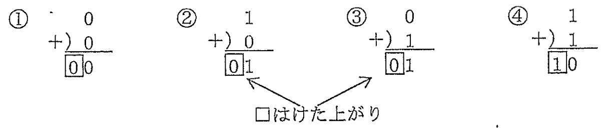
問1　半加算器と全加算器（ハードウェア）　（H21 秋-FE 午後問 1）

〔解答〕
〔設問 1〕　a－オ
〔設問 2〕　b－エ，c－ウ
〔設問 3〕　エ

〔解説〕
半加算器と全加算器に関する問題である。論理演算は午前試験，午後試験とも頻出テーマの一つなので，選択した場合は確実に解けるようにしておきたい。この種の問題は平成 14 年度春期に出題されている。論理回路の基本動作を理解していれば簡単に解答できるだろう。新試験は平成 21 年度春期の 1 回しかなく，その水準で考えた場合，難易度は普通である。

問題を解くにあたっては，表 1 及び表 2 に示されている真理値表の意味をよく理解することが重要である。2 進数 1 けたの加算（半加算器）をする場合，次の 4 通りが考えられる。



この演算内容を示しているのが問題文(1)及び表 1 である。2 進数の加算では，④のようにけた上がりが発生する。したがって，複数けたの加算（全加算器）では，下位けたからのけた上がりを考慮した計算が必要となる。それを示しているのが，問題文(2)及び表 2 である。全加算器では下位けたからのけた上がりを考慮して問題文図 2 のように三つの演算が必要であり，その加算結果は 2 けたとなる。

以上のことを踏まえて，設問内容を考察すればよいが，表 1，表 2 及び，論理演算の内容を示し解説を加える。

なお，各変数の意味は次のとおりである。

C_{in}：下位からのけた上がり

X，Y：加算対象の値　　C：加算結果のけた上がり　Z：加算結果の和

表 1　半加算器の真理値表

X	Y	C	Z
0	0	0	0
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

表 2　全加算器の真理値表

C_{in}	X	Y	C	Z
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

下位けたからのけた上がり C_{in} は 0 と 1 の二通りある

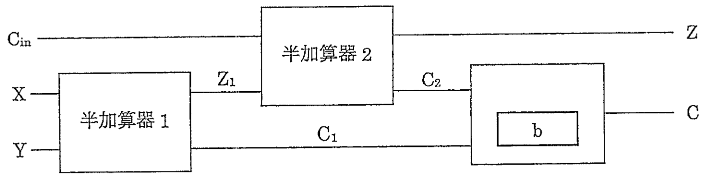
表 A　論理演算の真理値表

X	Y	論理和 (OR)	論理積 (AND)	排他的論理和 (XOR)	否定論理和 (NOR)	否定論理積 (NAND)
0	0	0	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0	0

注　NOR，NAND は論理和，論理積を否定（NOT）した内容である。

〔設問 1〕
・空欄 a：加算対象の X，Y の入力値から判断すればよい。けた上がり C の真理値は，表 1 の X，Y 列に着目すると，表 A の AND（論理積）演算と同じ真理値だから，AND 回路によって実現できる。同様に，和である Z は，表 A の排他的論理和の真理値と同じだから，XOR 回路によって実現できる。したがって，（オ）が正解である。

〔設問 2〕
・空欄 b，c：図 2 の全加算器を実現する論理回路図は次のようになっている。



具体的な回路の内容理解は別にして，全加算器とあるので，変数 X，Y，C_{in}，C，Z は表 2 の内容を示しているはずである。また，C_1，C_2 は半加算器のけた上がりを示しているという記述があるため，半加算器 1 からのもう一方の出力値を Z_1 とすると，Z_1 は X と Y の和を示しており，C_1 と C_2 によってけた上がりの C が求められることになる。したがって，次のような真理値表にまとめられる。

表 B　図 2 の全加算器の内容を示す真理値表

全加算器（表 2）					半加算器 1		C_{in} と Z_1 のけた上がり
C_{in}	X	Y	C	Z	C_1	Z_1	C_2
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	1	0
0	1	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	0	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	0

Z は C_{in}+X+Y の和　　C_1 は X+Y のけた上がり　　Z_1 は X+Y の和

表 B の作成において補足すると，最初に X と Y の和である Z_1 列とけた上がりである C_1 列を求める。次に C_{in} と Z_1 が半加算器 2 の入力値となっているので，Z はその和であり，C_2 はけた上がりとなるため C_2 列が完成する。C_2 が求められれば，C_1 と C_2 の入力によって C（けた上がり）が求められる演算を空欄 b の回路として判断できる。

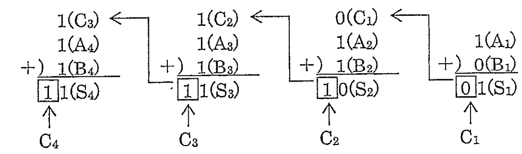
入力値が C_1 と C_2 で結果が C となる回路 b は，表 A からも論理和（OR）か排他的論理和（XOR）の二通りが考えられるが，選択肢からは（エ）が正解となる。また，空欄 c は，表 B から，（ウ）が正解となる。

〔設問 3〕
4 ビットの固定小数点（2 の補数表現）で考えた場合，A＝－1，B＝－2 は次のようになる。なお，負の値は正の値のビットに対して，2 の補数（ビットを逆転して，1 を足す）を取った結果となるが，この詳細は理解しているものとして省略する。

A(－1)：$A_4A_3A_2A_1$ → 1111

B(－2)：$B_4B_3B_2B_1$ → 1110

これを加算した結果が図 3 の内容となるため，計算結果と変数の対応関係は次のようになる。



したがって，（エ）が正解である。