

# Aula 9

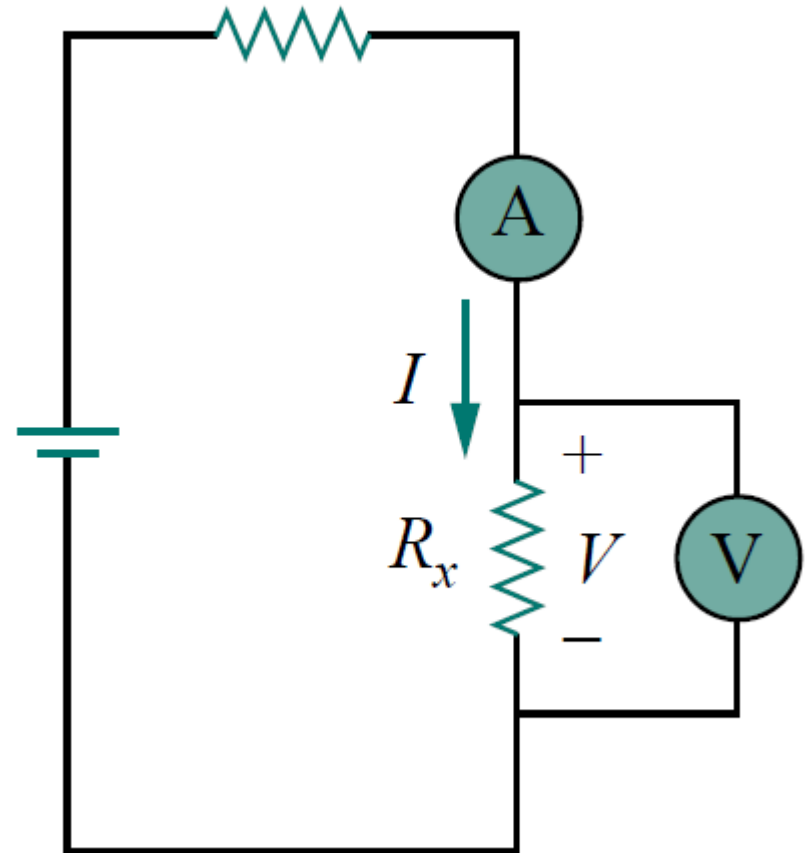
Equivalência  
Conversão  $Y-\Delta$  e  $\Delta-Y$

Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

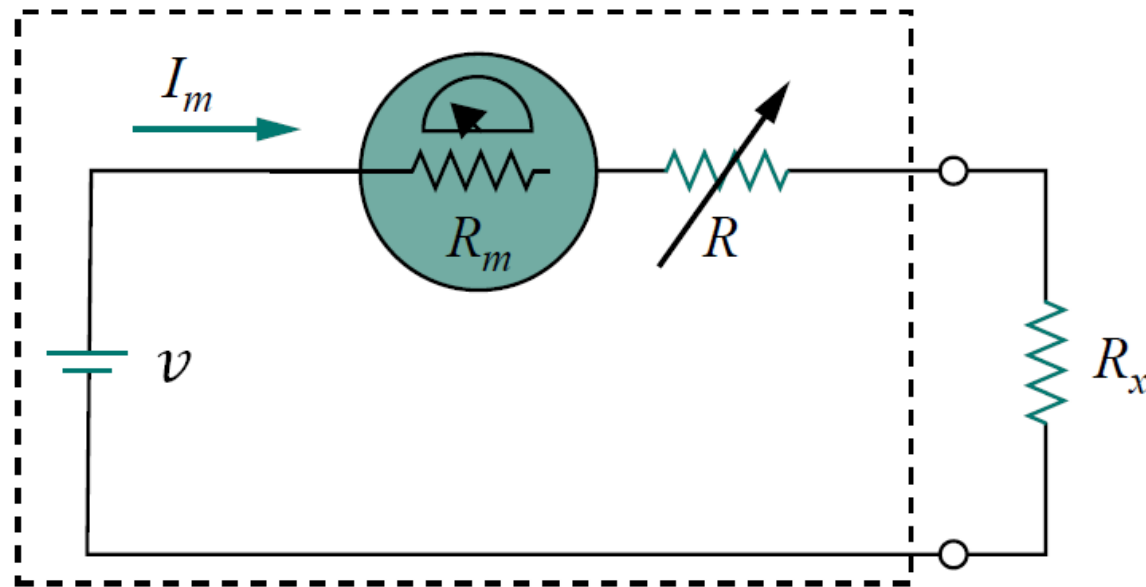
# Medir resistência de forma indireta

$$R_x = \frac{V_{\text{voltmetro}}}{I_{\text{ampermetro}}}$$

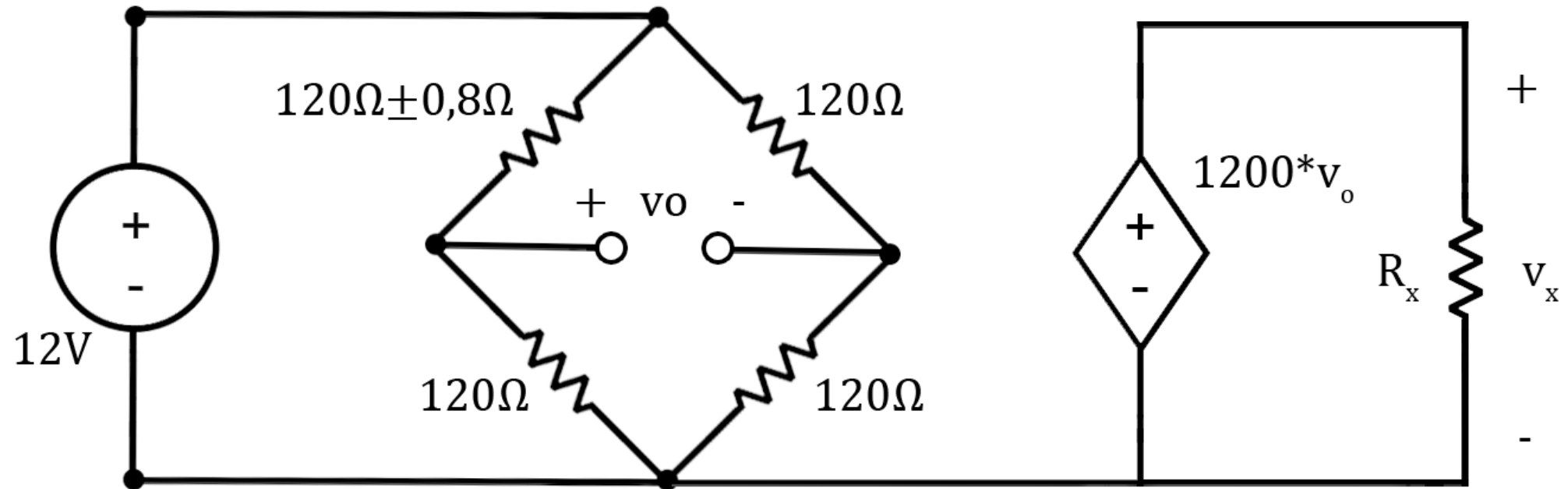


# Medir resistência de forma direta

A resistência  $R$  deve ser selecionada de modo que, em curto circuito, a corrente im alcance o fundo da escala. Assim, a resistência  $R_x$  resultará em uma deflexão anti-horária do ponteiro do medidor.



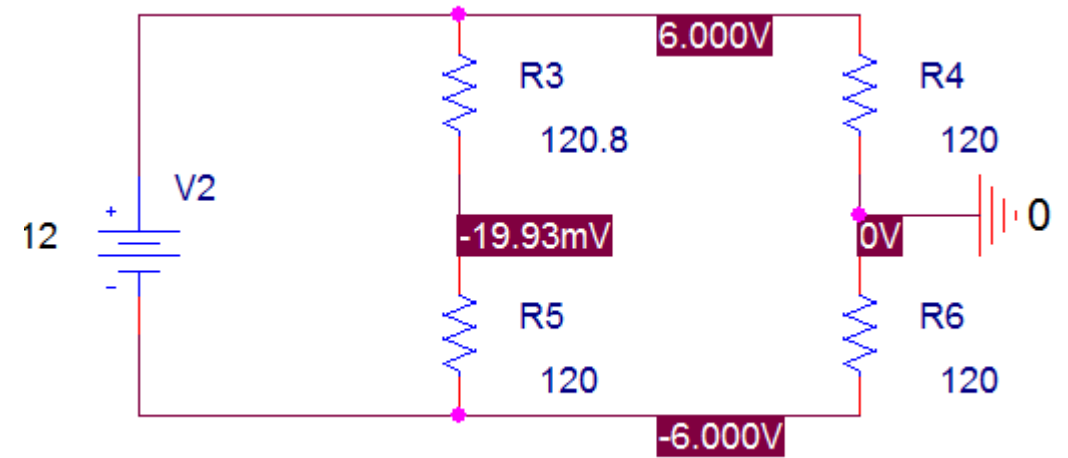
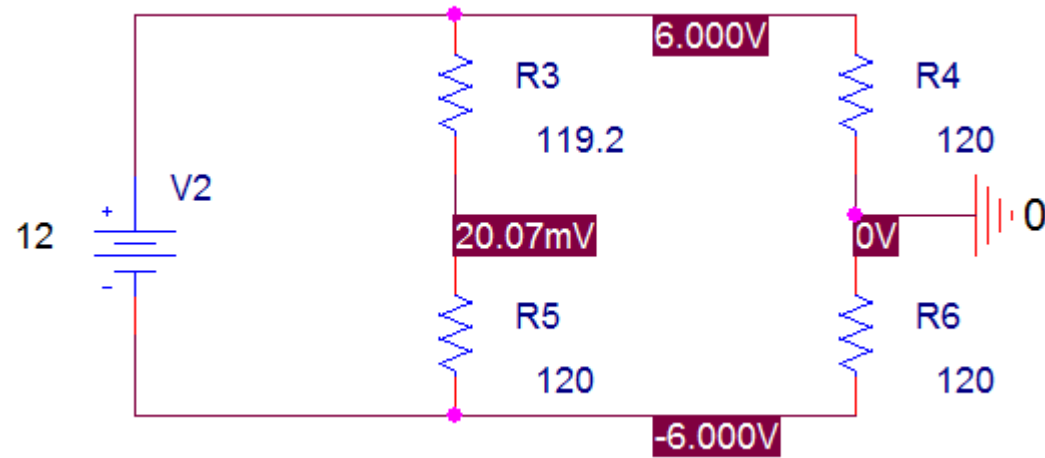
# Strain Gage – Estudo de caso



Amplificando  $v_o$  resultamos no seguinte *range*

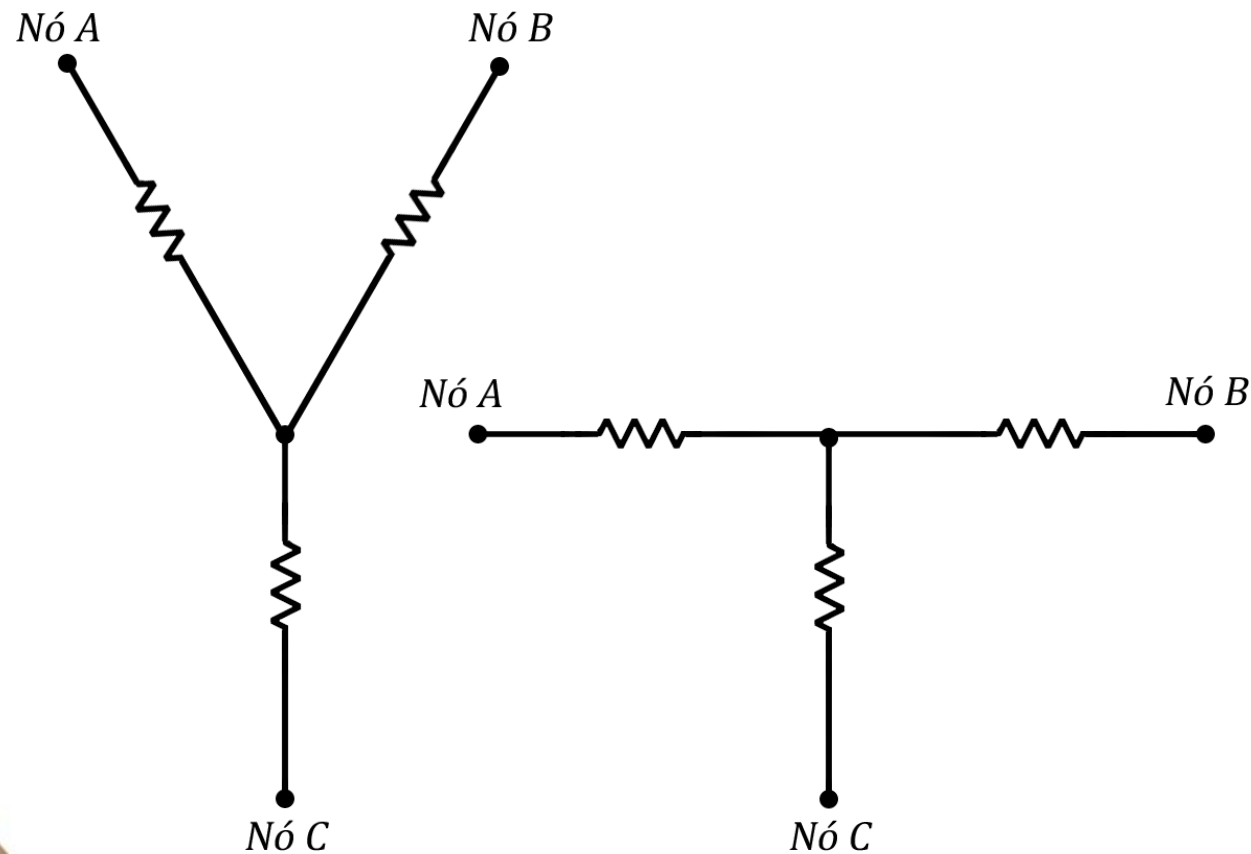
$V_x$  varia entre -24v a 24v

# Ponte de Wheatstone

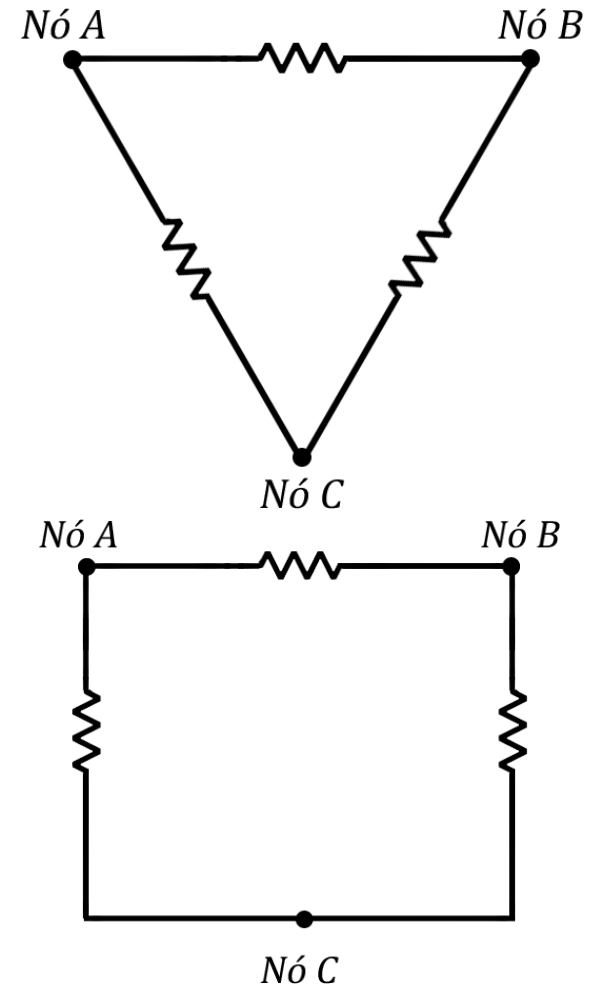


# Configurações Triângulo - Estrela

Configuração: *Y ou T ou estrela*



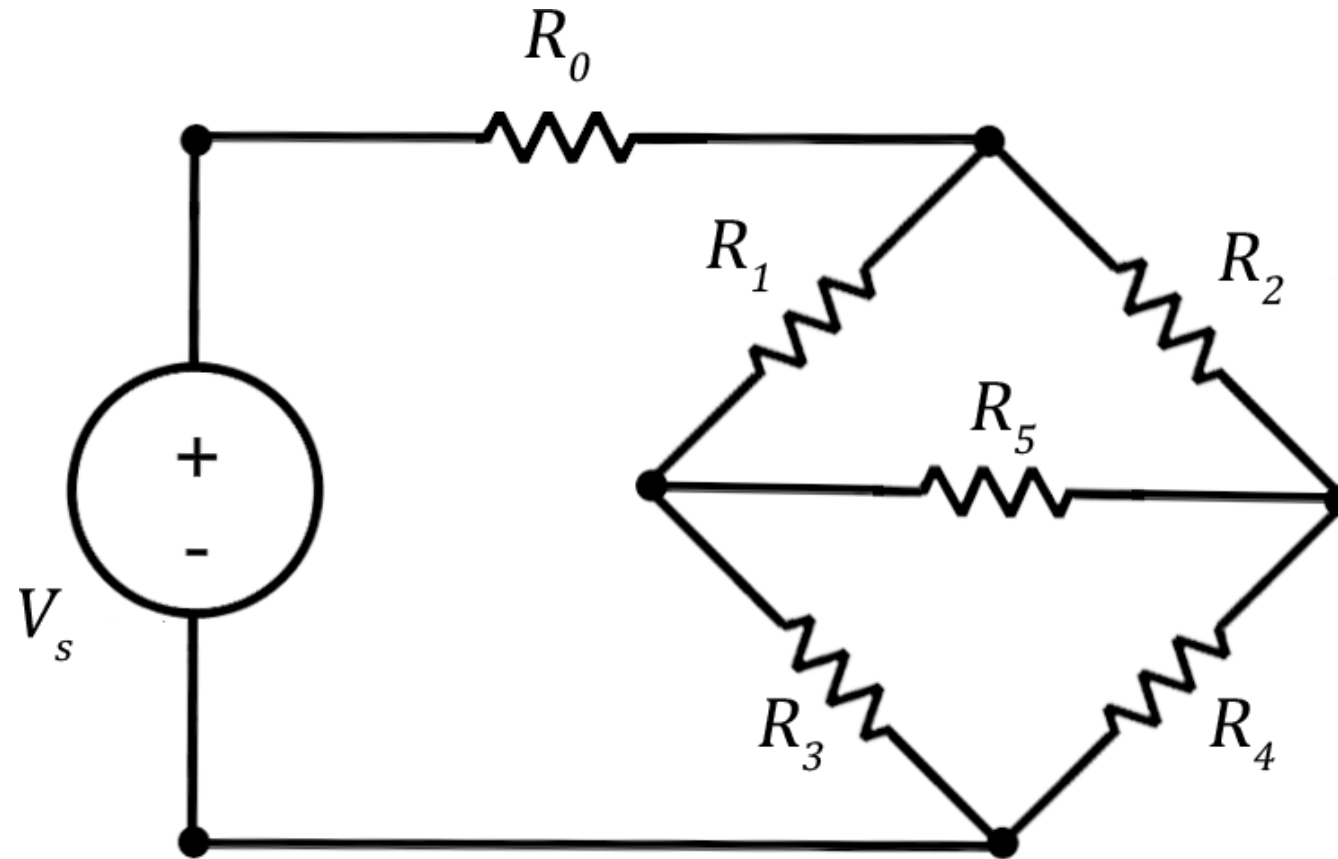
Configuração:  $\Delta$  ou  $\pi$  ou *triângulo*





# Configurações Triângulo - Estrela

**Exercício:** Identifique as configurações Y e as configurações  $\Delta$ .



# Configurações Triângulo - Estrela

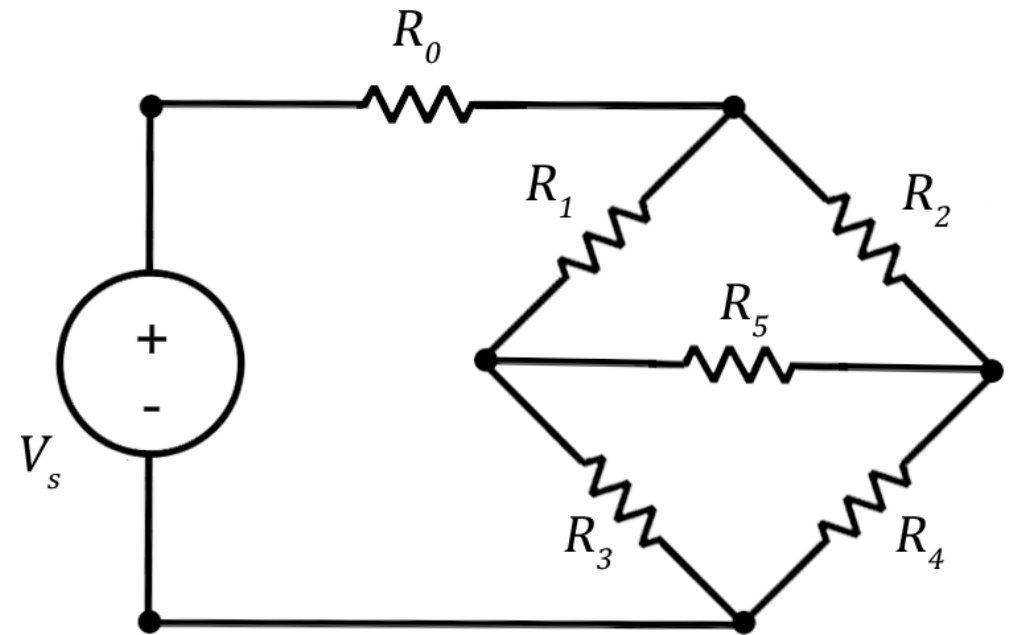
**Exercício:** Identifique as configurações T e as configurações delta.

## Configuração T

- 1)  $R_0 - R_1 - R_2$
- 2)  $R_1 - R_3 - R_5$
- 3)  $R_2 - R_4 - R_5$

## Configuração $\Delta$

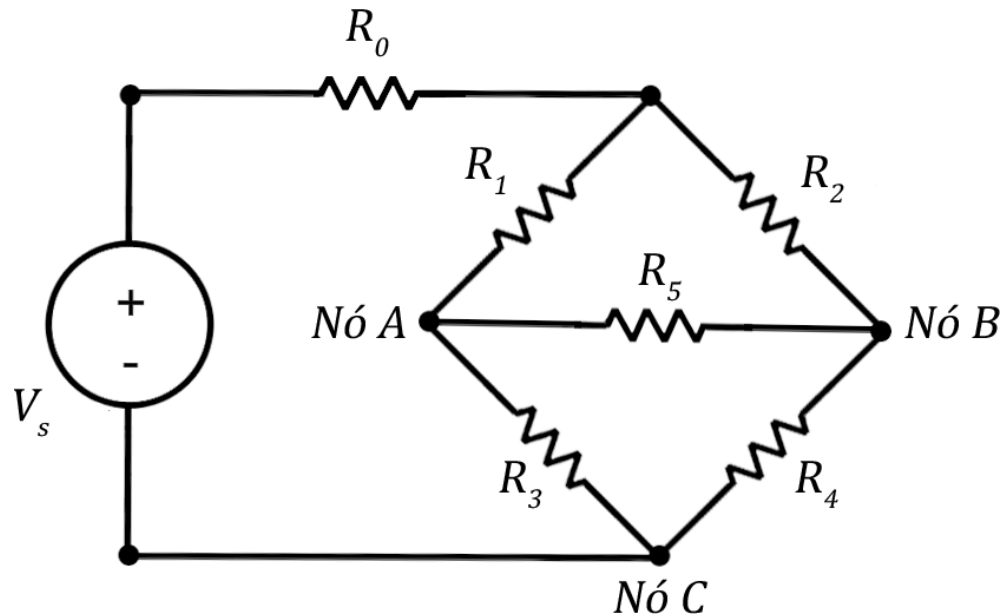
- 1)  $R_1 - R_2 - R_5$
- 2)  $R_3 - R_4 - R_5$





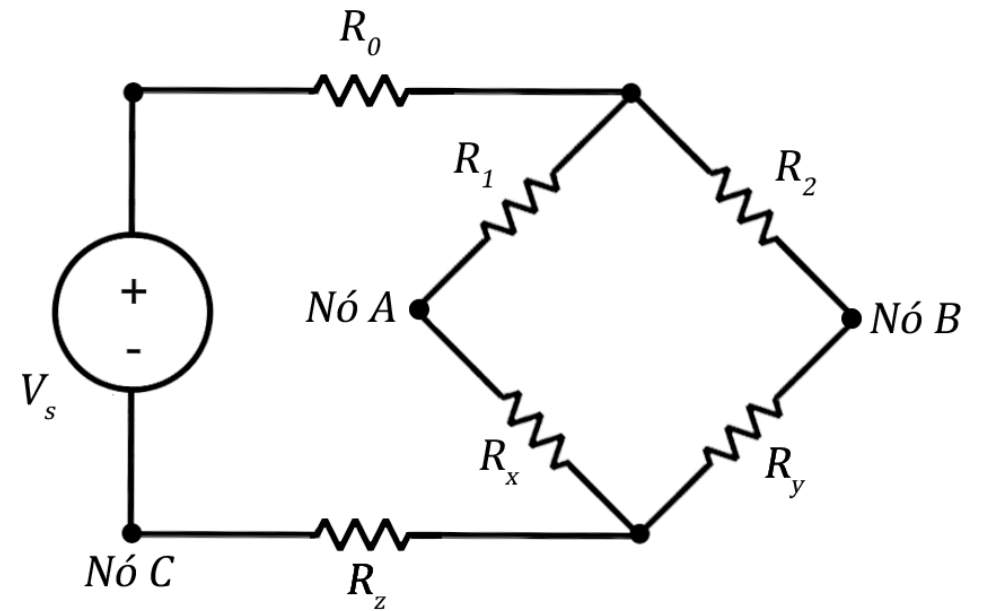
# Configurações Triângulo - Estrela

Primeiramente vamos realizar as conversões apenas de forma gráfica (sem cálculos)  
Para isso fixe os nós da conversão e redesenhe o circuito com a nova configuração



$$i_s = ?$$

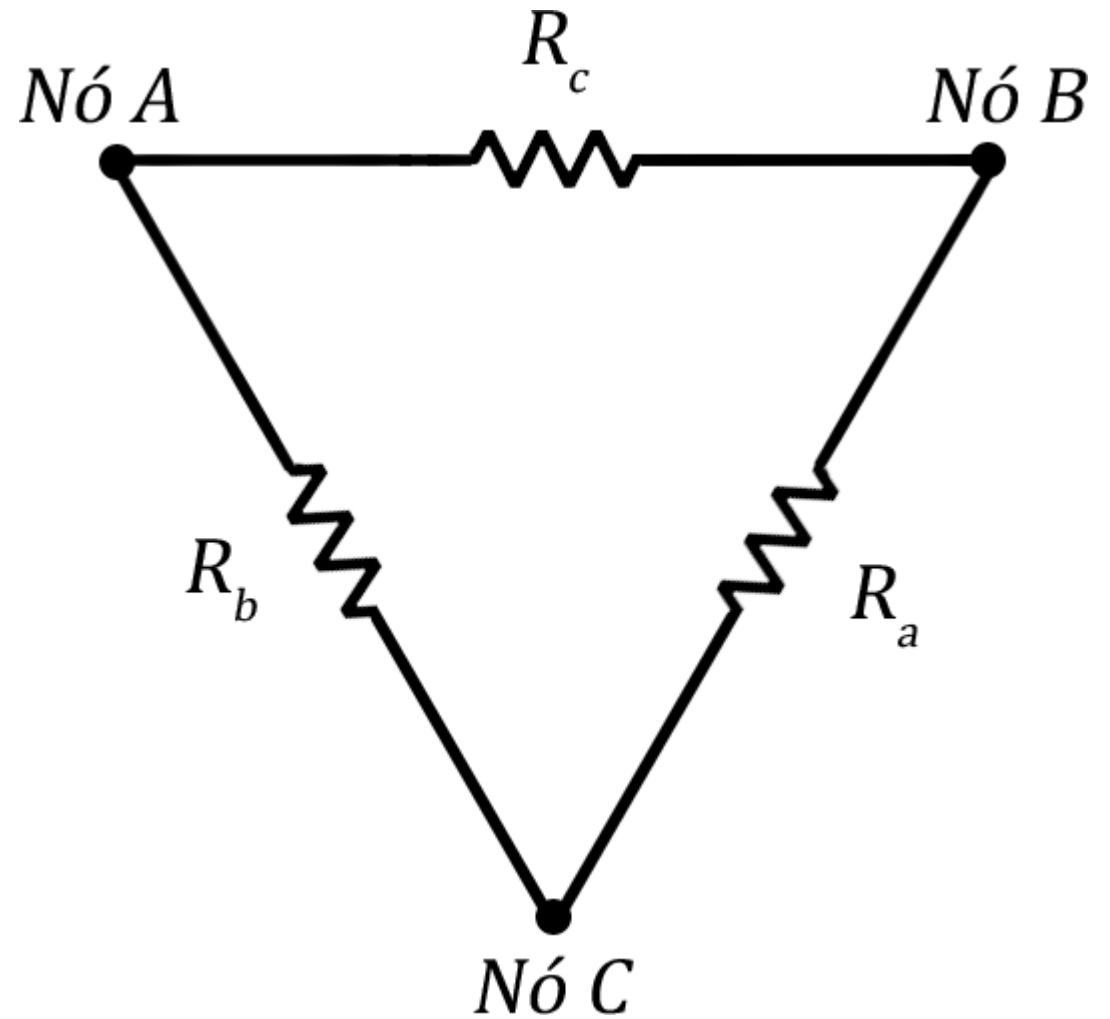
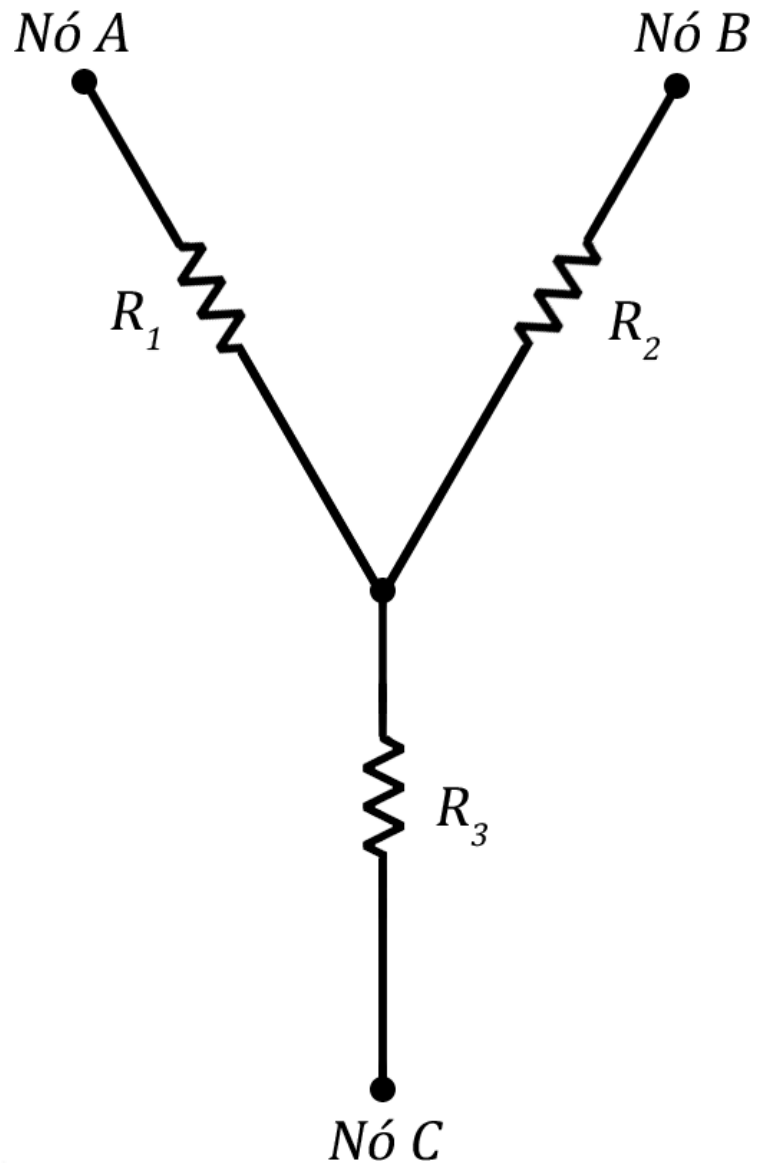
Seria necessário equacionar esse sistema utilizando LKT e LKC.



$$i_s = \frac{v_s}{R_{eq}}$$

$$R_{eq} = \left( (R_1 + R_x) \parallel (R_x + R_y) \right) + R_z + R_0$$

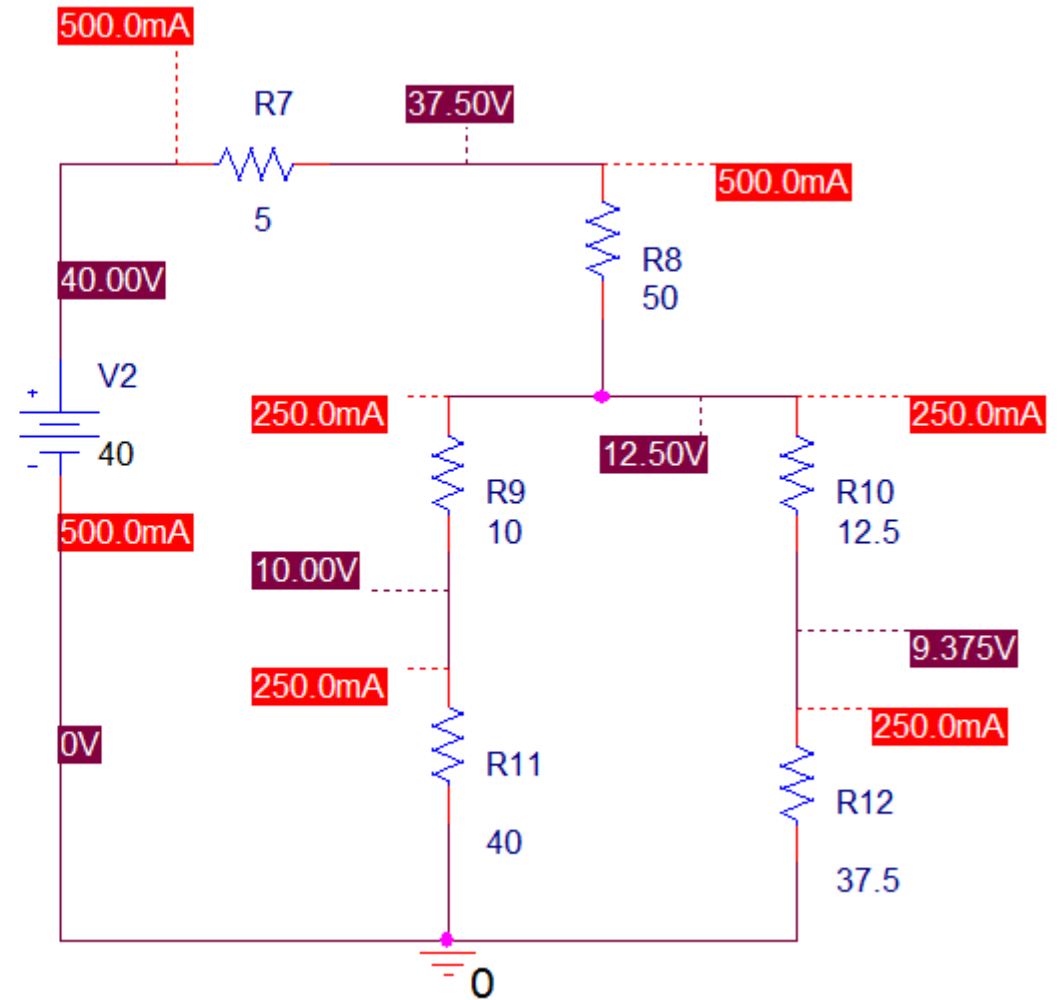
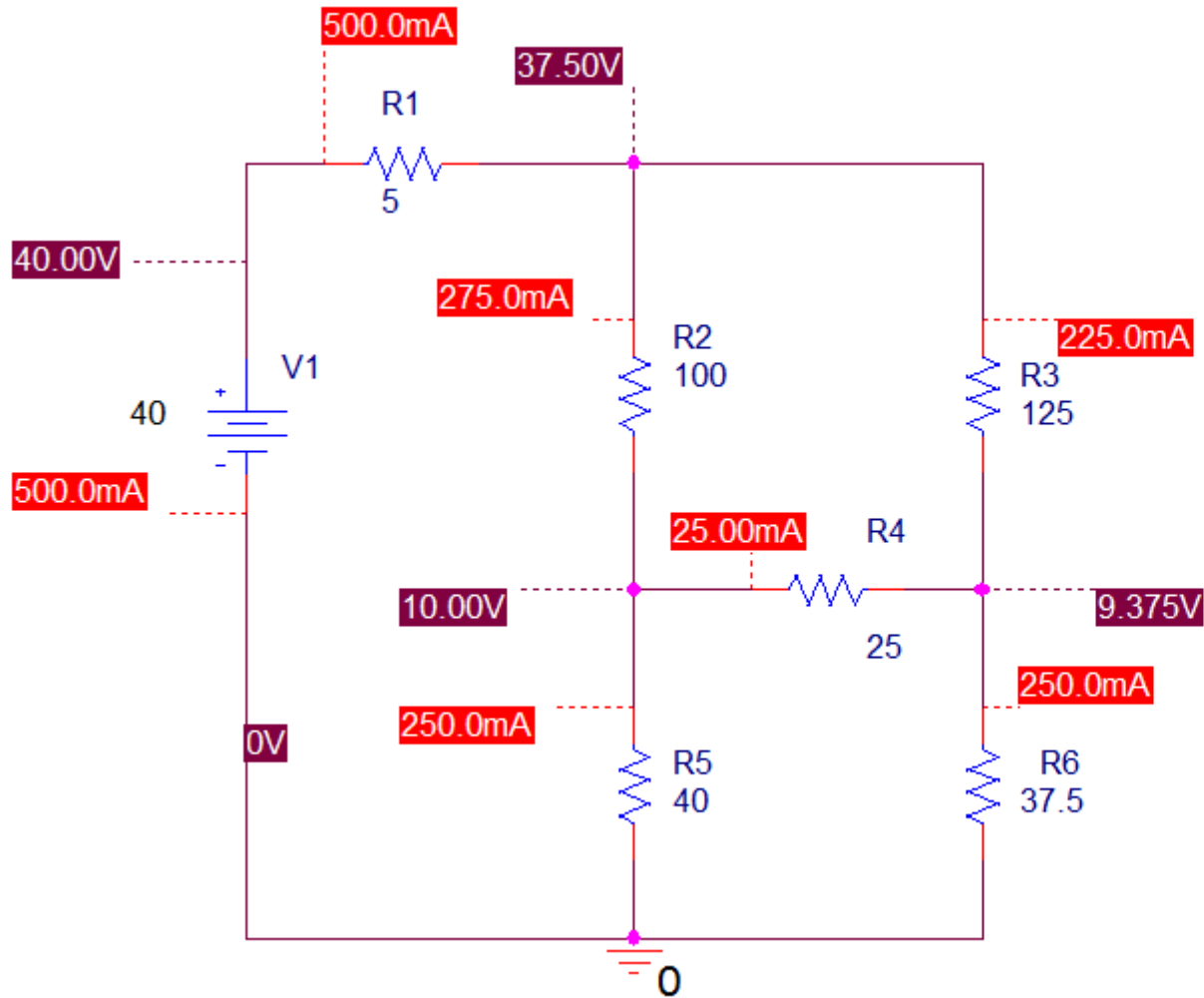
# Configurações Triângulo - Estrela



# Configurações Triângulo - Estrela

Para calcularmos as expressões que convertem as configurações, devemos considerar uma relação de **equivalência em relação a 3 terminais** (Nó A, Nó B e Nó C). Se, por exemplo, conectarmos uma fonte de tensão entre os Nós A-B da configuração T, a corrente que flui pela fonte deverá ser a mesma se conectarmos a mesma fonte entre os Nós A-B da configuração  $\Delta$ . Essa relação deverá ser obedecida para todos os 3 nós de equivalência.

# Configurações Triângulo - Estrela



# Dedução da conversão

$$\text{Nós } A - C \rightarrow (R_c + R_a) || R_b = R_1 + R_3$$

$$\text{Nós } A - B \rightarrow (R_a + R_b) || R_c = R_1 + R_2$$

$$\text{Nós } B - C \rightarrow (R_b + R_c) || R_a = R_2 + R_3$$

$$\text{Nós } A - C \rightarrow \frac{(R_c + R_a) \cdot R_b}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_3$$

$$\text{Nós } A - B \rightarrow \frac{(R_a + R_b) \cdot R_c}{R_a + R_b + R_c} = R_1 + R_2$$

$$\text{Nós } B - C \rightarrow \frac{(R_b + R_c) \cdot R_a}{R_a + R_b + R_c} = R_2 + R_3$$

Isolando  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  teremos a relação  $\Delta$ -Y.

Isolando  $R_a$ ,  $R_b$  e  $R_c$  teremos a relação Y- $\Delta$ .

# Dedução da conversão $\Delta$ -Y

$$R_{den} = R_a + R_b + R_c$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b + R_b R_c}{R_{den}} - R_1$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c + R_b R_c}{R_{den}} - R_1$$

$$\frac{R_a R_b + R_a R_c}{R_{den}} = \frac{R_a R_b + R_b R_c}{R_{den}} + \frac{R_a R_c + R_b R_c}{R_{den}} - 2 \cdot R_1$$

$$R_a R_b + R_a R_c = R_a R_b + R_b R_c + R_a R_c + R_b R_c - 2 \cdot R_1 \cdot R_{den}$$

$$2 \cdot R_1 \cdot R_{den} = 2 \cdot R_b R_c$$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$



# Equações para conversão

$\Delta - Y$

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$Y - \Delta$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2}$$

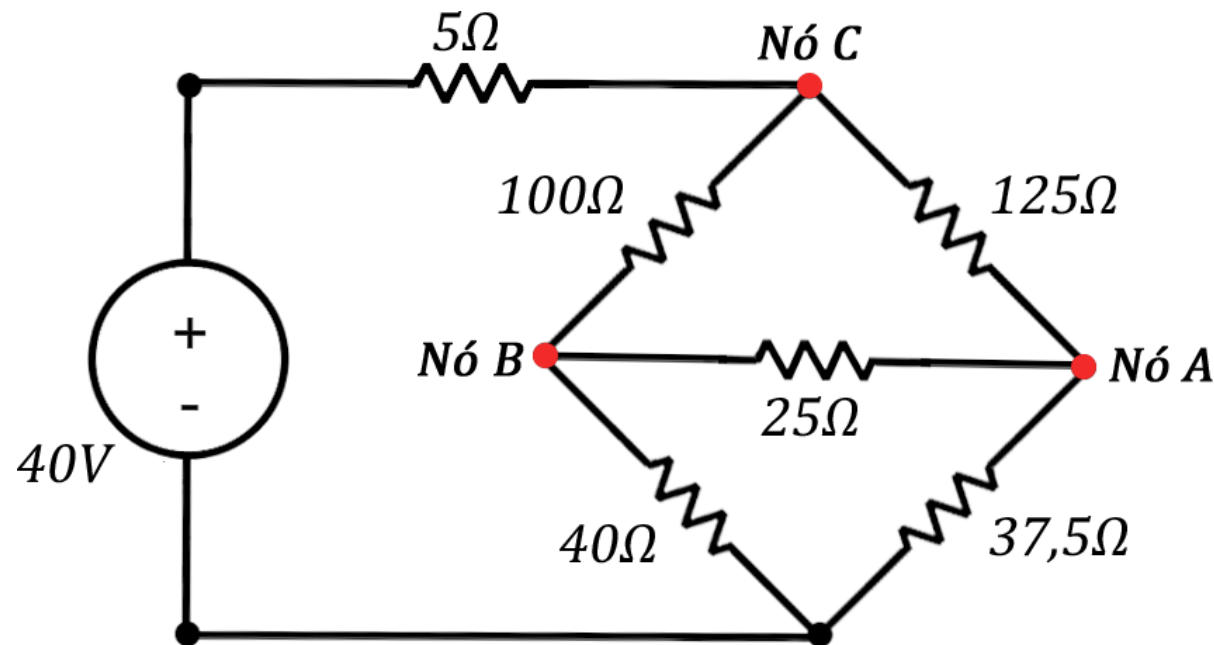
$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3}$$

# Exemplo de conversão

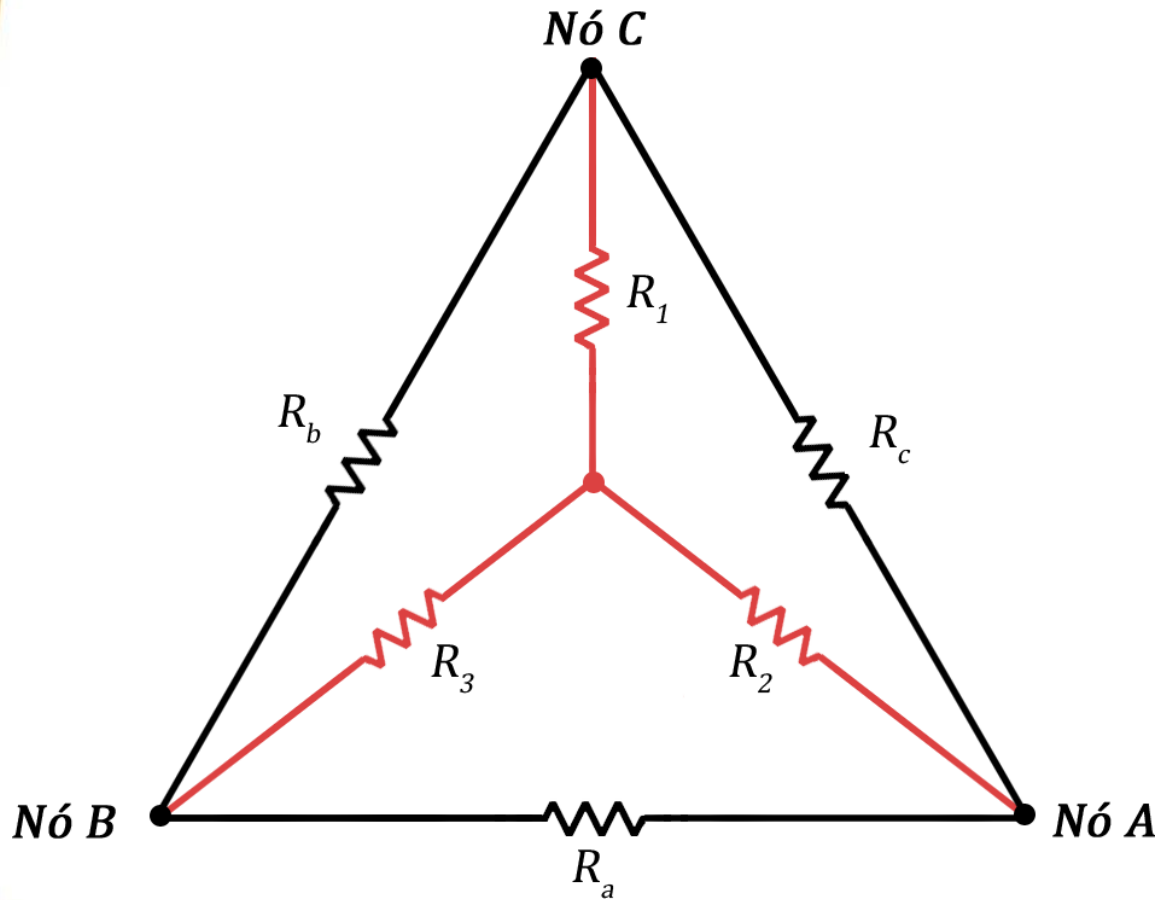
**Exemplo:** Calcule a potência da fonte de 40V.

Note que a ponte não está equilibrada ( $100 \cdot 37,5 \neq 125 \cdot 40$ ), portanto teremos que calcular o equivalente

**Etapa 1:** Identificar a conversão que melhor simplifica o circuito (a ordem não é relevante);



# Exemplo de conversão

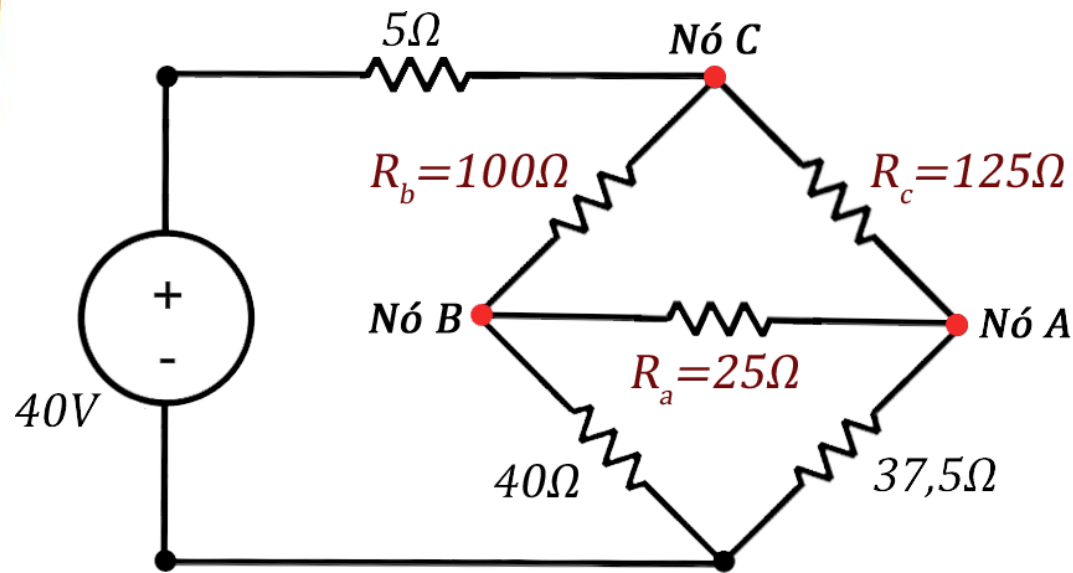


**Etapa 2** – Desenhe um gabarito com as duas configurações sobrepostas;

**Etapa 3** – Posicione os resistores  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  na configuração Y (a ordem não importa);

**Etapa 4** – Entre os nós que estiverem os resistores  $R_1$  e  $R_2$ , posicione o  $R_c$ , entre os resistores  $R_1$  e  $R_3$  posicione o  $R_b$ , entre os resistores  $R_2$  e  $R_3$  posicione o  $R_a$  (use a lógica 12C, 1B3 e A23);

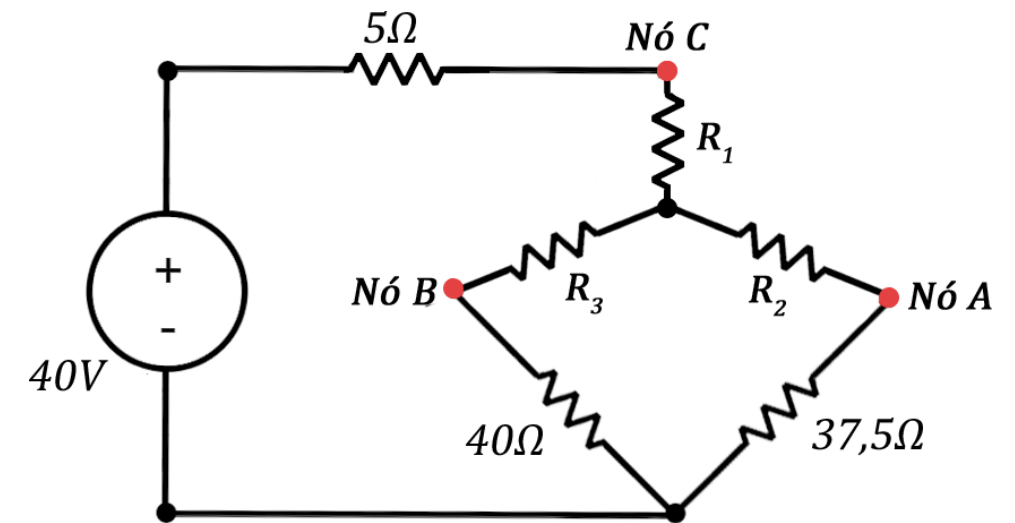
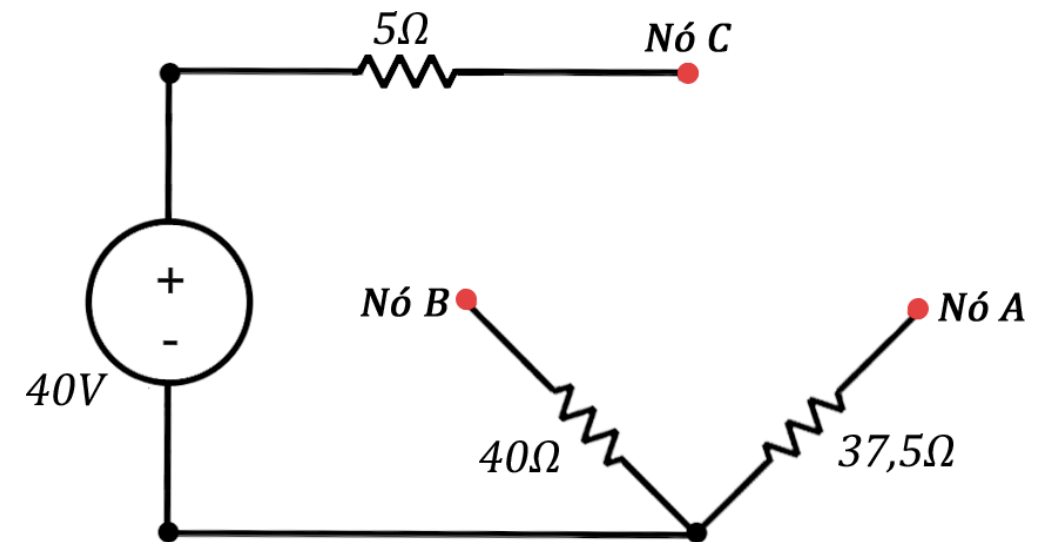
# Exemplo de conversão



**Etapa 5** - Indique os resistores na configuração original;

**Etapa 6** - Apague os resistores da configuração original, mas mantenha os nós;

**Etapa 7** - Desenhe a nova configuração, tendo como base os nós da configuração anterior; e



# Exemplo de conversão

**Etapas 8** – Use as equações adequadas para as transformações, neste caso  $\Delta$ -Y.

$$R_1 = \frac{R_b R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_2 = \frac{R_a R_c}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_3 = \frac{R_a R_b}{R_a + R_b + R_c}$$

$$R_a = 25\Omega \quad R_b = 100\Omega \quad R_c = 125\Omega$$

$$R_{den} = R_a + R_b + R_c = 250\Omega$$

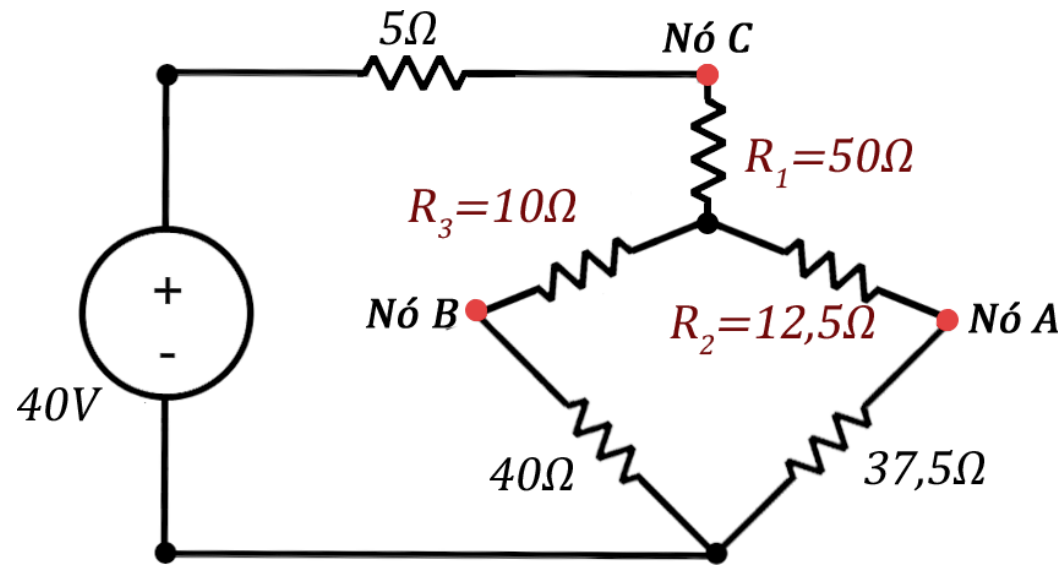
$$R_1 = \frac{100 \cdot 125}{250} = \mathbf{50\Omega}$$

$$R_2 = \frac{25 \cdot 125}{250} = \mathbf{12,5\Omega}$$

$$R_3 = \frac{25 \cdot 100}{250} = \mathbf{10\Omega}$$

# Exemplo de conversão

**Etapa 9** – Calcule a resistência equivalente, calcule a corrente que flui pela fonte e a potência.



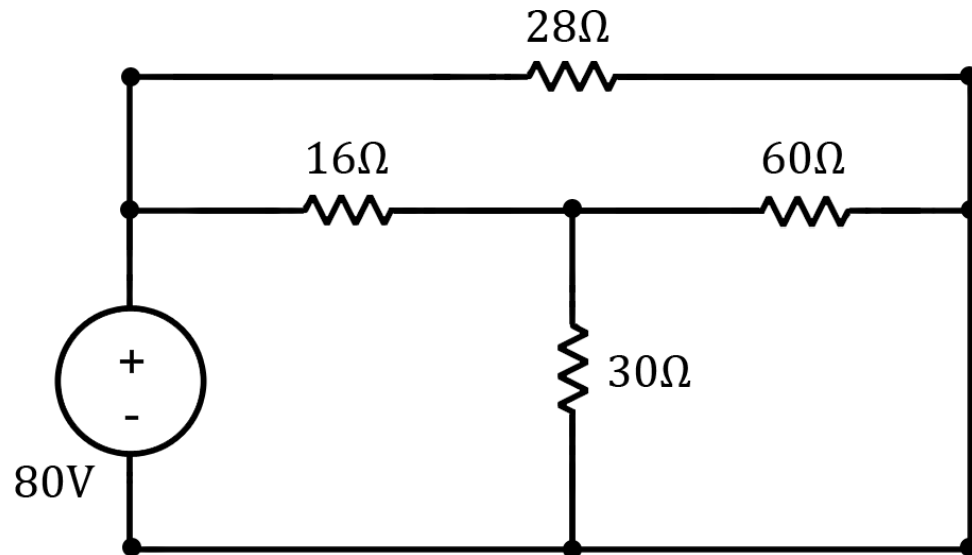
$$R_{eq} = ((10 + 40) || (12,5 + 37,5)) + 50 + 5 = 80\Omega$$

$$i_{40v} = \frac{40}{80} = 0,5A$$

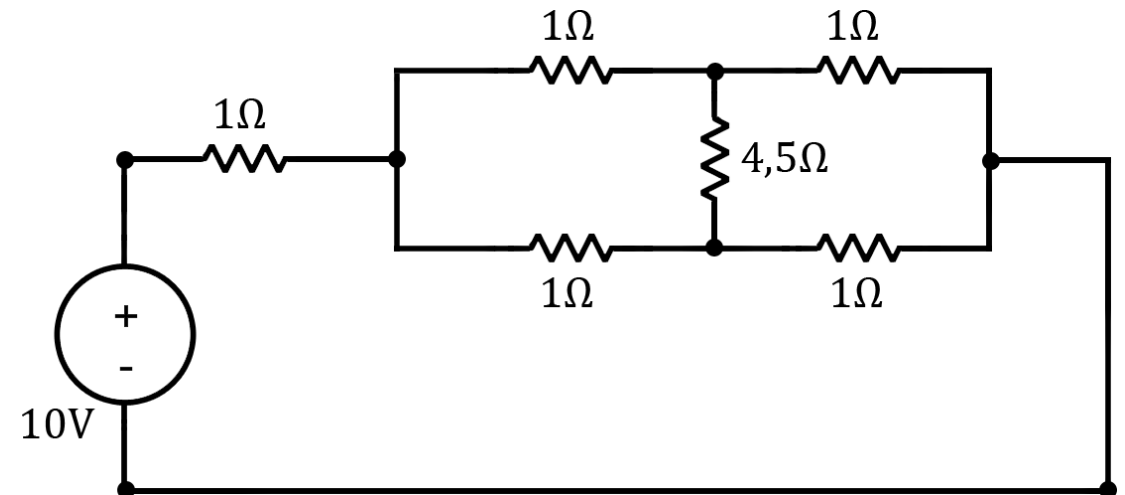
$$P_{40v} = 0,5 \cdot 40 = 20W$$



**Exercício:** Calcule a potência das fontes.



**Resposta: -406,35W**

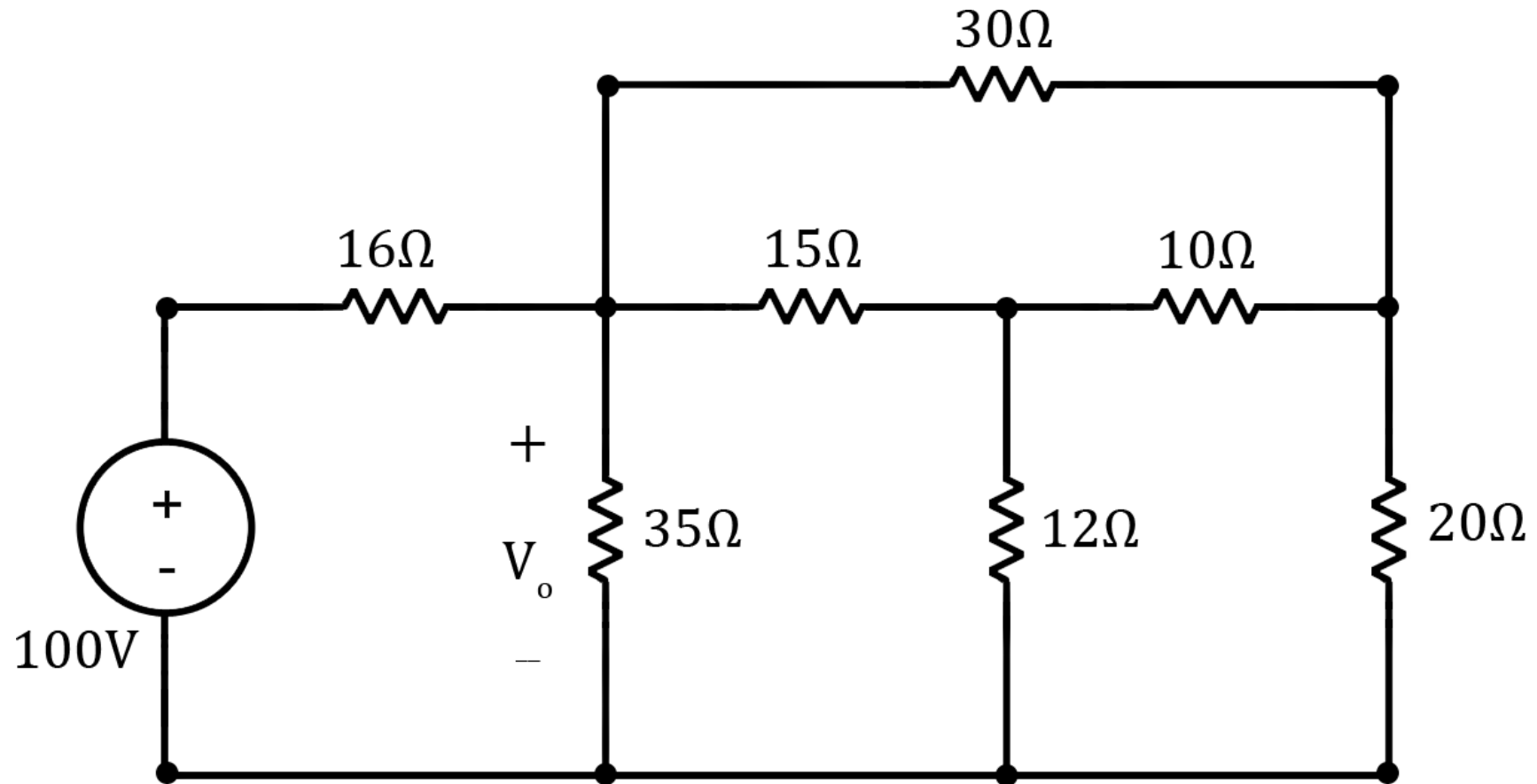


**Resposta: -50W**

# Exercícios

**Exercício:** Calcule  $V_o$ .

**Resposta:** 42,18V



# Exercícios

**Exercício:** Calcule  $V_o$ .

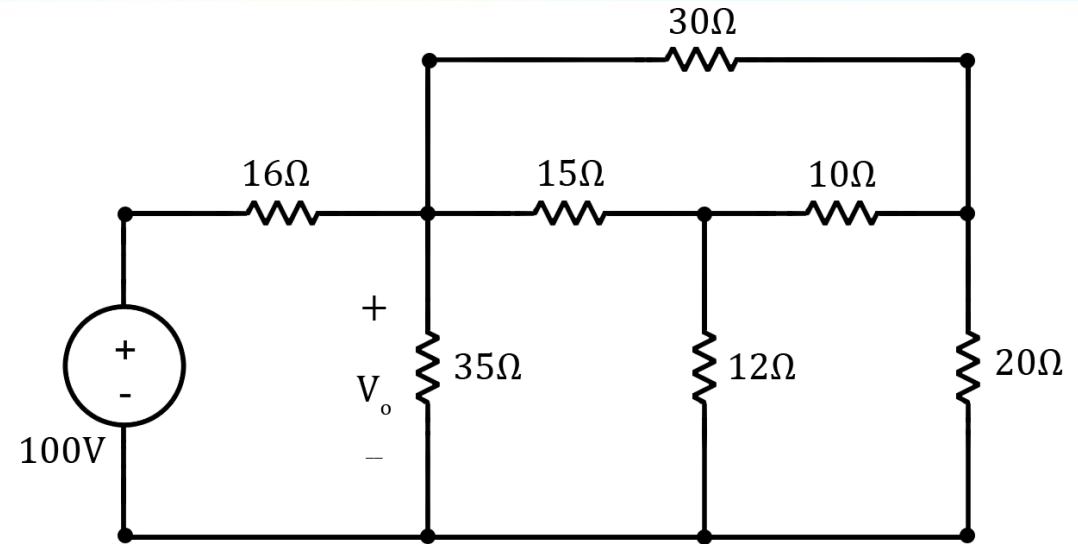
$$R_{num} = R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3$$

$$R_{num} = 15 \cdot 10 + 15 \cdot 12 + 10 \cdot 12 = 450 \Omega$$

$$R_a = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} = \frac{450}{15} = 30$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} = \frac{450}{10} = 45$$

$$R_c = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} = \frac{450}{12} = 37,5 \Omega$$



$$30 \parallel 20 = 12 \Omega$$

$$37,5 \parallel 30 = 16,67 \Omega$$

$$45 \parallel 35 = 19,69 \Omega$$

$$19,69 \parallel (12 + 16,67) = 11,67 \Omega$$

$$v_o = \frac{11,67}{16 + 11,67} \cdot 100 = 42,18V$$