Simplificação Algébrica (capítulo 4)

ELEVENTH EDITION

Digital Systems

Principles and Applications

Tradução e adaptação:
Profa. Denise Stringhini

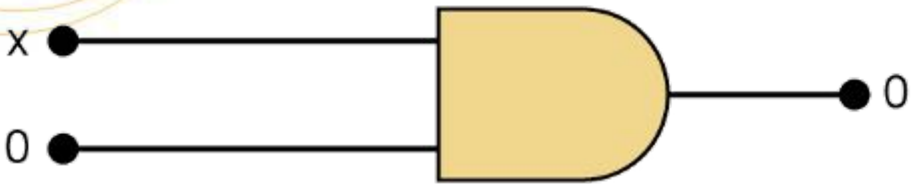
PEARSON

Ronald J. Tocci
Monroe Community College

Neal S. Widmer
Purdue University

Gregory L. Moss
Purdue University

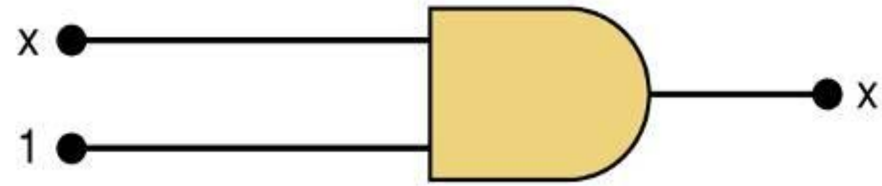
3-10 Teoremas Booleanos



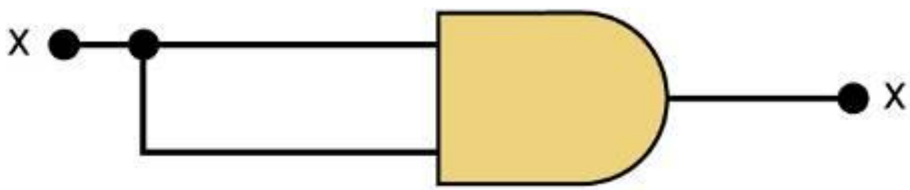
(1) $x \cdot 0 = 0$

Teorema (1): para toda a entrada juntamente com 0 numa porta AND, o resultado será 0.

Teorema (2): também pode ser comparado a uma multiplicação.



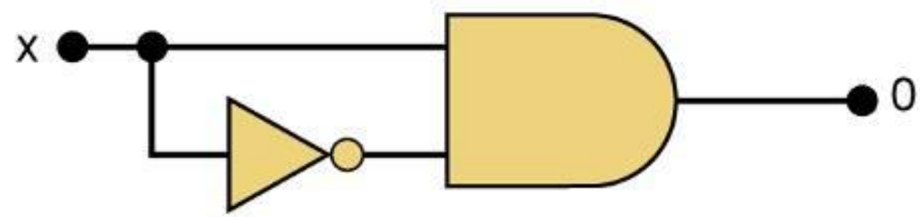
(2) $x \cdot 1 = x$



(3) $x \cdot x = x$

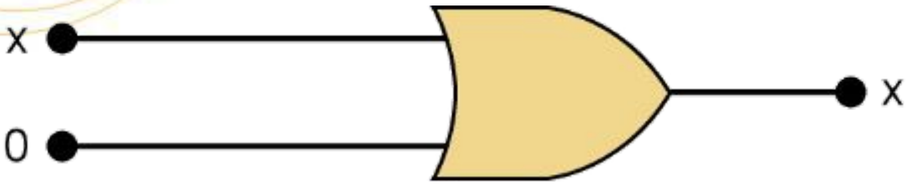
Teorema (3): pode ser provado testando-se caso a caso.
Se x = 0, então 0 • 0 = 0
Se x = 1, então 1 • 1 = 1
Assim, x • x = x

Teorema (4): pode ser provado da mesma forma.



(4) $x \cdot \overline{x} = 0$

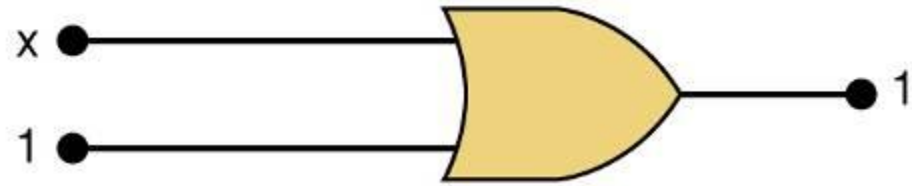
3-10 Teoremas Booleanos



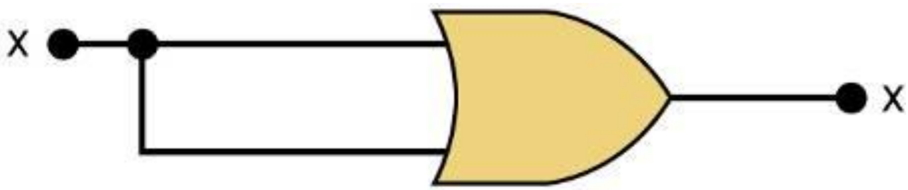
(5) $x + 0 = x$

Teorema (5): o 0 *adicionado* a qualquer valor não afeta este valor, seja numa adição ou numa operação OR.

Teorema (6): para qualquer variável numa operação OR com 1, o resultado será 1. Verifique: 0 + 1 = 1 e 1 + 1 = 1.



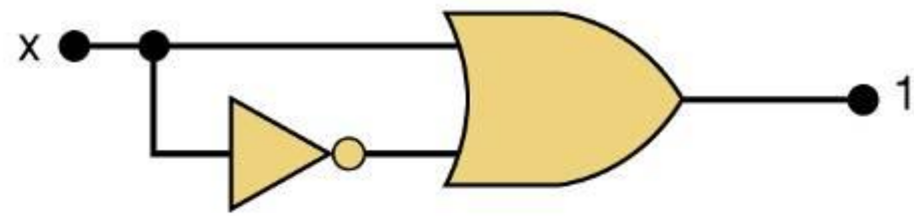
(6) $x + 1 = 1$



(7) $x + x = x$

Teorema (7): pode ser provado verificando-se os dois valores de x. 0 + 0 = 0 e 1 + 1 = 1.

Teorema (8): pode ser verificado de forma similar.



(8) $x + \bar{x} = 1$

Teoremas Multivariáveis

Leis comutativas

(9) $x + y = y + x$

(10) $x \cdot y = y \cdot x$

Leis Associativas

(11) $x + (y + z) = (x + y) + z = x + y + z$

(12) $x(yz) = (xy)z = xyz$

Lei Distributiva

(13*a*) $x(y + z) = xy + xz$

(13*b*) $(w + x)(y + z) = wy + xy + wz + xz$

Teoremas Multivariáveis

Teoremas (14) e (15) não possuem similares na álgebra tradicional. Podem ser provados verificando-se todos os possíveis valores para *x* e *y*.

(14) $x + xy = x$

(15a) $x + \overline{x}y = x + y$

(15b) $\overline{x} + xy = \overline{x} + y$

Tabela de análise para o Teorema (14)

$$\begin{aligned} x + xy &= x(1 + y) \\ &= x \cdot 1 && \text{[using theorem (6)]} \\ &= x && \text{[using theorem (2)]} \end{aligned}$$

x	y	xy	x + xy
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Teoremas de DeMorgan são extremamente úteis na simplificação expressões em que um produto ou soma das variáveis está invertido.

$$(16) \quad (\overline{x + y}) = \overline{x} \cdot \overline{y}$$

Teorema (16) diz que a inversão da soma OR de duas variáveis é o mesmo que inverter cada variável individualmente e aplicar AND nas variáveis invertidas.

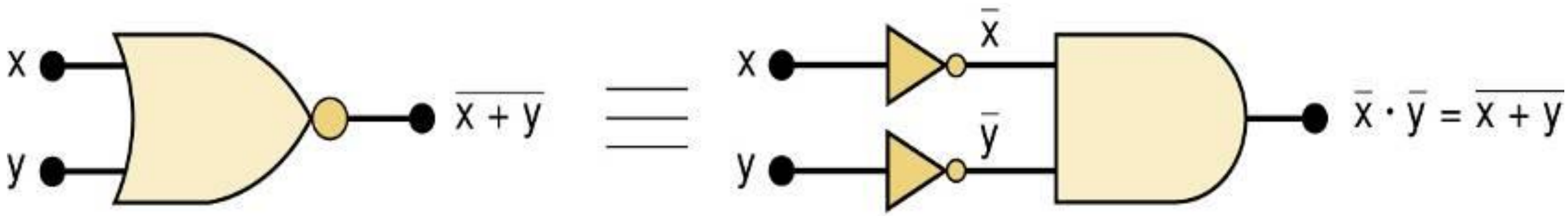
$$(17) \quad (\overline{x \cdot y}) = \overline{x} + \overline{y}$$

Teorema (17) diz que a inversão do produto E de duas variáveis é o mesmo que inverter cada variável individualmente e, em seguida, reuni-las num OR.

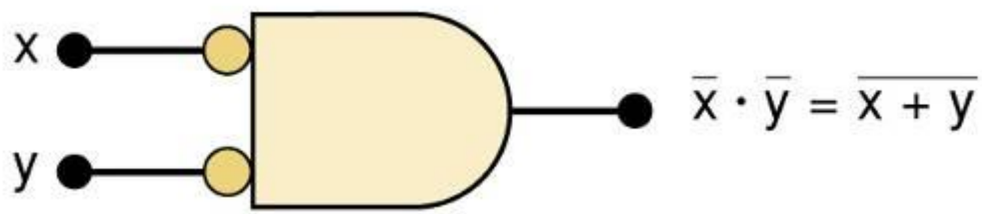
Cada teorema de DeMorgan pode ser facilmente comprovado pela verificação de todas as combinações possíveis de x e y.

Circuitos equivalentes pelo Teorema (16)

$$(16) \quad \overline{(x + y)} = \bar{x} \cdot \bar{y}$$

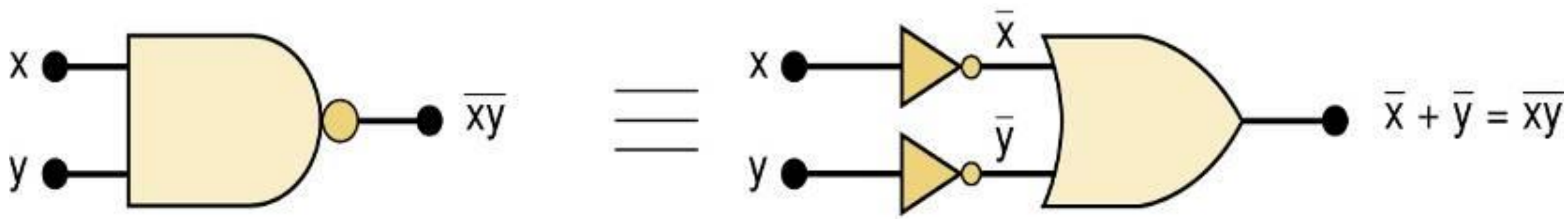


O símbolo alternativo para a função NOR.

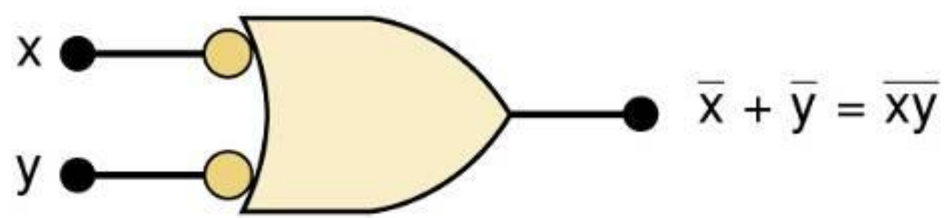


Circuitos equivalentes pelo Teorema (17)

$$(17) \quad \overline{(x \cdot y)} = \bar{x} + \bar{y}$$



O símbolo alternativo para a função NAND.



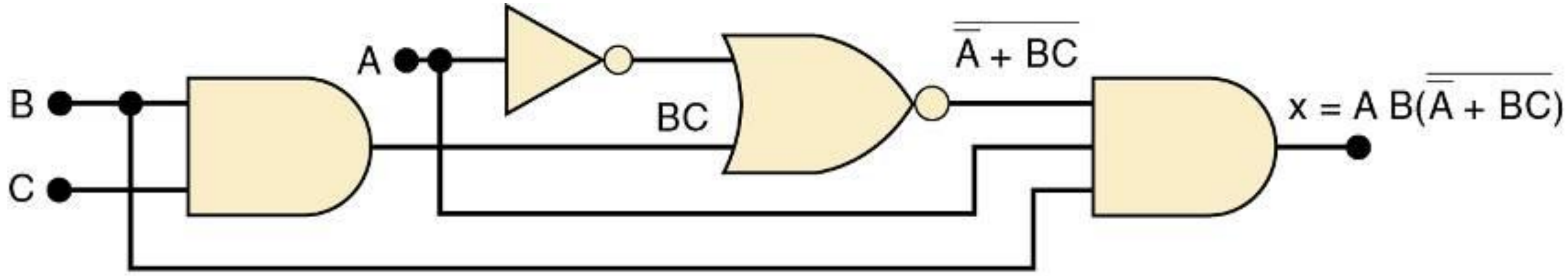
- Uma expressão em soma de produtos - **Sum-of-products (SOP)** aparece como dois ou mais termos **AND** unidos por operações de **OR**.

1. $ABC + \overline{A}B\overline{C}$
2. $AB + \overline{A}B\overline{C} + \overline{C}\,\overline{D} + D$
3. $\overline{A}B + C\overline{D} + EF + GK + H\overline{L}$

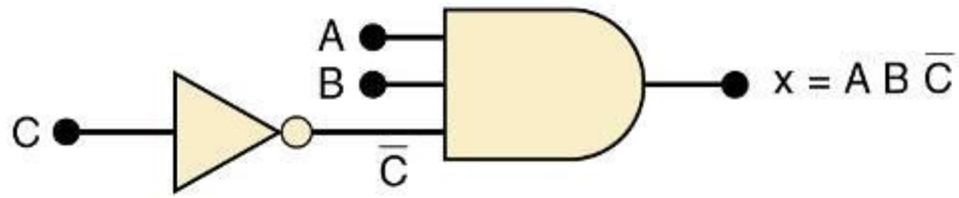
Uma expressão em produto de somas - **product-of-sums (POS)** aparece como dois ou mais termos **OR** unidos por operações de **AND**.

1. $(A + \overline{B} + C)(A + C)$
2. $(A + \overline{B})(\overline{C} + D)F$
3. $(A + C)(B + \overline{D})(\overline{B} + C)(A + \overline{D} + \overline{E})$

- Os circuitos mostrados fornecem o mesmo resultado
  - O circuito (b) é claramente menos complexo.



(a)



(b)

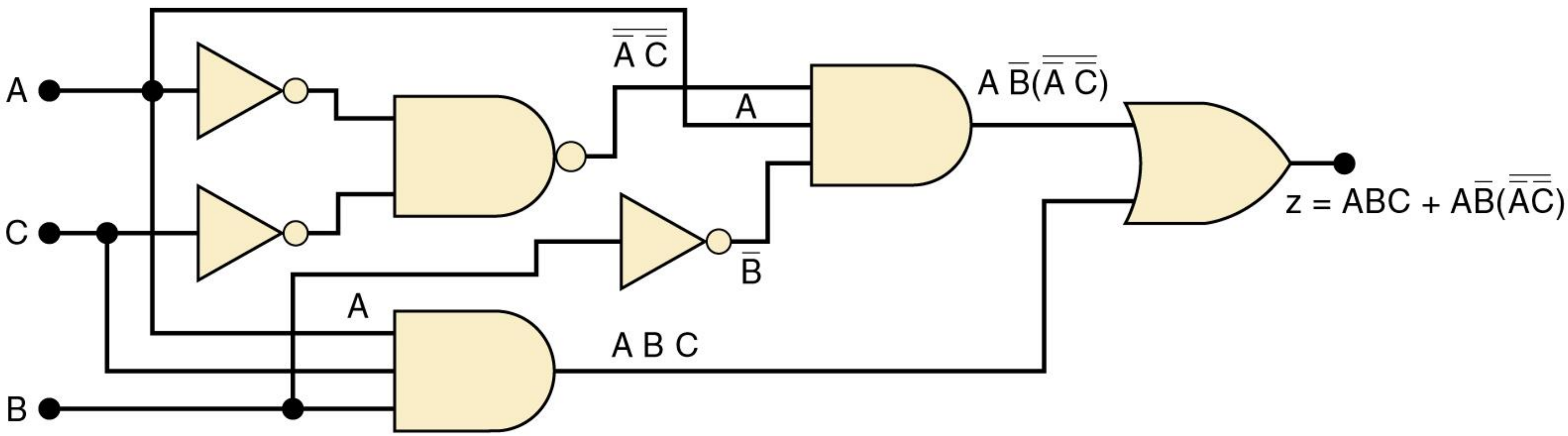
Os circuitos lógicos pode ser simplificados usando Álgebra Booleana e Mapas de Karnaugh.

4-3 Simplificação algébrica

- Coloque a expressão em forma SOP através da aplicação de teoremas de DeMorgan e da multiplicação de termos.
- Busque na forma SOP por fatores comuns.
  - A fatoração, sempre que possível, deve eliminar um ou mais termos.

4-3 Simplificação algébrica

Simplifique o circuito abaixo



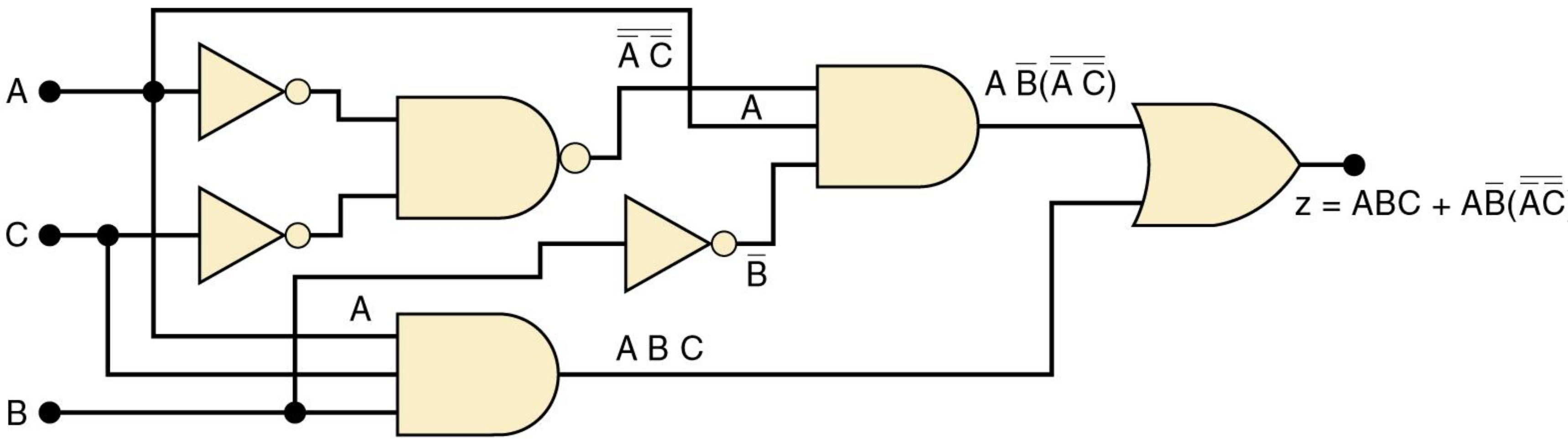
O primeiro passo consiste em determinar a expressão para a saída: $\boldsymbol{z = ABC + A\overline{B} \cdot (\overline{\overline{A}\,\overline{C}})}$

Uma vez que a expressão é determinada, quebre os grandes inversores através dos teoremas de DeMorgan e multiplique todos os termos.

$$
\begin{aligned}
z &= ABC + A\overline{B}(\overline{\overline{A}} + \overline{\overline{C}}) && \text{[theorem (17)]} \\
&= ABC + A\overline{B}(A + C) && \text{[cancel double inversions]} \\
&= ABC + A\overline{B}A + A\overline{B}C && \text{[multiply out]} \\
&= ABC + A\overline{B} + A\overline{B}C && [A \cdot A = A]
\end{aligned}
$$

4-3 Simplificação algébrica

Simplifique o circuito abaixo



Fatoração - o primeiro e terceiro termos acima têm AC em comum, que pode ser levado para fora:

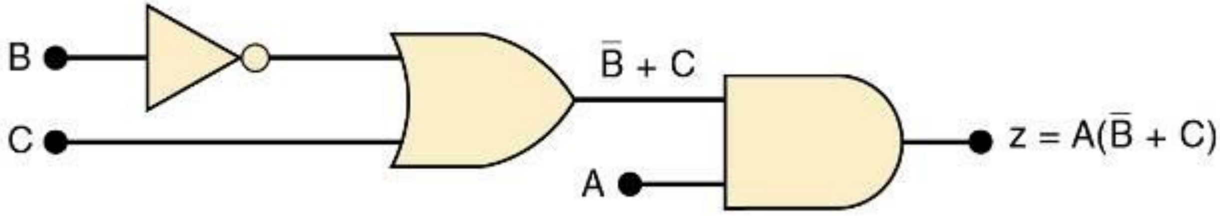
$$z = AC(B + \overline{B}) + A\overline{B}$$

Como ***B*** + ***B*** = 1, então…

$$z = AC(1) + A\overline{B}$$
$$= AC + A\overline{B}$$

Fatora-se ***A***, o que resulta em…

Circuito lógico simplificado



$$z = A(C + \overline{B})$$

Ver mais exemplos em:

https://drive.google.com/open?id=1IVO5nbSKMedOWu-5v03V49rQP-2vIfNI