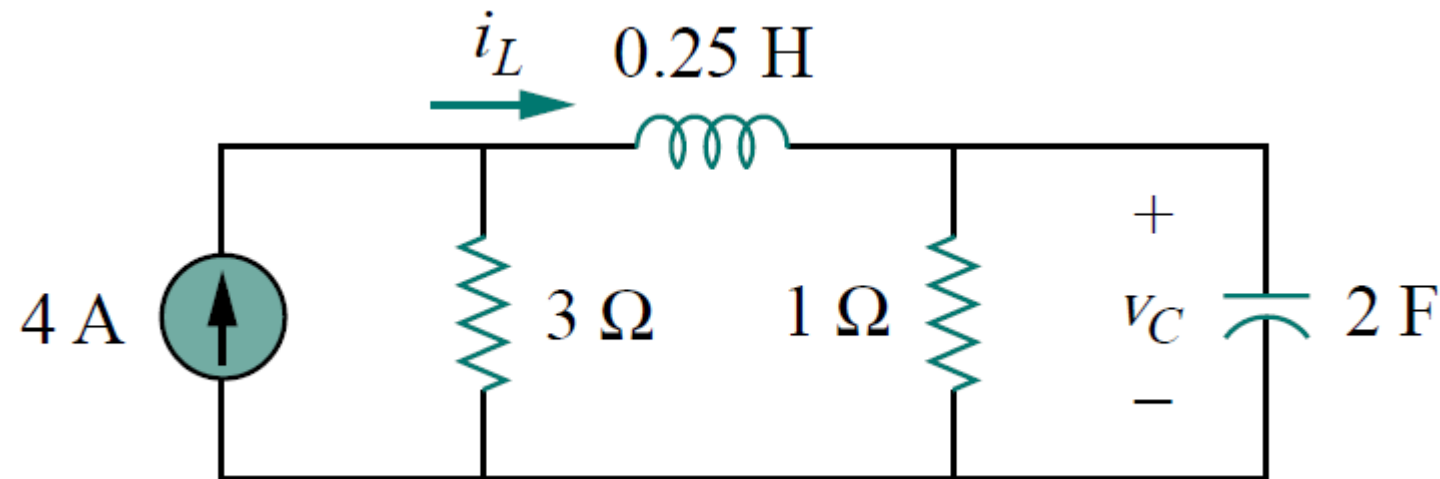
Exercício:

$$i_L = 4 \cdot \frac{3}{3 + 1} = 3A$$

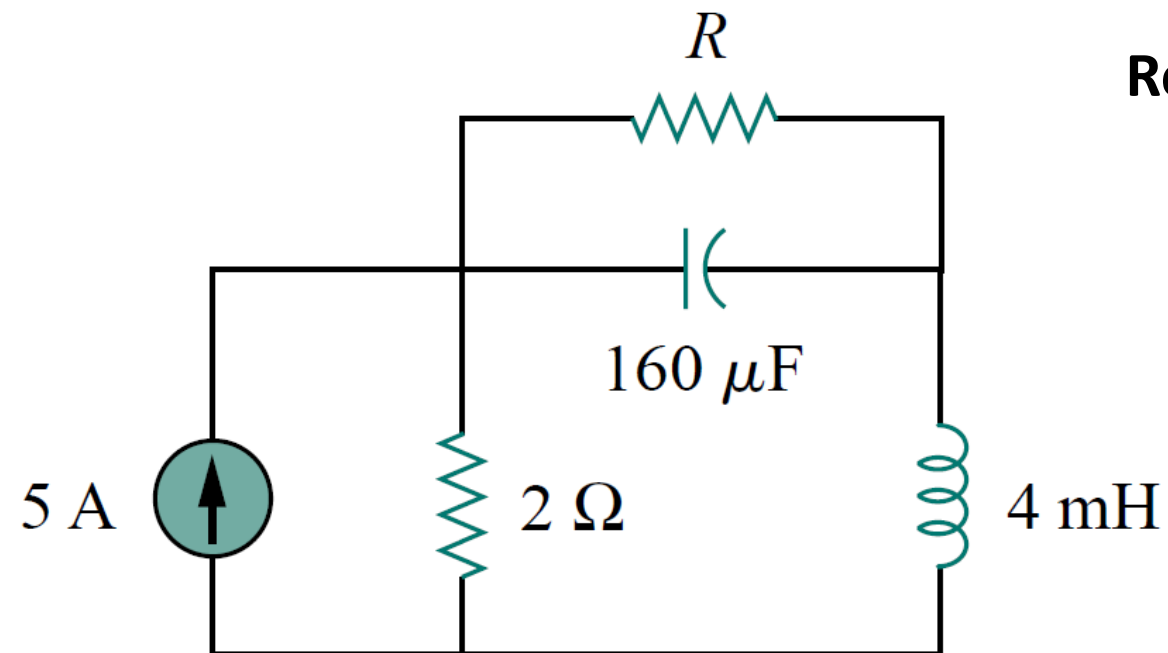
$$w_L = 0,25 \cdot \frac{3^2}{2} = 1,125J$$

$$w_C = 2 \cdot \frac{3^2}{2} = 9J$$

$$v_C = 3 \cdot 1 = 3V$$



Exercício: Sob as condições de CC, calcule o valor de R para que a energia armazenada no capacitor seja a mesma armazenada no indutor



Resposta: $R = 5\ \Omega$

Exercício: Sob as condições de CC, calcule o valor de R para que a energia armazenada no capacitor seja a mesma armazenada no indutor

$$V_s = 10V$$

$$160 \cdot 10^{-6} \cdot \left(10 \cdot \frac{R}{R+2}\right)^2 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot \left(5 \cdot \frac{2}{R+2}\right)^2$$

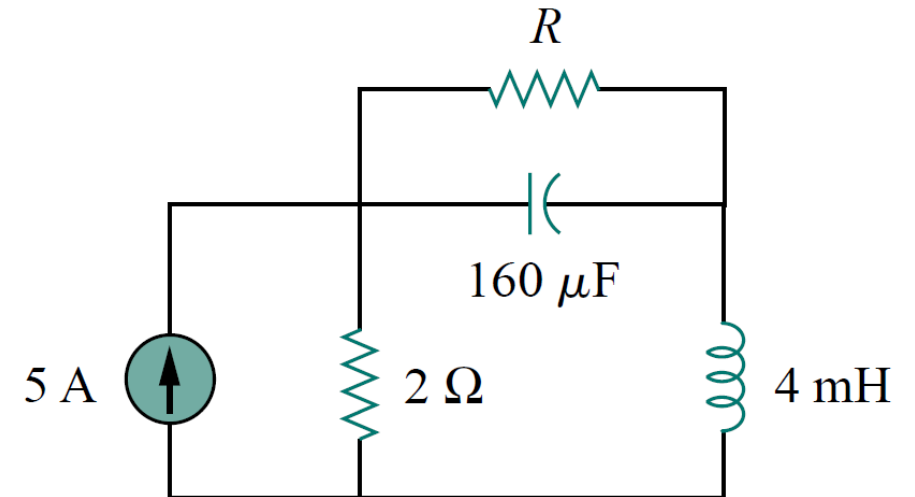
$$V_c = 10 \cdot \frac{R}{R+2}$$

$$R = \sqrt{\frac{4 \cdot 10^{-3}}{160 \cdot 10^{-6}}} = 5\Omega$$

$$I_L = 5 \cdot \frac{2}{R+2}$$

$$w_C = w_L$$

$$160 \cdot 10^{-6} \cdot v^2 = 4 \cdot 10^{-3} \cdot i^2$$



R-L-C Resumão

TABLE 6.1 Important characteristics of the basic elements.[†]

Relation	Resistor (R)	Capacitor (C)	Inductor (L)
v - i :	$v = iR$	$v = \frac{1}{C} \int_{t_0}^t i \, dt + v(t_0)$	$v = L \frac{di}{dt}$
i - v :	$i = v/R$	$i = C \frac{dv}{dt}$	$i = \frac{1}{L} \int_{t_0}^t v \, dt + i(t_0)$
p or w :	$p = i^2 R = \frac{v^2}{R}$	$w = \frac{1}{2} C v^2$	$w = \frac{1}{2} L i^2$
Series:	$R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$	$C_{\text{eq}} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$	$L_{\text{eq}} = L_1 + L_2$
Parallel:	$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$	$C_{\text{eq}} = C_1 + C_2$	$L_{\text{eq}} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$
At dc:	Same	Open circuit	Short circuit
Circuit variable that cannot change abruptly:	Not applicable	v	i

[†]Passive sign convention is assumed.

Michael Faraday (1791–1867)



Joseph Henry (1797–1878)

