

I (6 v)

1. (2) Os *amontoados binários (heaps)* e as *árvores binárias de pesquisa* são casos particulares de árvores binárias. Contudo são usados para finalidades diferentes. Indique quais são estas finalidades.
2. (1) Considere o algoritmo de inserção em $B - Trees$ apresentado nas aulas. A inserção dum elemento numa $B - Tree$, constituída por apenas um nó (página) totalmente cheio, resulta numa $B - Tree$ com quantos nós?
3. (1,5) Quais as vantagens e desvantagens relativas entre os algoritmos de ordenação *quick sort* e *merge sort*?
4. (1,5) Considere o amontoado binário definido pelo *array* [10; 5; 9; 3; 4; 1; 8; 2; 1]. Apresente a sequência de alterações realizadas sobre o amontoado durante a operação de remoção do maior elemento.

II (14 v)

Nota: a resolução das questões deste grupo pode utilizar métodos ou classes auxiliares. Contudo, o seu código tem de ser completamente apresentado.

1. (3,5) Realize o método estático

```
public static int partitionPoint(int[] v, int len, int val)
```

que dado o *array segmentado* *v*, com dimensão *len*, retorna o índice do primeiro elemento maior ou igual que *val*. O *array* diz-se *segmentado* se todos os elementos menores que *val* estiverem antes que os elementos maiores ou iguais que *val*. Caso todos os elementos sejam menores que *val*, deve ser retornado o índice *len*.

Valorizam-se soluções com custo assintótico $O(\log(n))$, em que n é a dimensão do *array*.

Nota: o *array* não está necessariamente ordenado.

2. (3,5) Realize o método estático

```
public static <E extends Comparable<E>> Node<E> partition(Node<E> head, E val)}
```

que segmenta a lista simplesmente ligada sem sentinela referenciada por *head*, de acordo com o seguinte critério: todos os valores menores que *val* devem ficar antes dos valores maiores ou iguais que *val*. Os nós da lista são representados pela classe *Node<E>*, que possui dois campos públicos: *value*, com o elemento presente no nó; e *next* com a referência para o próximo nó

O método retorna a referência para o primeiro nó da lista resultante.

3. (3,5) Considere a seguinte classe:

```
public class Pair<E1,E2>{
    public E1 first;
    public E2 second;
    public Pair(E1 first, E2 second){
        this.first = first;
        this.second = second;
    }
}
```

Realize o método estático

```
public static <E> Pair<E,Integer>[] histogram(E[] v)
```

que dada a sequência representada pelo *array não ordenado* de elementos *E*, retorna um *array* de pares com o histograma da sequência. O algoritmo implementado deve usar uma tabela de dispersão, de dimensão constante, para o cálculo do histograma.

4. (3,5) Realize o método estático

```
public static <E extends Comparable<E>> Node<E> getListOfLeafs(Node<E> t)}
```

que dada a árvore binária de pesquisa referenciada por *t*, retorna uma lista simplesmente ligada com os valores presentes nos nós folha de *t*. A lista retornada deve estar ordenada e a árvore deve permanecer inalterada.

Assuma que cada nó da árvore tem três campos: um *E val* e duas referências, *left* e *right*, para os descendentes respectivos. A lista simplesmente ligada usa o campo *right* da classe *Node<E>* para referir o próximo nó da lista.