Universidade Federal de São Paulo

Propriedades de variáveis aleatórias contínuas e Principais modelos

Professor
Julio Cezar

Aula de hoje

- Propriedades (Esperança e Variância) de variáveis aleatórias contínuas;
- Variáveis aleatórias contínuas (Principais modelos).

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Uma **variável aleatória contínua** é uma função definida sobre o espaço amostral, que associa valores em um intervalo de números reais.

Variáveis aleatórias Contínuas

Uma **variável aleatória contínua** é uma função definida sobre o espaço amostral, que associa valores em um intervalo de números reais.

Exemplos:

- Espessura de um item;
- Tempo necessário para completar um teste;
- Peso.

Variáveis aleatórias Contínuas

Uma **variável aleatória contínua** é uma função definida sobre o espaço amostral, que associa valores em um intervalo de números reais.

Exemplos:

- Espessura de um item;
- Tempo necessário para completar um teste;
- Peso.

Observação: Uma variável aleatória (v.a.) que toma um número finito ou infinito contável de valores, é denominada v.a. discreta, enquanto uma que toma um número infinito não contável de valores é denominada de v.a. contínua.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Para v.a.'s contínuas introduzimos a **função densidade de probabilidade (f.d.p.)**, tal que,

$$\text{(a)} \qquad f(x) \geq 0$$

$$\text{(b)} \qquad \int_{-oo}^{+oo} f(x)dx = 1$$

A condição **(a)** implica que a densidade é uma função é não negativa e a condição **(b)** corresponde ao fato de que a soma (**integral no caso de v.a.'s continuas**) das probabilidades é igual a um. Os limites de integração de ±oo significa que devemos integrar sobre todos os valores de x em que f(x) é definida. Qualquer função f(x) satisfazendo **(a)** e **(b)** é uma f.d.p..

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Para v.a.'s contínuas introduzimos a **função densidade de probabilidade (f.d.p.)**, tal que,

$$\text{(a)} \qquad f(x) \geq 0$$

$$\text{(b)} \qquad \int_{-oo}^{+oo} f(x)\, dx = 1$$

Note que para variáveis contínuas as somas são substituídas por integrais.

A condição **(a)** implica que a densidade é uma função é não negativa e a condição **(b)** corresponde ao fato de que a soma (**integral no caso de v.a.'s continuas**) das probabilidades é igual a um. Os limites de integração de ±oo significa que devemos integrar sobre todos os valores de x em que f(x) é definida. Qualquer função f(x) satisfazendo **(a)** e **(b)** é uma f.d.p..

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Para v.a.'s contínuas não podemos obter a probabilidade de x ter o valor num ponto (x=a), ou seja, temos que considerar a probabilidade de x assumir valores num intervalo $a < x < b$.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

Temos que $P(X = a) = 0$

UNIFESP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

1933

Variáveis aleatórias Contínuas

Para v.a.'s contínuas não podemos obter a probabilidade de x ter o valor num ponto (x=a), ou seja, temos que considerar a probabilidade de x assumir valores num intervalo $a < x < b$.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\, dx$$

Representa a probabilidade de x assumir valores no intervalo $a < x < b$.

Temos que $P(X = a) = 0$

UNIFESP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

1933

Variáveis aleatórias Contínuas

Para v.a.'s contínuas não podemos obter a probabilidade de x ter o valor num ponto (x=a), ou seja, temos que considerar a probabilidade de x assumir valores num intervalo $a < X < b$.

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)\,dx$$

Representa a probabilidade de x assumir valores no intervalo $a < x < b$.

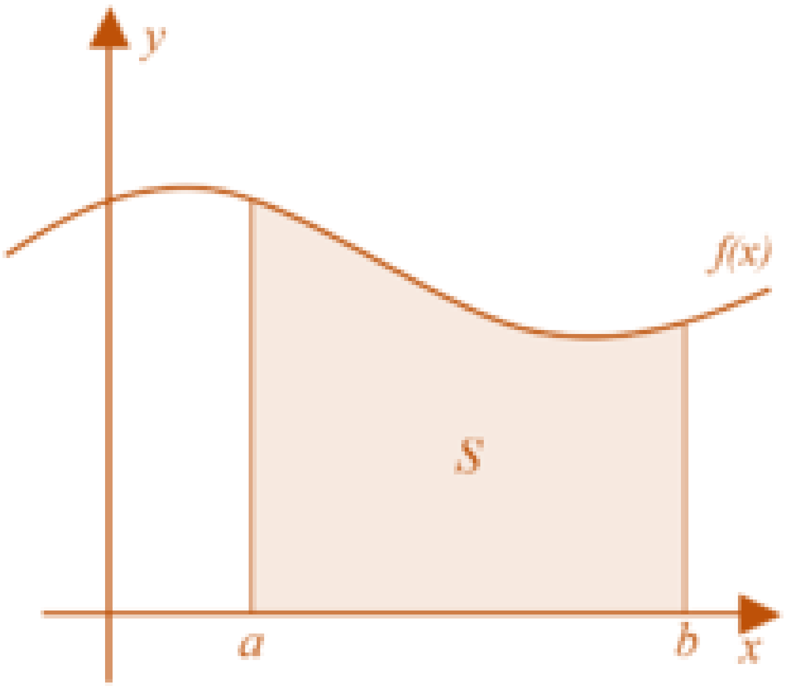
Temos que $P(X = a) = 0$

Note que, como a probabilidade da variável x assumir num dado ponto é nula, temos que: $P(a < X < b) = P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b)$.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Geometricamente



A área entre a f.d.p. f(x) e o eixo x no intervalo $a \leq x \leq b$, $S = P(a \leq x \leq b)$.

Variáveis aleatórias Contínuas

Exemplo: Dada a função:

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{3}, & 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{outros valores} \end{cases}$$

a) Verifique se f(x) é uma f.d.p..

b) Calcule a probabilidade de x assumir valores no intervalo $2 < x < 3$.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Média e Variância

Do mesmo modo que para variáveis discretas, podemos definer para variáveis contínuas a média, a variância e o desvio padrão. Lembando que introduzimos a fdp associada a variável aleatória considerada e substituímos as somas por integrais. Assim, para a variável aleatória **X**, temos:

Variáveis aleatórias Contínuas

Média e Variância

Do mesmo modo que para variáveis discretas, podemos definer para variáveis contínuas a média, a variância e o desvio padrão. Lembrando que introduzimos a fdp associada a variável aleatória considerada e substituímos as somas por integrais. Assim, para a variável aleatória **X**, temos:

- Valor esperado (média): $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Média e Variância

Do mesmo modo que para variáveis discretas, podemos definer para variáveis contínuas a média, a variância e o desvio padrão. Lembando que introduzimos a fdp associada a variável aleatória considerada e substituímos as somas por integrais. Assim, para a variável aleatória **X**, temos:

- Valor esperado (média): $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$
- Variância: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x)\, dx$

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Variáveis aleatórias Contínuas

Média e Variância

Do mesmo modo que para variáveis discretas, podemos definer para variáveis contínuas a média, a variância e o desvio padrão. Lembando que introduzimos a fdp associada a variável aleatória considerada e substituímos as somas por integrais. Assim, para a variável aleatória **X**, temos:

- Valor esperado (média): $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$

- Variância: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x-\mu)^2 f(x)\, dx$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2$$

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Variáveis aleatórias Contínuas

Média e Variância

Do mesmo modo que para variáveis discretas, podemos definer para variáveis contínuas a média, a variância e o desvio padrão. Lembando que introduzimos a fdp associada a variável aleatória considerada e substituímos as somas por integrais. Assim, para a variável aleatória **X**, temos:

- Valor esperado (média): $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$

- Variância: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x)\, dx$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2, \qquad \text{em que} \quad E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\, f(x)\, dx$$

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

VARIÁVEIS ALEATÓRIAS CONTÍNUAS

Média e Variância

Do mesmo modo que para variáveis discretas, podemos definer para variáveis contínuas a média, a variância e o desvio padrão. Lembando que introduzimos a fdp associada a variável aleatória considerada e substituímos as somas por integrais. Assim, para a variável aleatória **X**, temos:

- Valor esperado (média): $\mu = E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x\, f(x)\, dx$

- Variância: $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (x - \mu)^2 f(x)\, dx$

$$\sigma^2 = E(X^2) - \mu^2, \qquad \text{em que} \quad E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2\, f(x)\, dx$$

- Desvio padrão: $\sigma = DP(X) = \sqrt{Var(X)} = \sqrt{\sigma^2}$

Variáveis aleatórias Contínuas

Exemplo: Tendo a f.d.p. considerada anteriormente:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{3}, & 1 \leq x \leq 4 \\ 0, & \text{outros valores} \end{cases}$$

a) Calcule a **média** da variável aleatória X.

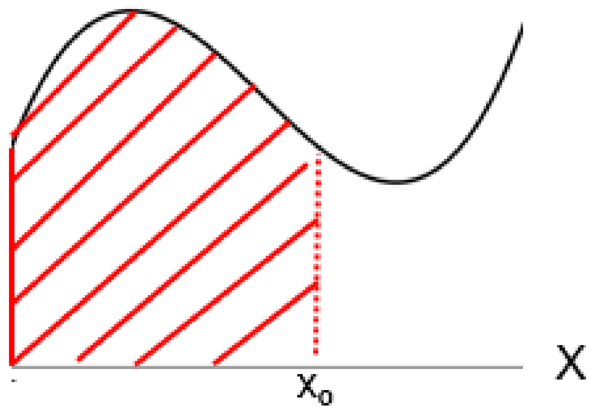
b) Calcule a **variância** e o **desvio padrão** de X.

FUNÇÃO DISTRIBUIÇÃO ACUMULADA

A **função distribuição acumulada (f.d.a)** denotada por F(x) é a probabilidade de que $X \leq X_0$, ou seja:

$$F(x) = P(X \leq x_0) = \int_{-\infty}^{x_0} f(x)\, dx$$

F(x) é análoga a distribuição de frequências relativas acumuladas (ou % acumuladas) estudadas no início do curso.



Área até $x_0 = F(x_0) = P(X \leq x_0)$

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Distribuição Uniforme

Dizemos que X segue uma **distribuição Uniforme contínua**, no intervalo $[a, b] \subset R$, se todos os sub-intervalos de [a,b] com mesmo comprimento tiverem a mesma probabilidade. Sua função densidade de probabilidade (f.d.p.) é dado por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & a < x \text{ ou } x > b \end{cases}$$

Usaremos a notação $X \sim U[a, b]$.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Distribuição Uniforme

A **função de distribuição (distribuição acumulada) Uniforme** pode ser calculada sem dificuldade através da integral da densidade. A expressão resultante é dada por:

$$F(x) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \begin{cases} 0, & \text{se } x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a}, & \text{se } a \leq x < b \\ 1, & \text{se } x \geq b \end{cases}$$

Devido à natureza contínua da variável, não faz diferença na definição do modelo se o intervalo de valores for aberto ou semi-aberto.

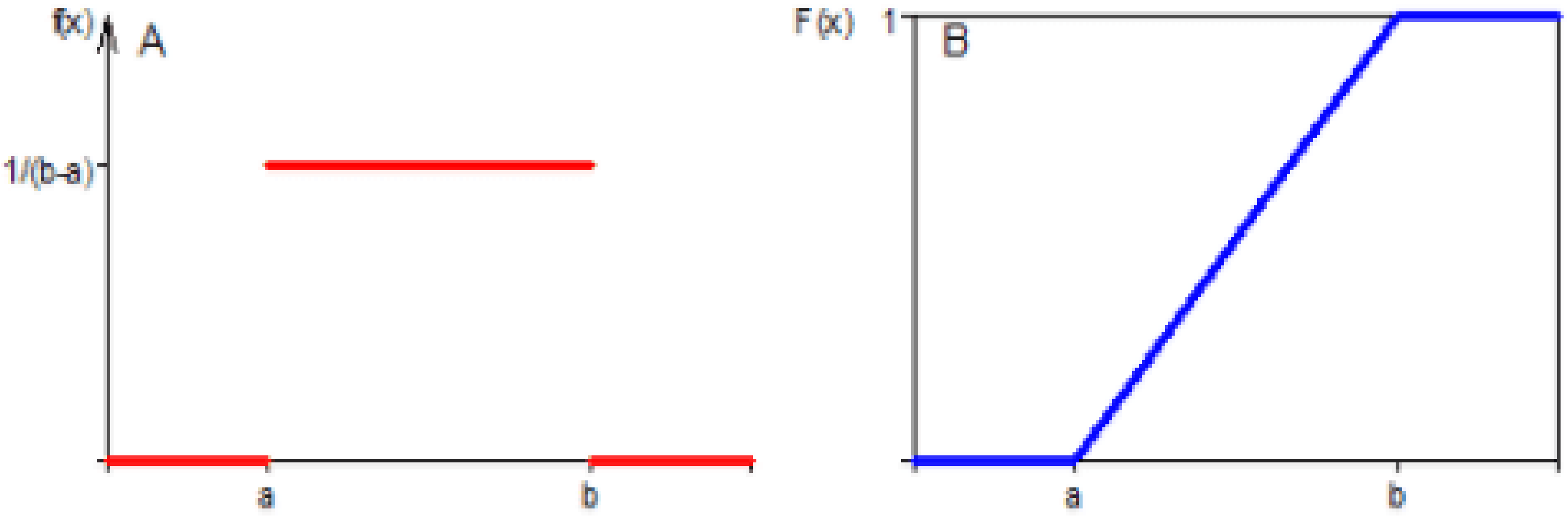
UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Distribuição Uniforme

Determine a **média** e a **variância** e **desvio padrão** da distribuição uniforme contínua.

Distribuição Uniforme

Gráficos da f.d.p. e f.d.a. **Uniforme**:



Distribuição Uniforme

- Função densidade de probabilidade: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & \text{se } a \leq x \leq b \\ 0, & a < x \text{ ou } x > b \end{cases}$

- Valor esperado (média): $E(X) = \frac{a+b}{2}$

- Variância: $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

- Desvio padrão: $DP(X) = \sqrt{\frac{(b-a)^2}{12}}$

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Distribuição Uniforme

Exemplo: A espessura de um flange em um componente de espaçonave é uniformemente distribuída entre 0,95 e 1,05 milímetros.

DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Exemplo: A espessura de um flange em um componente de espaçonave é uniformemente distribuída entre 0,95 e 1,05 milímetros.

a) Determine a função de distribuição acumulada da espessura do flange.

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Distribuição Uniforme

Exemplo: A espessura de um flange em um componente de espaçonave é uniformemente distribuída entre 0,95 e 1,05 milímetros.

a) Determine a função de distribuição acumulada da espessura do flange.

b) Determine a proporção de flanges que excedem 1,02 milímetro.

DISTRIBUIÇÃO UNIFORME

Exemplo: A espessura de um flange em um componente de espaçonave é uniformemente distribuída entre 0,95 e 1,05 milímetros.

a) Determine a função de distribuição acumulada da espessura do flange.

b) Determine a proporção de flanges que excedem 1,02 milímetro.

c) Qual o valor da espessura que é excedida por 90% dos flanges?

Distribuição Uniforme

Exemplo: A espessura de um flange em um componente de espaçonave é uniformemente distribuída entre 0,95 e 1,05 milímetros.

a) Determine a função de distribuição acumulada da espessura do flange.

b) Determine a proporção de flanges que excedem 1,02 milímetro.

c) Qual o valor da espessura que é excedida por 90% dos flanges?

d) Determine a média e a variância da espessura do flange.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

A variável aleatória X segue uma **distribuição Exponencial** de parâmetro λ, $\lambda > 0$, se tiver a função densidade de probabilidade dada por:

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$$

em que, $x \geq 0$, usa-se a notação $X \sim Exp(\lambda)$.

O parâmetro λ indica a taxa de ocorrência por unidade de medida que pode ser tempo, distância ou volume, entre outros. Deixo a vocês verificar que f(x), dada na definição do modelo Exponencial, satisfaz as propriedades de densidade.

UNIFESP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

1933

Distribuição exponencial

A **função de distribuição (distribuição acumulada) Exponencial** pode ser obtida, sem dificuldade, através de integração da f.d.p. e resulta em:

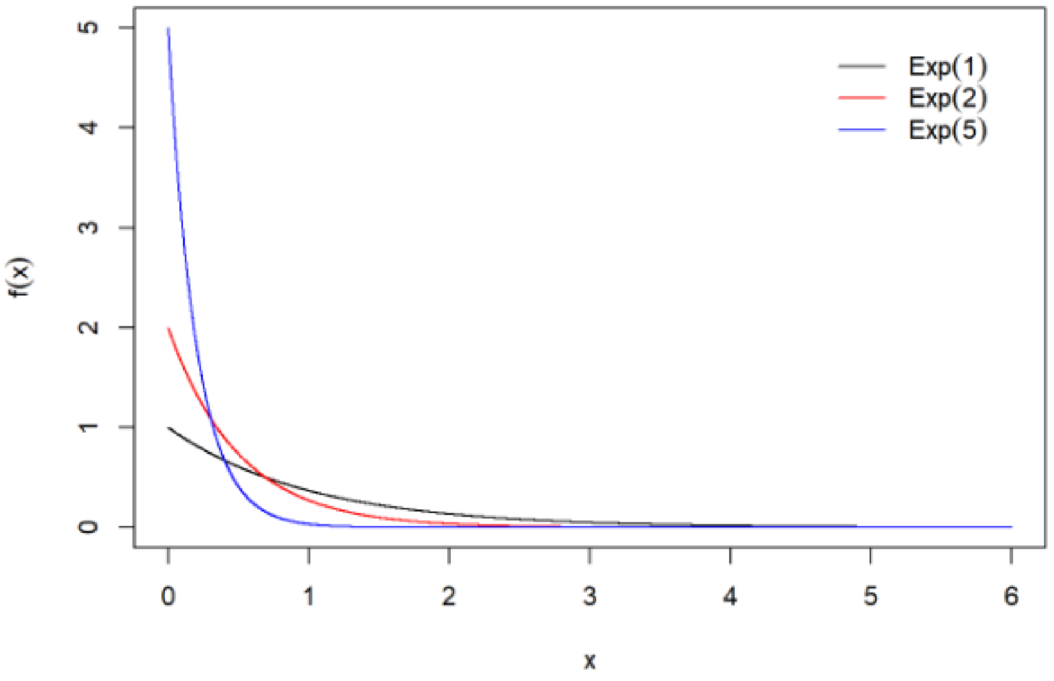
$$F(x) = P(X \leq x\,) = \int_{-\infty}^{x} f(x)\,dx = \left(1 - e^{-\lambda x}\right), \qquad x \geq 0.$$

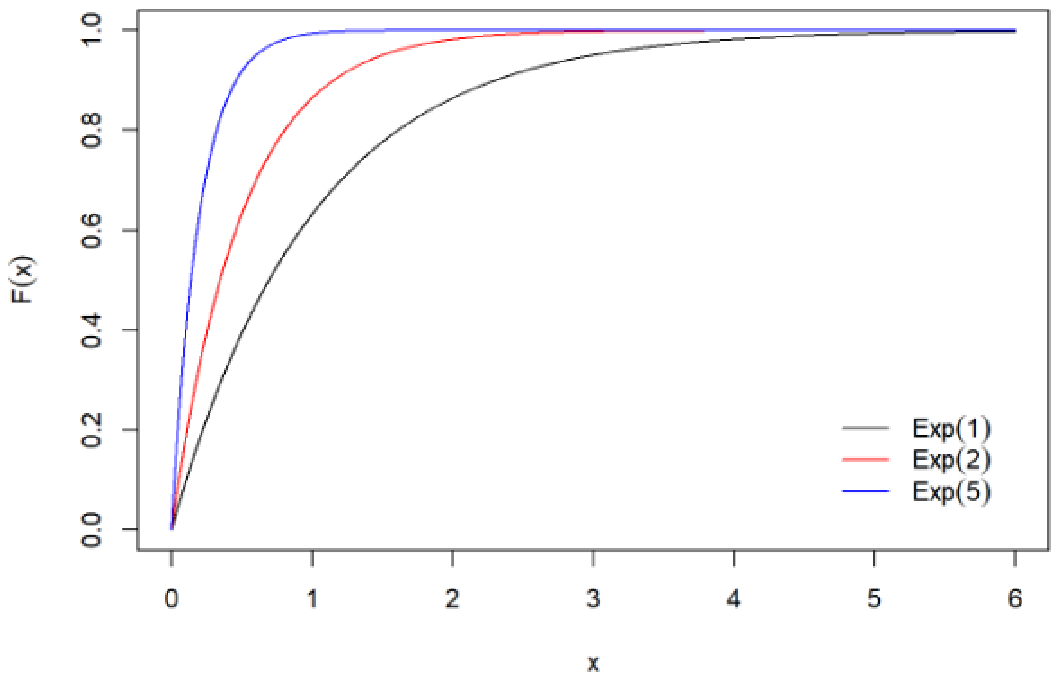
Devido à natureza contínua da variável, não faz diferença na definição do modelo se o intervalo de valores for aberto ou semi-aberto.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Distribuição exponencial

Gráficos da f.d.p. e f.d.a. **Exponencial**:





DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

- Função densidade de probabilidade: $f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & \text{se } x \geq 0 \\ 0, & \text{se } x < 0 \end{cases}$

- Valor esperado (média): $E(X) = \frac{1}{\lambda}$

- Variância: $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

- Desvio padrão: $DP(X) = \sqrt{\frac{1}{\lambda^2}} = \frac{1}{\lambda}$

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Distribuição exponencial

Exemplo: Uma fábrica de monitores determinou que vida média dos monitores de sua fabricação é de 800 horas de uso contínuo e segue uma distribuição exponencial. Qual a probabilidade de que a fábrica tenha de substituir um monitor gratuitamente, se oferece uma garantia de 300 horas de uso?

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Distribuição Normal

Nos séculos XVIII e XIX, matemáticos e físicos desenvolveram uma função densidade de probabilidade que descrevia bem os erros experimentais obtidos em medidas físicas. Nas ciências de observação e experimentais, todos os resultados da observação estão sujeitos a erros.

Distribuição Normal

Nos séculos XVIII e XIX, matemáticos e físicos desenvolveram uma função densidade de probabilidade que descrevia bem os erros experimentais obtidos em medidas físicas. Nas ciências de observação e experimentais, todos os resultados da observação estão sujeitos a erros. A imperfeição de nossos sentidos, dos instrumentos utilizados, variações de tempo são, entre outras, causas de erros. Essa função densidade de probabilidade resultou na bem conhecida curva em forma de sino, chamada de **distribuição Normal** ou **Gaussiana** (Caire, 2012).

Distribuição Normal

Nos séculos XVIII e XIX, matemáticos e físicos desenvolveram uma função densidade de probabilidade que descrevia bem os erros experimentais obtidos em medidas físicas. Nas ciências de observação e experimentais, todos os resultados da observação estão sujeitos a erros. A imperfeição de nossos sentidos, dos instrumentos utilizados, variações de tempo são, entre outras, causas de erros. Essa função densidade de probabilidade resultou na bem conhecida curva em forma de sino, chamada de **distribuição Normal** ou **Gaussiana** (Caire, 2012). De certa forma todo e qualquer processo de mensuração está sujeito a um erro de medida. Esse erro pode ter diferentes fontes, desde a variação de temperatura, tempo, entre inúmeras outras características não identificáveis.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Curva em "**Forma de sino**";

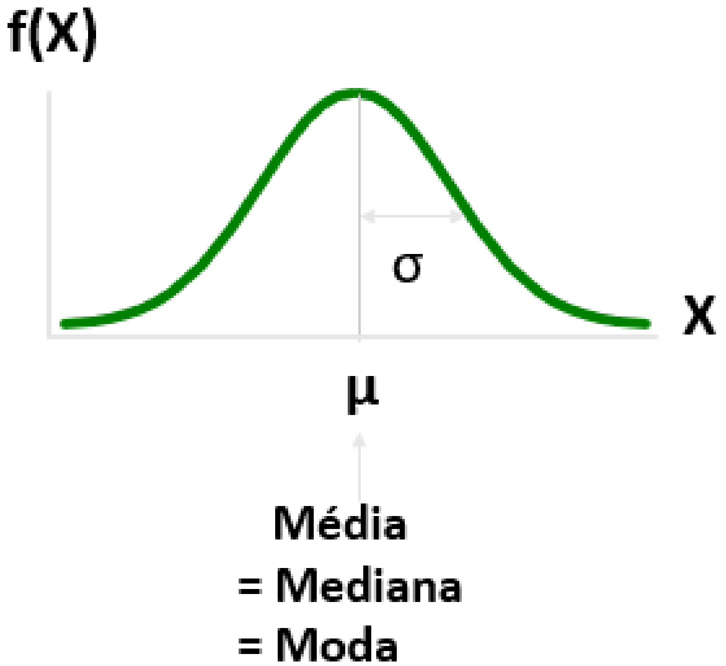
Simétrica;

Média, Mediana e Moda são iguais;

A localização é determinada pela média, μ;

A dispersão é determinado pelo desvio-padrão, σ;

A variável aleatória tem uma amplitude teórica infinita:
$+\infty$ **até** $-\infty$



Distribuição Normal

A fórmula para a f.d.p. da distribuição normal é:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}}$$

Notação:

$N(\mu,\sigma^2)$ distribuição normal com média μ e variância σ^2.

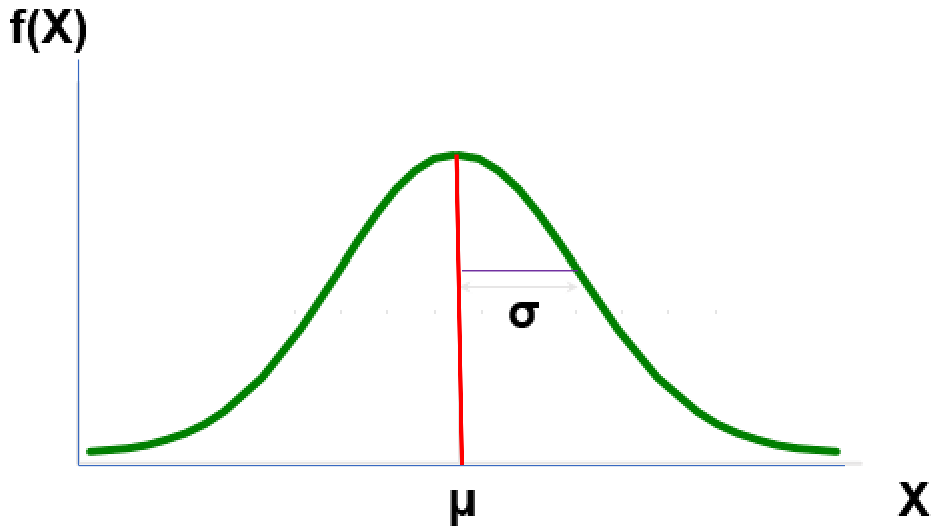
UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Distribuição Normal

Variando os parâmetros μ e σ, obtém-se diferentes distribuições normais

Mudar a **μ** muda a distribuição para a direita ou para a esquerda

Mudar o **σ** aumenta ou diminui a dispersão



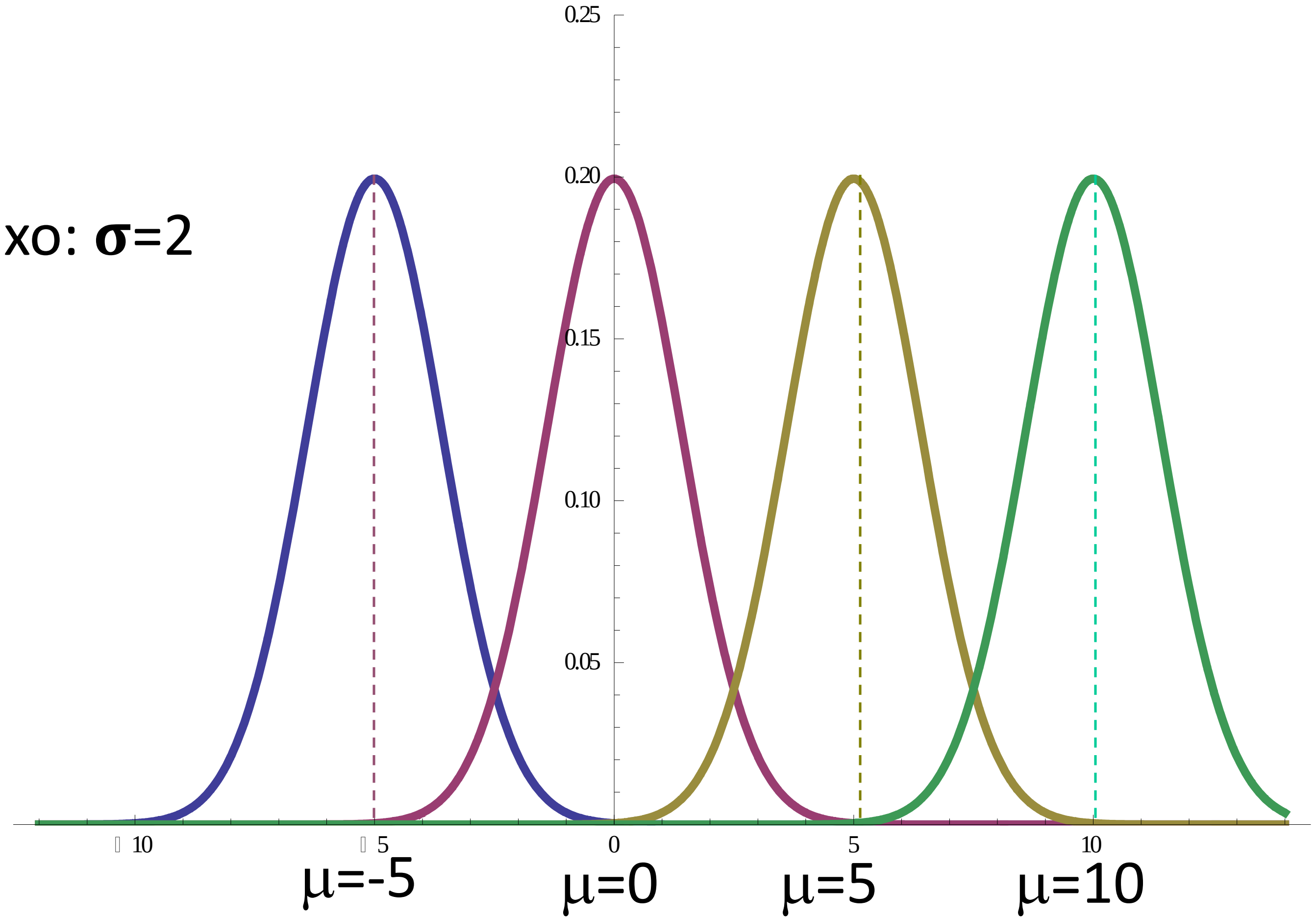
UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Mudar a média **μ** desloca a distribuição para a direita ou para a esquerda

Exemplo gráfico

Desvio padrão fixo: **σ**=2



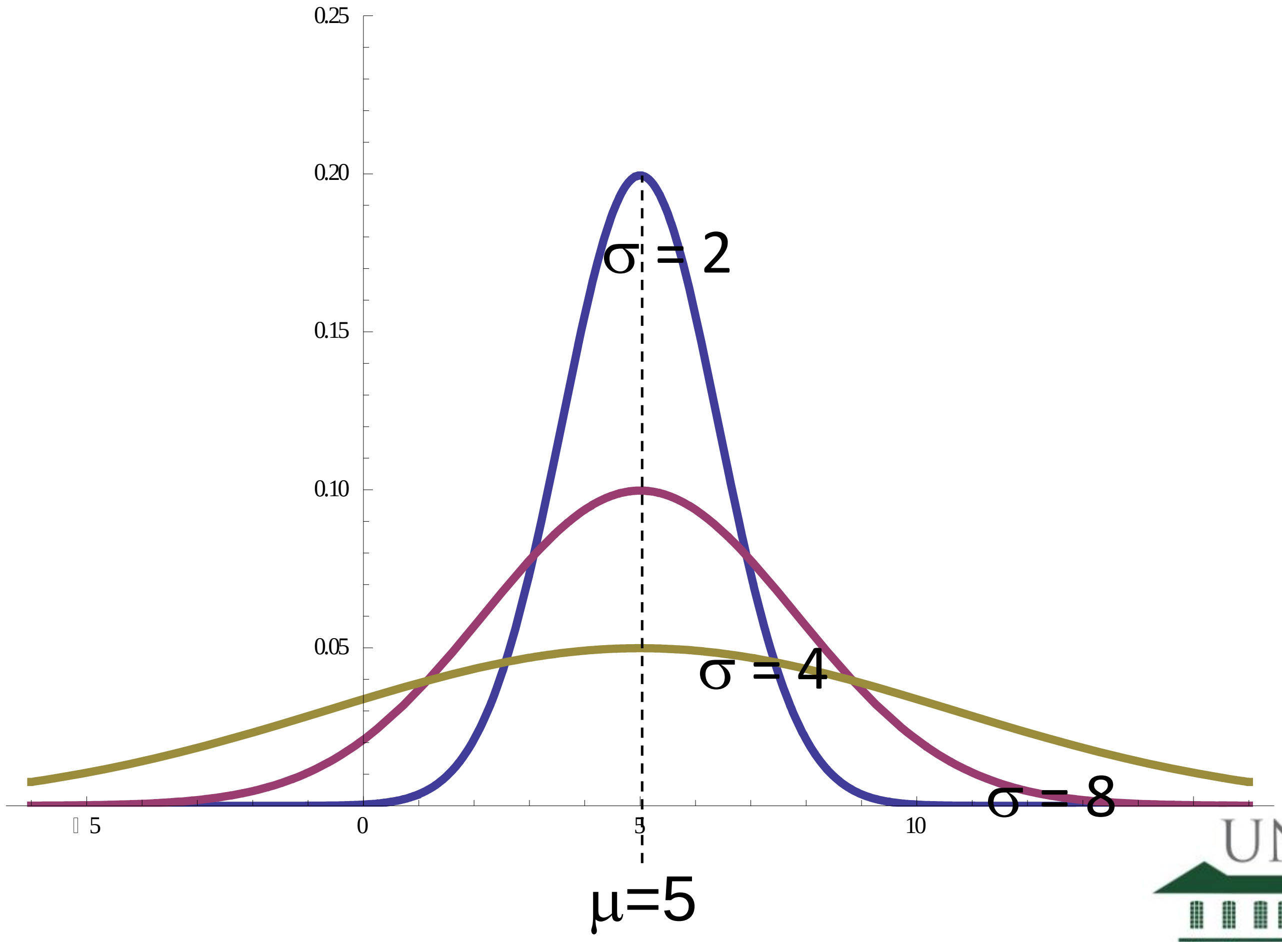
UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Mudar o desvio padrão σ aumenta ou diminui a dispersão

Exemplo gráfico

Média fixa: μ=5



Distribuição Normal Padronizada

O que é a distribuição normal padronizada afinal?

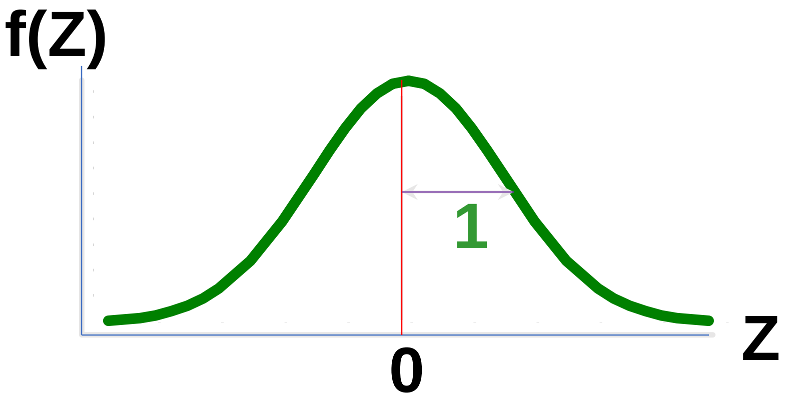
É nada mais que uma distribuição normal sempre com os mesmos parâmetros, que são $\mu = 0\ ,\sigma^2 = 1$.

Uma vez que essa distribuição possui sempre esses mesmos parâmetros significa dizer que sempre que desejar calcular uma probabilidade pode-se recorrer a **uma tabela**, onde valores de probabilidade já foram previamente calculados para essa única distribuição.

DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA

Distribuição Normal Padronizada N(0,1): distribuição normal com média zero ($\mu = 0$) e variância um ($\sigma^2 = 1$).

$$f(Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{Z^2}{2}}$$



Valores acima da média possuem valor Z positivo

Valores abaixo da média possuem valor Z negativo

Distribuição Normal Padronizada

Transformação para a Distribuição Normal Padronizada

Transformação de X em normal padronizada (distribuição “Z”) mudando a variável

$$\boxed{Z = \frac{X - \mu}{\sigma}}$$

A distribuição Z sempre tem média zero e desvio-padrão 1

Distribuição Normal Padronizada

Exemplo

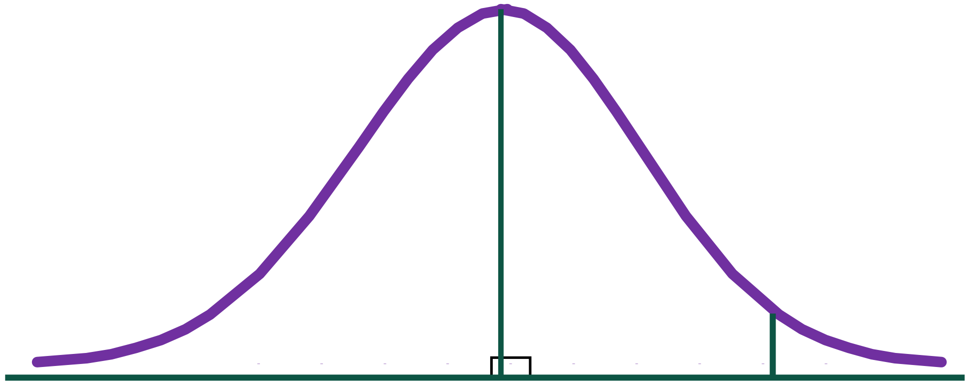
- Se X é normalmente distribuído com média 100 e desvio padrão 50, o valor Z para X = 200 é

$$\boxed{Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{200 - 100}{50} = 2}$$

- X = 200 está a dois desvios-padrão acima da média

DISTRIBUIÇÃO NORMAL PADRONIZADA

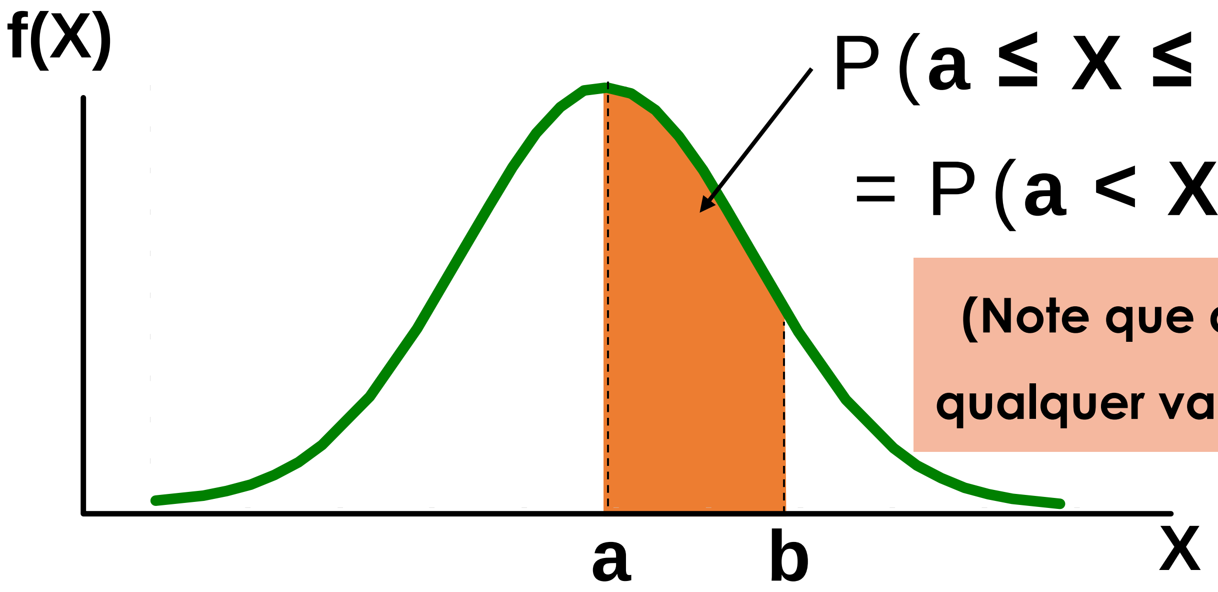
Comparando X e Z



Note que a distribuição é a mesma, apenas a escala mudou. O problema pode ser expresso em unidades originais (X) ou em unidades padronizadas (Z).

Encontrando Probabilidades com a distribuição normal

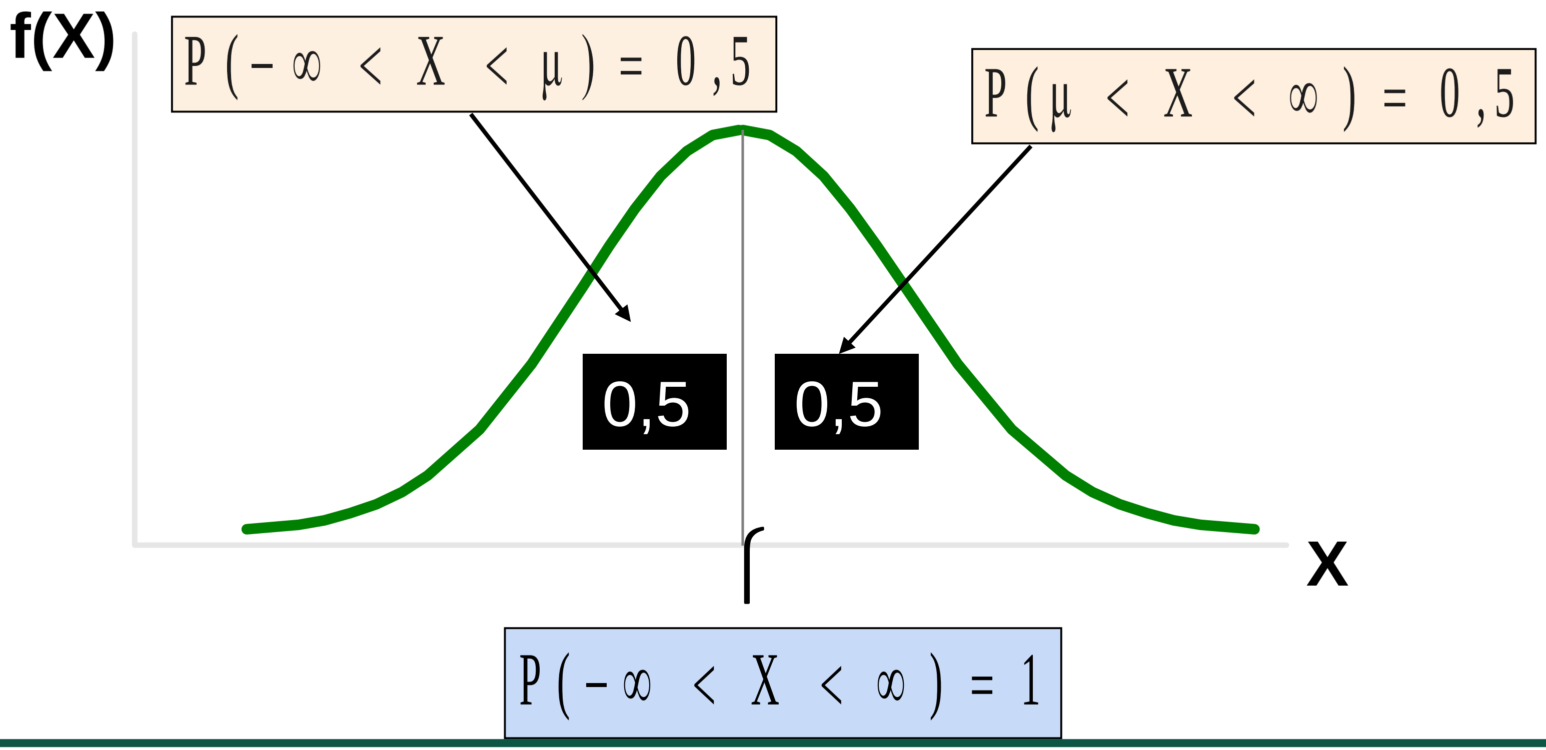
A **probabilidade** é dada pela **área abaixo da curva**



$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X < b)$$

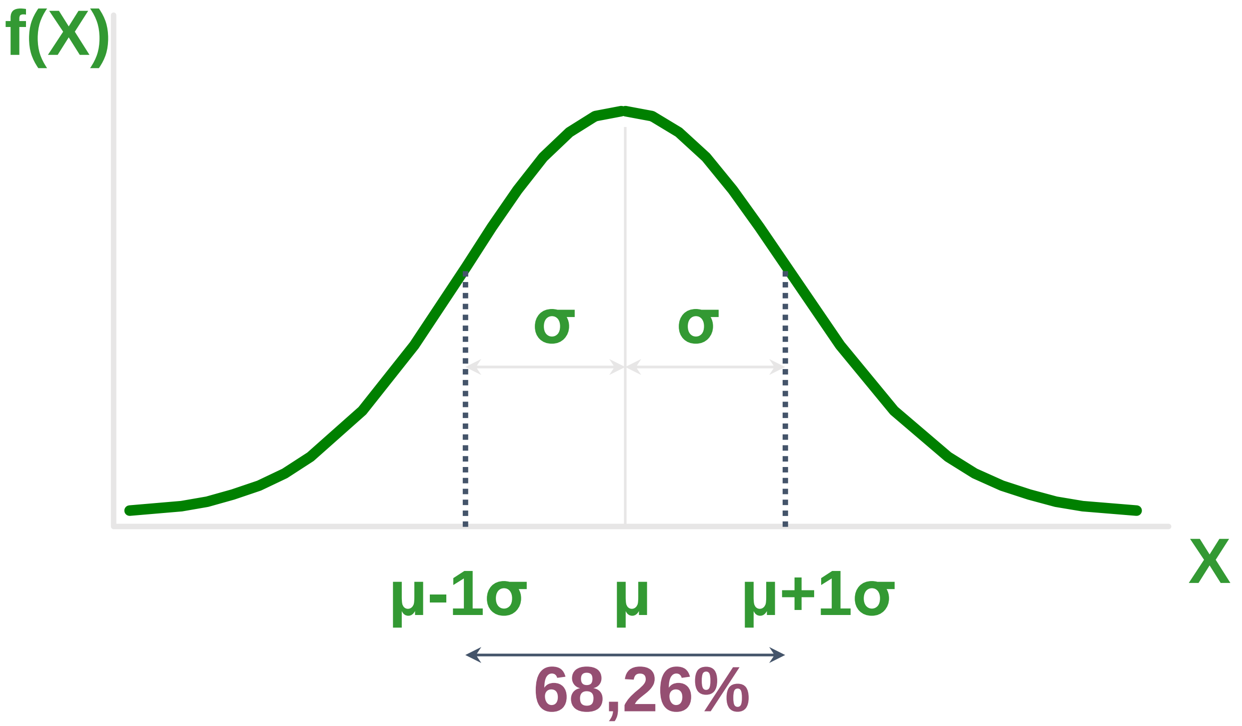
(Note que a probabilidade de qualquer valor individual é zero)

A **área total abaixo da curva é igual a 1** e a curva é simétrica, então metade da curva está acima da média e a outra metade está abaixo



UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Regras Gerais:

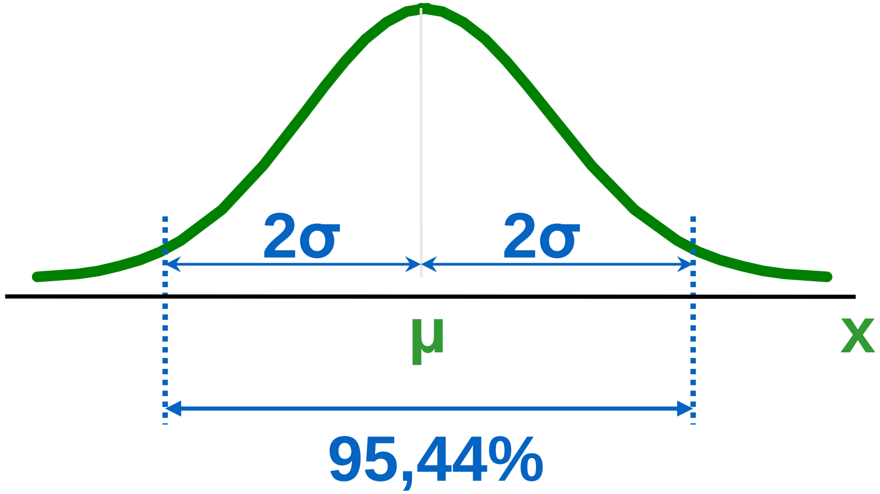


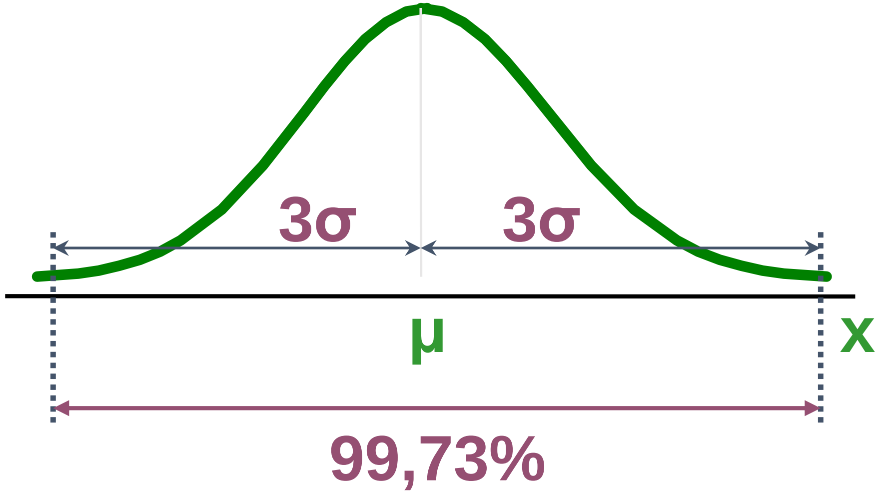
68,26% dos valores estão dentro dos limites $\mu \pm 1\sigma$

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

95,44 % dos valores estão dentro dos limites **μ ± 2σ**

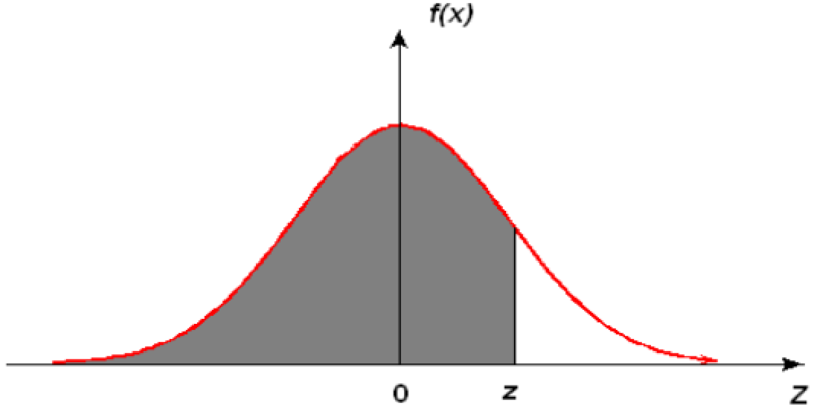
99,73% dos valores estão dentro dos limites **μ ± 3σ**





UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

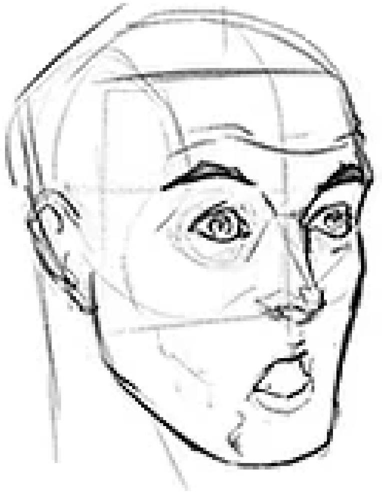
Como determiner a probabilidade?



$$P(Z \leq z) = \int_{-\infty}^{z} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Como já mencionado, sempre que desejar calcular uma probabilidade pode-se recorrer a **uma tabela**, uma vez que foi feita a padronização da variável aleatória Normal, ou seja, a transformação da v.a. X em Normal padronizada (distribuição “Z”).

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933



Como já mencionado, sempre que desejar calcular uma probabilidade pode-se recorrer a **uma tabela**, uma vez que foi feita a padronização da variável aleatória Normal, ou seja, a transformação da v.a. X em Normal padronizada (distribuição “Z”).

Curiosidade: Em 1777, Pierre-Simon Laplace obteve uma boa aproximação do erro entre a distribuição normal e a distribuição binomial em razão da função Gama de Euler. Em seu livro publicado em 1781, Laplace publica uma primeira tabela da distribuição Normal.

UNIFESP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

1933

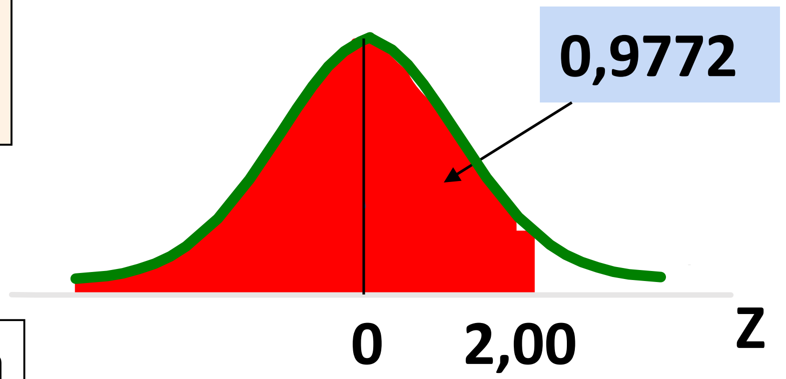
A Tabela da Normal Padronizada

- A Tabela da Normal Padronizada fornece a probabilidade menor do que um valor desejado para Z (isto é, do infinito negativo até Z).

Exemplo:

P(Z < 2,00) = 0,9772

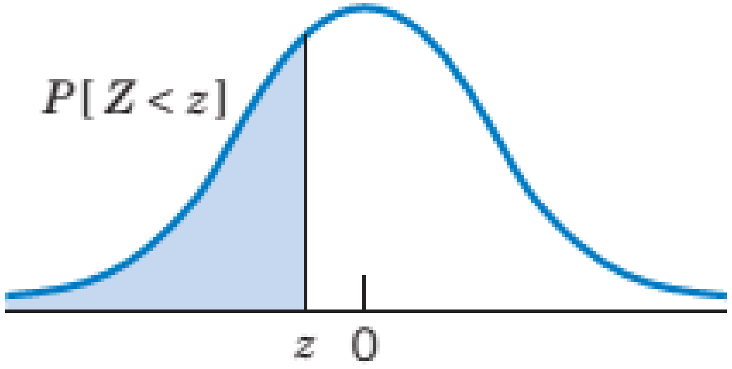
Esse valor é encontrado na tabela



UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

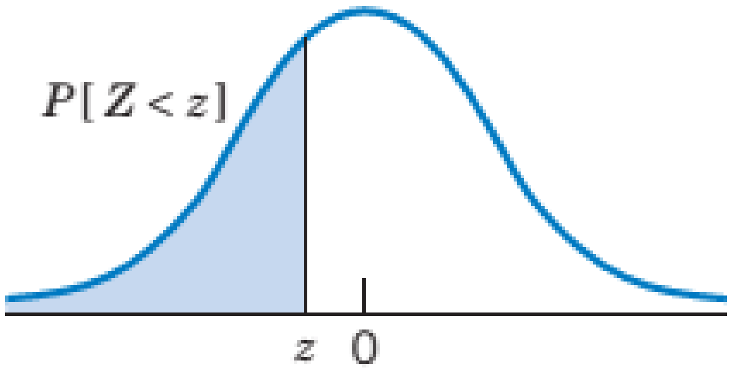
z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,5	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,7	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,8	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,9	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000



UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,4960	0,4920	0,4880	0,4840	0,4801	0,4761	0,4721	0,4681	0,4641
-0,1	0,4602	0,4562	0,4522	0,4483	0,4443	0,4404	0,4364	0,4325	0,4286	0,4247
-0,2	0,4207	0,4168	0,4129	0,4090	0,4052	0,4013	0,3974	0,3936	0,3897	0,3859
-0,3	0,3821	0,3783	0,3745	0,3707	0,3669	0,3632	0,3594	0,3557	0,3520	0,3483
-0,4	0,3446	0,3409	0,3372	0,3336	0,3300	0,3264	0,3228	0,3192	0,3156	0,3121
-0,5	0,3085	0,3050	0,3015	0,2981	0,2946	0,2912	0,2877	0,2843	0,2810	0,2776
-0,6	0,2743	0,2709	0,2676	0,2643	0,2611	0,2578	0,2546	0,2514	0,2483	0,2451
-0,7	0,2420	0,2389	0,2358	0,2327	0,2296	0,2266	0,2236	0,2206	0,2177	0,2148
-0,8	0,2119	0,2090	0,2061	0,2033	0,2005	0,1977	0,1949	0,1922	0,1894	0,1867
-0,9	0,1841	0,1814	0,1788	0,1762	0,1736	0,1711	0,1685	0,1660	0,1635	0,1611
-1,0	0,1587	0,1562	0,1539	0,1515	0,1492	0,1469	0,1446	0,1423	0,1401	0,1379
-1,1	0,1357	0,1335	0,1314	0,1292	0,1271	0,1251	0,1230	0,1210	0,1190	0,1170
-1,2	0,1151	0,1131	0,1112	0,1093	0,1075	0,1056	0,1038	0,1020	0,1003	0,0985
-1,3	0,0968	0,0951	0,0934	0,0918	0,0901	0,0885	0,0869	0,0853	0,0838	0,0823
-1,4	0,0808	0,0793	0,0778	0,0764	0,0749	0,0735	0,0721	0,0708	0,0694	0,0681
-1,5	0,0668	0,0655	0,0643	0,0630	0,0618	0,0606	0,0594	0,0582	0,0571	0,0559
-1,6	0,0548	0,0537	0,0526	0,0516	0,0505	0,0495	0,0485	0,0475	0,0465	0,0455
-1,7	0,0446	0,0436	0,0427	0,0418	0,0409	0,0401	0,0392	0,0384	0,0375	0,0367
-1,8	0,0359	0,0351	0,0344	0,0336	0,0329	0,0322	0,0314	0,0307	0,0301	0,0294
-1,9	0,0287	0,0281	0,0274	0,0268	0,0262	0,0256	0,0250	0,0244	0,0239	0,0233
-2,0	0,0228	0,0222	0,0217	0,0212	0,0207	0,0202	0,0197	0,0192	0,0188	0,0183
-2,1	0,0179	0,0174	0,0170	0,0166	0,0162	0,0158	0,0154	0,0150	0,0146	0,0143
-2,2	0,0139	0,0136	0,0132	0,0129	0,0125	0,0122	0,0119	0,0116	0,0113	0,0110
-2,3	0,0107	0,0104	0,0102	0,0099	0,0096	0,0094	0,0091	0,0089	0,0087	0,0084
-2,4	0,0082	0,0080	0,0078	0,0075	0,0073	0,0071	0,0069	0,0068	0,0066	0,0064
-2,5	0,0062	0,0060	0,0059	0,0057	0,0055	0,0054	0,0052	0,0051	0,0049	0,0048
-2,6	0,0047	0,0045	0,0044	0,0043	0,0041	0,0040	0,0039	0,0038	0,0037	0,0036
-2,7	0,0035	0,0034	0,0033	0,0032	0,0031	0,0030	0,0029	0,0028	0,0027	0,0026
-2,8	0,0026	0,0025	0,0024	0,0023	0,0023	0,0022	0,0021	0,0021	0,0020	0,0019
-2,9	0,0019	0,0018	0,0018	0,0017	0,0016	0,0016	0,0015	0,0015	0,0014	0,0014
-3,0	0,0013	0,0013	0,0013	0,0012	0,0012	0,0011	0,0011	0,0011	0,0010	0,0010
-3,1	0,0010	0,0009	0,0009	0,0009	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0007	0,0007
-3,2	0,0007	0,0007	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0005	0,0005	0,0005
-3,3	0,0005	0,0005	0,0005	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0003
-3,4	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0002
-3,5	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,6	0,0002	0,0002	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,7	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,8	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,9	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000



UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Encontrando o valor na tabela

A **coluna** fornece o valor da **segunda casa decimal** do valor padronizado "z".

A **linha** fornece o valor **inteiro** e valor da **primeira casa decimal** do valor padronizado "z".

Z	0,00	0,01	0,02 ...
0,0			
0,1			
⋮			
2,0	**0,9772**		

O valor dentro da tabela representa a probabilidade.

P(Z < 2,00) = 0,9772.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Procedimentos Gerais para Encontrar Probabilidades

Para encontrar P(a < X < b) quando X é normalmente distribuída:

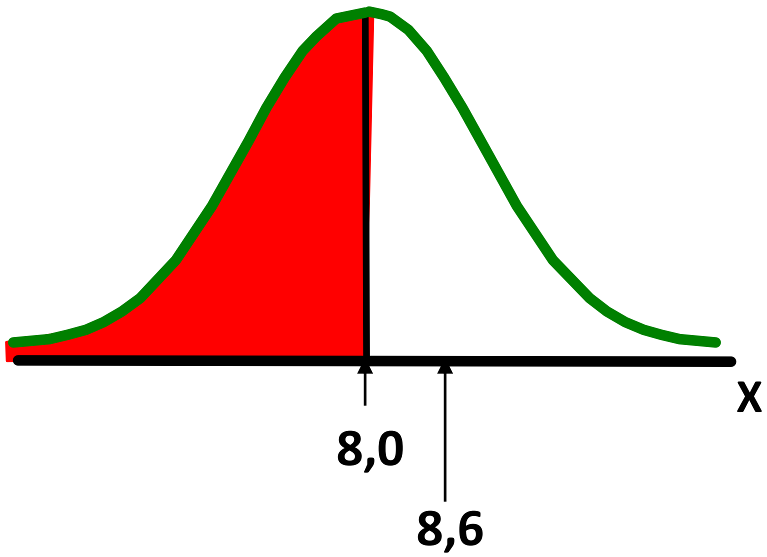
- Desenhe a curva normal para o problema em termos de X;
- Transforme os valores X em valores Z;
- Use a **Tabela da Normal Padronizada**.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Encontrando Probabilidades Normais

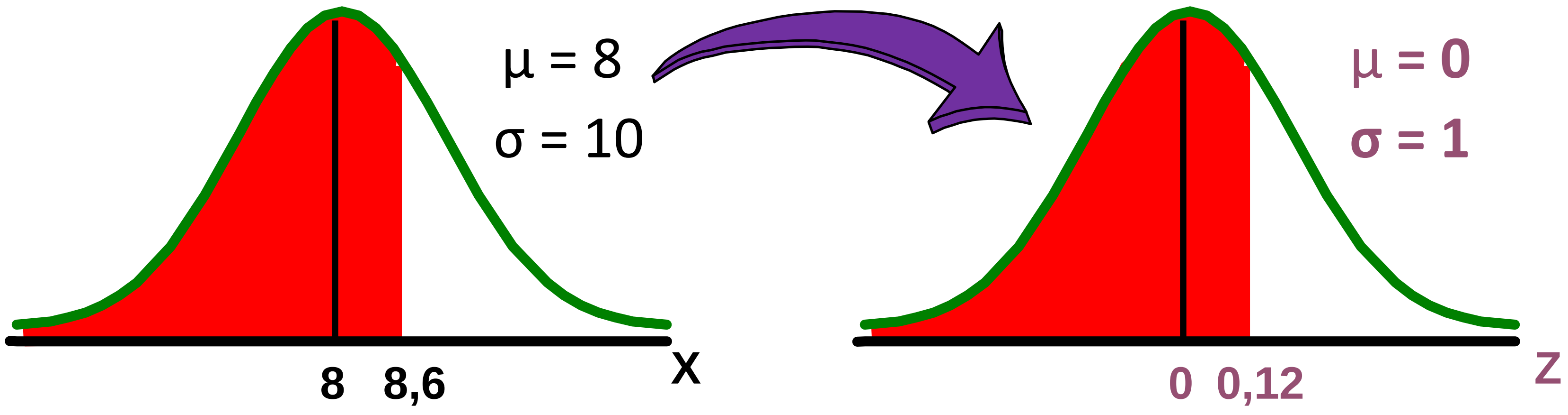
- Suponha que X é normal com média igual a 8 e desvio-padrão igual a 5

- Encontre P(X < 8,6)



Encontrando o valor padronizado

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8{,}6 - 8}{5} = 0{,}12$$



P(X < 8,6)

P(Z < 0,12)

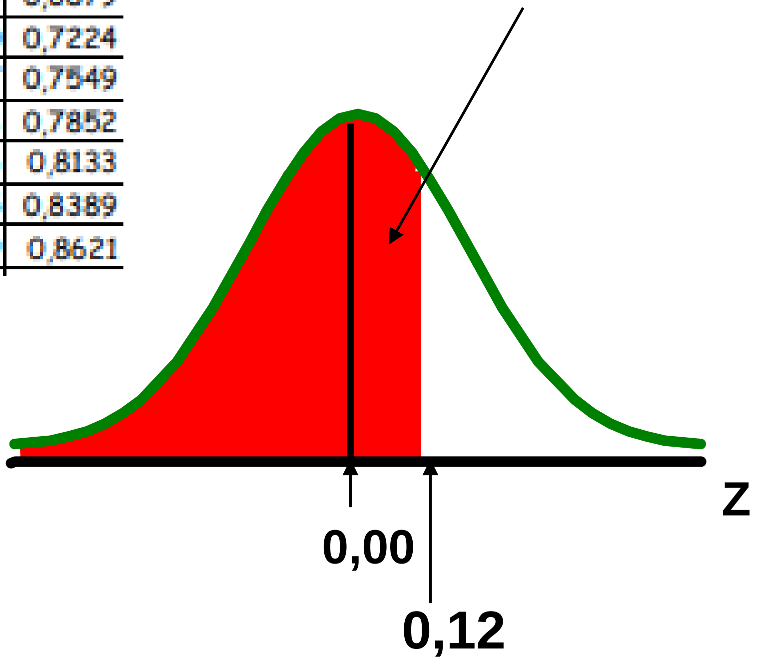
UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Procurando P(Z < 0,12) na tabela

Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

$P(X < 8,6) = P(Z < 0,12) =$

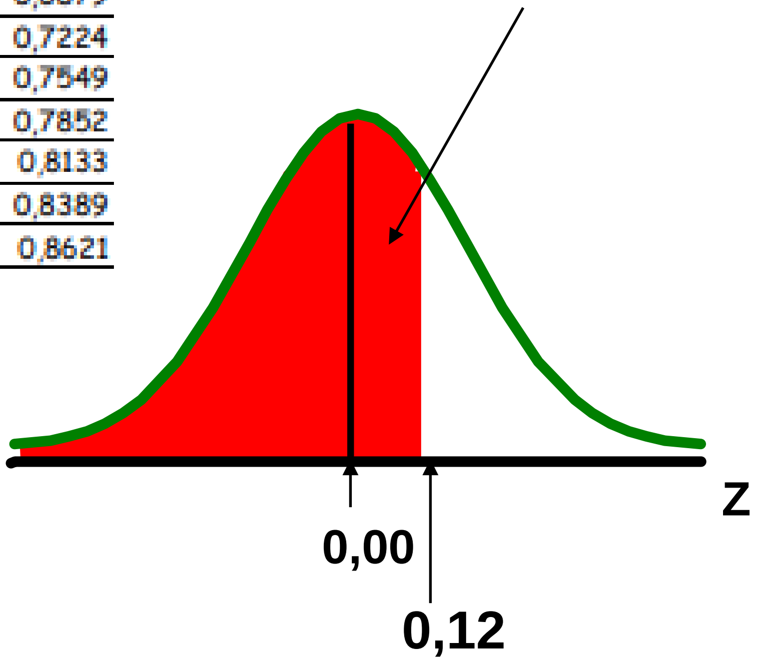


Procurando P(Z < 0,12) na tabela

Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

P(X < 8,6)= P(Z < 0,12)=



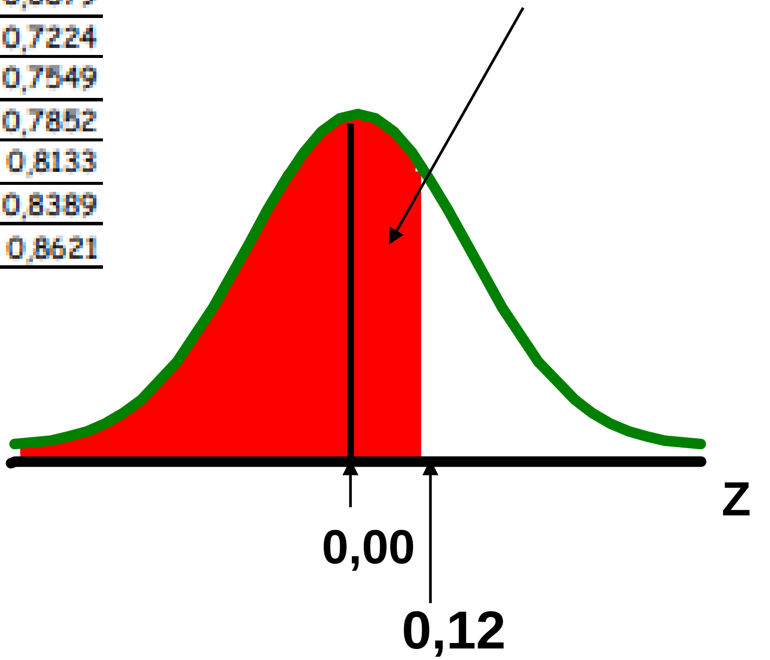
UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Procurando P(Z < 0,12) na tabela

Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

$P(X < 8{,}6) = P(Z < 0{,}12) = 0{,}5478$

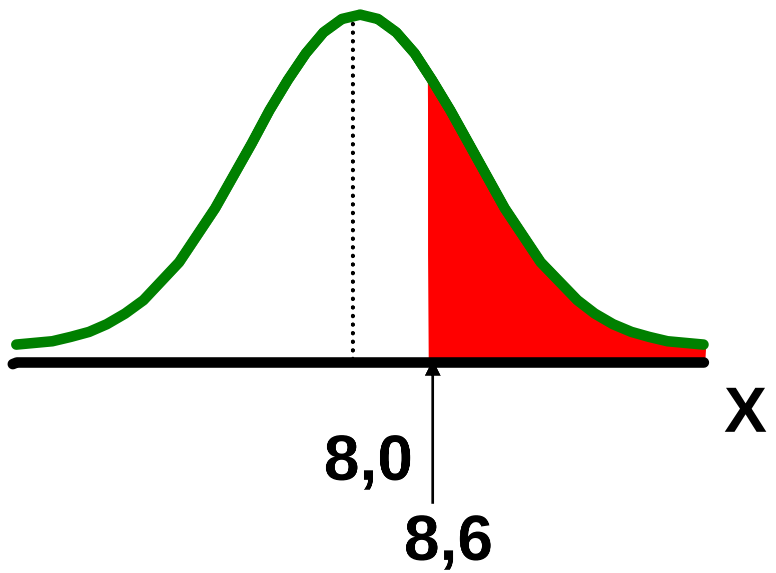


UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Probabilidades Acima da Média

- Suponha que X é normal com média igual a 8 e desvio-padrão igual a 5

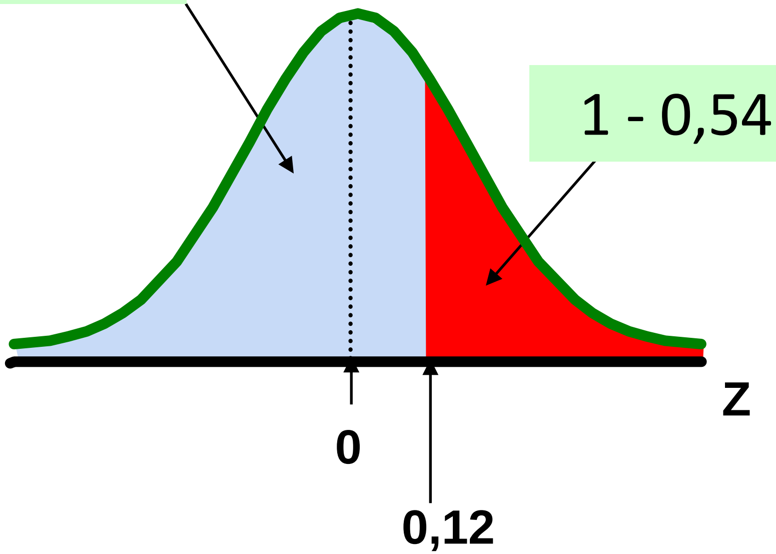
- Encontre P(X > 8,6)



$$P(X > 8{,}6) = P(Z > 0{,}12) = 1 - P(Z \le 0{,}12)$$

$$= 1 - 0{,}5478 = 0{,}4522$$

Tabela-Z: $P(Z \le 0{,}12) = 0{,}5478$



$1 - 0{,}5478 = 0{,}4522$

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

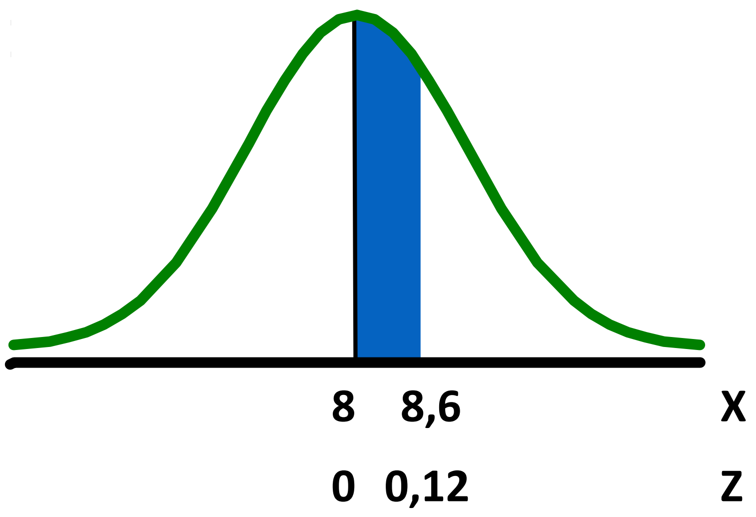
Probabilidades entre Dois Valores

- Suponha que X é normal com média igual a 8 e desvio-padrão igual a 5. Encontre P(8 < X < 8,6).

Cálculo do valor Z:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8 - 8}{5} = 0$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8{,}6 - 8}{5} = 0{,}12$$



P(8 < X < 8,6)

= P(0 < Z < 0,12)

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Tabela da Probabilidade Normal Padronizada

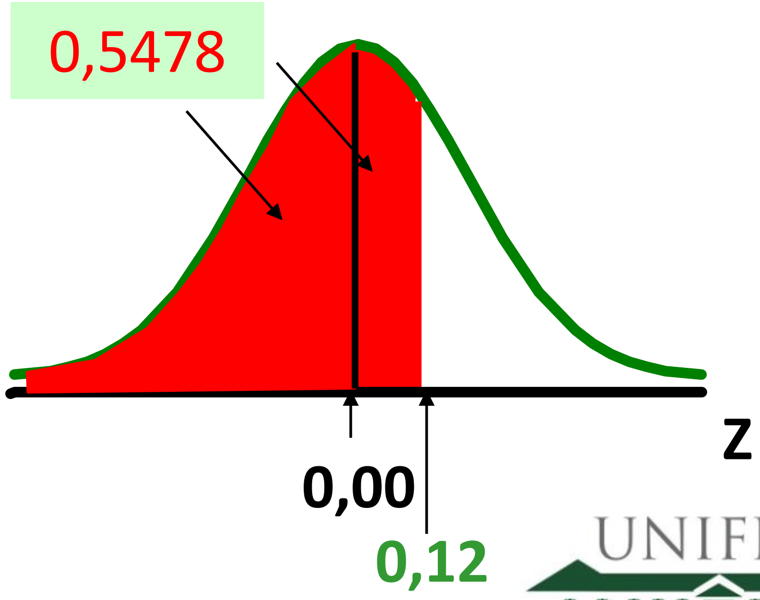
Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

$$P(8 < X < 8{,}6) = P(0 < Z < 0{,}12)$$

$$= P(Z < 0{,}12) - P(Z \leq 0)$$

$$= 0{,}5478 - 0{,}5000 = 0{,}0478$$



UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Tabela da Probabilidade Normal Padronizada

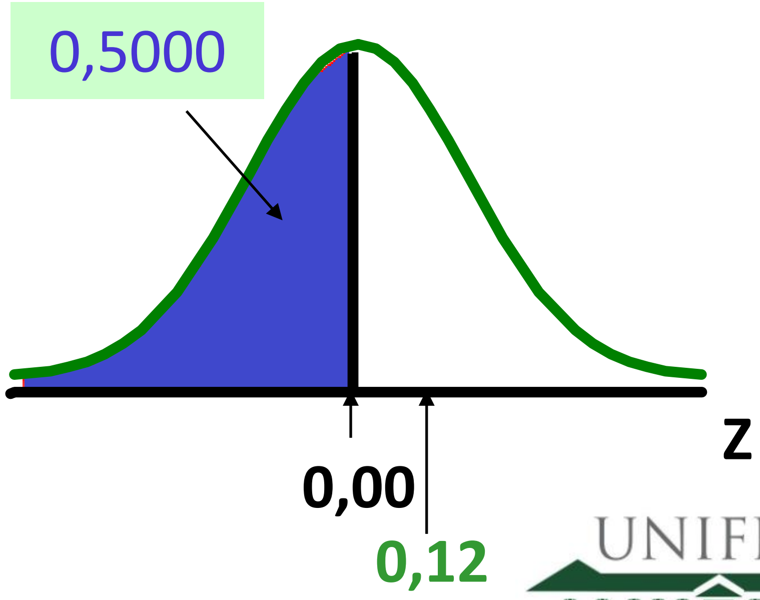
Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

$P(8 < X < 8{,}6) = P(0 < Z < 0{,}12)$

$= P(Z < 0{,}12) - P(Z \leq 0)$

$= 0{,}5478 - 0{,}5000 = 0{,}0478$



UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Tabela da Probabilidade Normal Padronizada

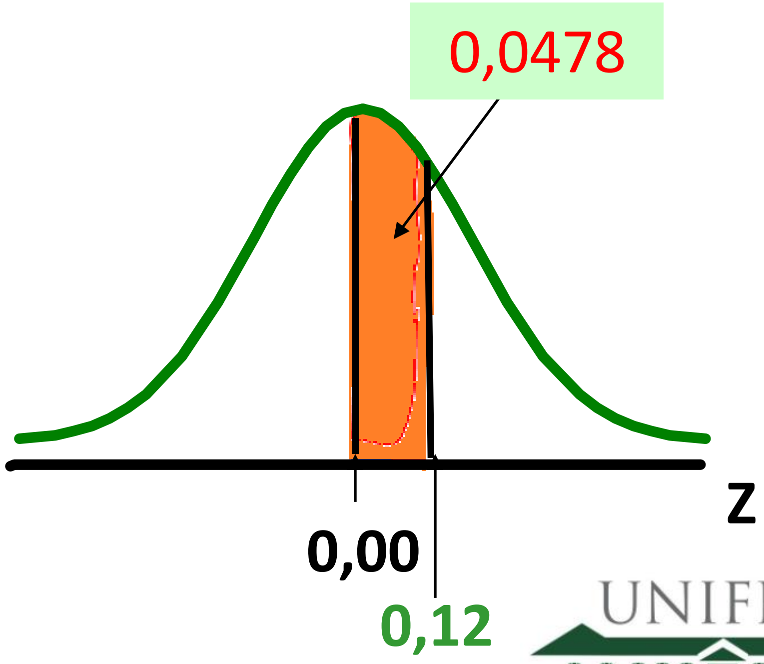
Tabela da Distribuição Normal Padrão
P(Z<z)

z	0,0	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621

$P(8 < X < 8{,}6) = P(0 < Z < 0{,}12)$

$= P(Z < 0{,}12) - P(Z \leq 0)$

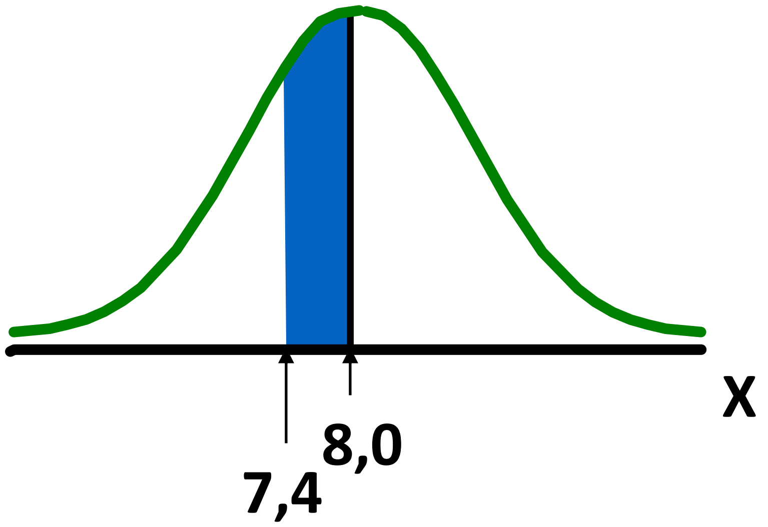
$= 0{,}5478 - 0{,}5000 = 0{,}0478$



Probabilidades Abaixo da Média

- Suponha que X é normal com média igual a 8 e desvio-padrão igual a 5.

- Encontre P(7,4 < X < 8)



Calculando os valores Z:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{8 - 8}{5} = 0$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} = \frac{7{,}4 - 8}{5} = -0{,}12$$

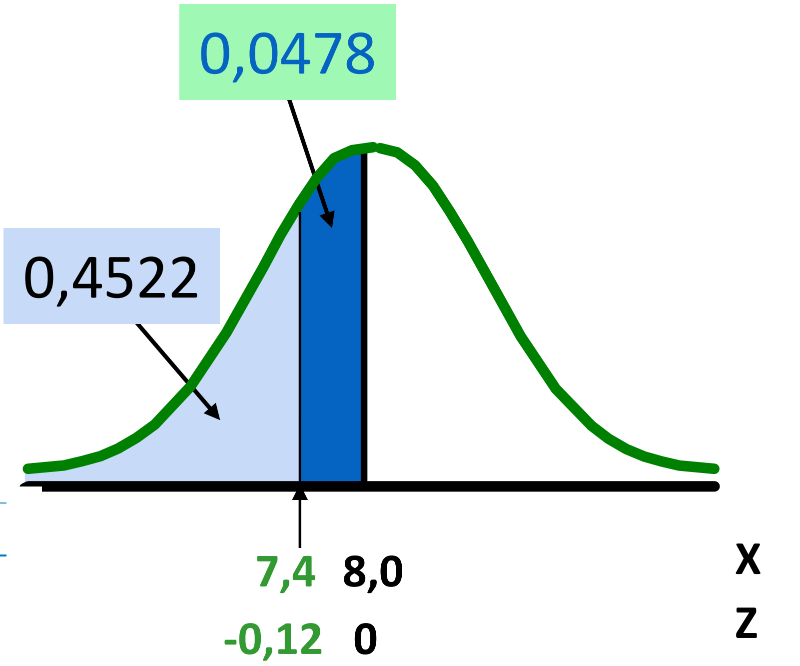
Temos:

$$P(7{,}4 < X < 8) = P(-0{,}12 < Z < 0)$$

$$= P(Z < 0) - P(Z \leq -0{,}12)$$

$$= 0{,}5000 - 0{,}4522 = 0{,}0478$$

−.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
−.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
−.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09



Lembre-se: A distribuição normal é simétrica e a probabilidade é igual a P(0 < Z < 0,12).

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Exemplo 1: Para alguns computadores, o período de tempo entre as cargas da bateria é normalmente distribuído com média de 50 horas e desvio padrão de 15 horas. Paulo tem um desses computadores e precisa saber qual a probabilidade de que o período de tempo esteja entre 50 e 70 horas.

UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933

Exemplo 2: As velocidades dos carros são medidas usando uma unidade de radar, em uma rodovia. As velocidades são normalmente distribuídas com média de 90 km/h e desvio padrão de 10 km/h. Qual é a probabilidade de que um carro selecionado ao acaso esteja se movendo a mais de 100 km/h?

UNIFESP
UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO
1933

Outros modelos contínuos

- Distribuição Weibull
- Distribuição Gama
- Distribuição Qui-quadrado
- Distribuição F de Snedecor
- Distribuição t de Student
- Distribuição Exponencial Potência
- Distribuição Slash
- Distribuição Cauchy

Aula de hoje

- Propriedades (Esperança e Variância) de variáveis aleatórias contínuas;

- Variáveis aleatórias contínuas (Principais modelos).

PRÓXIMAS AULAS

- Variáveis aleatórias bidimensionais;
- Distribuição conjunta e marginal.

REFERÊNCIAS

CAIRE, E. **A história da origem da curva normal**, 2012.

MONTGOMERY, D. C.; RUNGER, G. C. **Estatística aplicada e probabilidade para engenheiros**. 6 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2018. 628p.

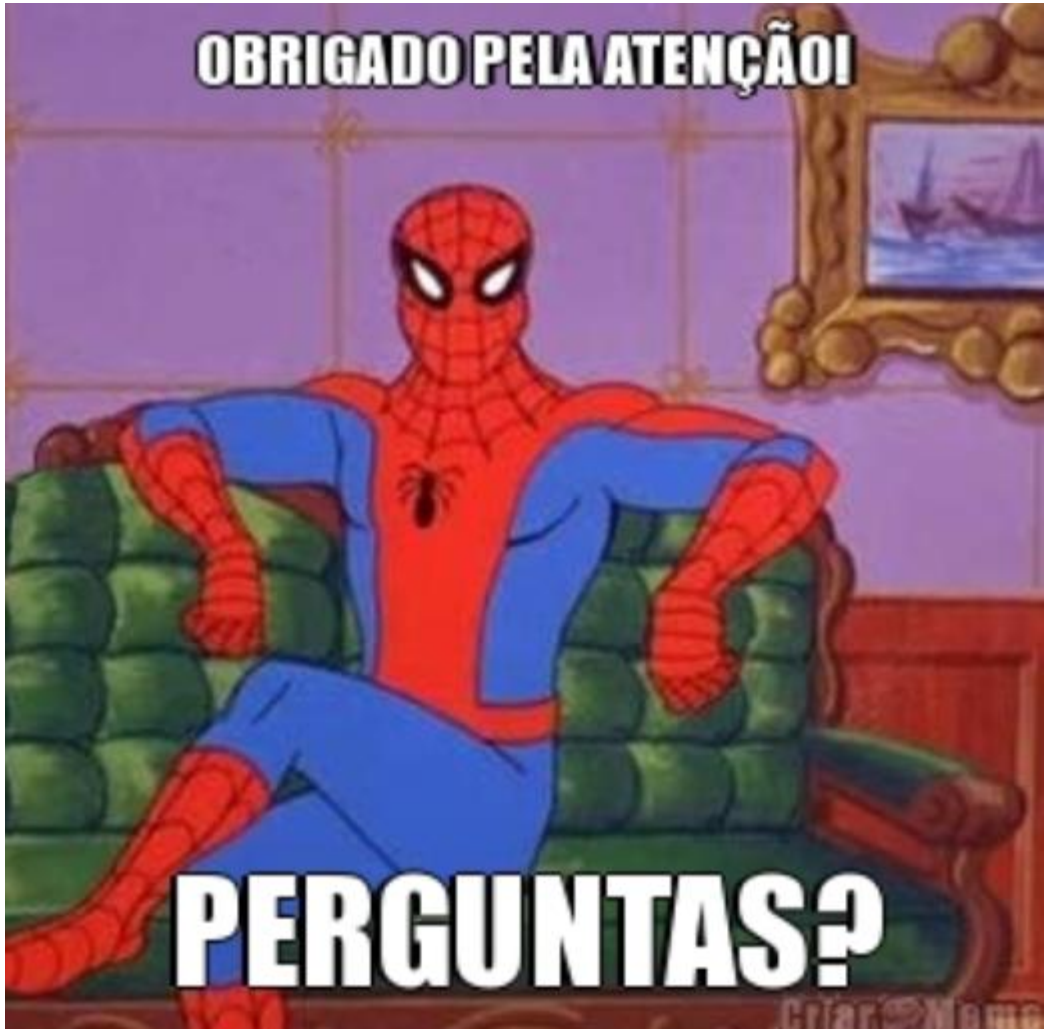
MORETTIN, P. A.; BUSSAB, W. O. **Estatística básica**. 9 ed. São Paulo: Saraiva, 2017. 554p.

UNIFESP

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO PAULO

1933

Class finished



UNIFESP
Universidade Federal de São Paulo
1933