

問題3 次の待ち行列理論に関する設問に答えよ。

ネットワークシステムにおいては、待ち行列が発生する。待ち行列での待ち時間が長くなれば、応答時間が遅くなりシステムの大きなネックになってしまう。このような問題の対策として、待ち行列を図のようにモデル化して考える。

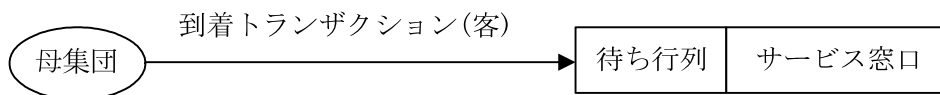


図 待ち行列モデル

母集団から発生した1件のトランザクション(客)は、待ち行列に到着する。そしてサービスが開始されるまで待たされることになる。その後サービスを受けて(処理されて)行列から抜け出す。この一連の流れの中で、待ち行列の長さ(待っている客数)や、待ち時間、到着してから抜け出すまでの時間などを、モデル化して平均的に求めることができる。

モデル化する場合、次の点を考慮する必要がある。

- ① 客の到着分布
- ② 窓口でのサービス(処理)時間の分布
- ③ 窓口数

待ち行列モデルの記述についてはケンドールの記号を用いて、①/②/③のように表現する。①と②には確率分布の記号を使う。

代表的なモデルのM/M/1とは、ランダムに到着し(ポアソン分布)、サービス時間もトランザクションにより異なる(指数分布)で、窓口数は1であることを表している。

＜設問＞ 次の代表的な待ち行列モデルM/M/1に関する記述中の□に入れるべき適切な字句を解答群の中から選べ。

待ち行列理論のシステム特性を表す主な尺度を次に示す。

表 待ち行列の主な尺度

名称	記号	説明
平均到着率	λ	単位時間に到着するトランザクションの平均数
平均サービス率	μ	単位時間にサービスするトランザクションの平均数
平均到着間隔時間	t_a	到着するトランザクションの平均間隔時間
平均サービス時間	t_s	サービスを受けるトランザクションの平均処理時間
窓口利用率	ρ	単位時間当たりの窓口利用率
平均待ち行列長	L_q	$\rho^2 / (1 - \rho)$ で計算される待ち行列内のトランザクション数

まず、窓口利用率を考える。単位時間にサービス窓口がサービス（処理）を行っていた割合であるから、表中の記号を使って窓口利用率を表すと、 $\rho = t_s \times \lambda$ で求められる。

次に、平均待ち時間 W_q を考える。トランザクションが到着したとき、窓口でサービス中のトランザクションも含めて $(L_q + \rho)$ 個のトランザクションが、待ち行列系内に存在している。この系内に存在するトランザクションが、サービスを受けて待ち行列から抜け出すまでの時間であるから、表中の記号を使って、 $W_q = \rho / (1 - \rho) \times t_s$ で求められる。

最後に、到着してから窓口でサービスを受けて抜け出すまでの平均時間 t_q を考える。これは、平均待ち時間とサービス時間の合計であるから、 $t_q = \boxed{(1)}$ で求められる。

今、1分間に平均9件のトランザクションが到着し、1件当たりの平均サービス時間を5秒とする。この場合、単位時間を窓口で1分とすると $\lambda = 9$ (件/分)， $\mu = \boxed{(2)}$ (件/分)， $t_a = \boxed{(3)}$ (分/件)， $t_s = \boxed{(4)}$ (分/件)となり， ρ は $\boxed{(5)}$ となる。この窓口利用率の値が $\boxed{(6)}$ を超えると、処理能力を超えることになる。また， W_q は $\boxed{(7)}$ 秒， t_q は $\boxed{(8)}$ 秒となる。

(1) の解答群

- | | | |
|-------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| ア. $\frac{1}{1-\rho} \times t_a$ | イ. $\frac{1}{1-\rho} \times t_s$ | ウ. $\frac{\rho}{1-\rho} \times t_a$ |
| エ. $\frac{\rho}{1-\rho} \times t_s$ | オ. $\frac{\rho^2}{1-\rho} \times t_a$ | カ. $\frac{\rho^2}{1-\rho} \times t_s$ |

(2) ～ (4) の解答群

- | | | | |
|-------------------|------------------|------------------|------|
| ア. $\frac{1}{12}$ | イ. $\frac{1}{9}$ | ウ. $\frac{1}{5}$ | エ. 1 |
| オ. 5 | カ. 9 | キ. 12 | |

(5) , (6) の解答群

- | | | | | |
|--------|---------|--------|---------|--------|
| ア. 0.4 | イ. 0.45 | ウ. 0.5 | エ. 0.75 | オ. 1.0 |
|--------|---------|--------|---------|--------|

(7) , (8) の解答群

- | | | | | |
|------|-------|-------|-------|-------|
| ア. 5 | イ. 10 | ウ. 15 | エ. 20 | オ. 25 |
|------|-------|-------|-------|-------|