

Cálculo em Várias Variáveis

Funções de várias variáveis

ICT-Unifesp

1 Limite

- Conceitos topológicos

Limite

Conceitos topológicos

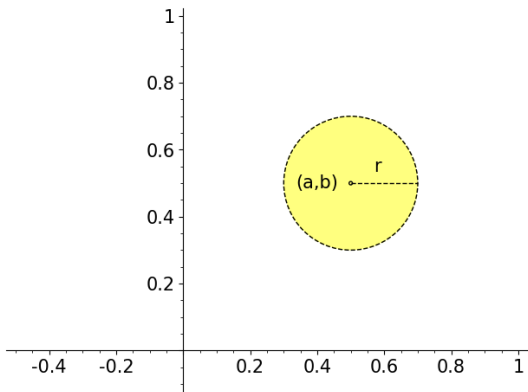
Definição

Seja $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ e $r > 0$. Denominamos de **bola aberta** de centro (a, b) e raio r ao conjunto

$$B_r(a, b) = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \|(x, y) - (a, b)\| < r\}$$

Conceitos topológicos

$$\|(x, y) - (a, b)\| < r \iff (x - a)^2 + (y - b)^2 < r^2$$



Definição

Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ e seja $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. Dizemos que (a, b) é um **ponto de acumulação** de A se *toda* bola aberta $B_r(a, b)$ contém pelo menos um ponto $(x, y) \in A$ tal que $(x, y) \neq (a, b)$.

Um ponto de acumulação **não** precisa pertencer ao conjunto A .

Conceitos topológicos

Quando um ponto (a, b) **pertencente** a A não é de acumulação, dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** de A .

Definição

Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ e seja $(a, b) \in A$. Dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** de A se **existe** um $r > 0$ tal que $B_r(a, b) \cap A = \{(a, b)\}$.

Conceitos topológicos

Quando um ponto (a, b) **pertencente** a A não é de acumulação, dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** de A .

Definição

Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ e seja $(a, b) \in A$. Dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** de A se **existe** um $r > 0$ tal que $B_r(a, b) \cap A = \{(a, b)\}$.

Noções análogas são válidas em \mathbb{R} , \mathbb{R}^3 , \mathbb{R}^n , $\forall n > 0$.

Conceitos topológicos

Exemplo

Em \mathbb{R} , observe que $I = (a, b)$ não tem pontos isolados. Quais são os pontos de acumulação de I ?

Conceitos topológicos

Exemplo

Em \mathbb{R} , observe que $I = (a, b)$ não tem pontos isolados. Quais são os pontos de acumulação de I ?

Exemplo

Em \mathbb{R} , todos os pontos de \mathbb{N} são isolados; \mathbb{N} não tem pontos de acumulação.

Exemplo

Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y < x\}$. Então

- $(0, 0)$ é ponto de acumulação de A ,
- $(1, 1)$ é ponto de acumulação de A ,
- $(-1, 2)$ **não** é ponto de acumulação de A
(nem ponto isolado de A . Por quê?).