

Cálculo em Várias Variáveis

Funções de várias variáveis

ICT-Unifesp

- 1 Funções de várias variáveis
 - Funções de três variáveis
 - Exercícios

Mais detalhes na Seção 14.1 e 14.2 do livro do Stewart.
Recurso disponível **online** pela Biblioteca do ICT.

Funções de várias variáveis

Funções de três variáveis

Definição

Uma **função f de três variáveis reais** é uma regra que associa a cada tripla ordenada de números reais (x, y, z) de um conjunto $D_f \subset \mathbb{R}^3$ um **único** valor real, denotado por $f(x, y, z)$.

Definição

Uma **função f de três variáveis reais** é uma regra que associa a cada tripla ordenada de números reais (x, y, z) de um conjunto $D_f \subset \mathbb{R}^3$ um **único** valor real, denotado por $f(x, y, z)$.

Gráfico de f :

$$G_f = \{(x, y, z, w) \in \mathbb{R}^4 \mid (x, y, z) \in D_f, w = f(x, y, z)\}$$

Funções de três variáveis

Exemplo

Encontre e esboce o domínio D_f da função

$$f : D_f \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$$

Funções de três variáveis

Exemplo

Encontre e esboce o domínio D_f da função

$$f : D_f \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$$

A restrição para que $(x, y, z) \in D_f$ é

$$9 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0,$$

ou seja,

$$D_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 \leq 9\}.$$

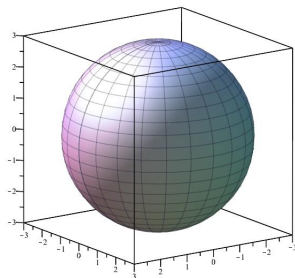
Funções de três variáveis

Exemplo

Encontre e esboce o domínio D_f da função

$$f : D_f \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$$

D_f : pontos contidos na esfera $S((0,0,0),3)$ e dentro dela:



Definição

Seja $f : D_f \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de três variáveis reais. Dada uma constante $k \in \mathbb{R}$, a **superfície de nível** associada a k é definida pelo conjunto

$$S_k = \{(x, y, z) \in D_f \mid f(x, y, z) = k\} .$$

Funções de três variáveis

Exemplo

Superfícies de nível da função

$$f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$$

Temos $\sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2} = k$, com $k \geq 0$
e $9 - x^2 - y^2 - z^2 \geq 0$, donde

$$x^2 + y^2 + z^2 = 9 - k^2.$$

Esferas de centro $(0, 0, 0)$ e raio $r = \sqrt{9 - k^2}$

Se $k = 3 \Rightarrow r = 0$, a origem.

Funções de três variáveis

Exemplo

Superfícies de nível da função

$$f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$$

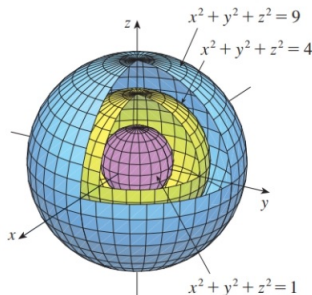


Figura: Stewart, J.; Cálculo - Volume 2

67–70 Descreva as superfícies de nível da função.

67. $f(x, y, z) = x + 3y + 5z$

Exercícios sugeridos

Seção 14.1 do **Stewart**: 5, 6, 15, 16, 67-70.