

Aula 12

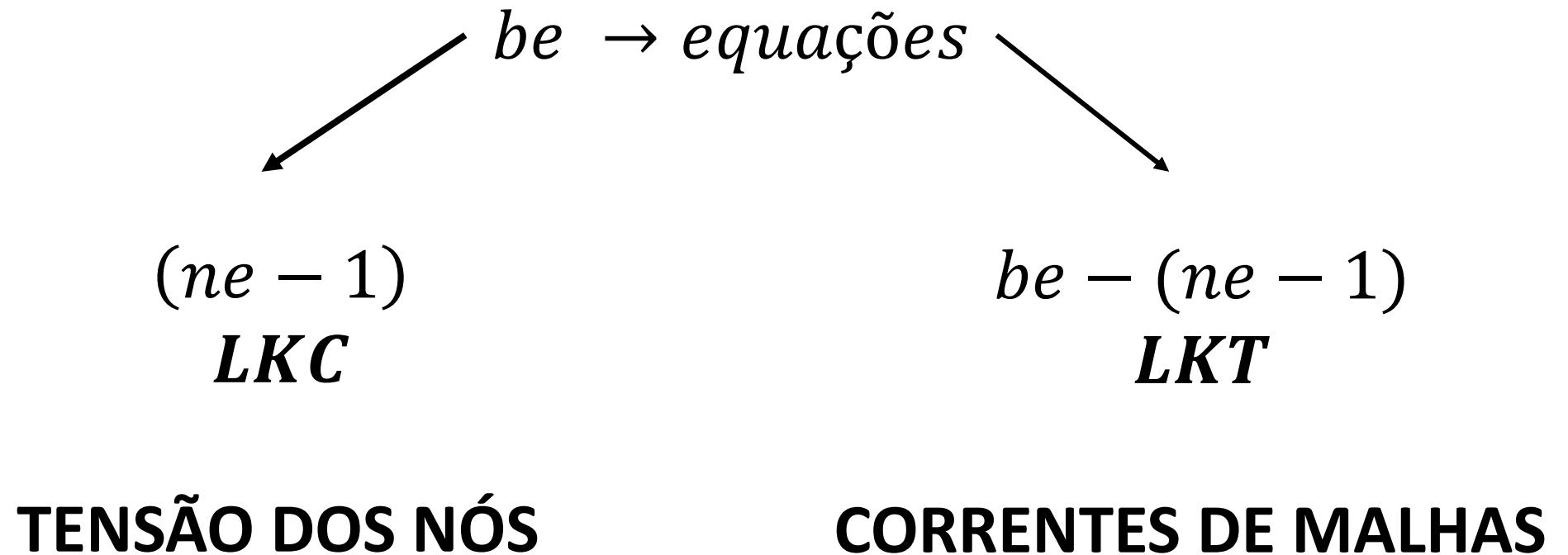
Corrente das malhas

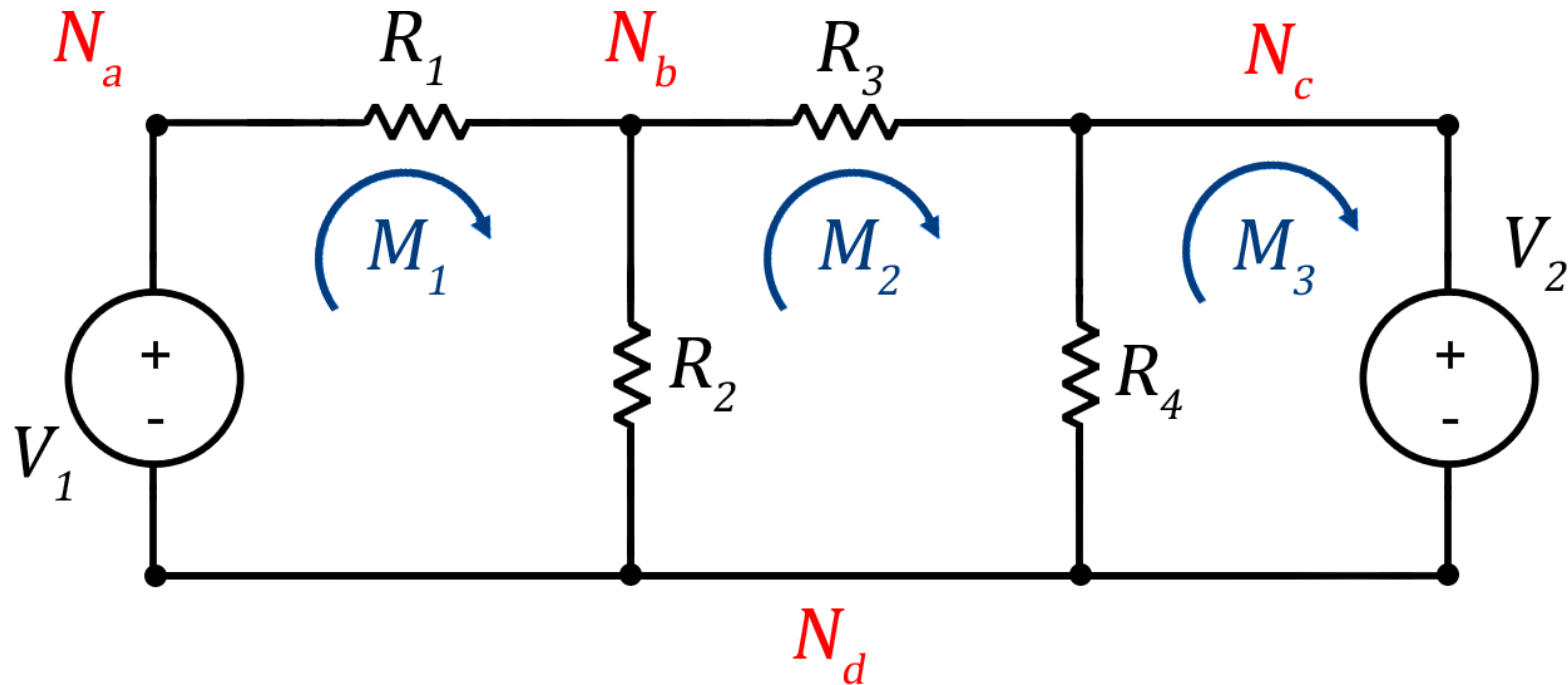
Circuitos Elétricos I

Prof. Henrique Amorim - UNIFESP - ICT

Métodos de análise

A mesma relação pode ser realizada se analisarmos apenas nos nós e ramos essenciais, uma vez que a corrente não é dividida em ramos e nós NÃO essenciais





Nós: N_a , N_b , N_c , N_d

Malhas: M_1 , M_2 , M_3

Nós essenciais: N_b , N_c , N_d

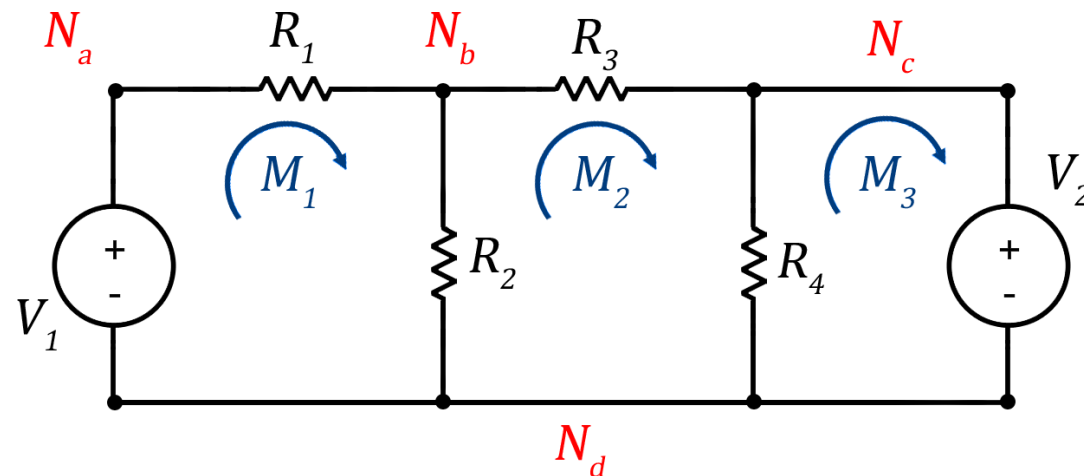
Circuito Planar

Ramos: V_1 , R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , V_2

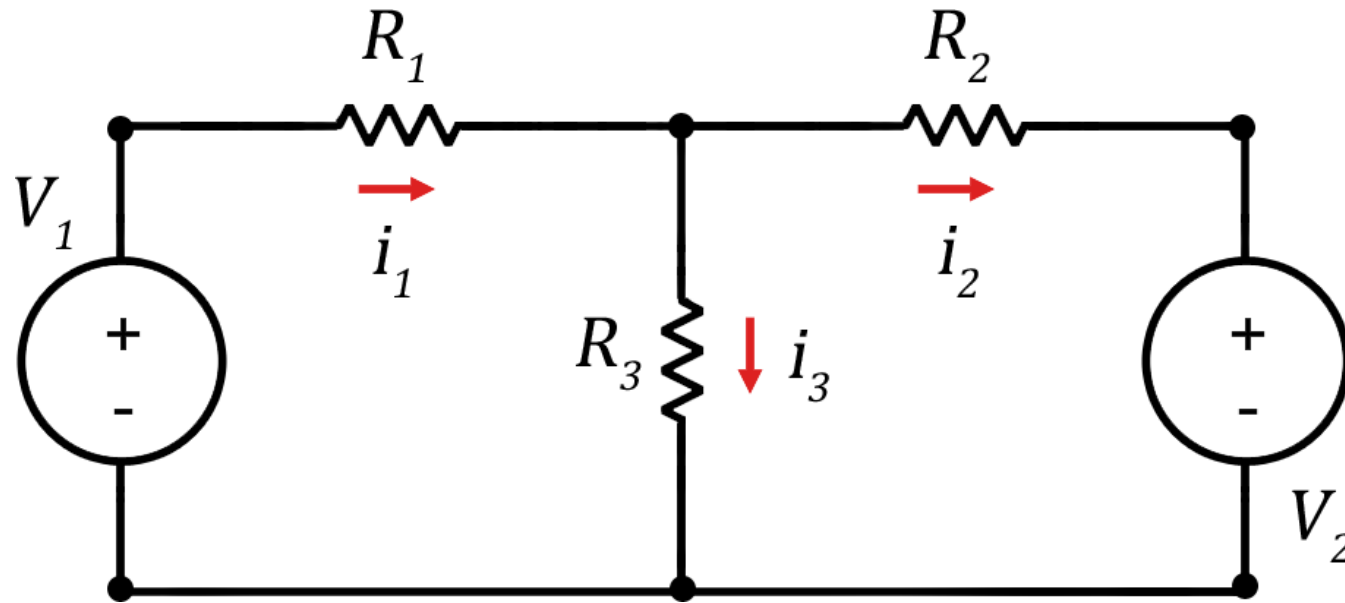
Ramos essenciais: V_1 - R_1 , R_2 , R_3 , R_4 , V_2

Corrente das malhas

- Análise das correntes nos perímetros das malhas
- As corrente de malha são relações teóricas, ou seja, não podem ser medidas de forma direta
- **Laço (caminho fechado)** : Um caminho cujos nós inicial e final coincidem
- **Malha**: Um laço que não engloba outro laço



Corrente das malhas – Conceito

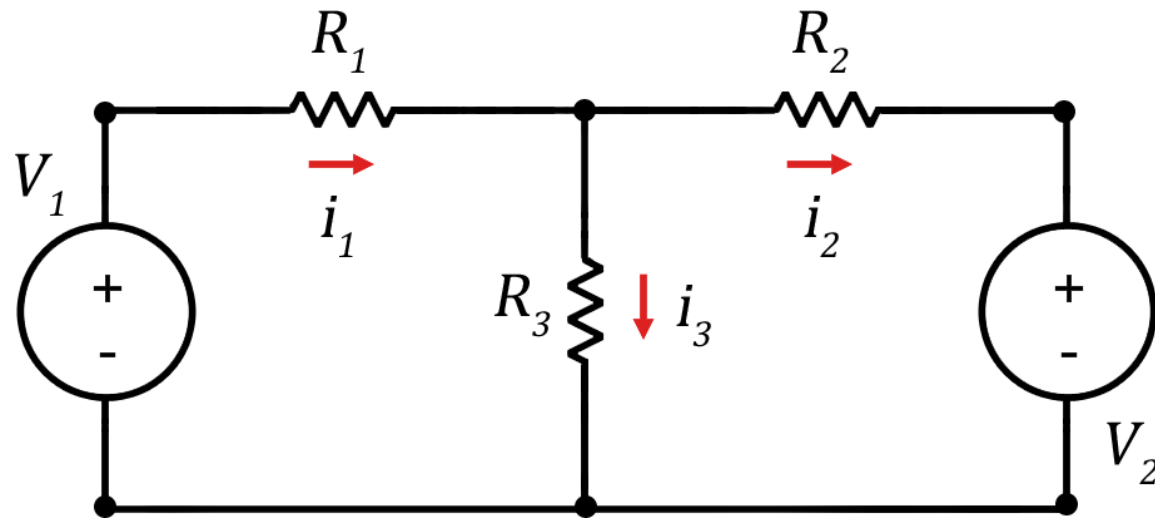


$be \rightarrow \text{equações}$
3

$$\begin{aligned} (ne - 1) \\ \text{LKC} \\ 2 - 1 = 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} be - (ne - 1) \\ \text{LKT} \\ 3 - (2 - 1) = 2 \quad *** \text{ } n \text{ malhas} \end{aligned}$$

Corrente das malhas – Conceito



$$\text{LKC: } -i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

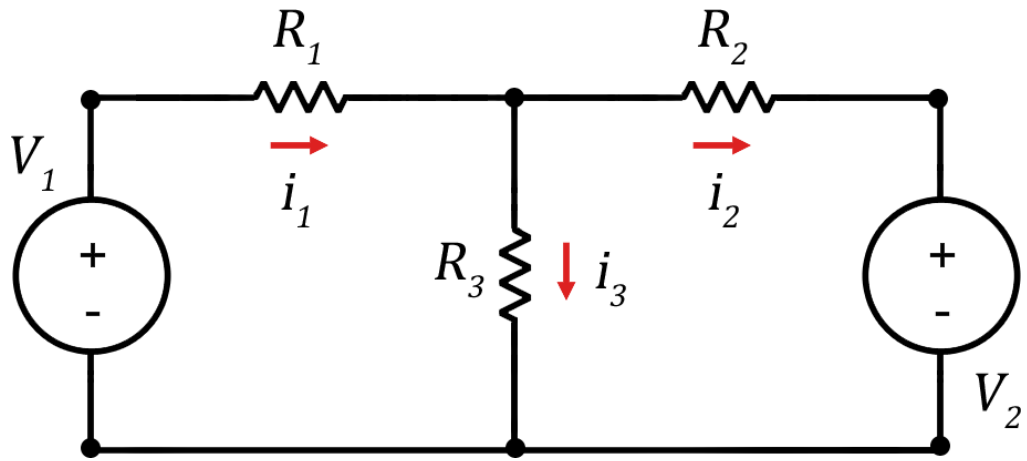
$$\text{LKT: } -V_1 + R_1 i_1 + R_3 i_3 = 0$$

$$-R_3 i_3 + R_2 i_2 + V_2 = 0$$

Note que i_3 está presente nas duas malhas, além disso, i_3 está em função de i_2 e i_1 . Portanto podemos reduzir o número de equações e utilizar apenas relações da LKT, considerando:

$$i_3 = i_1 - i_2$$

Corrente das malhas – Conceito

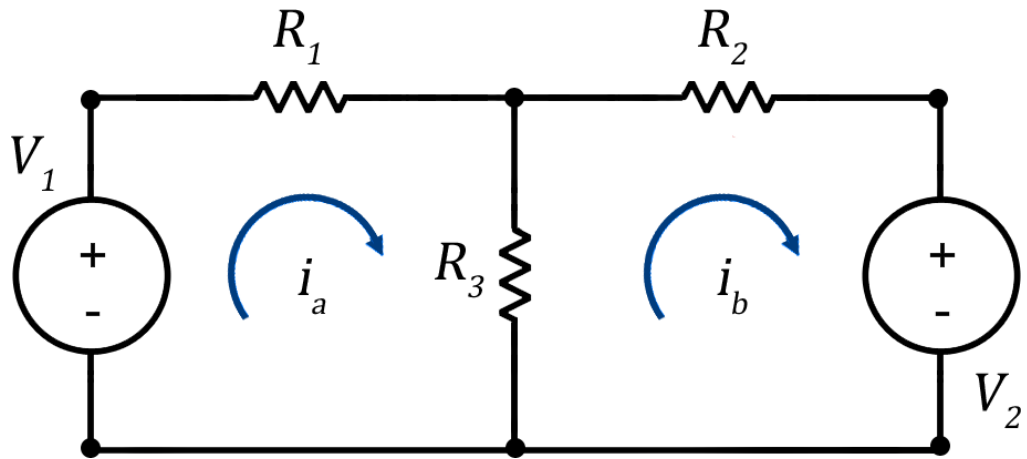


$$\text{Se: } i_3 = i_1 - i_2$$

$$i_1 = i_a$$

$$i_2 = i_b$$

$$i_3 = i_a - i_b$$



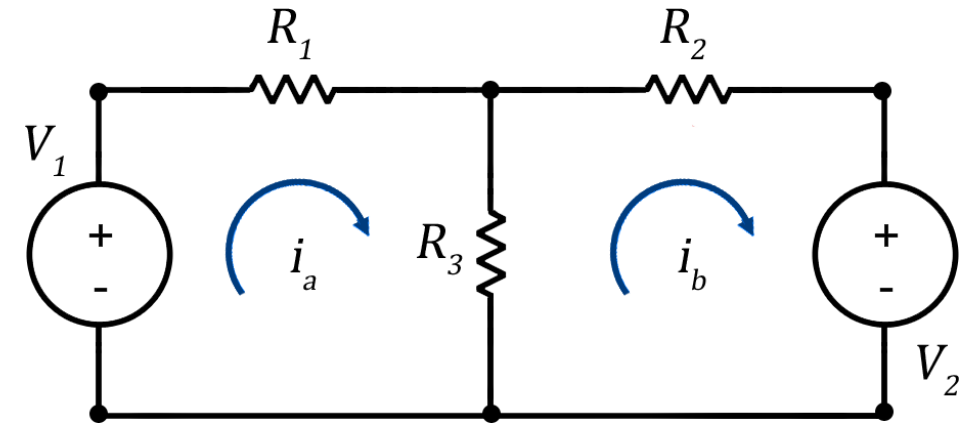
Correntes das malhas

$$-V_1 + R_1 i_a + R_3 (i_a - i_b) = 0$$

$$+R_3 (i_b - i_a) + R_2 i_b + V_2 = 0$$

Corrente das malhas – Conceito

- Para resolver as equações de malha de forma intuitiva, devemos considerar que todas as correntes de malha rotacionam no mesmo sentido.

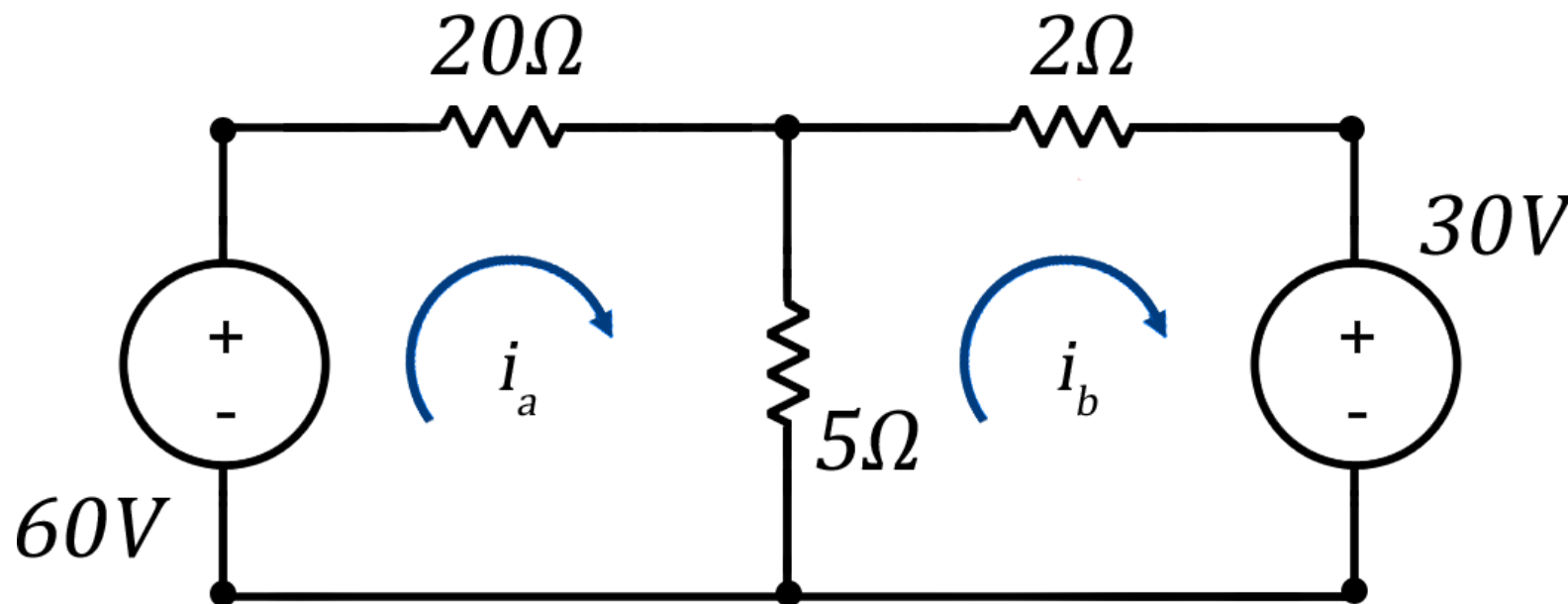


- Sempre que um ramo for compartilhado por duas malhas, a corrente do ramos será a diferença entre as correntes dos perímetros (malhas).
- Quando um ramos for exclusivo de uma malha, a corrente do perímetro é igual a corrente do ramo.

Corrente das malha

Exercício: Calcule a potência das fontes pelo método das correntes de malha

Pergunta extra: Compare os métodos da tensão dos nós e correntes de malha em relação ao número de equações



$$P_{60V} = -108W$$

$$P_{30V} = -90W$$

Corrente das malha

Exercício: Calcule a potência das fontes pelo método das correntes de malha

Equações das malhas

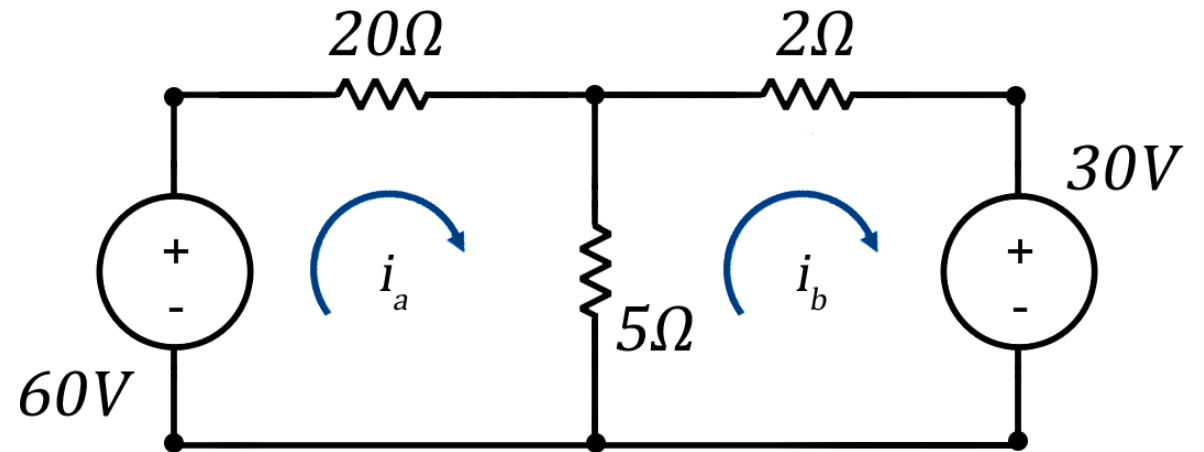
$$M_a \rightarrow -60 + 20i_a + 5(i_a - i_b) = 0$$

$$M_b \rightarrow 5(i_b - i_a) + 2i_b + 30 = 0$$

$$25i_a - 5i_b = 60$$

$$-5i_a + 7i_b = -30$$

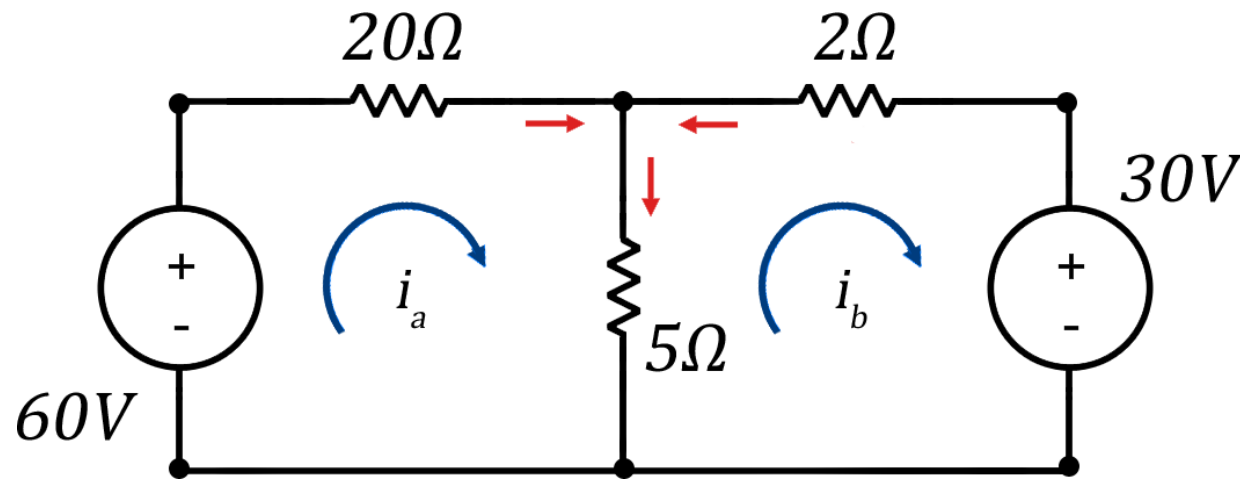
$$i_a = 1,8A \quad e \quad i_b = -3A$$



$$i_{5\Omega} = i_a - i_b = 1,8 - (-3) = 4,8A$$

Corrente das malha

Exercício: Calcule a potência das fontes pelo método das correntes de malha



$$i_a = 1,8A \quad e \quad i_b = -3A$$

$$i_{5\Omega} = i_a - i_b = 1,8 - (-3) = 4,8A$$

$$P_{60V} = -60 \cdot 1,8 = -108W$$

$$P_{30V} = +30 \cdot (-3) = -90W$$

$$P_{20\Omega} = 1,8^2 \cdot 20 = 64,8W$$

$$P_{2\Omega} = 3^2 \cdot 2 = 18W$$

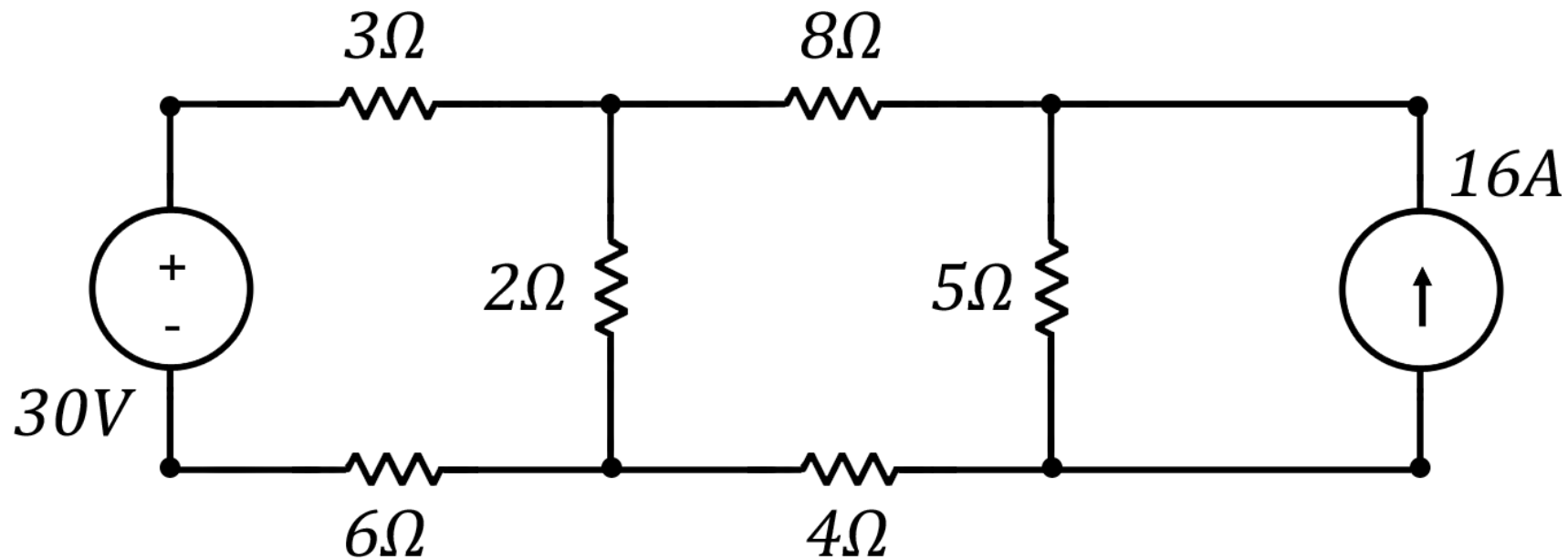
$$P_{5\Omega} = 4,8^2 \cdot 5 = 115,2W$$

O método das correntes das malhas possui 3 casos onde é necessário redobrar a atenção (como no método das tensões dos nós):

- Fonte dependente;
- Fonte de corrente não compartilhada; e
- Fonte de corrente compartilhada por duas malhas (super malha).

Corrente das malha

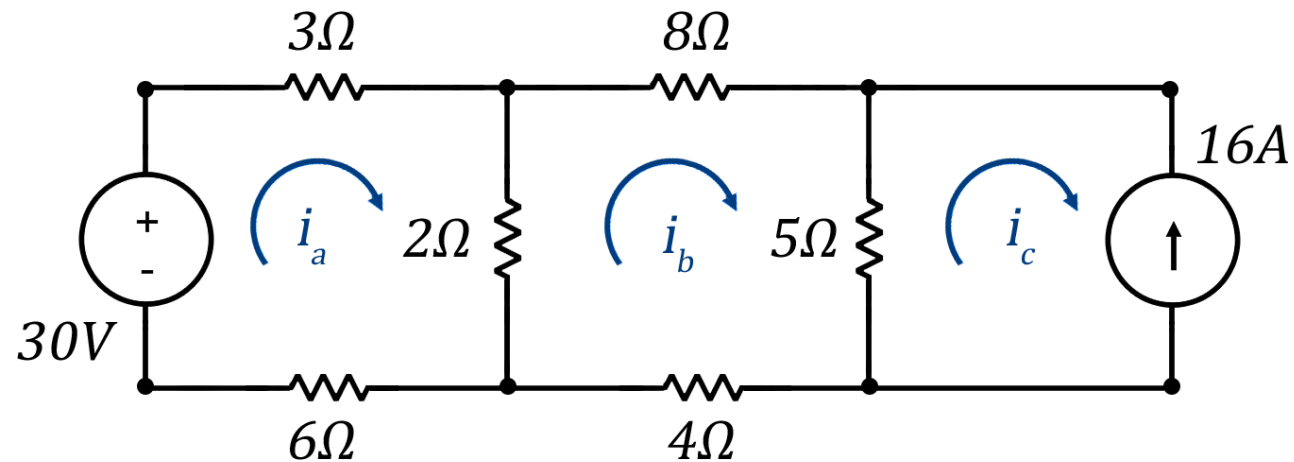
Exercício: Calcule a potência do resistor de 2Ω pelo método das correntes de malhas



$$P_{2\Omega} = 72W$$

Corrente das malha

Exercício: Calcule a potência do resistor de 2Ω pelo método das correntes de malhas



Pelo método das tensões dos nós temos:

$$n_e - 1 = 4 - 1 = 3$$

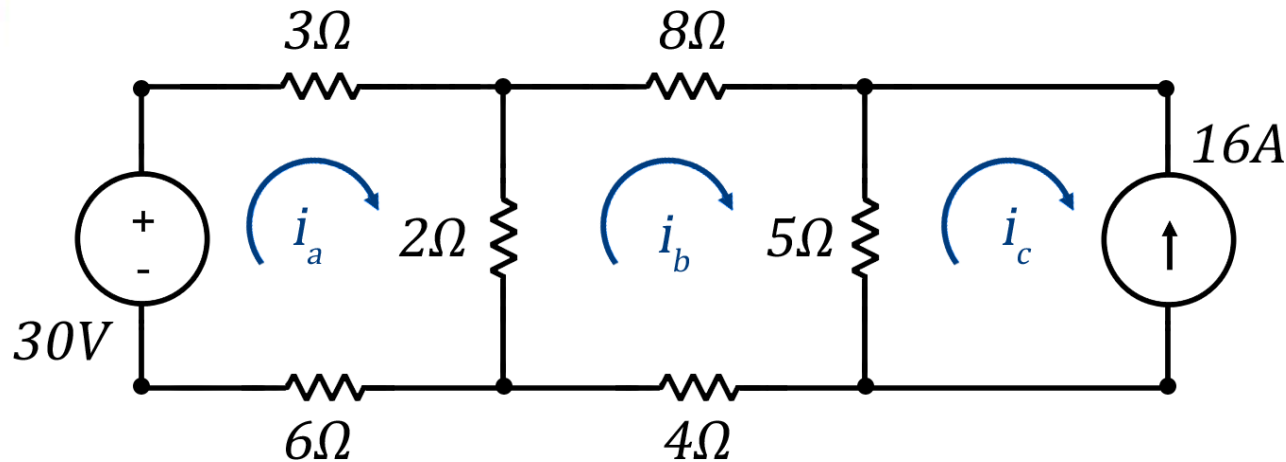
Pelo método das correntes das malhas temos:

$$b_e - (n_e - 1) = m = 3$$

Porém uma das correntes já é conhecida $i_c = -16A$

Corrente das malha

Exercício: Calcule a potência do resistor de 2Ω pelo método das correntes de malhas



Neste caso podemos encontrar todas as correntes de malha com apenas **2 equações** (menos 1 eq.)

$$-30 + 3i_a + 2(i_a - i_b) + 6i_a = 0$$

$$2(i_b - i_a) + 8i_b + 5(i_b - i_c) + 4i_b = 0$$

$$i_c = -16A$$

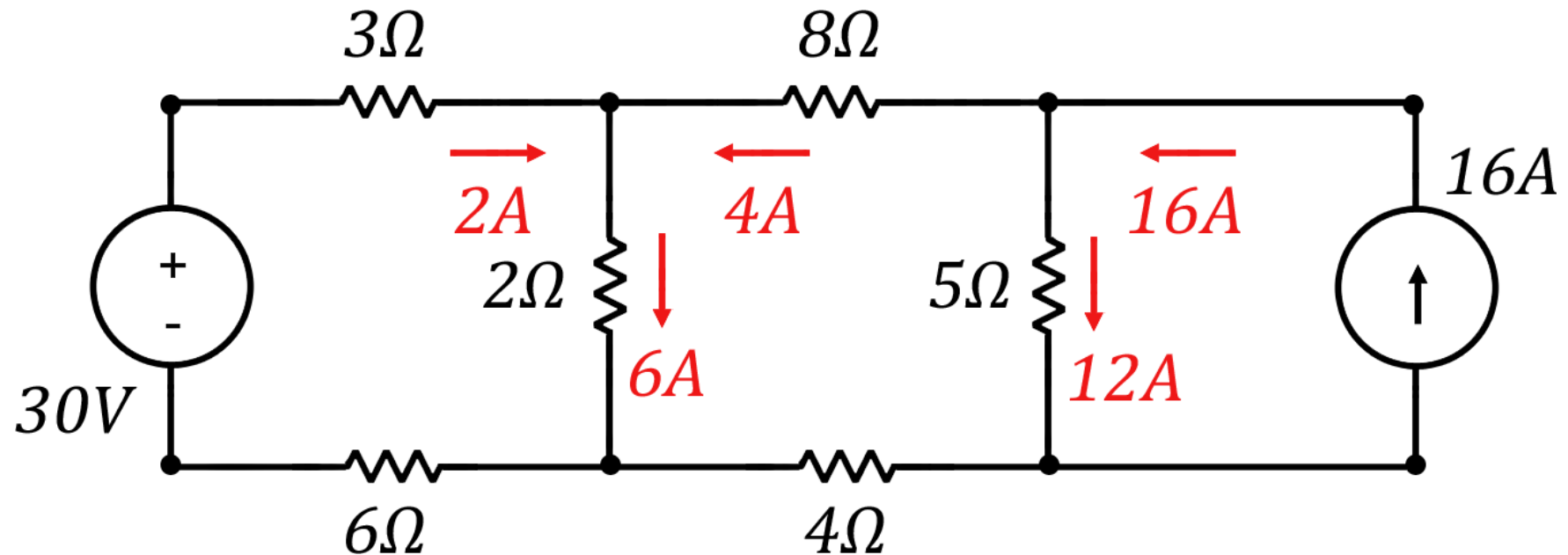
$$11i_a - 2i_b = 30$$

$$-2i_a + 19i_b = -80$$

$$i_a = 2A \quad e \quad i_b = -4A$$

Corrente das malha

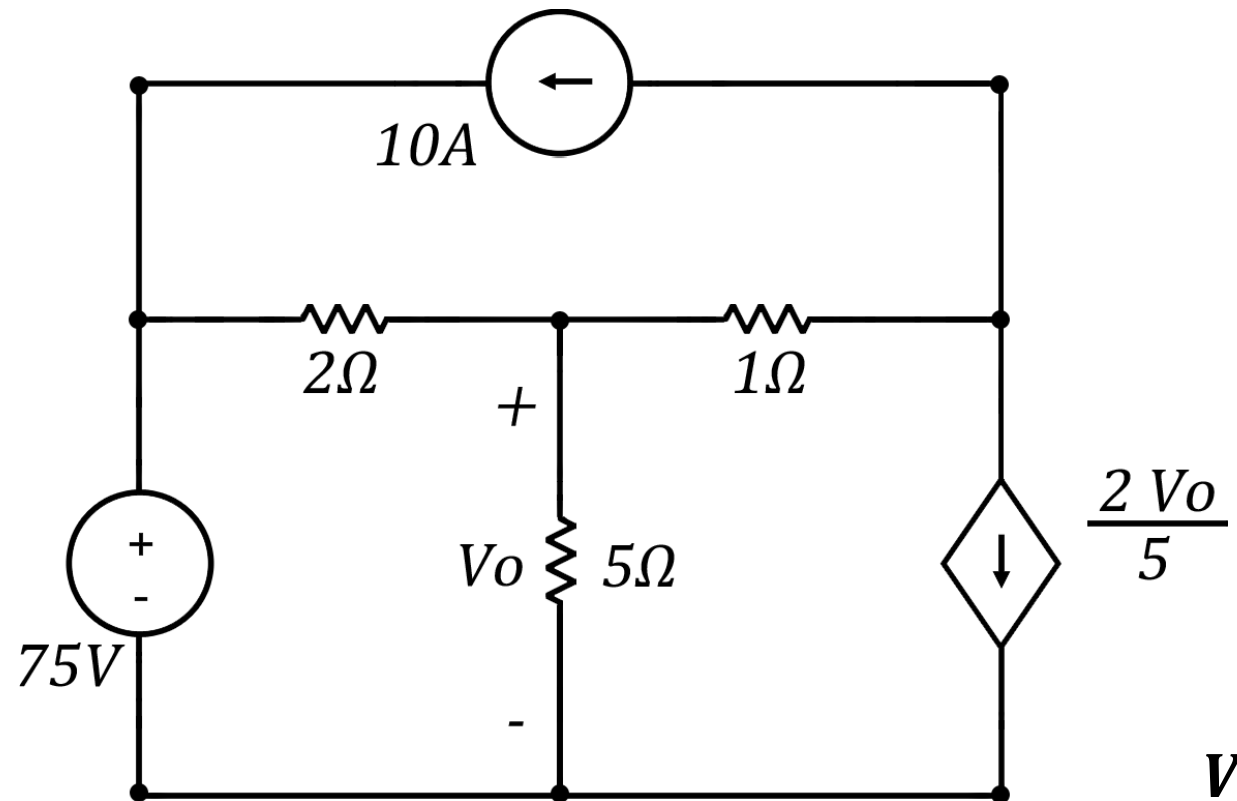
Exercício: Calcule a potência do resistor de 2Ω pelo método das correntes de malhas



$$P_{2\Omega} = 6^2 \cdot 2 = 72W$$

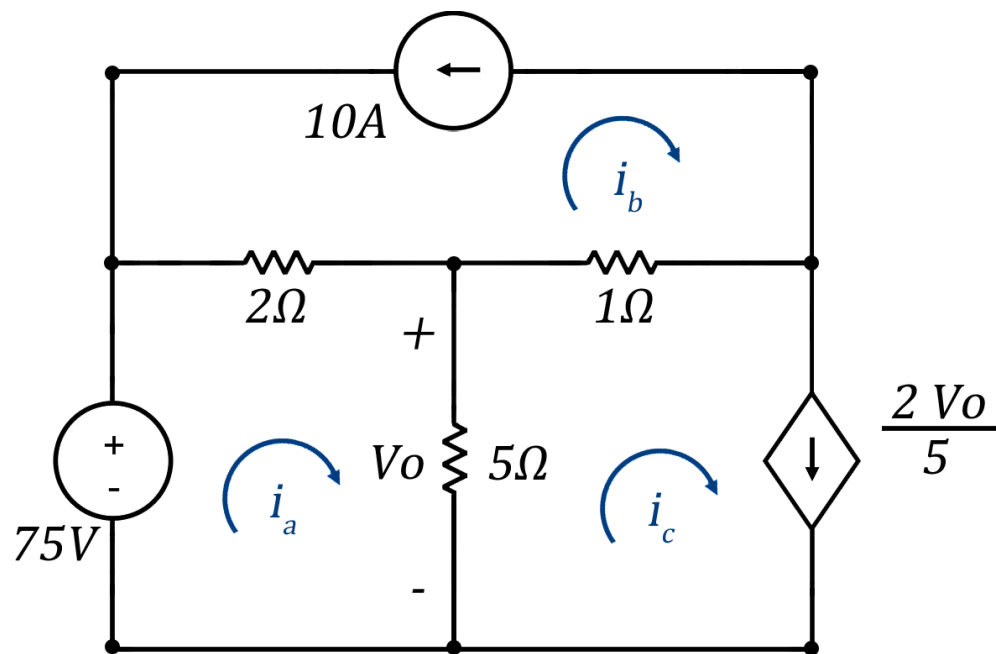
Corrente das malha

Exercício: Calcule V_o



$$V_o = 25V$$

Exercício: Calcule V_o



$$i_b = -10A$$

$$i_c = \frac{2 \cdot V_o}{5}$$

$$-75 + 2(i_a - i_b) + 5(i_a - i_c) = 0$$

$$V_o = 5(i_a - i_c)$$

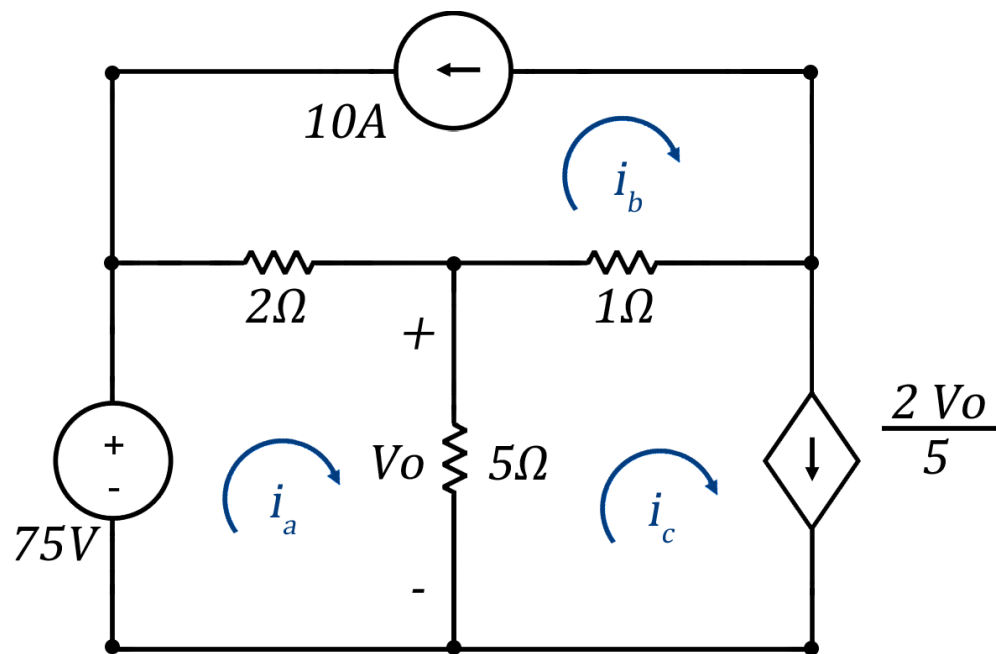
$$i_c = \frac{2 \cdot 5(i_a - i_c)}{5}$$

$$i_c = 2i_a - 2i_c$$

$$i_c = \frac{2i_a}{3}$$

Corrente das malha

Exercício: Calcule V_o



$$-75 + 2(i_a - i_b) + 5(i_a - i_c) = 0$$

$$-75 + 2(i_a + 10) + 5\left(i_a - \frac{2i_a}{3}\right) = 0$$

$$i_a = 15A$$

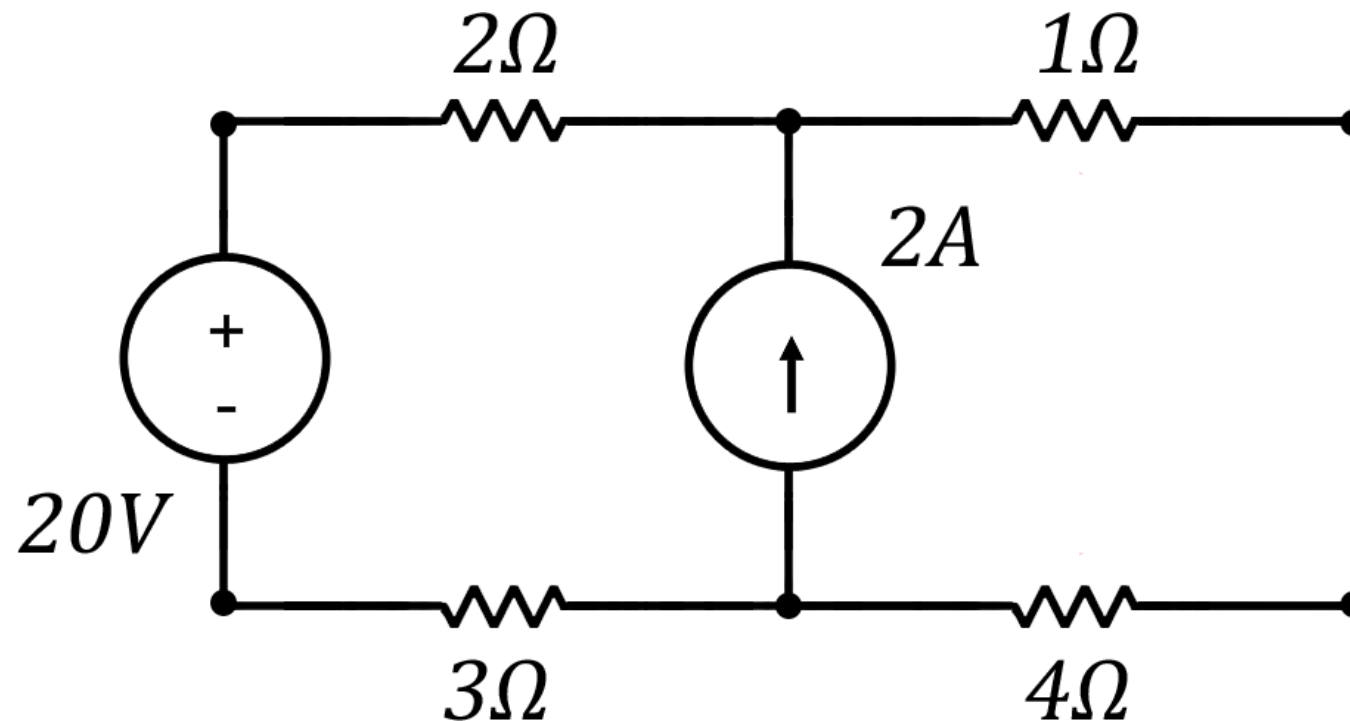
$$i_c = \frac{2i_a}{3} = 10A$$

$$V_o = 5(i_a - i_c)$$

$$V_o = 5(15 - 10) = 25V$$

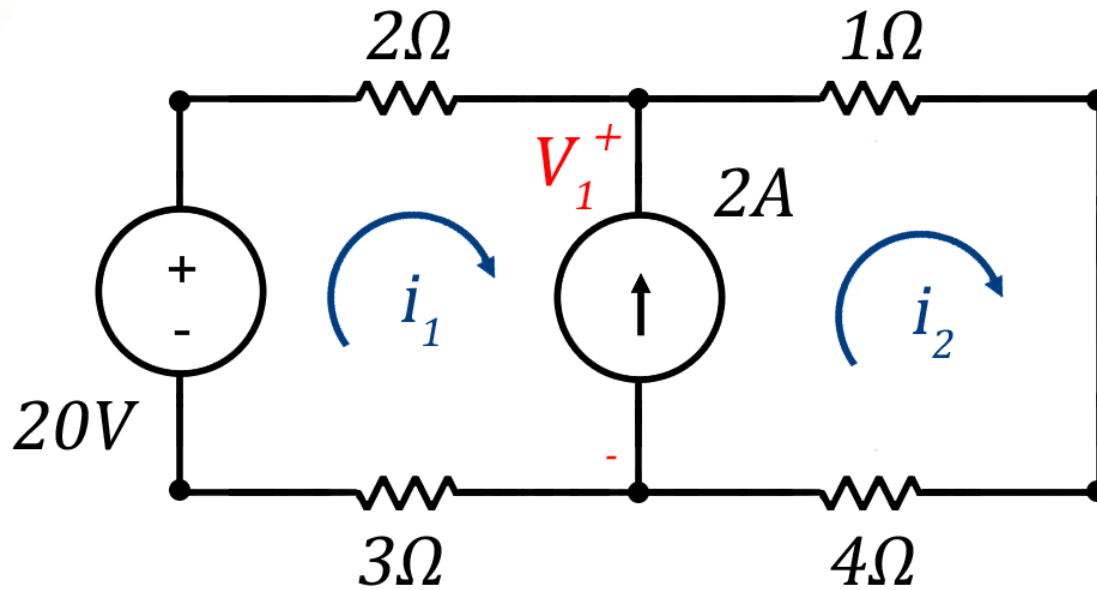
Corrente das malha

Exercício: A potência da fonte de corrente pelo método das correntes de malha. Refaça o exercício pelo método das tensões dos nós e compare as respostas.



$$P_{2A} = -30W$$

Exercício



Note que o circuito possui uma fonte de corrente compartilhada por duas malhas. Desta forma não é possível encontrar um parâmetro de tensão que relacione i_1 e i_2 neste ramo. Assim devemos considerar uma nova variável (i.e. V_1).

LKT

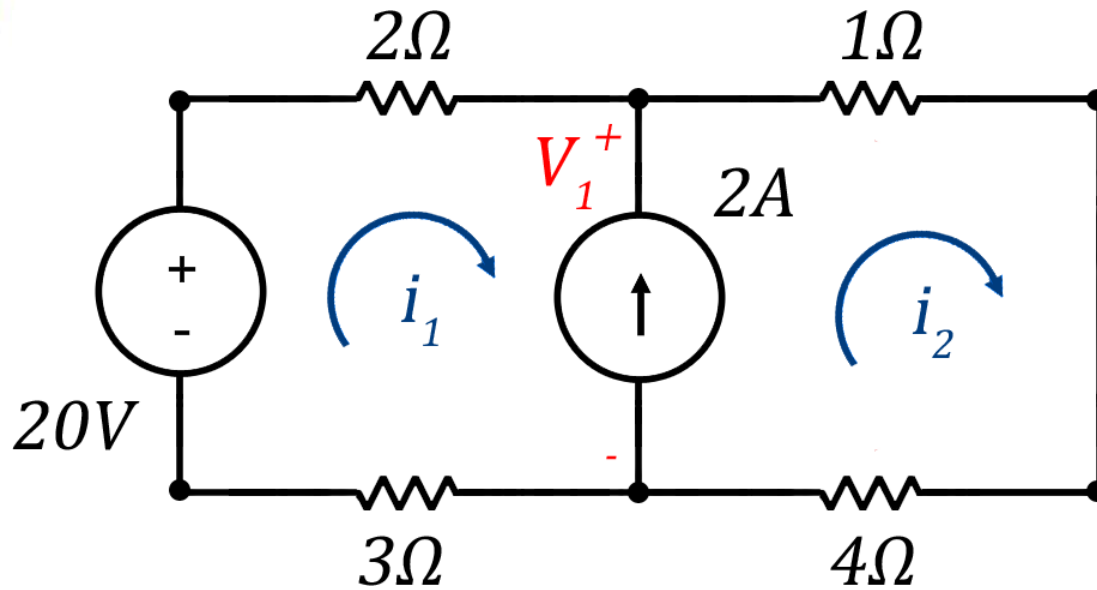
$$-20 + 2i_1 + V_1 + 3i_1 = 0$$

$$-V_1 + 1i_2 + 4i_2 = 0$$

LKC

$$i_1 + 2 = i_2$$

Exercício



LKT

$$-20 + 2i_1 + V_1 + 3i_1 = 0 \rightarrow eq1$$

$$-V_1 + 1i_2 + 4i_2 = 0 \rightarrow eq2$$

Se utilizarmos as 3 equações para calcularmos as 3 incógnitas, chegaremos a resposta para as correntes de malhas. Entretanto, podemos simplificar o sistema considerando a soma das duas equações das malhas.

LKC

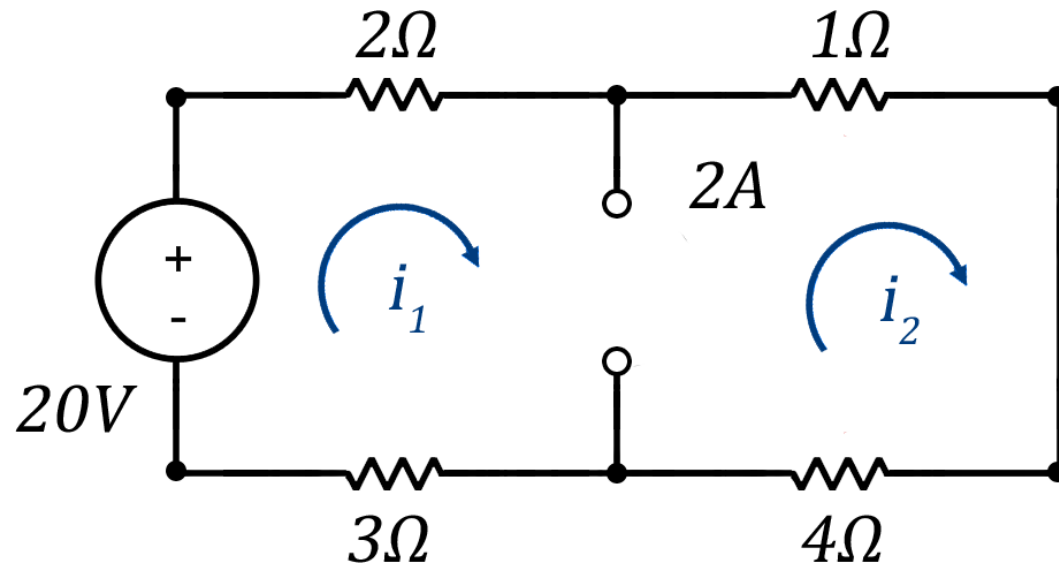
$$i_1 + 2 = i_2$$

$$eq1 + eq2 =$$

$$-20 + 2i_1 + 3i_1 + 1i_2 + 4i_2 = 0$$

Corrente das malha

Exercício



Em casos como esse (fonte de corrente compartilhadas), podemos calcular as correntes das malhas utilizando o conceito de **super malha**, ou seja, ignoramos a fonte de corrente e utilizamos a LKT ao longo do caminho fechado que engloba a fonte de corrente. Devemos manter as correntes de malha e considerar a equação de restrição:

$$i_1 + 2 = i_2$$

$$eq1 + eq2 =$$

$$-20 + 2i_1 + 3i_1 + 1i_2 + 4i_2 = 0$$

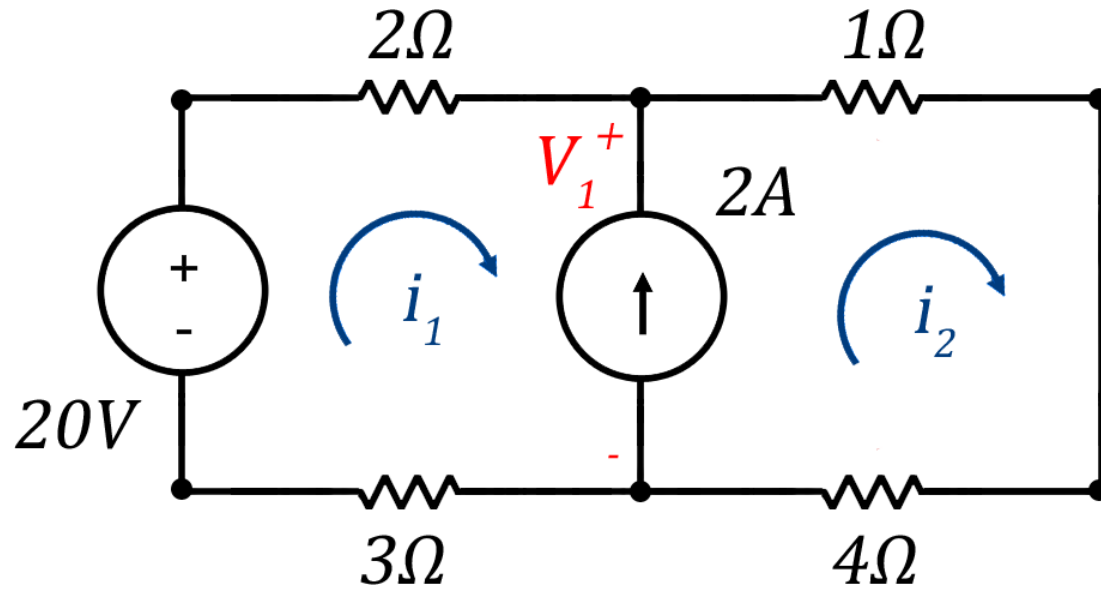
$$5i_1 + 5i_2 = 20$$

$$i_1 - i_2 = -2$$

$$i_1 = 1A$$

$$i_2 = 3A$$

Exercício



$$i_1 = 1A$$

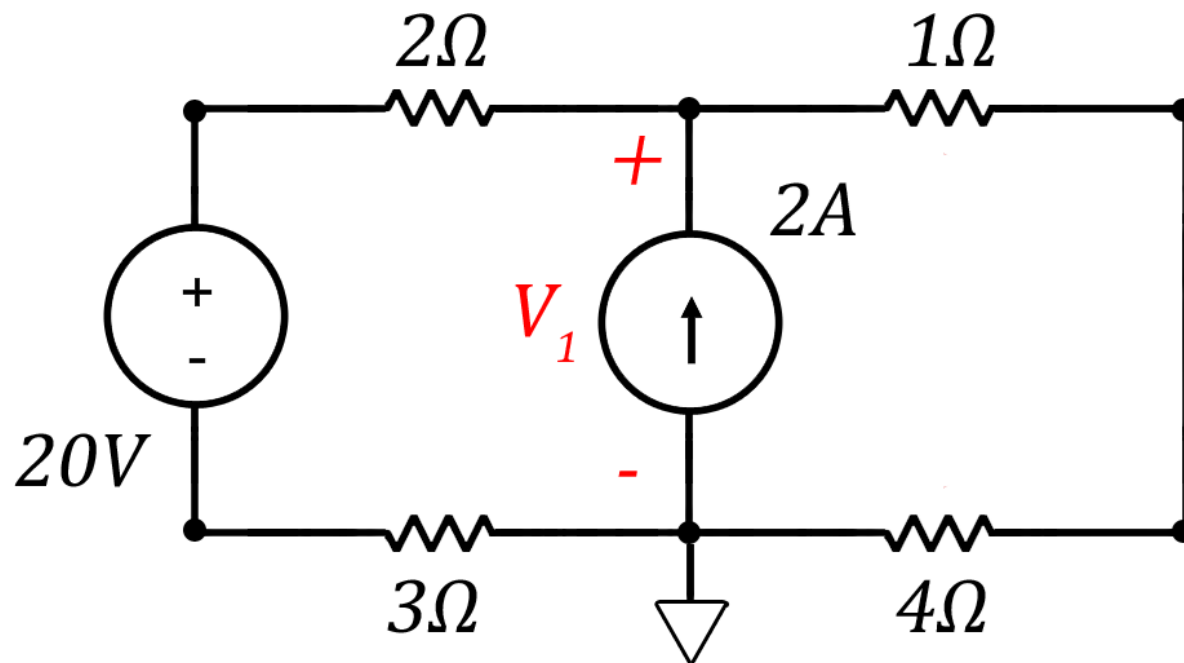
$$i_2 = 3A$$

$$V_1 = 3 \cdot 5 = 15V$$

$$P_{2A} = -2 \cdot 15 = -30W$$

Corrente das malha

Exercício: Método das Tensão dos nós



$$\frac{V_1 - 20}{5} - 2 + \frac{V_1}{5} = 0$$

$$V_1 \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{5} \right) = \frac{20}{5} + 2$$

$$V_1 = 15V$$

$$P_{2A} = -2 \cdot 15 = -30W$$

Método das tensões dos nós:

Super Nó: Quando entre dois nós essenciais existe **APENAS** uma fonte de tensão.

Método das correntes das malhas:

Super Malha: Quando uma fonte de corrente é compartilhada por duas malhas.