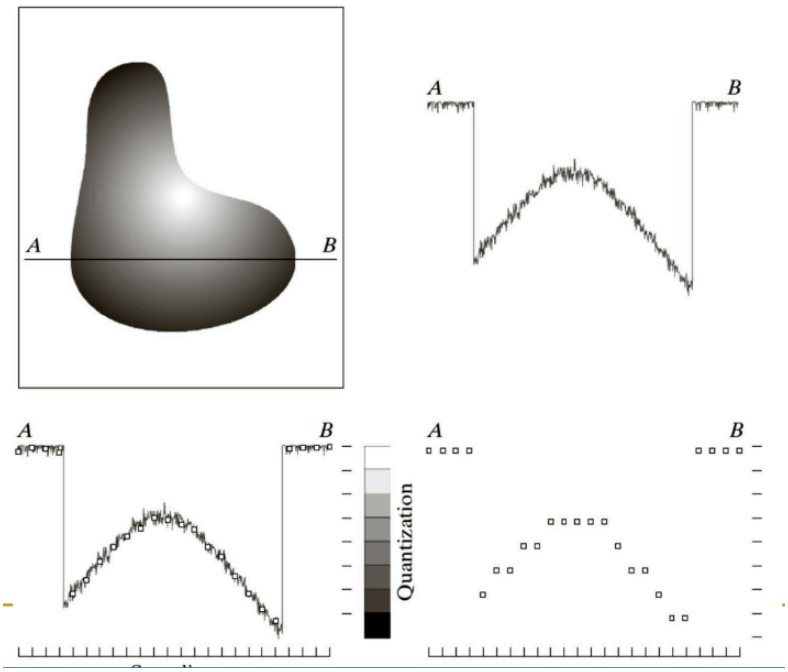
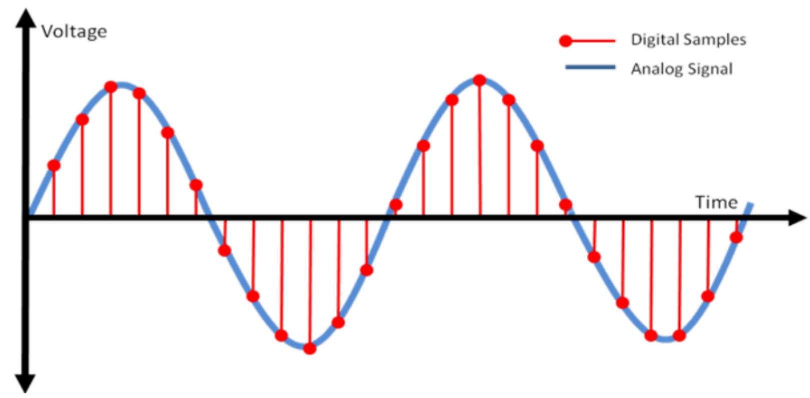
08 - Campionamento e quantizzazione

Consideriamo un segnale: al fine di poterlo digitalizzare sarà necessaria la scelta di un numero finito di campioni. Ogni punto del segnale è rappresentato da un numero reale, è quindi necessario andare a scegliere valori discreti al fine di un campionamento accurato.



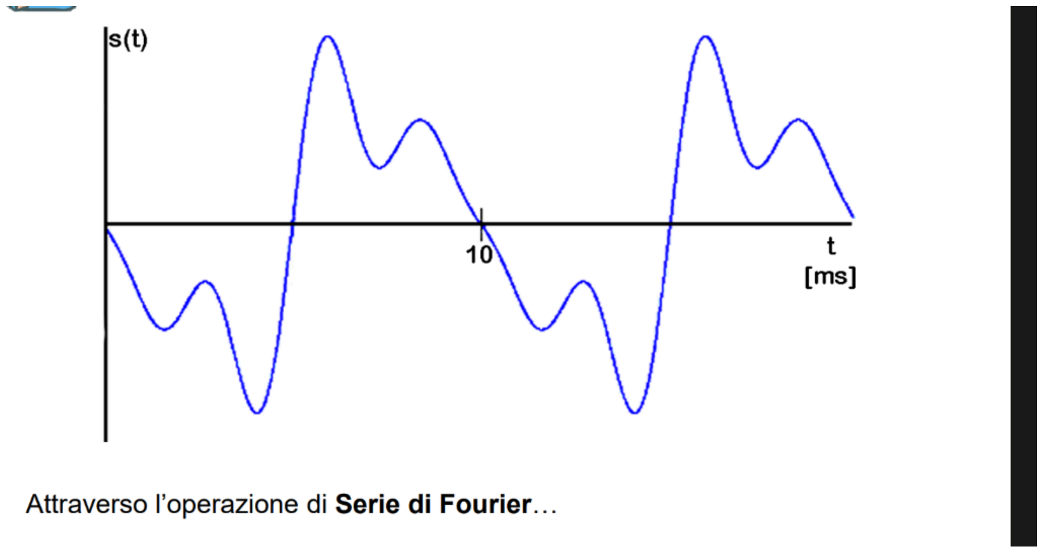


Un campionamento troppo basso può portare a due problematiche particolarmente rilevanti:

- **Perdita di informazione**: È quasi obbligatorio procedere con un campionamento ridotto al fine di poter conservare in spazi ragionevoli l'immagine all'interno di un DB.
- **Artefatti grafici**: Possono inoltre comparire artefatti grafici non presenti nell'immagine, in questo caso parliamo dell'effetto di **Aliasing**, particolarmente comune, richiede molta attenzione.

Un modo per scegliere al meglio un campionamento è attraverso il **teorema di Shannon** che utilizza il "**Nyquist rate**" ovvero il doppio della più alta frequenza di un segnale continuo e limitato.

Operativamente parlando si divide il segnale affinché per ogni sotto intervallo considerato il fenomeno sia in pratica costante, dunque il Nyquist rate su una suddivisone in n parti non sarà altro che 2^n.



Per il **teorema del campionamento di Shannon** se vengono presi tutti i campioni con un valore più alto del Nyquist rate allora potremo ricostruire l'immagine in maniera del tutto **fedele**, vediamo un esempio operativo:

Campionamento corretto

Usiamo i tratti fini. Se preserviamo questi, allora abbiamo preservato anche gli altri. La nostra «frequenza più alta» è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 4 pixel, possiamo dividere l'intervallo in 720/4=180 tratti.
- Il doppio di tale frequenza è il Nyquist rate: 360. Prenderemo allora solo 360 campioni e ricostruiremo con l'interpolazione bilineare l'immagine.

Originale con 720 x 720 campioni

Campionata con 360 x 360 campioni

15

Campionamento sbagliato

Decidiamo di volere trascurare i tratti fini. La nostra ipotetica «frequenza più alta» è allora:

- dimensione quadro 720 pixel, dettaglio massimo 6 pixel, possiamo dividere l'intervallo in 720/6=120 tratti.
- Il Nyquist rate è quindi 2*120=240. Prenderemo allora solo 240 campioni e ricostruiremo con l'interpolazione binomiale l'immagine.

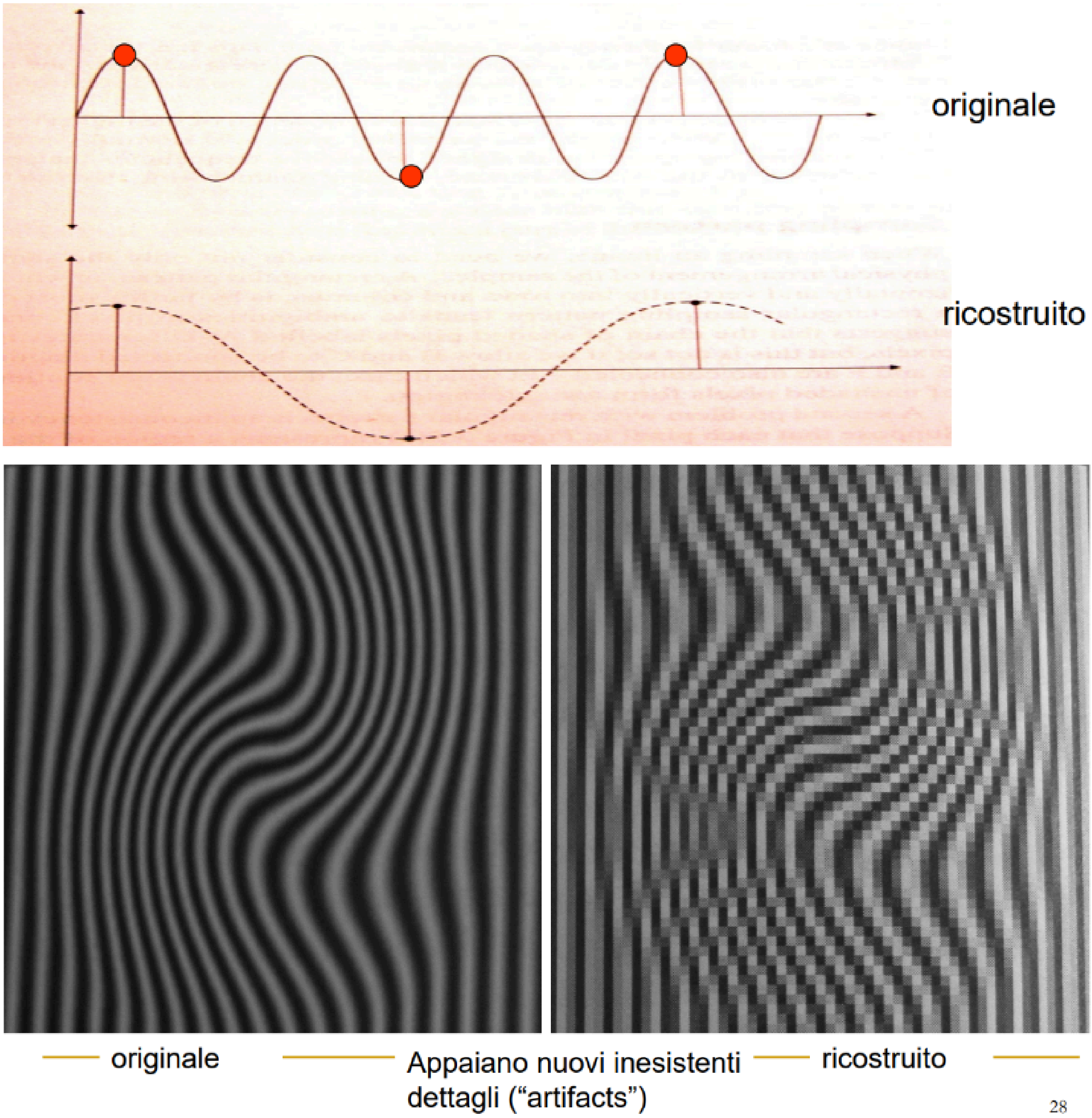
Originale con 720 x 720 campioni

Campionata con 240 x 240 campioni

17

Sottocampionamento e fenomeno di Aliasing

Cosa succede quindi andando a fare un campionamento sotto la soglia del Nyquist rate? Lo abbiamo detto, perdiamo informazione, dunque verranno aggiunte informazioni non presenti all'interno dell'immagine originale, portando all'effetto detto prima di Aliasing.



L'aliasing nelle applicazioni reali è sempre presente anche in minima parte, un modo per limitare il suo effetto può essere fatto attraverso elaborazioni che vanno a smussare il segnale prima di campionare, processo definito antialiasing.

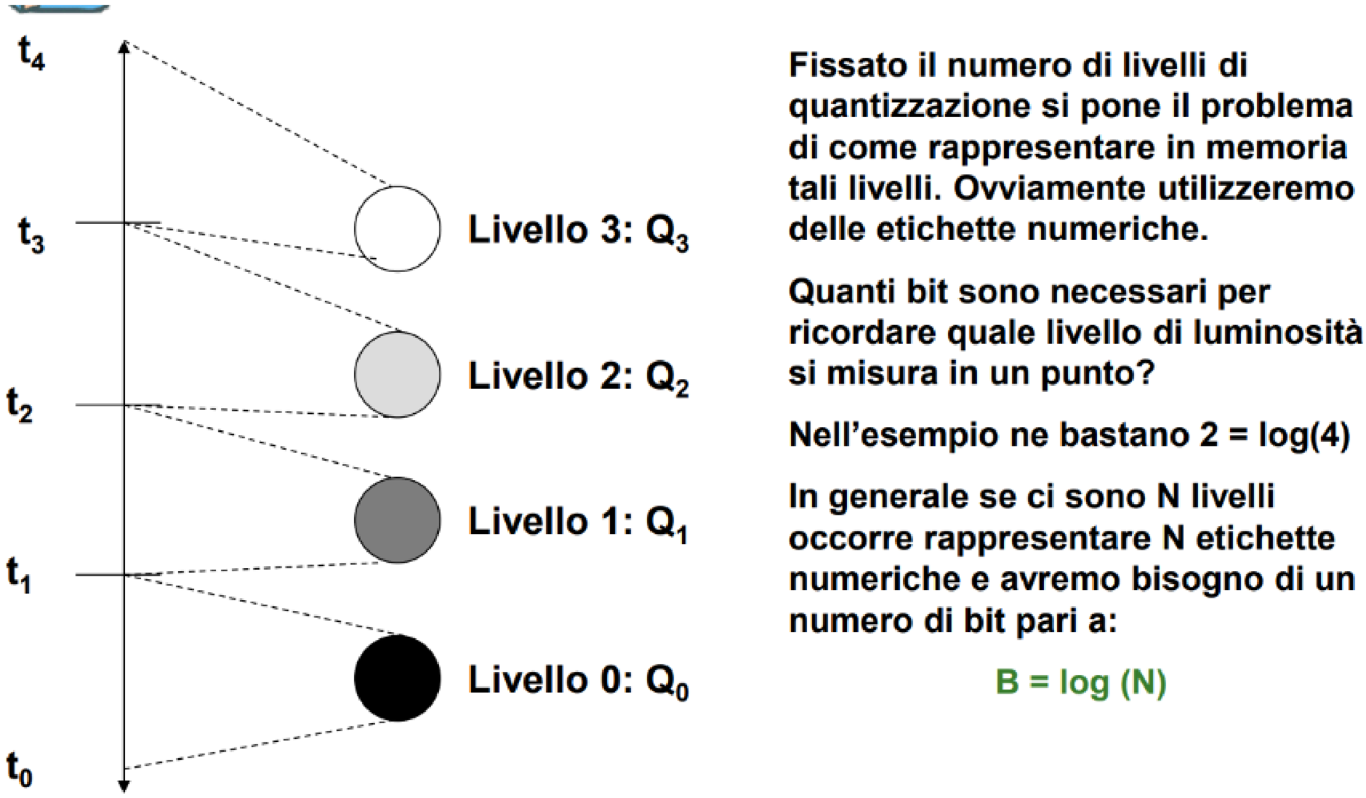
Quantizzazione

I sensori sono delle apparecchiature analogiche e in quanto tali misurano con dei valori reali, è quindi utile applicare degli arrotondamenti, questo processo viene detto quantizzazione. Le misure dei CCD sono anche soggette a errori di misurazioni causa difetti nel sensore oppure perturbazioni termiche, questi errori costituiscono rumore.

Mettiamo il caso di volere quantizzare su n livelli avendo un range $[a, b]$ con $a, b \in \mathbb{R}$.
Fisseremo quindi $n + 1$ numeri $(t_0, t_1, \dots, t_n)$ tali che:

$$t_0 = a < t_1 < t_2 < \dots < t_n = b$$

Il numero $X \in [a, b]$ verrà assegnato al livello di quantizzazione se risulta $t_k \leq X \leq t_{k+1}$, infine Q rappresenta ogni livello di quantizzazione.



Nelle applicazioni commerciali la quantizzazione più comune è quella non lineare e logaritmica: questo porta ad avere più livelli nei toni scuri e meno livelli nell'area dei toni chiari, molto importante nell'elaborazione in campo medico, es. radiografie.

Vediamo alcune formule per il calcolo della quantizzazione fissando i seguenti valori:

- Range in ingresso -> $0 \dots N - 1$
- Range in uscita -> $0 \dots K - 1$ con $K \leq N$

Formula per la quantizzazione non uniforme:

$$L' = f(L, N, K)$$

Formula per la quantizzazione uniforme:

$$L' = \frac{L \cdot K}{N}$$

Formula per la quantizzazione logaritmica:

$$f(L, N, K) = \frac{\log_2(L \cdot K)}{\log_2(N)}$$


quantizzazione uniforme
quantizzazione non uniforme