Cálculo em Várias Variáveis
Funções de várias variáveis

ICT-Unifesp

1. Noções topológicas

Noções topológicas

Noções topológicas

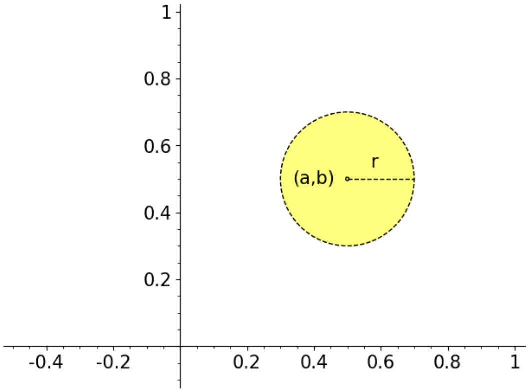
Definição

Seja $(a,b) \in \mathbb{R}^2$ *e* $r > 0$. *Denominamos de* **bola aberta** *de centro* (a,b) *e raio* r *ao conjunto*

$$B_r(a,b) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 |\, \|(x,y) - (a,b)\| < r\}$$

Noções topológicas

$$\|(x,y)-(a,b)\| < r \iff (x-a)^2+(y-b)^2 < r^2$$



Noções topológicas

Definição

Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ *e seja* $(a, b) \in \mathbb{R}^2$. *Dizemos que* (a, b) *é um* **ponto de acumulação** *de* A *se toda bola aberta* $B_r(a, b)$ *contém pelo menos um ponto* $(x, y) \in A$ *tal que* $(x, y) \neq (a, b)$.

Um ponto de acumulação **não** precisa pertencer ao conjunto A.

Noções topológicas

Quando um ponto (a, b) **pertencente** a A não é de acumulação, dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** de A.

Definição

Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ e seja $(a, b) \in A$. Dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** *de A se existe um $r > 0$ tal que $B_r(a, b) \cap A = \{(a, b)\}$.*

Quando um ponto (a, b) **pertencente** a A não é de acumulação, dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** de A.

Definição

Seja $A \subset \mathbb{R}^2$ e seja $(a, b) \in A$. Dizemos que (a, b) é um **ponto isolado** *de A se existe um $r > 0$ tal que $B_r(a, b) \cap A = \{(a, b)\}$.*

Noções análogas são válidas em $\mathbb{R}$, $\mathbb{R}^3$, $\mathbb{R}^n$, $\forall n > 0$.

Exemplo

Em $\mathbb{R}$, *observe que* $I = (a, b)$ *não tem pontos isolados. Quais são os pontos de acumulação de* I*?*

Noções topológicas

Exemplo

Em $\mathbb{R}$, *observe que* $I = (a, b)$ *não tem pontos isolados. Quais são os pontos de acumulação de* I?

Exemplo

Em $\mathbb{R}$, *todos os pontos de* $\mathbb{N}$ *são isolados;* $\mathbb{N}$ *não tem pontos de acumulação.*

Exemplo

Seja $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 | y < x\}$. *Então*

- $(0, 0)$ *é ponto de acumulação de A,*
- $(1, 1)$ *é ponto de acumulação de A,*
- $(-1, 2)$ **não** *é ponto de acumulação de A (nem ponto isolado de A. Por quê?).*