Linguagens Formais e Autômatos

Revisão

Prof. Antônio Augusto Chaves

Departamento de Ciência e Tecnologia
Prédio II - sala 224

antonio.chaves@unifesp.br

Definições Preliminares

Conjunto:

É uma coleção de elementos em que não são consideradas ocorrências múltiplas dos mesmos nem há uma relação de ordem entre eles.

Exemplos:

- {1, 2, 3} = {3, 1, 2}
- {a, b} = {b, a}

Definições Preliminares

Observe que os elementos dos conjuntos possuem uma identidade na qual pode-se testar se há igualdade/desigualdade.

Fato curioso é que os elementos dos conjuntos são o ponto de partida para o estudo de conjunto e não possuem uma definição.

Definições Preliminares

Símbolo:
Representação gráfica indivisível. Pode ser um caracter em "a...z".

Definições Preliminares

- Muitas vezes os elementos dos conjuntos são símbolos.
- O conjunto pode ser representado por uma letra maiúscula $Y = \{a, b, c\}$, $Z = \{x, y, x\}$, por exemplo.
- O conjunto é expresso por meio de parênteses.
- O número de elementos em um conjunto A é denotado por $|A|$.
- Os símbolos $\in$ e $\notin$ denotam se um conjunto contem um elemento.

Definições Preliminares

- Conjuntos que podem ser denotados de muitas maneiras.
  $P = \{x | x \text{ é um número primo}\}$ (Denotação por compreensão)
  $Q = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ (Denotação por extensão)
- Quando um conjunto é especificado com o símbolo $|$, deve ser *tal que*.

Definições Preliminares

- Dois conjuntos são idênticos se possuem os mesmo elementos.
  $X = \{a, b\}$, $Y = \{a, b\}$, $X = Y$.
- Os simbolos $\subset$ e $\subseteq$ denotam se um conjunto é sub-conjunto de outro.
- $\emptyset$ e A são $\subseteq$ de A por definição.
- A e B são iguais se e somente se $A \subseteq B$ e $B \subseteq A$
- O símbolo subconjunto próprio $\subset$ se aplica a M e N se $M \subseteq N$ e $M \neq N$. Neste caso, $M \subset N$.

Definições Preliminares

- O conjunto potência (Power Set) de A, denotado por 2^A onde A é um conjunto. Esta operação gera todos os subconjuntos de A como elementos de 2^A.

  $2^A = \{B | B \subseteq A\}$

Definições Preliminares

- A união de dois conjuntos A e B é dada por $A \cup B = \{x | x \in A \text{ ou } x \in B\}$
- Temos que $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, propriedade associativa.
- Dois conjuntos são disjuntos se $A \cup B = \emptyset$.

Definições Preliminares

- A interseção de dois conjuntos A e B é dada por $A \cap B = \{x | x \in A \text{ e } x \in B\}$
- Temos que $(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$, propriedade associativa.

Definições Preliminares

- A diferença de dois conjuntos $A - B = \{x|x \in A \text{ e } x \notin B\}$.
- O complemento de A em relação a um conjunto universo U é $\bar{A} = \{x|x \in U \text{ e } x \notin A\}$
- Produto cartesiano $A \times B = \{(a,b)|a \in A \text{ e } b \in B\}$
  $|A \times B| = |A| * |B|$

Definições Preliminares

Função

é um mapeamento que liga elementos de um conjunto chamado **domínio** em outro conjunto chamado **contradomínio.** Este mapeamento é tal que cada elemento do domínio esteja ligado a exatamente um elemento do contradomínio.

- Denota-se a função f com domínio X e imagem Y como $f : X \to Y$.
- Exemplo: função seno, função n^2, função $\sqrt{n}$

Definições Preliminares

- Função injetora: cada elemento do contradomínio estiver ligado a no máximo um elemento do domínio.
- Função sobrejetora: todo elemento do contradomínio estiver ligado a um elemento do domínio.
- Bijetora: sobrejetora + injetora. É um mapeamento um-para-um entre o domínio e o contradomínio.

Definições Preliminares

Teoremas

Verdades inferidas a partir de verdades previamente conhecidas ou admitidas por hipótese por intermédio de demonstrações.

- Como provar um teorema:
  - Direta
  - Contradição
  - Indução

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Prova Direta

- É uma forma de mostrar que certa afirmação é falsa ou verdadeira através de uma combinação de axiomas, lemas e teoremas já estabelecidos.
- Exemplo: Teorema da desigualdade das médias.

Prova por contradição

- Quero provar que a afirmação X é verdadeira.
  - Suponho que a afirmação X é falsa.
  - Chego num absurdo como $1 = 0$, verdadeiro=falso, $3 < 2$ ou algo do gênero.
  - A contradicão implica que X (nosso objetivo) é verdadeiro.
- Exemplo: Teorema da desigualdade das médias.

Prova por indução

- Estrutura:
  - Mostra que a afirmação vale para um caso base simples.
  - Assume-se a hipótese que vale para $k = n - 1$
  - Passo: Mostra que, se vale para k vale para $k + 1$.
- Exemplo: Demonstre que $\sum_{i=0}^{n} i = n(n+1)/2$

Exercícios

- Demonstre por indução que $\sqrt{2}$ é irracional.
- Demonstre por indução que um número natural é divisível por 3 se e somente se a soma de seus dígitos é divisível por 3.
- Demonstre por indução que para todos os naturais $x > 1$ e n, $x^n - 1$ é divisível por $x - 1$.

Leitura - Capítulo 1 do livro "Introdução à teoria de Autômatos, linguagens e computação - Hopcroft, Ullman e Motwani

Referências Bibliográficas

- **Motwani, R., Ullman, J. D., Hopcroft, J. E**, Introdução à Teoria De Autômatos, Linguagens e Computação, Editora: CAMPUS
- **A.V. Aho, R. Sethi, J.D. Ullman**, Compilers, Principles, Techniques and Tools, Addison- Wesley, 1986.
- **Paulo B. Menezes**, Linguagens Formais e Autômatos, editora bookman.
- **H.R. Lewis, C.H. Papadimitriou**, Elementos de Teoria da Computação, 2nd ed., Bookman, 2000.