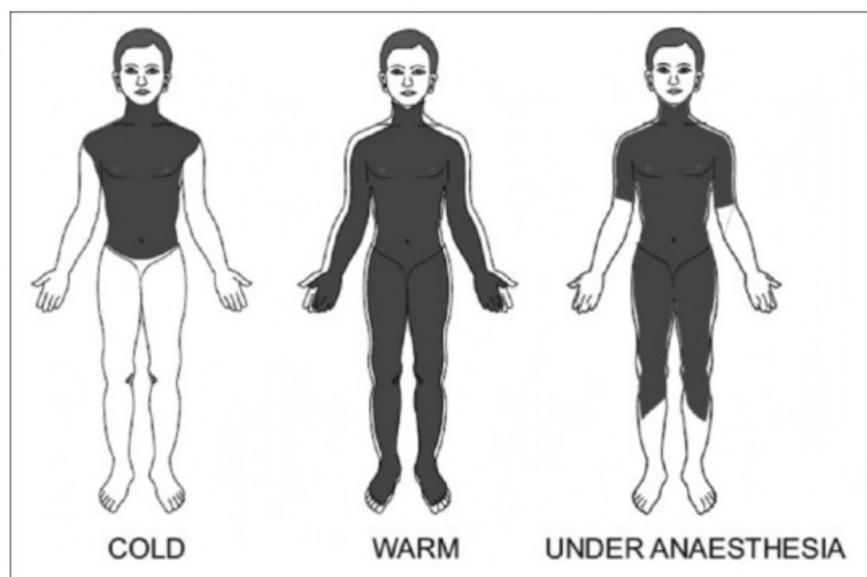


TERMOREGOLAZIONE IN ANESTESIA



Il problema nato a seguito di una richiesta di un problema di un anestesista a ginecologia dove si voleva affrontare il problema dell'ipertermia maligna volendo fare un modellino di come varia la temperatura del corpo durante l'anestesia.

Lo studio, fatto del prof, parte cercando in letteratura e arrivando ad un modello di inizio anni 60 in cui venne scritto un software di termoregolazione del corpo umano dividendolo in varie parti testa, tronco, arti. CB fa riferimento ad un serbatoio di sangue centrale.

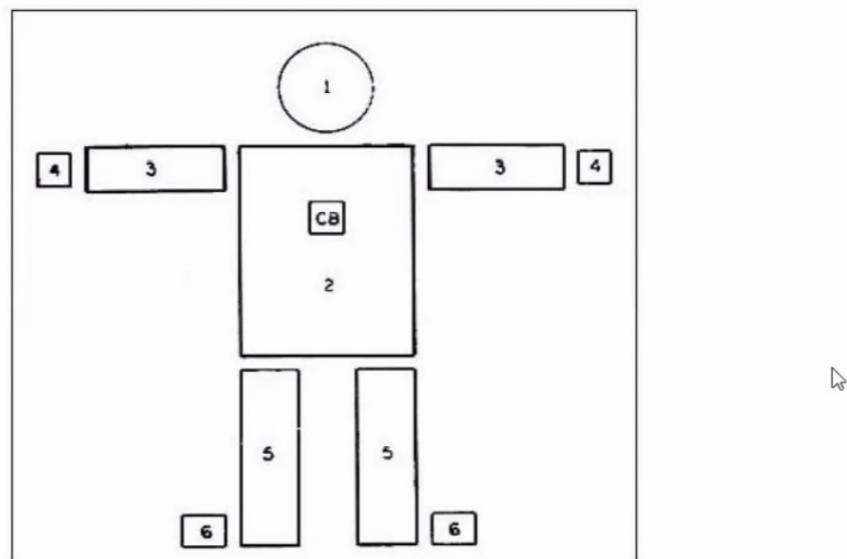


Figura 4.1: Schema del corpo umano secondo il modello completo [3].

Dopo questa indagine bibliografica (non trovando nulla sull'ipertermia maligna) si iniziò a pensare ad un modello.

Vediamo dopo il modello ma partiamo dal vedere i risultati alle pagine seguenti:

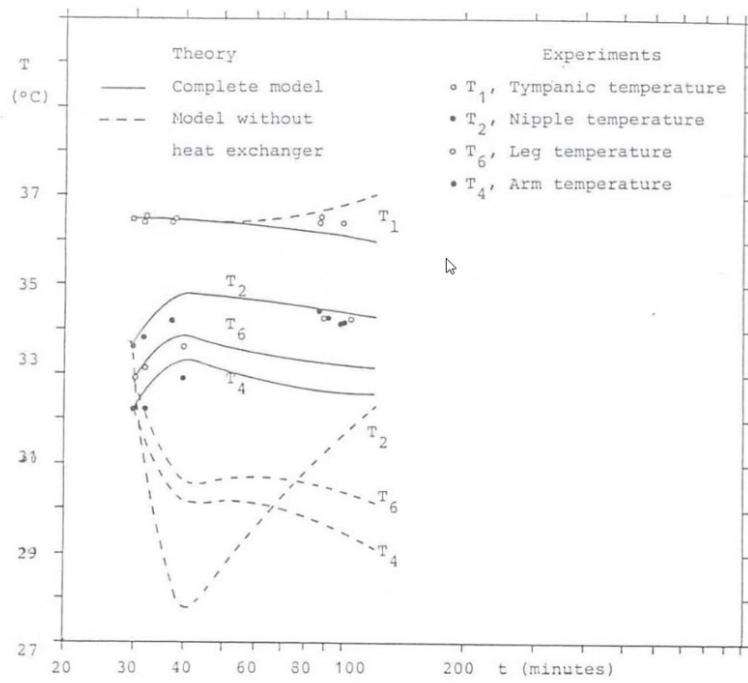


Figure 1 - Temperature variation during the anaesthetic treatment.

FIGURA 1

Andamento delle temperature in una donna sottoposta ad un trattamento chirurgico.

In ascissa una scala logaritmica per i minuti (operazione di due ore).

In cui viene misurata la temperatura timpanica T_1 inserendo una termocoppia nell'orecchio, assumendola assimilabile alla temperatura della testa che vedremo più avanti come consideriamo testa e tronco alla stessa temperatura.

T_2 è la temperatura del petto misurata sul capezzolo ovvero la temperatura superficiale del tronco.

T_4 temperatura del braccio e T_6 della gamba.

L'andamento sperimentale (pallini) mostra una tendenza al calo della temperatura centrale e per quelle superficiali un primo aumento e poi un calo.

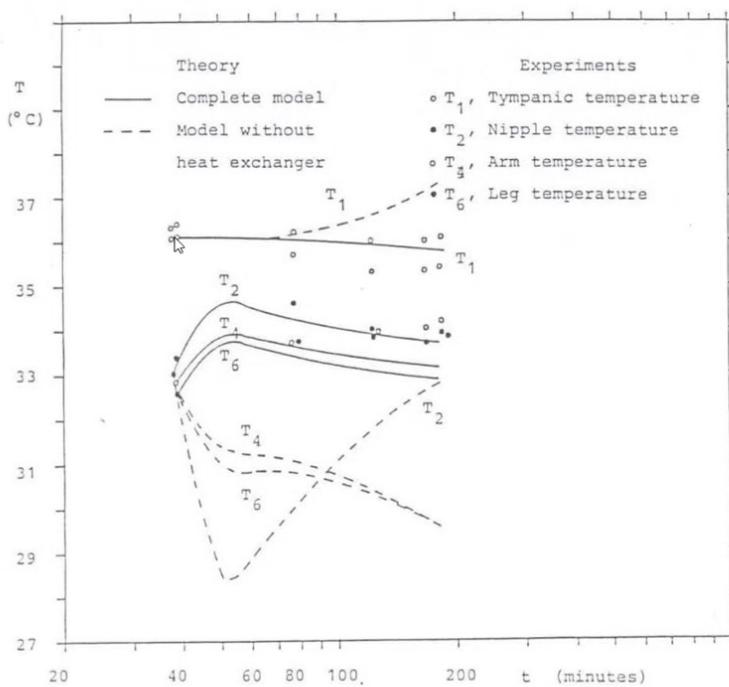


Figure 2 - Temperature variation during the anaesthetic treatment.

FIGURA 2

È un altro esperimento dove si vedono le temperature sperimentali (pallini) e la stessa tendenza a diminuire.

Le curve le discuteremo dopo aver affrontato il modello

La Termoregolazione

Termoregolazione in condizioni fisiologiche

La termoregolazione è un meccanismo fisiologico mediante il quale l'organismo reagisce ad eventuali variazioni di energia termica in modo da mantenere la propria temperatura interna in un opportuno intervallo. L'attivazione del sistema può essere scatenata da diversi fattori ambientali (variazioni di temperatura, di umidità, etc.), ma anche dall'esposizione a radiazioni elettromagnetiche alle RF (EM/RF). La capacità di adattamento a variazioni di temperatura è presente nella maggioranza degli esseri viventi, ma raggiunge un alto grado di perfezione solo negli omeoterme perché dotati del sistema di regolazione involontario basato sull'equilibrio di due fenomeni: la produzione e la dispersione di calore.

Nell'uomo la maggior parte degli organi vitali lavora, in condizioni di normalità, alla temperatura pressoché costante di 37 °C, comunque per valori compresi tra i 35.5 ed i 40 °C non si rilevano danni all'organismo. Variazioni da questi valori di temperatura possono essere dovuti ad esercizio fisico, età, stress emotivi, digestione, alterazioni del battito cardiaco o cicliche nelle donne, temperatura ambientale, etc. Al di fuori dei limiti dell'intervallo considerato il corpo è in condizioni di estrema vulnerabilità (a basse temperature si corre il rischio di congelamento, alle alte la coagulazione di alcune proteine), per cui il sistema termoregolatorio è dotato di diversi sistemi di controllo.

Un soggetto in condizioni normali produce energia ed è abituato a dissiparla ciò implica che se, nell'arco di una giornata, si verificano delle variazioni di temperatura dovrà intervenire qualcosa che permetta di mantenerla costante. Questa situazione di equilibrio può essere espressa in termini matematici dalla seguente equazione:

$$\underline{M} \pm \underline{W} = \pm \underline{R} \pm \underline{C} \pm \underline{E} \pm \underline{S} \quad [W] \circ [W / m^2] \quad (1)$$

Il maggior produttore di calore nell'interno del soggetto è il processo metabolico (M): le cellule per svolgere le loro funzioni devono ossidare gli alimenti (infatti il primo effetto che si rileva quando si verifica una crisi ipoglicemica è una sensazione di freddo, non avendo più zuccheri da bruciare ne deriva l'incapacità di produrre sufficiente energia termica). L'energia fornita dal metabolismo viene convertita in parte in lavoro ed in parte in calore (o maggiore afflusso di sangue ai muscoli, etc.). In realtà il corpo umano è una macchina termica in cui il rendimento massimo che si riesce a raggiungere vale il 20% (per atleti ben allenati). Di conseguenza per 10 W/m^2 di lavoro prodotto almeno 40 vengono ceduti all'esterno o dispersi per sudorazione per evitare l'aumento di temperatura interna. Il lavoro può avere segno sia positivo che negativo. E' negativo per esempio quando si frena in discesa o quando si abbassano dei pesi da uno scaffale (trasformazione di energia potenziale in calore che deve esser smaltito verso l'esterno in aggiunta in questo caso al metabolismo). A causa della difficoltà di valutazione di questo termine viene in genere inglobato nel metabolismo, e indicato con $M \pm W$.

A destra dell'uguaglianza, nella (1), sono presenti una serie di termini relativi ai processi che servono per compensare la produzione di energia dall'interno del corpo. Un modo per espellere energia è di irradiare calore (R): il corpo umano irradia verso l'esterno nella zona

di frequenze dell'infrarosso . Un secondo metodo è quello convettivo (C): l'aria a contatto con il corpo, il quale è a temperatura maggiore, segue dei moti convettivi diretti verso l'alto, sono questi che la raffreddano e le fanno cedere energia.

Il termine (E) è il calore latente ceduto all'ambiente dall'evaporazione dell'acqua contenuta nella pelle , o più precisamente nelle cellule e nei capillari sottocutanei. Vi sono due meccanismi per cui l'acqua contenuta all'interno dell'organismo evapora dalla pelle, e cioè la trspirazione *Ed* (diffusione del vapore attraverso la pelle) e l'evaporazione del sudore *Esw* (*sw* sta per sweat, sudore).

Bisognerà anche tenere conto di un calore perso per respirazione dovuto alla differenza fra aria ambiente e aria espirata non solo in temperatura ma anche in umidità relativa.

L'ultimo termine (S) è relativo ad eventuali immagazzinamenti di energia.

La maggior parte dei sistemi che intervengono nella termoregolazione sono collegati alla superficie e/o al volume del soggetto in esame; è per questo che le grandezze coinvolte nella (1) sono espresse in Watt (se si considera il soggetto nel complesso o ci si riferisce all'intero processo metabolico) o in W/m^2 (se si considera una porzione limitata del soggetto e si valuterà, ad esempio, solo l'irradiazione dovuta ad una zona), inoltre le suddette quantità sono da intendersi come medie temporali durante l'intervallo di osservazione e all'equilibrio termico.

La produzione di calore da parte di un essere umano, a riposo fisico e mentale, dopo almeno 12 ore dai pasti e in ambiente termicamente neutro (33 °C), è tutt'altro che trascurabile e proviene da un reale processo di combustione. E' interessante notare come ciascuna cellula possa essere pensata come una microcamera di combustione e, in totale, per un uomo del peso standard di 70 Kg e nelle suddette condizioni, il consumo di ossigeno sia di circa 250ml/min ed il tasso metabolico basale (BMR) di 1.2 W/Kg. Questo valore è però indicativo perché la capacità di produrre calore è funzione non solo dello stato biologico della persona, ma può essere influenzata dal peso, dalla dieta e molto spesso da funzioni di tipo endocrino e ormonali. La maggior parte del calore viene prodotta dal tronco, visceri e cervello e trasferita tramite il sangue nel resto dell'organismo, questo è però valido nella situazione di immobilità, infatti anche il solo movimento degli arti può contribuire ad aumentare la temperatura corporea. Il valore medio di produzione di calore è di circa 84 W, ma tale valore potrebbe oscillare tra i 40 e gli 800 W/m^2 (oppure da 1 a 21 W/Kg) a seconda dell'età, sesso, taglia e livello d'attività fisica.

Le risposte fisiologiche vengono innestate dall'ipotalamo, che è il centro regolatore del corpo umano; esso riceve afferenze da tutto il corpo tramite recettori periferici localizzati sulla cute e attraverso recettori interi localizzati nell'ipotalamo stesso e nei grandi vasi; questi termorecettori consentono la mediazione delle informazioni sullo stato termico di ogni parte del corpo; l'ipotalamo quindi elabora le informazioni che riceve ed è in grado in condizioni fisiologiche di coordinare la risposta più opportuna.

Al variare della temperatura ambientale si possono avere tre possibili zone: una inferiore alla temperatura critica fredda, una superiore alla critica calda ed una neutra. Nella zona intermedia prevale un controllo vasomotorio, in quella critica fredda prevale l'aspetto metabolico ed in quella critica calda, dapprima si presenta un costante aumento della sudorazione e del flusso sanguigno

(ne magno)

carica anche
l'efficienza
dello scambiatore
di calore

poi, con l'aumentare della temperatura, comincia una crescita della produzione metabolica per effetto dell'affaticamento del sistema termoregolatorio.

Una variazione della temperatura esterna, quando recepita dal sistema nervoso centrale, induce un'alterazione del sistema muscolare che si manifesta in una dilatazione, oppure in una costrizione, dei vasi sanguigni. Questo fenomeno si presenta perché il sangue raccoglie calore nelle zone più interne del corpo e lo trasporta in quelle periferiche per cui, in caso di raffreddamento, la vasocostrizione periferica diminuisce l'afflusso di sangue (dunque di energia termica) alle parti periferiche per evitare il più possibile la dispersione di calore, se viceversa si è sottoposti a riscaldamento la vasodilatazione permette una maggiore dispersione di calore.

Il sistema di controllo vasomotore è di grande importanza perché consente di rilevare variazioni di temperatura localizzate, anche lontano dai sensori, e di trasmetterle a tutto il corpo.

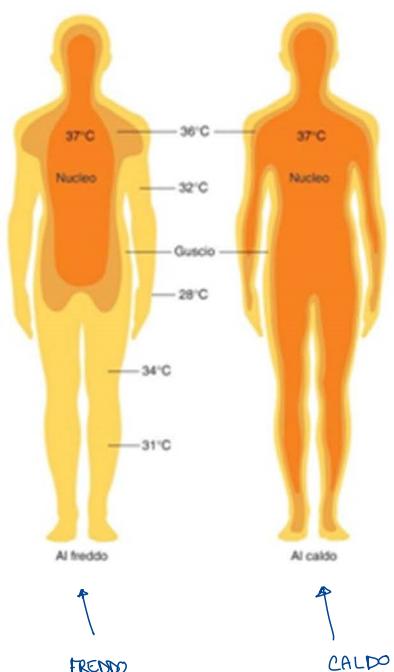
Durante uno sforzo fisico lo stato cambia notevolmente, il sangue alla periferia esterna del corpo può aumentare fino a 10 volte, per ottenere una maggiore dissipazione di calore prodotto dai muscoli a causa dell'aumento dell'attività metabolica locale e dunque il sistema termoregolatorio deve intensificare il suo lavoro.

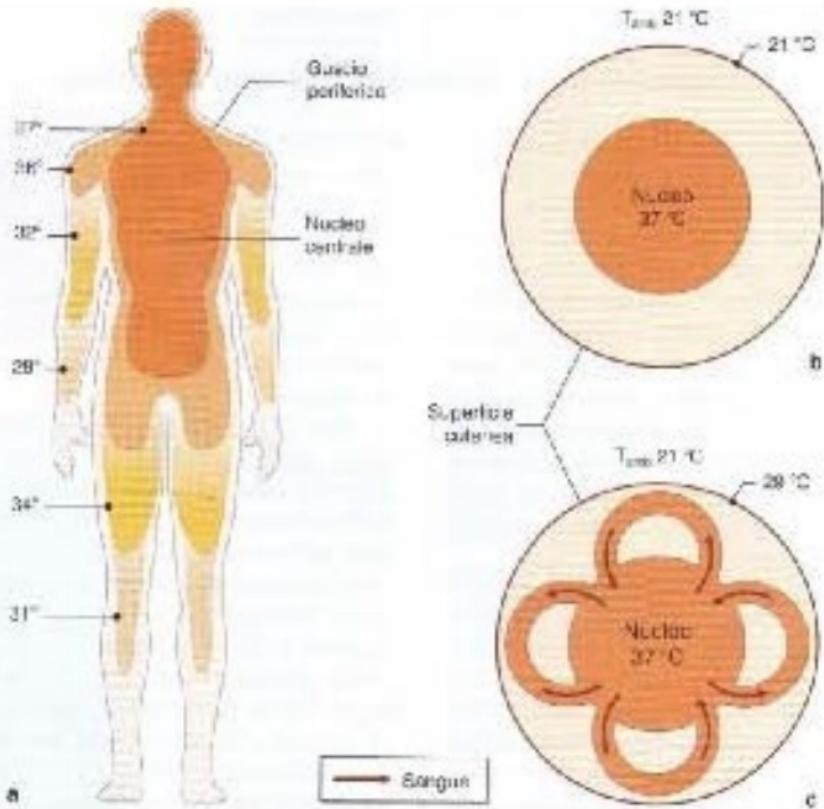
In caso di forte ipotermia il sistema preferisce sacrificare una zona periferiche (es un piede o una mano) con una vasocostrizione salvando la temperatura nella zona centrale.

Come già detto in precedenza nel corpo umano la distribuzione di calore non è uguale in tutte le sue parti; nei punti in cui c'è possibilità di trasferimento di calore, la temperatura sarà minore rispetto a quella delle parti più interne. Il corpo si divide in un **guscio interno** e in un **guscio esterno**.

Nel guscio interno, o nucleo o core, si trovano tutti gli organi vitali, che devono essere mantenuti intorno ai 37°-37,5°C. Lo spessore del guscio esterno non è regolato entro limiti ristretti: dipende, infatti, dall'ambiente e dalla necessità del corpo di conservare il caldo.

Il nucleo centrale aumenta di estensione durante l'esposizione al caldo per vasodilatazione periferica, poiché il sangue è un ottimo trasportatore di calore. Se invece esponiamo il corpo al freddo, il nucleo centrale riduce ampiamente la propria estensione, limitandola alla sola parte addominale per vasocostrizione periferica.





A destra gli scambiatori di calore che portano il sangue dalla parte centrale a quella periferica.

Figura 1.1: In a) viene mostrato l'andamento della temperatura all'interno delle varie zone del corpo umano; in b) e c) invece viene mostrata l'importanza della circolazione sanguigna, la quale garantisce un mantenimento di temperature compatibili con la vita anche in presenza di basse temperature esterne.

Sistema molto semplificato della termoregolazione

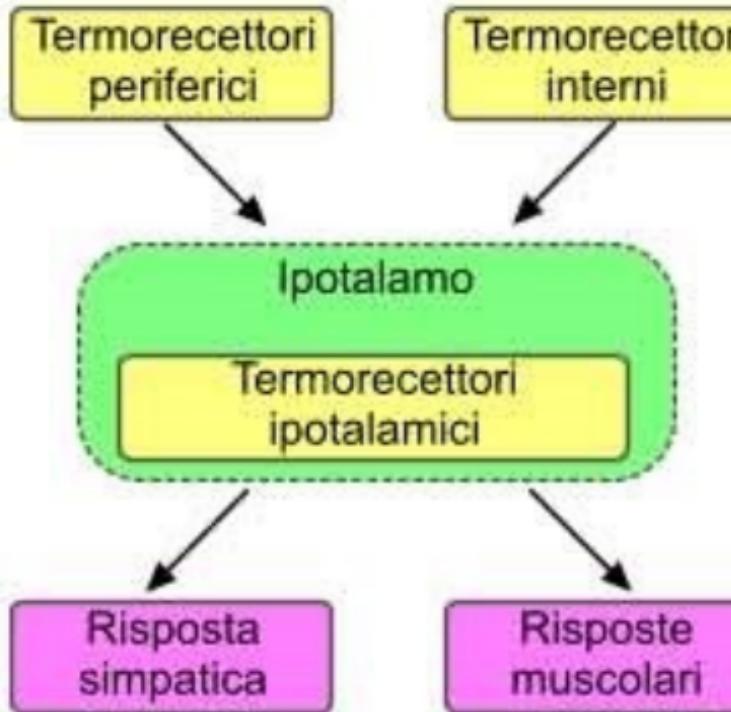


Figura 1.3: Termoregolazione dell'ipotalamo: la risposta fisiologica alle variazioni di temperatura si esplica attraverso una risposta vasomotoria, evaporazione, contrazione muscolare e metabolismo

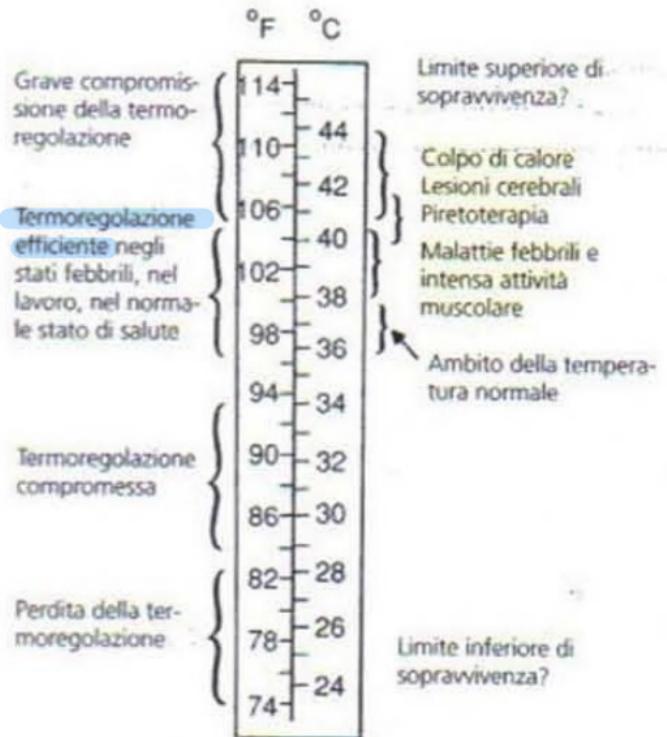


Figura 1.4: Conseguenze della variazione della temperatura basale sul corpo umano: se la termoregolazione è ancora efficiente negli stati febbrili (range 37°C-41°C), essa è gravemente compromessa nelle alte temperature ($T>41^{\circ}\text{C}$) e nelle basse temperature ($T<32^{\circ}\text{C}$).

Termoregolazione in corso di anestesia

L'anestesia generale, sia inalatoria che endovenosa, determina una alterazione del centro termoregolatore ipotalamico che si traduce nella mancata risposta termoregolatoria dell'organismo fino a temperature notevolmente più alte o più basse del fisiologico valore di riferimento. All'induzione dell'anestesia generale si nota il calo maggiore della temperatura del nucleo centrale: la riduzione del fisiologico valore di soglia per la vasocostrizione, determina una diminuzione della scarica tonica ortosimpatica sul sistema arteriolare con redistribuzione del calore dal centro, più caldo, verso la periferia, più fredda. In pratica la temperatura centrale scende e quella periferica sale seguendo il gradiente termico preimpostato dall'ipotalamo. Dopo questa fase iniziale la Tc continua a diminuire per i fenomeni di dispersione termica ambientale (convezione, irradiazione, evaporazione e conduzione) fino verso la terza o quarta ora di anestesia. A questo punto la Tc si stabilizza (fase di plateau): si crea cioè un equilibrio dinamico tra produzione e perdita di calore. In generale possiamo dire che dopo tre o quattro ore di anestesia si raggiunge una perdita di Tc di circa 3°C.

Un grado lieve d'ipotermia controllata, può essere d'aiuto in alcune particolari specialità chirurgiche, neurochirurgia, cardiochirurgia e chirurgia vascolare, o quando si voglia di proteggere i tessuti dal danno ischemico. Tuttavia, l'ipotermia accidentale è sempre dannosa, comportando complicanze sia intra che postoperatorie. Nel periodo intraoperatorio all'ipotermia si accompagnano una diminuzione della clearance dei farmaci anestetici e dei curari, così come un'alterazione della coagulazione e della crasi ematica. Nel periodo postoperatorio l'ipotermia contribuisce ad aumentare l'incidenza di desaturazione e di accidenti ischemici miocardici. I pazienti ipotermici, inoltre, presentano una maggiore incidenza di infezioni delle ferite chirurgiche, attribuibile all'aumento della concentrazione plasmatica di cortisolo ed alla ridotta produzione di fattori ad effetto proinfiammatorio. Infine, la riduzione della temperatura centrale comporta allungamento dei tempi di risveglio dall'anestesia generale e di dimissione dalla recovery room oltre che gradi maggiori di discomfort e di dolore postoperatorio.

E' raccomandata una temperatura ambiente compresa tra 24 e 27 °C con umidità relativa >40%. L'isolamento con teli riflettenti può ridurre la dispersione termica soprattutto se almeno il 50% della superficie corporea viene coperto (situazione inusuale nel bambino). Data l'importanza della perdita calorica per evaporazione, durante l'anestesia è consigliato l'uso di i filtri umidificatori così come circuiti rotatori con calce sodata. I riscaldatori di fluidi sono raccomandati in caso di somministrazione di grosse quantità di fluidi.

Il problema dell'ipotermia in corso di anestesia rimane un problema non ancora totalmente risolto perciò con il seguente lavoro si vuole analizzare l'andamento della temperatura durante il trattamento anestetico. Si procederà per approssimazioni successive; si prenderà in considerazione modelli via via più complessi.

Tuttavia per alcuni soggetti si può manifestare il problema diametralmente opposto: l'ipertermia maligna. L'ipertermia maligna è una sindrome farmaco-genetica dei muscoli scheletrici (tra 1/5.000 a 1/50.000-100.000 anestesie), rara ma potenzialmente letale. Può manifestarsi in individui

geneticamente predisposti generalmente in occasione di interventi chirurgici come grave reazione alla somministrazione di alcune classi di farmaci usati per l'anestesia generale, come i gas anestetici allogenati (alotano, isoflurano, sevoflurano, desflurano, enflurano) e i bloccanti neuromuscolari depolarizzanti, quali la succinilcolina. Recenti studi hanno però anche riportato rari casi scatenati da stress fisici secondari a un eccessivo esercizio oppure al calore. Le crisi di ipertermia maligna sono scatenate da un aumento incontrollato dei livelli di calcio nelle fibre del muscolo scheletrico. Questo iniziale fenomeno (scatenato dalla somministrazione di anestetici) provoca a sua volta un aumento del metabolismo ossidativo, una massiccia e generalizzata contrazione della muscolatura corporea e un aumento progressivo e incontrollato della temperatura. Gli individui colpiti vanno anche incontro all'aumento di anidride carbonica (iperkapnia) e di potassio (ipercalemia) nel sangue, alla diminuzione di ossigeno (ipossiemia), alla distruzione di molte fibre muscolari (rhabdomiolisi). Se non prontamente trattata, può causare arresto cardiaco e quindi risultare fatale o comunque dare luogo a importanti reliquati clinici (insufficienza renale, ischemia cerebrale, ecc). Un episodio acuto di ipertermia maligna viene trattato con successo grazie alla prontezza diagnostica, alla sospensione immediata della somministrazione dell'agente scatenante (l'anestetico allogenato o il miorilassante), al trattamento delle anomalie metaboliche (iperventilazione con ossigeno al 100%).

Quindi risulta fondamentale un continuo monitoraggio della temperatura durante il trattamento anestetico per una rapida diagnosi di ipertermia maligna, per la misura della perdita di calore nel neonato o nelle persone più anziane durante un prolungato trattamento anestetico, o ancora per il controllo dell'ipotermia indotta.

Sono stati utilizzati per le tre donne due diversi tipi di farmaci anestetici; per la donna di 1,6m e 60 kg è stato utilizzato alotano, mentre per le altre due donne isoflurano. Tra i vantaggi dell'isoflurano si annoverano la stabilità cardiovascolare e il rilasciamento muscolare, mentre l'alotano è più dilatante; infatti le parti periferiche della donna trattata con alotano raggiungono mediamente temperature leggermente più alte in quanto la perfusione sanguigna sarà stata maggiore.

Nell'analizzare l'andamento della temperatura corporea in corso di anestesia quindi si studieranno i seguenti casi

- Sfera omogenea: è il modello più semplice in cui il corpo umano verrà rappresentato come una sfera con proprietà fisiche omogenee e costanti in ogni punto sia con che senza il calore metabolico
- Sfere concentriche: si schematizza il corpo con due sfere concentriche di cui quella interna rappresenta il nucleo centrale; questo caso sarà studiato in presenza e in assenza di circolazione sanguigna
- Modello con tre parti: il corpo viene assunto come costituito da tre parti, una centrale e due periferiche. La parte centrale è comprensiva del tronco, la testa e la parte centrale del sistema cardiocircolatorio. Le due periferiche si riferiscono alla braccia (con le mani) e alle gambe (con i piedi). Ogni parte è composta da una porzione esterna che include grasso e pelle e da una porzione interna (ossa, muscoli, etc).

Sfera Omogenea

Studiamo l'andamento della temperatura di una sfera con proprietà fisiche costanti in ogni punto in presenza ed in assenza di generazione di calore metabolico.

Simile a quanto abbiamo visto a lezione appunto per la sfera

Sfera omogenea senza generazione di calore

Supponendo valida l'ipotesi di parametri concentrati allora la temperatura non sarà più funzione delle coordinate spaziali ma solo del tempo $T(x,y,z,t) \sim T(t)$.

L'equazione di bilancio termico (supponendo nullo il lavoro esterno e le variazioni di energia cinetica e potenziale) si riduce all'egualanza fra la variazione di energia interna della sfera e il calore scambiato per convezione.

$$Mc_v \partial T = hS(Te - T) \partial t$$

con M massa del corpo, c_v calore specifico del corpo umano, h coefficiente di scambio convettivo, S superficie del corpo e Te temperatura esterna.

Integrando rispetto al tempo l'equazione precedente otteniamo

$$\theta = \frac{T - Te}{Ti - Te} = e^{\frac{-hSt}{Mc_v}} = e^{\frac{-3ht}{\rho R c_v}}$$

con Ti temperatura iniziale della sfera.

All'aumentare del raggio il corpo si raffredda più lentamente dato che nella costante di tempo di quell'andamento esponenziale $\tau = \frac{\rho R c_v}{3ht}$ il raggio compare al numeratore.

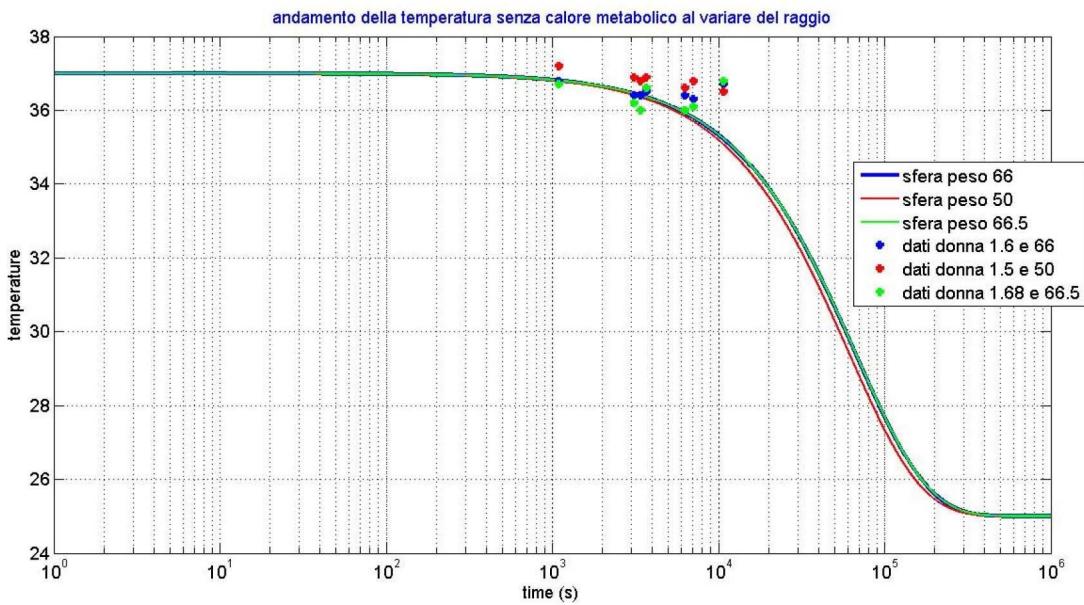
Nella figura successiva si riportano gli andamenti della temperatura con $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$, $c_v = 3204 \frac{J}{kg K}$, $h = 4 \frac{W}{m^2 K}$, $Te = 25^\circ C$, $Ti = 37.0^\circ C$ e con raggio che assume i valori 0.25m (per avere peso della sfera 66 Kg), 0.229m (quindi peso 50) e 0.251m (peso 66.5); si confrontano poi tali andamenti con alcuni dati sperimentali ottenuti per tre donne rispettivamente di altezza 1.6m e peso 66Kg, altezza 1.5m e peso 50 Kg, altezza 1.68m e peso 66.5Kg per vedere come procede l'approssimazione.

Coefficiente tipico della convezione naturale

Corpo 70% acqua

La prima soluzione è una soluzione analitica, quella della pagina precedente.
Il grafico ha coordinate logaritmiche nel tempo e si vede come si arriva a "regime stazionario" a T_e .
Ovviamente la temperatura diminuisce fino a T_e non avendo considerato il calore metabolico.

Fig1.1



Chiaramente questa prima approssimazione è molto semplice; la temperatura raggiunge temperature molto basse non essendoci, ad esempio, calore metabolico generato e i diversi andamenti sono difficilmente distinguibili dato che l'unico parametro fra le tre sfere che si può variare è il raggio. Si nota anche che gli andamenti non riescono a seguire bene i dati sperimentali.

Sfera omogenea con generazione di calore

Se consideriamo anche la generazione di calore metabolico allora l'equazione di bilancio termico diventa

$$M c_v \partial T = h S (T_e - T) \partial t + dQ_m = h S (T_e - T) \partial t + q_m \rho V \partial t$$

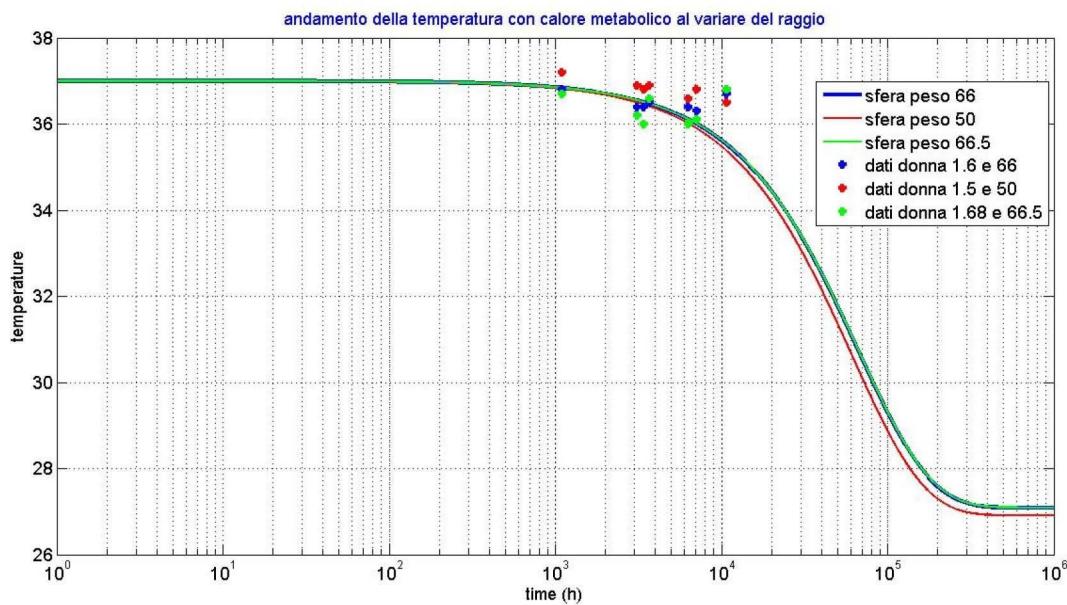
dove q_m è il calore per unità di tempo e di massa generato all'interno della sfera.

L'integrazione di questa equazione porta al seguente risultato

$$\theta = \frac{T - T_e}{T_i - T_e} = e^{\frac{-hSt}{Mc_v}} - \frac{q_m \rho V}{hS} e^{\frac{-hSt}{Mc_v}} + \frac{q_m \rho V}{hS}$$

Nella figura successiva si riportano gli andamenti della temperatura con $\rho=1000 \frac{kg}{m^3}$, $c_v = 3204 \frac{J}{kg K}$, $h=4 \frac{W}{m^2 K}$, $T_e=25^\circ C$, $T_i=37.0^\circ C$ e con raggio che assume i valori 0.25m (per avere peso della sfera 66 Kg), 0.229m (quindi peso 50) e 0.251m (peso 66.5); si confrontano poi tali andamenti con alcuni dati sperimentali ottenuti per tre donne rispettivamente di altezza 1.6m e peso 66Kg, altezza 1.5m e peso 50 Kg, altezza 1.68m e peso 66.5Kg per vedere come procede l'approssimazione.

Fig1.2

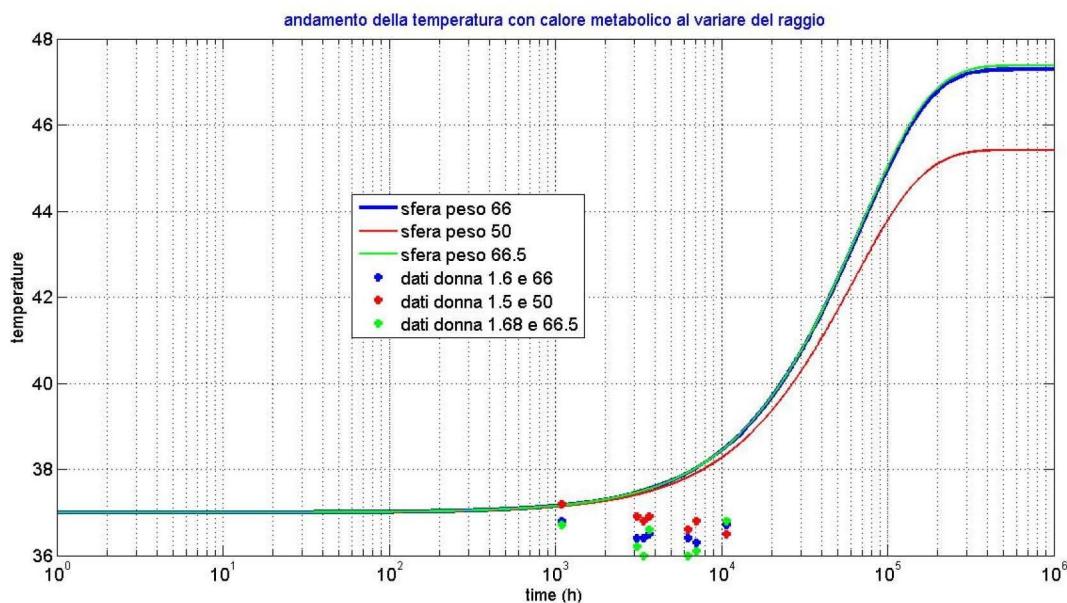


$q_m=0.1$ [W/kg]; il calore metabolico generato è molto basso (non corretto) perciò la temperatura ha un andamento decrescente per tutti e tre i raggi che abbiamo scelto; si riesce anche a notare come per il raggio più grande il corpo si raffredda più lentamente e raggiunge temperature a regime stazionario più alte.

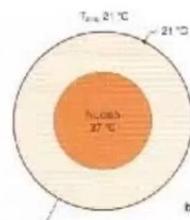
Due differenti assunzioni per il calore metabolico.

Quello della seconda curva è più corretto e corrisponde a quella di una persona che giace orizzontalmente.
In questo caso la temperatura cresce fino a valori pericolosi.

Fig2.2



$q_m=1.07$ [W/kg]; la temperatura ha un andamento crescente per questo valore sperimentale corretto di calore metabolico.



<-- modello a due strati ma senza scambiatori periferici (questo è una modifica di quello che abbiamo visto come problema del vaso)

Sfere concentriche con due strati

In questa sezione verrà analizzata l'approssimazione del corpo umano come due sfere concentriche di cui quella più interna rappresenta lo scheletro, viscere e muscoli della testa, tronco e arti, mentre quella più esterna rappresenta gli strati più esterni come pelle e grasso.

Inoltre lo studio sarà fatto in presenza e in assenza della circolazione sanguigna (scambiatore di calore) e nel caso in cui la temperatura iniziale delle due sfere concentriche sia uguale (situazione poco realistica proprio per la definizione di nucleo interno ed esterno) o differente.

Due sfere concentriche senza circolazione capillare

Bisognerà risolvere il sistema di due equazioni differenziali alle derivate ordinarie che rappresentano il bilancio termico nella sfera interna (1) e in quella esterna (2)

$$M_1 c_{v1} \partial T_1 = q_{m1} \rho_1 V_1 \partial t - U_1 S_1 (T_1 - T_2) \partial t$$

$$M_2 c_{v2} \cancel{\partial T_1} = q_{m2} \rho_2 V_2 \partial t + U_1 S_1 (T_1 - T_2) \partial t - h_e S_e (T_2 - T_e) \partial t$$

$\overset{\text{è } \cancel{\partial T_1}}{\swarrow}$

assumendo $k_1 = \frac{U_1 S_1}{M_1 c_{v1}}$, $q^*_{m1} = \frac{q_{m1} \rho_1 V_1}{M_1 c_{v1}}$, $k_2 = \frac{U_1 S_1}{M_2 c_{v2}}$, $k_3 = \frac{h_e S_e}{M_2 c_{v2}}$, $q^*_{m2} = \frac{q_{m2} \rho_2 V_2}{M_2 c_{v2}}$

la risoluzione del sistema del sistema porta al seguente risultato

Provare a calcolare queste soluzioni

$$T_1 = A_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 e^{\lambda_2 t} + C_1$$

Calore specifico minore nella parte esterna che viene considerata più liquida di quella interna.

I raggi sono calcolati sulla base del peso totale dei soggetti.

$$T_2 = T_1 - \frac{q^*_{m1}}{k_1} + \frac{T'_{10}}{k_1}$$

con

$$\lambda_1 = \frac{-(k_1 + k_2 + k_3) - \sqrt{(k_1 + k_2 + k_3)^2 - 4k_1 k_3}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{-(k_1 + k_2 + k_3) + \sqrt{(k_1 + k_2 + k_3)^2 - 4k_1 k_3}}{2}$$

$$C_1 = T_e + \frac{q^*_{m2}}{k_3} + \frac{(k_2 + k_3)}{k_1 k_3} q^*_{m1}$$

$$B_1 = \frac{q^*_{m1} - k_1 (T_{10} - T_{20}) + C_1 \lambda_1 - \lambda_1 T_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

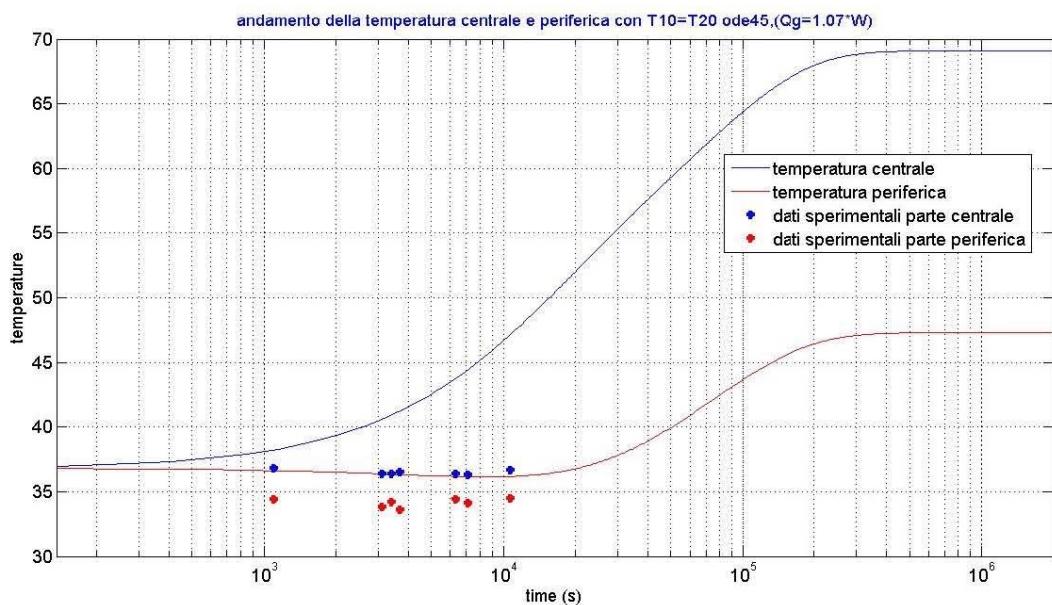
$$A_1 = T_{10} - B_1 - C_1$$

I parametri scelti per la simulazione sono $\rho = 1000 \frac{kg}{m^3}$, $c_{v1} = 3204 \frac{J}{kg K}$, $c_{v2} = 3150 \frac{J}{kg K}$, $h_e = 4 \frac{W}{m^2 K}$, $U_1 = 10 \frac{W}{m^2 K}$, $R_1 = 0.15 \text{ m}$, $R_2 = 0.25 \text{ m}$ (valore tale per cui il peso totale è circa 66 Kg), $q_m = 1.07 \frac{W}{Kg}$ (è il valore che verrà utilizzato in tutte le simulazioni successivi per vedere come procede l'approssimazione), $q_{m1} = 0.88 q_m$, $q_{m2} = 0.12 q_m$, $T_e = 25^\circ C$, $T_i = 36.8^\circ C$.

Nel caso precedente si poteva utilizzare sia soluzione analitica che numerica.
 Queste soluzioni non sono analitiche ma risolte in Matlab con ode4.

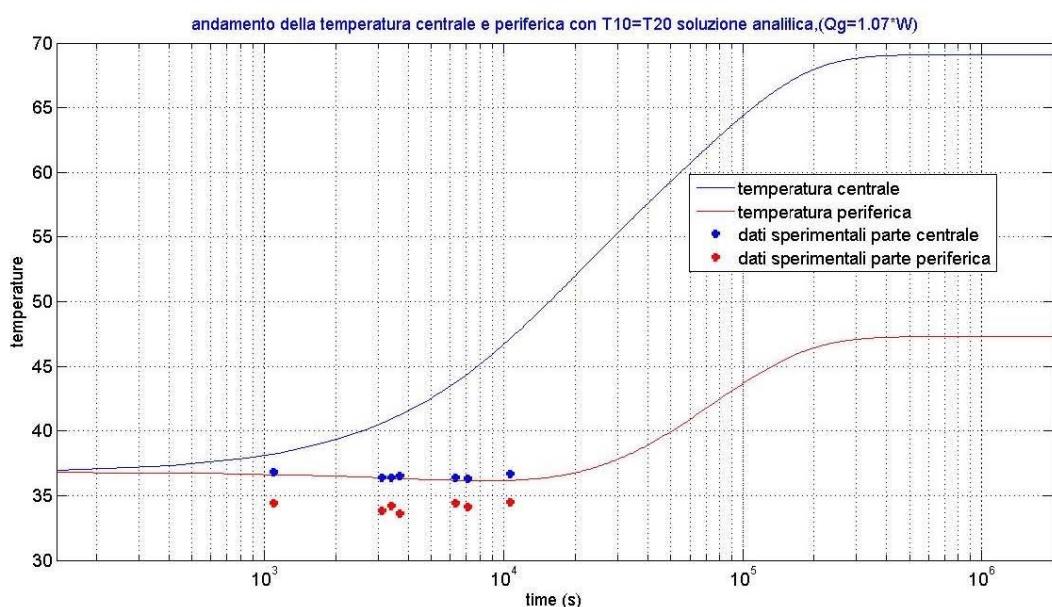
Cominciamo con mostrare gli andamenti nel caso in cui la temperatura iniziale della parte centrale e periferica coincidano. Si riportano anche alcuni dati sperimentali ottenuti per una donna di altezza 1.60 m e peso 66 Kg.

Fig1.3



Andamento della temperatura periferica e centrale con $T_{10}=T_{20}$; il sistema di due equazioni differenziali visto in precedenza è stato risolto con la function ode45 (MATLAB) e confronto con alcuni dati sperimentali ottenuti per una donna di altezza 1.60 m e peso 66 Kg.

Fig2.3

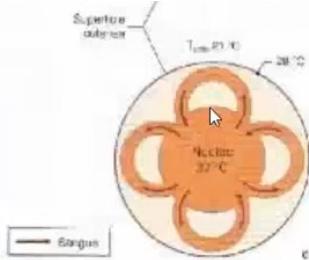


Andamento della temperatura periferica e centrale con $T_{10}=T_{20}$ (soluzione analitica) e confronto con alcuni dati sperimentali ottenuti per una donna di altezza 1.60 m e peso 66 Kg.

Confronto fra la soluzione analitica e quella trovata con ode45 T10~=T20

In entrambi i casi, i valori numerici a regime stazionario della temperatura centrale e periferica sono rispettivamente 69.08°C e 47.29°C.

Nelle precedenti simulazioni è stato scelto un calore metabolico generato nelle due sfere che è abbastanza vicino a quello che ci si aspetta in una persona durante il trattamento anestetico. Ancora dato che questi primi modelli sono molto semplici e non tengono conto di tutte le modalità con cui realmente un essere umano è in grado di disperdere calore chiaramente gli andamenti sono tali che la temperatura raggiunge valori incompatibili con la vita.



Due sfere concentriche con circolazione capillare

Al modello precedente si aggiunge anche la circolazione capillare per migliorare l'approssimazione; il sistema di equazioni differenziali da integrare è esattamente quello precedente con l'unica variante che bisogna aggiungere il termine di calore per unità di tempo portato via dalla circolazione sanguigna dalla parte centrale verso la parte periferica.

Quest'ultimo termine sarà

$$Q_1 = G_b c_b (T_{in} - T_u) \quad \begin{array}{l} \leftarrow \text{si aggiunge il calore scambiato dovuto alla Bio-Heat equation} \\ \text{di Pennes, portata del sangue, calore specifico e } \Delta T \text{ tra} \\ \text{ingresso e uscita.} \end{array}$$

dove G_b è la portata in massa di sangue, c_b è il calore specifico del sangue, T_{in} è la temperatura all'ingresso del capillare, T_u è la temperatura di uscita dal capillare.

Per ricavare $T_{in} - T_u$ si può pensare alla parte periferica come ad un termostato alla temperatura T_2 ; facendo un bilancio di energia su un tratto ∂x del capillare con p (perimetro) si ottiene

$$G_b c_b \partial T_1 = p \partial x (T_1 - T_2) \quad \begin{array}{l} \text{U} \\ \text{coeff. globale di scambio} \end{array}$$

e integrando si arriva alla seguente relazione

$$Q_1 = G_b c_b (T_1 - T_2) [1 - e^{\frac{-hs}{G_b c_b}}] \quad \begin{array}{l} \text{---} \\ \leftarrow \text{calore totale scambiato dallo scambiatore di calore} \\ \text{periferico} \end{array}$$

dove U è il coefficiente di scambio termico globale del sistema capillare (che noi approssimeremo con il solo coefficiente di scambio convettivo del sangue nei capillari trascurando la conduzione, fra l'altro molto facilitata, nella sottilissima parete capillare) e S è la superficie di scambio termico del letto capillare.

Il sistema di due equazioni differenziali da risolvere sarà quindi

$$M_1 c_{v1} \partial T_1 = q_{m1} \rho_1 V_1 \partial t - U_1 S_1 (T_1 - T_2) \partial t - G_b c_b (T_1 - T_2) [1 - e^{\frac{-hs}{G_b c_b}}]$$

variazione di energia interna = calore generato metabolico - calore perso per conduzione - calore scambiato con la parte esterna

$$M_2 c_{v2} \partial T_2 = q_{m2} \rho_2 V_2 \partial t + U_1 S_1 (T_1 - T_2) \partial t - h_e S_e (T_2 - T_e) \partial t + G_b c_b (T_1 - T_2) [1 - e^{\frac{-hs}{G_b c_b}}]$$

Stessa cosa per la variazione di energia interna per la zona esterna

$$\text{assumendo } k_1 = \frac{U_1 S_1}{M_1 c_{v1}}, q^*_{m1} = \frac{q_{m1} \rho_1 V_1}{M_1 c_{v1}}, k_2 = \frac{U_1 S_1}{M_2 c_{v2}}, k_3 = \frac{h_e S_e}{M_2 c_{v2}}, q^*_{m2} = \frac{q_{m2} \rho_2 V_2}{M_2 c_{v2}}, g_1 = \frac{G_b c_b}{M_1 c_{v1}}, g_2 = \frac{G_b c_b}{M_2 c_{v2}},$$

$$s = [1 - e^{\frac{-hs}{G_b c_b}}], f_1 = k_1 + g_1 s, f_2 = k_2 + g_2 s.$$

la risoluzione del sistema dei sistemi porta al seguente risultato

$$T_1 = A_1 e^{\lambda_1 t} + B_1 e^{\lambda_2 t} + C_1$$

$$T_2 = T_1 - \frac{q^*_{m1}}{f_1} + \frac{T'_1}{f_1}$$

Queste due equazioni proponiamo la soluzione con ode45.

Si osservi che se il calore nello scambiatore lo assumiamo costante questo va a sommarsi con il termine del calore metabolico e allora la forma delle due equazioni diventa uguale a quella del caso precedente.

con

$$\lambda_1 = \frac{-(f_1 + f_2 + k_3) - \sqrt{(f_1 + f_2 + k_3)^2 - 4f_1k_3}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{-(f_1 + f_2 + k_3) + \sqrt{(f_1 + f_2 + k_3)^2 - 4f_1k_3}}{2}$$

$$C_1 = T_e + \frac{q^*_{m2}}{k_3} + \frac{(f_2 + k_3)}{f_1 k_3} q^*_{m1}$$

$$B_1 = \frac{q^*_{m1} - f_1(T_{10} - T_{20}) + C_1\lambda_1 - \lambda_1 T_{10}}{\lambda_2 - \lambda_1}$$

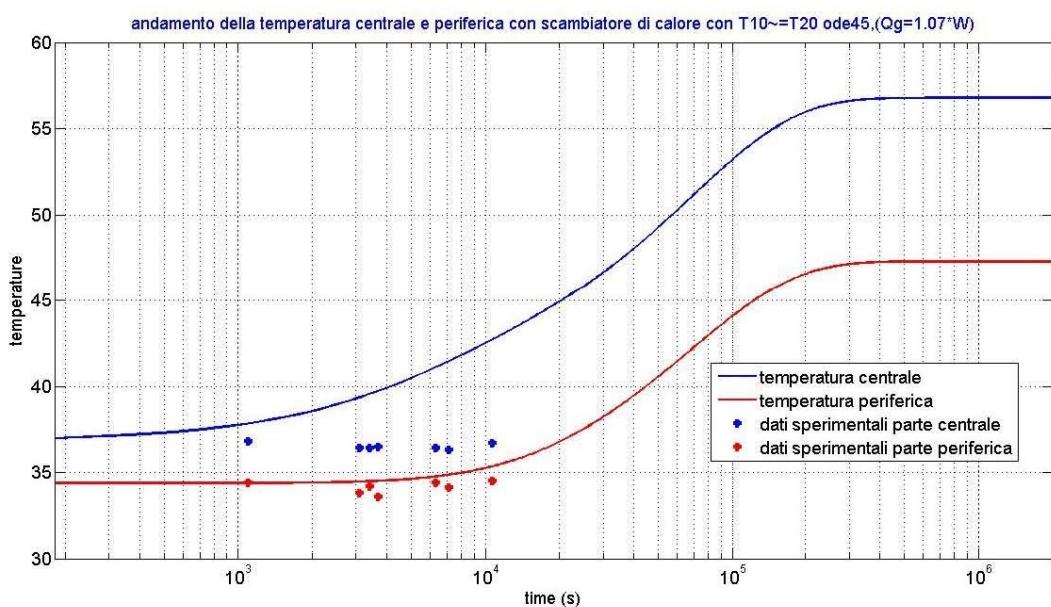
$$A_1 = T_{10} - B_1 \cdot C_1$$

Di seguito si riportano gli andamenti trovati con ode45 e per via analitica.

I parametri scelti per la simulazione sono $p=1000 \frac{kg}{m^3}$, $c_{v1} = 3204 \frac{J}{kg K}$, $c_{v2} = 3150 \frac{J}{kg K}$, $h_e=4 \frac{W}{m^2 K}$, $U_1=10 \frac{W}{m^2 K}$, $R_1=0.15$ m, $R_2=0.25$ m (valore tale per cui il peso totale è circa 66 Kg), $q_m=1.07 \frac{W}{Kg}$, $q_{m1}=0.88 q_m$, $q_{m2}=0.12 q_m$, $T_e=25$ °C, $T10=36.8$ °C, $T20=34.4$ °C, $c_b = 3744 \frac{J}{kg K}$, $G_b=0.00098 \frac{Kg}{s}$.

Si riportano ancora alcuni dati sperimentali ottenuti per una donna di altezza 1.60 m e peso 66 Kg.

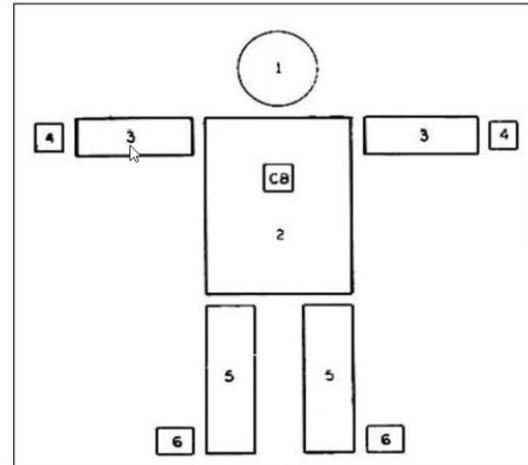
Fig1.4



Andamento della temperatura della sfera centrale e di quella esterna trovato con ode45 (MATLAB) in presenza di circolazione capillare e con le temperature iniziali delle due sfere differenti.

Per le soluzioni finali è stata affrontata questa divisione:

- Parte 1: porzione interna del *tronco*,
- Parte 2: porzione esterna del *tronco*
- Parte 3: porzione interna delle *braccia*
- Parte 4: porzione esterna delle *braccia*
- Parte 5: porzione interna delle *gambe*
- Parte 6: porzione esterna delle *gambe*



ura 4.1: Schema del corpo umano secondo il modello completo [3].

Modello con tre parti

Il corpo viene assunto come costituito da tre parti, una centrale e due periferiche. La parte centrale è comprensiva del tronco, la testa e la parte centrale del sistema cardiocircolatorio. Le due periferiche si riferiscono alla braccia (con le mani) e alle gambe (con i piedi).

Ogni parte è composta da una porzione esterna che include grasso e pelle e da una porzione interna (ossa, muscoli, etc). Grazie alla circolazione sanguigna la porzione interna della parte centrale è collegata con le restanti cinque parti (ciascuna modellata come un cilindro).

Le equazioni che rappresentano il bilancio termico per le sei porzioni sono le seguenti:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 c_{v1} V_1 T'_1 &= Q_{g1} - R_s - Q_2 - Q_3 - Q_4 - Q_5 - Q_6 - U_1 S_1 (T_1 - T_2) \\
 \text{PARTE CENTRALE} \quad \downarrow \text{destra tempone} \quad \uparrow \text{SCAMBIAZIATORI TRA LE PARTI DEL CORPO} \\
 \rho_2 c_{v2} V_2 T'_2 &= Q_{g2} + Q_2 - E_{t2} + U_1 S_1 (T_1 - T_2) - h_e S_2 (T_2 - T_e) \quad \nwarrow \text{CONDUZIONE TRA LA PARTE 1 e 2} \\
 &\quad \downarrow \text{RESPIRAZIONE} \quad \downarrow \text{EVAPORAZIONE} \\
 \rho_3 c_{v3} V_3 T'_3 &= Q_{g3} + Q_3 - U_3 S_3 (T_3 - T_4) \quad \downarrow \text{CONVEZIONE} \\
 &\quad \downarrow \text{EVAPORAZIONE} \\
 \rho_4 c_{v4} V_4 T'_4 &= Q_{g4} + Q_4 - E_{t4} + U_3 S_3 (T_3 - T_4) - h_e S_4 (T_4 - T_e) \\
 \rho_5 c_{v5} V_5 T'_5 &= Q_{g5} + Q_5 - U_5 S_5 (T_5 - T_6) \\
 \rho_6 c_{v6} V_6 T'_6 &= Q_{g6} + Q_6 - E_{t6} + U_5 S_5 (T_5 - T_6) - h_e S_6 (T_6 - T_e)
 \end{aligned}$$

I NUMERI FANNO RIFERIMENTO AL DISEGNO A PAGINA PRECEDENTE

con Q_g calore metabolico, $Q_2 Q_3 Q_4 Q_5 Q_6$ calori per unità di tempo trasferiti dalla porzione interna della parte centrale tramite la circolazione capillare, U coefficiente di scambio termico globale fra le porzioni interne ed esterne di ciascuna parte, R_s calore perso per respirazione, E_t calore perso per evaporazione dalle superfici esterne, h_e coefficiente di scambio termico convettivo delle superfici esterne.

Possiamo immaginare che lo scambio di calore tra le porzioni interne e quelle esterne avvenga principalmente a causa della conduzione in un sottile strato di grasso; quindi il coefficiente di scambio termico globale U si riduce al solo termine $\frac{k_{eff}}{l}$ con k_{eff} conduttività termica effettiva dello strato di grasso in esame e l spessore nel quale avviene il fenomeno conduttivo.

Per ricavare la conduttività ci riferiremo ai dati e al modello del prof F.Gori nell'articolo "Extension of soil thermal conductivity models to frozen meats with low and high fat content" di Tarnawski, Cleland, Corasaniti, Gori, Mascheroni.

Utilizzando il modello del prof F.Gori possiamo immaginare questo strato in cui avviene il fenomeno conduttivo come un mezzo bifase con il grasso considerato come fase dispersa e una composizione di grasso e proteine come fase continua. Dalle tabelle nell'articolo si ha $\lambda_f = 0.18 \frac{W}{m K}$ conduttività del grasso, $\lambda_w = 0.56 \frac{W}{m K}$ conduttività dell'acqua, $\lambda_p = 0.20 \frac{W}{m K}$ quella delle proteine, $\theta_f = 0.851$ frazione volumetrica del grasso, $\theta_w = 0.126$ frazione volumetrica dell'acqua, $\theta_p = 0.023$ frazione volumetrica delle proteine. Per poter considerare il mezzo come bifase allora consideriamo acqua e proteine come un'unica fase con conduttività $\lambda_{w,p} = \frac{\theta_w \lambda_w + \theta_p \lambda_p}{\theta_w + \theta_p} = 0.5 \frac{W}{m K}$ e frazione volumetrica $\theta_{w,p} = \theta_w + \theta_p = 0.149$. La porosità del mezzo sarà $\epsilon = 0.149$ e $\beta = \sqrt[3]{\frac{1}{1-\epsilon}} = 1.05$.

Nell'ipotesi di isoterme parallele si ha $k_{eff,1} = \left(\frac{\beta-1}{\beta \lambda_{w,p}} + \frac{\beta}{\lambda_{w,p}(\beta^2-1)+\lambda_f} \right)^{-1} = 0.214 \frac{W}{m K}$.

$$\text{Nell'ipotesi di isoterme verticali si ha } k_{eff,2} = \frac{\lambda_{w,p}(\beta^2 - 1)}{\beta^2} + \frac{1}{\frac{\beta^2 - \beta}{\lambda_{w,p}} + \frac{\beta}{\lambda_f}} = 0.213 \frac{W}{m K}.$$

I due valori trovati sono molto vicini quindi possiamo scegliere tranquillamente uno dei due dato che i risultati saranno molto simili in entrambi i casi. Se $k_{eff}=0.213$, dato che i coefficienti di scambio termico globale nelle simulazioni che faremo successivamente assumono i valori 10 o 11 possiamo concludere che gli spessori di grasso in cui avviene lo scambio di calore per conduzione sono nell'intervallo 1.93-2.13 cm.

Il calore trasferito dal flusso sanguigno è calcolato come quello dato da uno scambiatore di calore in un termostato, quindi:

$$Q_2 = c_b G_2 (T_1 - T_2) (1 - e^{\frac{-hA_2}{G_2 c_b}})$$

$$Q_3 = c_b G_3 (T_1 - T_3) (1 - e^{\frac{-hA_3}{G_3 c_b}})$$

$$Q_4 = c_b G_4 (T_1 - T_4) (1 - e^{\frac{-hA_4}{G_4 c_b}})$$

$$Q_5 = c_b G_5 (T_1 - T_5) (1 - e^{\frac{-hA_5}{G_5 c_b}})$$

$$Q_6 = c_b G_6 (T_1 - T_6) (1 - e^{\frac{-hA_6}{G_6 c_b}})$$

Dato che il sistema di sei equazioni differenziali non è facilmente risolvibile per via analitica essendo le equazioni non separabili lo tratteremo con ode45 di MATLAB.

Però considerando le espressioni dei calori scambiati dalla circolazione capillare costanti usando le temperature valutate al tempo t_o di inizio del trattamento anestetico quel sistema si riesce a risolvere anche facilmente per via analitica, e si ottiene:

Facendo l'ipotesi di calore costanti si riuscirebbe a risolvere il sistema con equazioni separate separando 1-2 da 3-4 da 5-6 risolvendo ciascuna come problema del vaso e affrontare una soluzione analitica

$$T_1 = A_1 e^{\lambda_{1,1} t} + B_1 e^{\lambda_{2,1} t} + C_1$$

$$T_3 = A_2 e^{\lambda_{1,2} t} + B_2 e^{\lambda_{2,2} t} + C_2$$

$$T_5 = A_3 e^{\lambda_{1,3} t} + B_3 e^{\lambda_{2,3} t} + C_3$$

$$T_2 = T_1 - \frac{m_1}{k_1} + \frac{1}{k_1} (A_1 \lambda_{1,1} e^{\lambda_{1,1} t} + B_1 \lambda_{2,1} e^{\lambda_{2,1} t})$$

$$T_4 = T_3 - \frac{m_3}{k_4} + \frac{1}{k_4} (A_2 \lambda_{1,2} e^{\lambda_{1,2} t} + B_2 \lambda_{2,2} e^{\lambda_{2,2} t})$$

$$T_6 = T_5 - \frac{m_5}{k_7} + \frac{1}{k_7} (A_3 \lambda_{1,3} e^{\lambda_{1,3} t} + B_3 \lambda_{2,3} e^{\lambda_{2,3} t})$$

con

$$Q_2 = c_b G_2 (T_{10} - T_{20}) (1 - e^{\frac{-hA_2}{G_2 c_b}})$$

$$Q_3 = c_b G_3 (T_{10} - T_{30}) (1 - e^{\frac{-hA_3}{G_3 c_b}})$$

$$Q_4 = c_b G_4 (T_{10} - T_{40}) (1 - e^{\frac{-hA_4}{G_4 c_b}})$$

$$Q_5 = c_b G_5 (T_{10} - T_{50}) (1 - e^{\frac{-hA_5}{G_5 c_b}})$$

$$Q_6 = c_b G_6 (T_{10} - T_{60}) (1 - e^{\frac{-hA_6}{G_6 c_b}})$$

$$k_1=\frac{h_1S_1}{M_1c_{v1}}$$

$$k_2=\frac{h_1S_1}{M_2c_{v2}}$$

$$k_3=\frac{h_eS_2}{M_2c_{v2}}$$

$$k_4=\frac{h_3S_3}{M_3c_{v3}}$$

$$k_5=\frac{h_3S_3}{M_4c_{v4}}$$

$$k_6=\frac{h_eS_4}{M_4c_{v4}}$$

$$k_7=\frac{h_5S_5}{M_5c_{v5}}$$

$$k_8=\frac{h_5S_5}{M_6c_{v6}}$$

$$k_9=\frac{h_eS_6}{M_6c_{v6}}$$

$$m_1 = \frac{Q_{g1} - R_s - Q_2 - Q_3 - Q_4 - Q_5 - Q_6}{M_1 c_{v1}}$$

$$m_2 = \frac{Q_{g2} - E_{t2} + Q_2}{M_2 c_{v2}}$$

$$m_3 = \frac{Q_{g3} + Q_3}{M_3 c_{v3}}$$

$$m_4 = \frac{Q_{g4} - E_{t4} + Q_4}{M_4 c_{v4}}$$

$$m_5 = \frac{Q_{g5} + Q_5}{M_5 c_{v5}}$$

$$m_6 = \frac{Q_{g6} - E_{t6} + Q_6}{M_6 c_{v6}}$$

$$\lambda_{1,1}=\frac{-(k_1+k_2+k_3)-\sqrt{(k_1+k_2+k_3)^2-4k_1k_3}}{2}$$

$$\lambda_{2,1}=\frac{-(k_1+k_2+k_3)+\sqrt{(k_1+k_2+k_3)^2-4k_1k_3}}{2}$$

$$\lambda_{1,2}=\frac{-(k_4+k_5+k_6)-\sqrt{(k_4+k_5+k_6)^2-4k_4k_6}}{2}$$

$$\lambda_{2,2}=\frac{-(k_4+k_5+k_6)+\sqrt{(k_4+k_5+k_6)^2-4k_4k_6}}{2}$$

$$\lambda_{1,3}=\frac{-(k_7+k_8+k_9)-\sqrt{(k_7+k_8+k_9)^2-4k_7k_9}}{2}$$

$$\lambda_{2,3}=\frac{-(k_7+k_8+k_9)+\sqrt{(k_7+k_8+k_9)^2-4k_7k_9}}{2}$$

$$C_1 = T_e + \frac{m_2}{k_3} + \frac{(k_2+k_3)}{k_1 k_3} m_1$$

$$C_2 = T_e + \frac{m_4}{k_6} + \frac{(k_5+k_6)}{k_4 k_6} m_3$$

$$C_3 = T_e + \frac{m_6}{k_9} + \frac{(k_8+k_9)}{k_7 k_9} m_5$$

$$B_1 = \frac{m_1 - k_1(T_{10} - T_{20}) + C_1 \lambda_{1,1} - \lambda_{1,1} T_{10}}{\lambda_{2,1} - \lambda_{1,1}}$$

$$B_2 = \frac{m_3 - k_4(T_{30} - T_{40}) + C_3 \lambda_{1,2} - \lambda_{1,2} T_{30}}{\lambda_{2,2} - \lambda_{1,2}}$$

$$B_3 = \frac{m_5 - k_7(T_{50} - T_{60}) + C_3 \lambda_{1,3} - \lambda_{1,3} T_{50}}{\lambda_{2,3} - \lambda_{1,3}}$$

$$A_1 = T_{10} - B_1 - C_1$$

$$A_2 = T_{30} - B_2 - C_2$$

$$A_3 = T_{50} - B_3 - C_3$$

Di seguito vengono riportate tre simulazioni per tre donne; le simulazioni sono confrontate con alcuni dati sperimentali presi dall'articolo "Temperature Variation of the Human Body During Anaesthetic Treatments" del prof F.Gori.

Inoltre verranno analizzati anche andamenti con circolazione capillare ridotta o addirittura assente per vedere gli effetti sulla temperatura dell'ipertermia maligna.

I valori numerici dei parametri del modello sono stati presi in accordo con l'articolo di F. Gori [1];

$$\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \rho_4 = \rho_5 = \rho_6 = 1000 \frac{kg}{m^3}$$

$$c_{v1} = c_{v3} = c_{v5} = 3204 \frac{J}{kg K}$$

$$c_{v2} = c_{v4} = c_{v6} = 3150 \frac{J}{kg K}$$

Il volume delle sei porzioni sono valutate in accordo con il peso del corpo W

$$V_1 = 0.4831W 0.001; \quad V_2 = 0.1217W 0.001; \quad V_3 = 0.08W 0.001; \quad V_4 = 0.024W 0.001; \quad V_5 = 0.2369W 0.001; \quad V_6 = 0.0543W 0.001; \quad [m^3]$$

Il calore metabolico generato è $Q_g = 1.07W$; $Q_{g1} = 0.88Q_g$; $Q_{g2} = 0.007Q_g$; $Q_{g3} = 0.03Q_g$; $Q_{g4} = 0.0024Q_g$; $Q_{g5} = 0.077Q_g$; $Q_{g6} = 0.0052Q_g$; [W]

Il calore perso per la respirazione dalla porzione interna della parte centrale è proporzionale al peso del corpo

$$R_s = 10.45 \frac{W}{74.4} [W]$$

Mentre il calore perso per evaporazione sono proporzionali alla superficie delle porzioni esterne

$$S = 0.203 H^{0.725} W^{0.425} [m^2]$$

$$S_2 = 0.43S; S_4 = 0.184S; S_2 = 0.386S;$$

Il calore perso per evaporazione per unità di area è $E_t = \frac{10.55}{1.89} [W]$, quindi

$$E_{t2} = E_t S_2; E_{t4} = E_t S_4; E_{t6} = E_t S_6$$

Il coefficiente di scambio termico globale fra le porzioni interne ed esterne sono

$$U_1 = U_3 = U_5 = 10-11 \frac{W}{m^2 K}$$

La superficie di ogni porzione del corpo sono valutate assumendo ogni parte come un cilindro con un raggio esterno pari a

$$R_2 = 2 \frac{V_1 + V_2}{S_2}; R_4 = 2 \frac{V_3 + V_4}{S_4}; R_6 = 2 \frac{V_5 + V_6}{S_6}; [m]$$

e di lunghezza

$$L_2 = \frac{S_2}{2\pi R_2}; L_4 = \frac{S_4}{2\pi R_4}; L_6 = \frac{S_6}{2\pi R_6}; [m]$$

un raggio interno

$$R_1 = \sqrt{\frac{V_1}{\pi L_2}}; R_2 = \sqrt{\frac{V_3}{\pi L_4}}; R_5 = \sqrt{\frac{V_5}{\pi L_6}}; [m]$$

le superfici interne sono poi

$$S_1 = 2\pi R_1 L_2; S_3 = 2\pi R_3 L_4; S_5 = 2\pi R_5 L_6; [m^2]$$

il coefficiente di scambio termico convettivo dalle superfici esterne sono nel range

$$h_e = 3-5 \frac{W}{m^2 K}$$

Il calore specifico del sangue è

$$c_b = 3744 \frac{J}{kg K}$$

La perfusione di sangue nelle differenti parti delle cinque porzioni del corpo sono

$$G_2 = 0.00098; G_3 = 0.00071; G_4 = 0.00069; G_5 = 0.0019; G_6 = 0.0016 \frac{kg}{s}$$

Il coefficiente di scambio termico convettivo del sangue nello scambiatore di calore (capillari) è calcolato assumendo un flusso laminare con un numero di Nusselt uguale a 4, quindi

$$h = \frac{Nu k}{D} = \frac{4 * 0.628}{13 * 10^{-6}} = 1.9 * 10^5$$

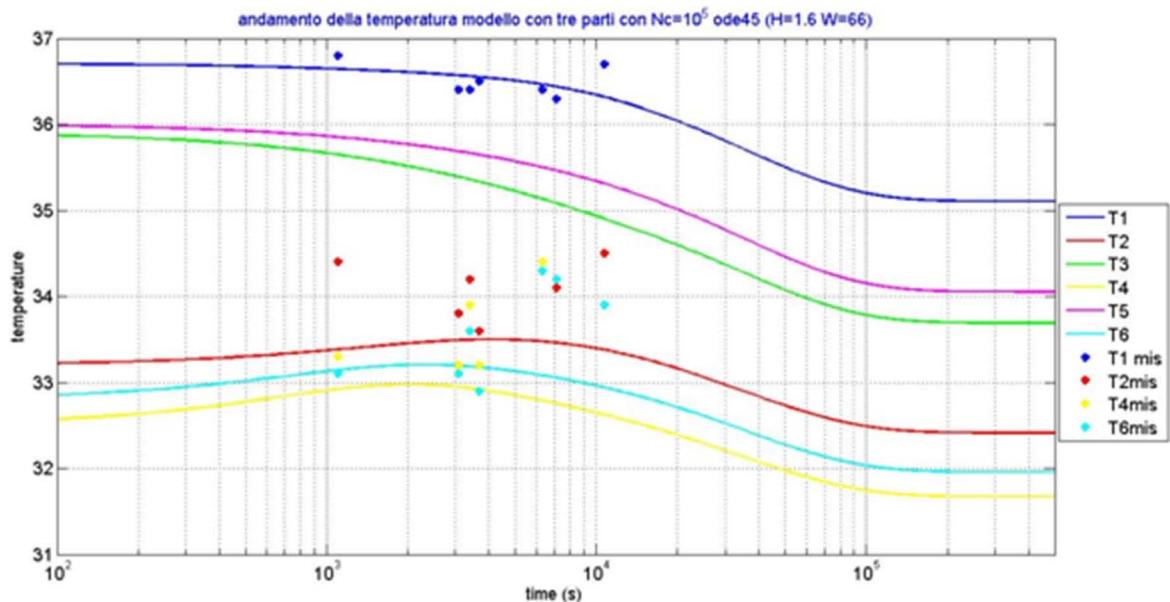
dove D è il diametro del capillare.

Infine la superficie di scambio termico capillare è data dalla seguente espressione $A = V N_c \pi D L_c$

dove $N_c = 10^5 [m^{-3}]$ è il numero di capillari per unità di volume e $L_c = 1.5 * 10^{-3} [m]$ è la lunghezza media di ogni capillare.

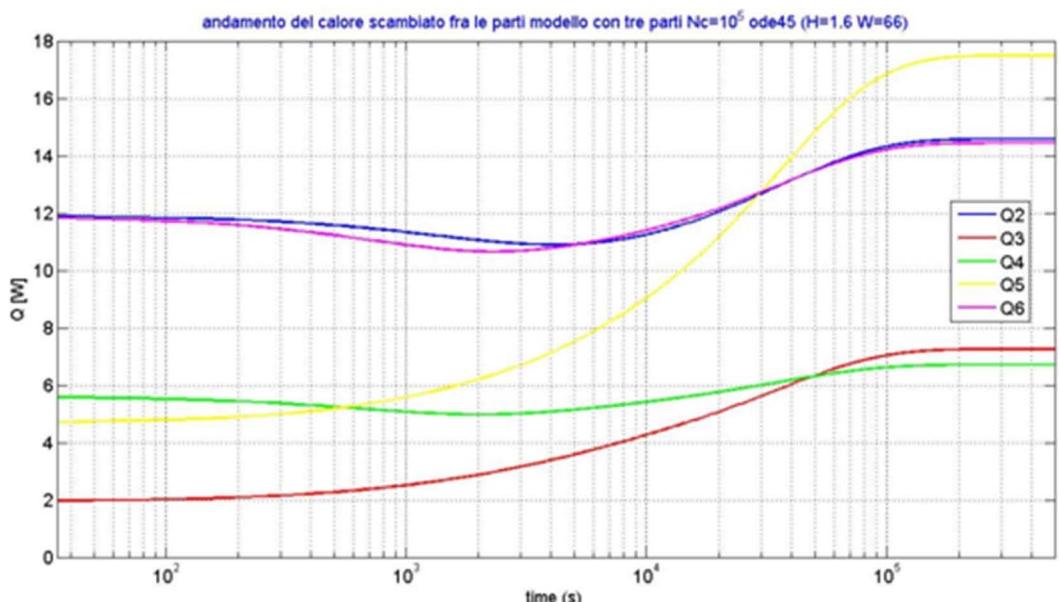
Donna di altezza 1.60 m e peso 66 Kg

Fig1.5



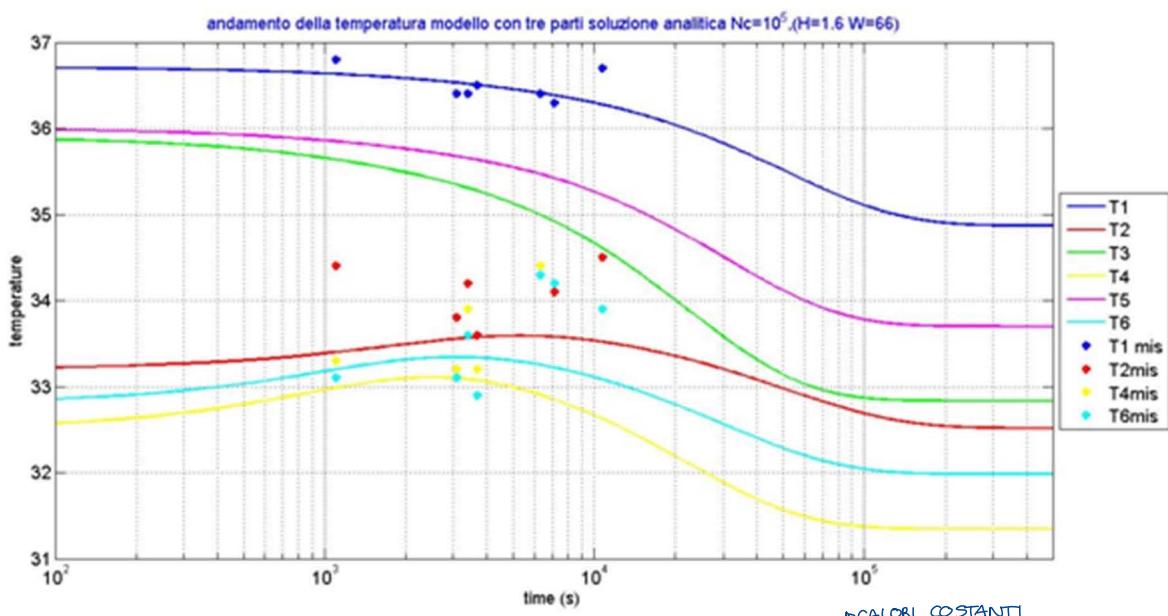
Andamento della temperatura nelle varie parti con ode 45 (MATLAB) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg e confronto con alcuni dati sperimentali considerando un fisiologico numero di capillari per unità di volume perfusi (assenza di ipertensione maligna). Le temperature stazionarie che vengono raggiunte sono rispettivamente 35.1 , 32.41 , 33.69 , 31.67 , 34.05 , 31.95 .

Fig2.5



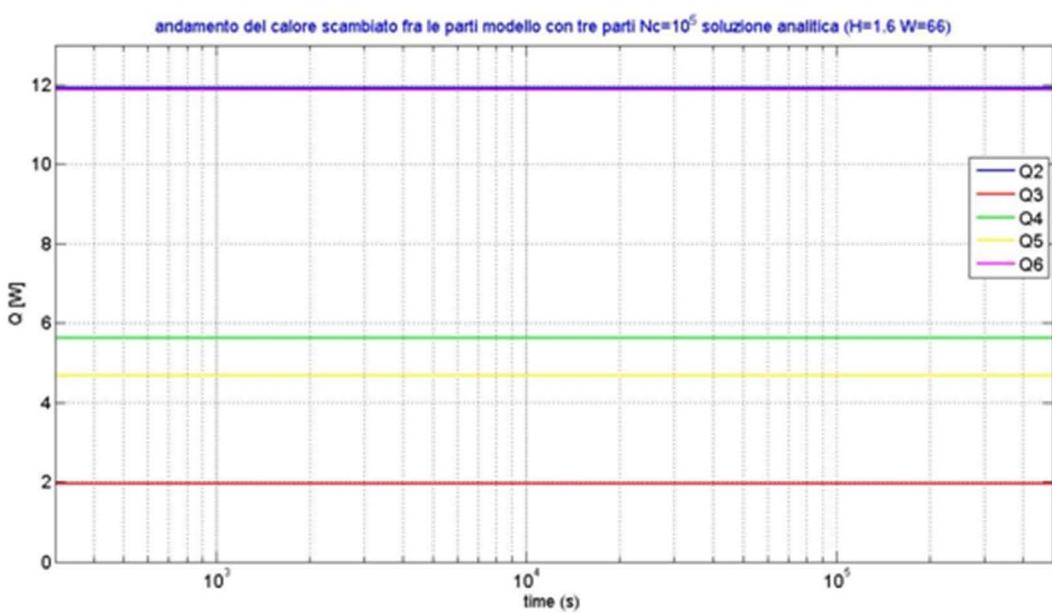
Andamento dei calori per unità di tempo scambiati fra la parte centrale e le restanti parti dovuti alla circolazione sanguigna con ode 45 (MATLAB) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg con $Nc=10^5$

Fig3.5



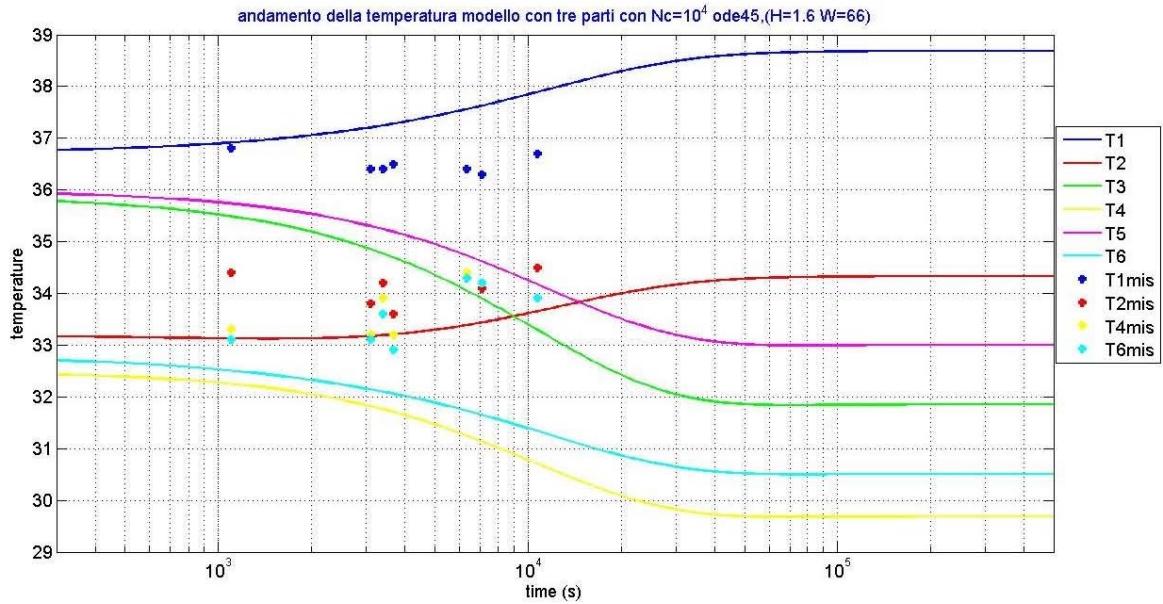
Andamento della temperatura nelle varie parti (soluzione analitica con approssimazione) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg e confronto con alcuni dati sperimentali con un fisiologico numero di capillari per unità di volume perfusi (assenza di ipertensione maligna). Le temperature stazionarie raggiunte in questo caso sono 34.86 , 32.51 , 32.83 , 31.34 , 33.69 , 31.98 .

Fig4.5



Andamento dei calori per unità di tempo scambiati fra la parte centrale e le restanti parti dovuti alla circolazione sanguigna (soluzione analitica) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg con $Nc=10^5$

Fig5.5

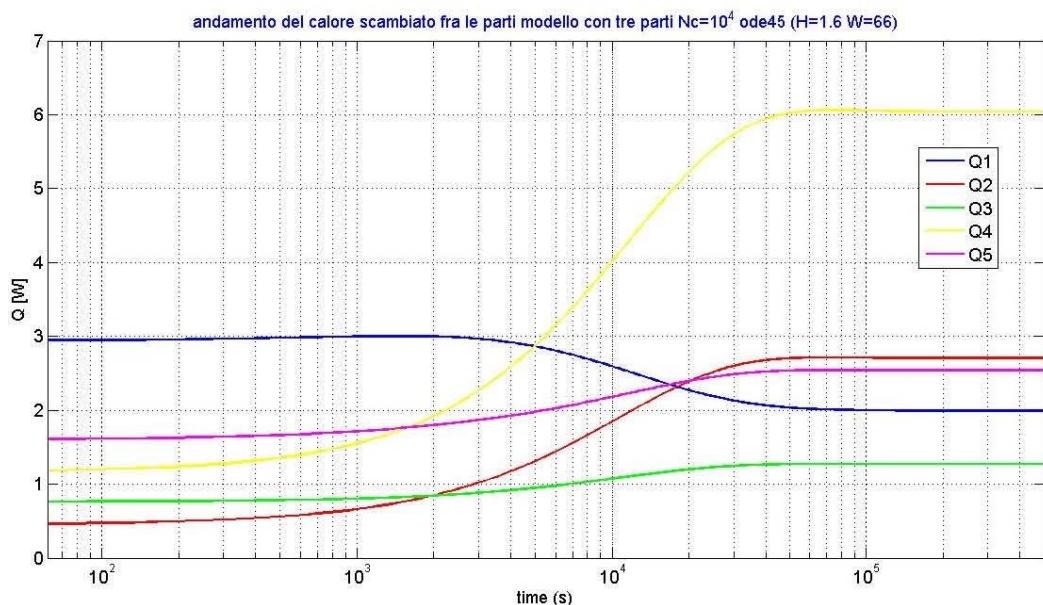


Andamento della temperatura nelle varie parti con ode 45 (MATLAB) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg e confronto con alcuni dati sperimentali con un ridotto numero di capillari per unità di volume perfusi (schematizzazione ipertensione maligna di grado moderato). Le temperature stazionarie raggiunte sono rispettivamente 38.68 , 34.33 , 31.85 , 29.68 , 33 , 30.5 .



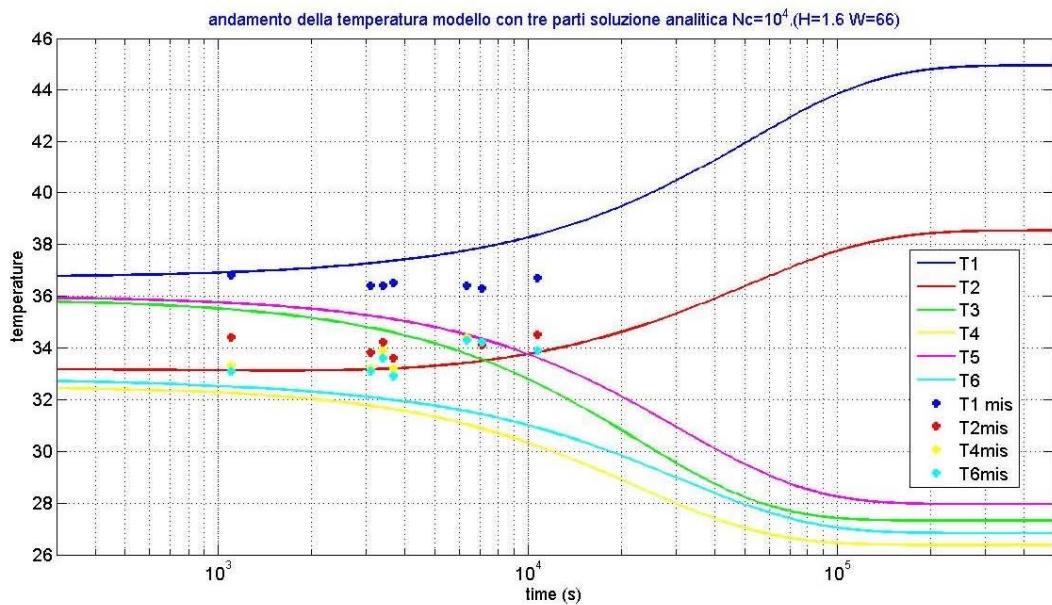
Si è ipotizzato il collegamento dell'ipertermia maligna con un malfunzionamento degli scambiatori (riduzione del numero di capillari perfusii.e. della superficie di scambio)

Fig6.5



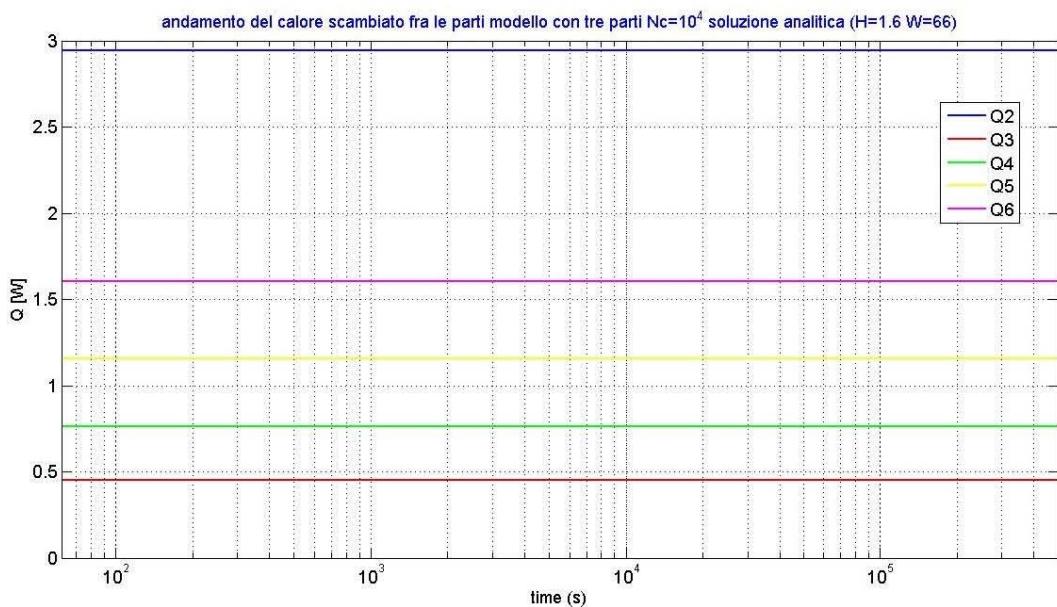
Andamento dei calori per unità di tempo scambiati fra la parte centrale e le restanti parti dovuti alla circolazione sanguigna con ode 45 (MATLAB) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg con $Nc=10^4$

Fig7.5 Con la soluzione analitica approssimata si ' sovrastimava l'effetto della diminuzione dei capillari



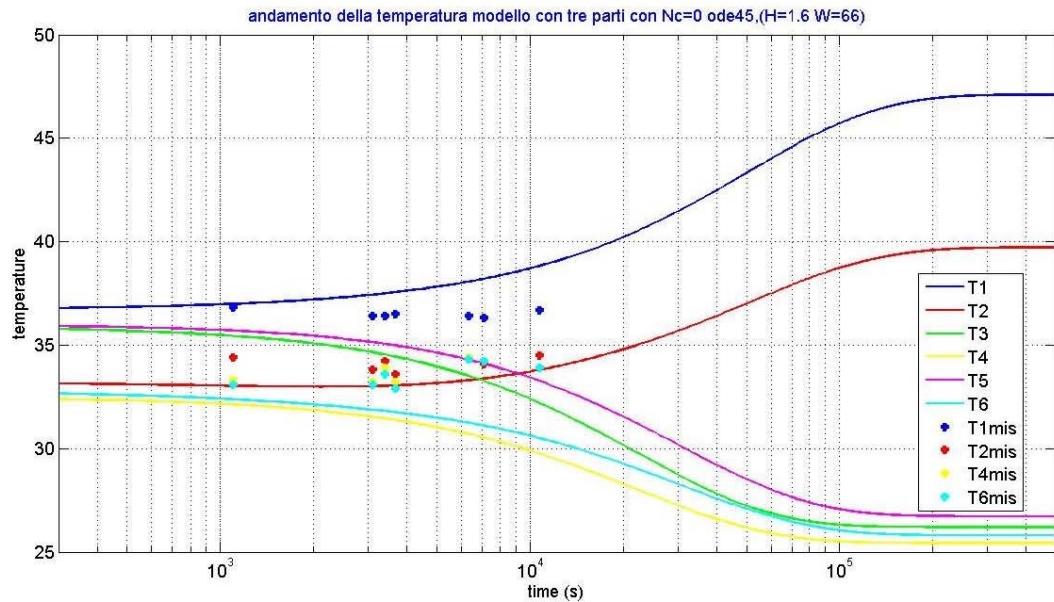
Andamento della temperatura nelle varie parti (soluzione analitica con approssimazione) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg e confronto con alcuni dati sperimentali con un ridotto numero di capillari per unità di volume perfusi (schematizzazione ipertensione maligna di grado moderato). Le temperature stazionarie raggiunte in questo caso sono 44.95 , 38.53 , 27.31 , 26.37 , 27.95 , 28.83 .

Fig8.5



Andamento dei calori per unità di tempo scambiati fra la parte centrale e le restanti parti dovuti alla circolazione sanguigna (soluzione analitica) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg con $Nc=0$

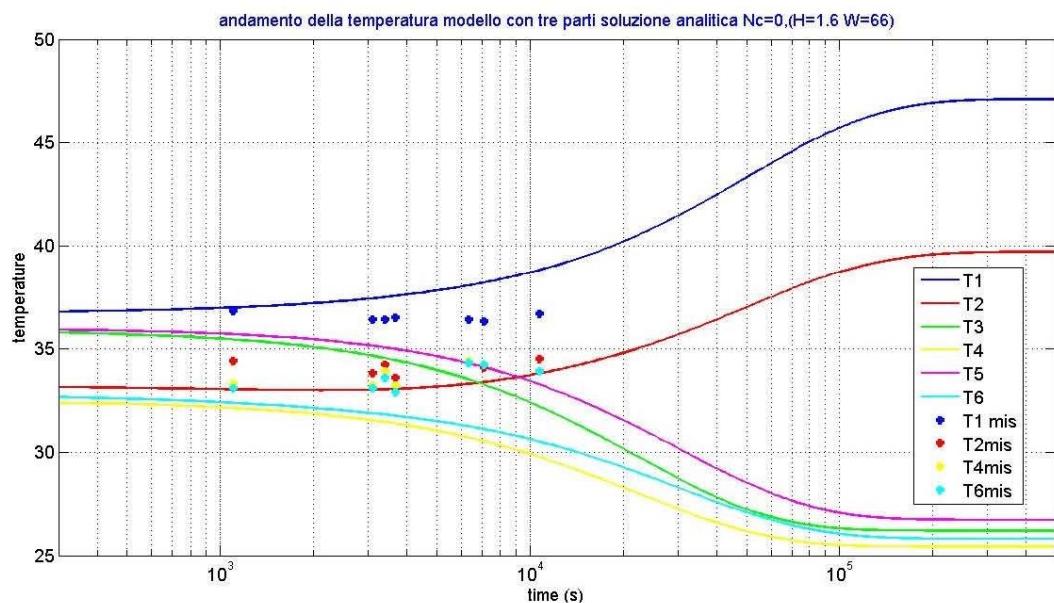
Fig9.5



Andamento della temperatura nelle varie parti con ode 45 (MATLAB) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg e confronto con alcuni dati sperimentali in assenza di circolazione capillare (ipertensione maligna). Le temperature stazionarie raggiunte sono rispettivamente 47.1 , 39.71 , 26.2 , 25.42 , 26.72 , 25.8 .

La temperatura arriva a limiti pericolosi

Fig10.5



Andamento della temperatura nelle varie parti (soluzione analitica con approssimazione) per una donna di altezza 1.60m e peso 66 Kg e confronto con alcuni dati sperimentali in assenza di circolazione capillare (ipertensione maligna). Le temperature stazionarie raggiunte in questo caso sono 47.1 , 39.71 , 26.2 , 25.42 , 26.72 , 25.8 .

Come si evince da tutte e tre le simulazioni nel caso di una corretta circolazione capillare, l'andamento tipico della temperatura centrale è di decrescere nel tempo durante il trattamento anestetico. D'altro canto le temperature esterne (gambe, braccia e capezzoli) hanno un andamento che è influenzato dall'introduzione del trattamento anestetico; inizialmente la temperatura cresce a causa dell'effetto vasodilatante del farmaco anestetico, poi decresce in modo simile alla temperatura centrale.

La temperatura centrale è stata investigata nel timpano sinistro e nell'esofago; naturalmente i dati sperimentali sono molto più dispersivi e dipendono da tante altre condizioni che non si riesce a valutare col modello. Comunque l'andamento della temperatura centrale sembra essere in buon accordo con i dati sperimentali, mentre il decremento per le temperature periferiche è meno chiaro dai dati sperimentali.

Nelle figure che riguardano l'andamento con circolazione capillare assente o ridotta si nota immediatamente il ruolo fondamentale di quest'ultima. Infatti venendo meno un modo per la parte centrale di disperdere calore verso le altre parti e poi di conseguenza verso l'esterno, la sua temperatura aumenta in modo irrimediabile, mentre per gambe e braccia la temperatura ovviamente avrà un andamento fortemente decrescente; l'inevitabile conseguenza di queste situazioni è l'ipertermia maligna.

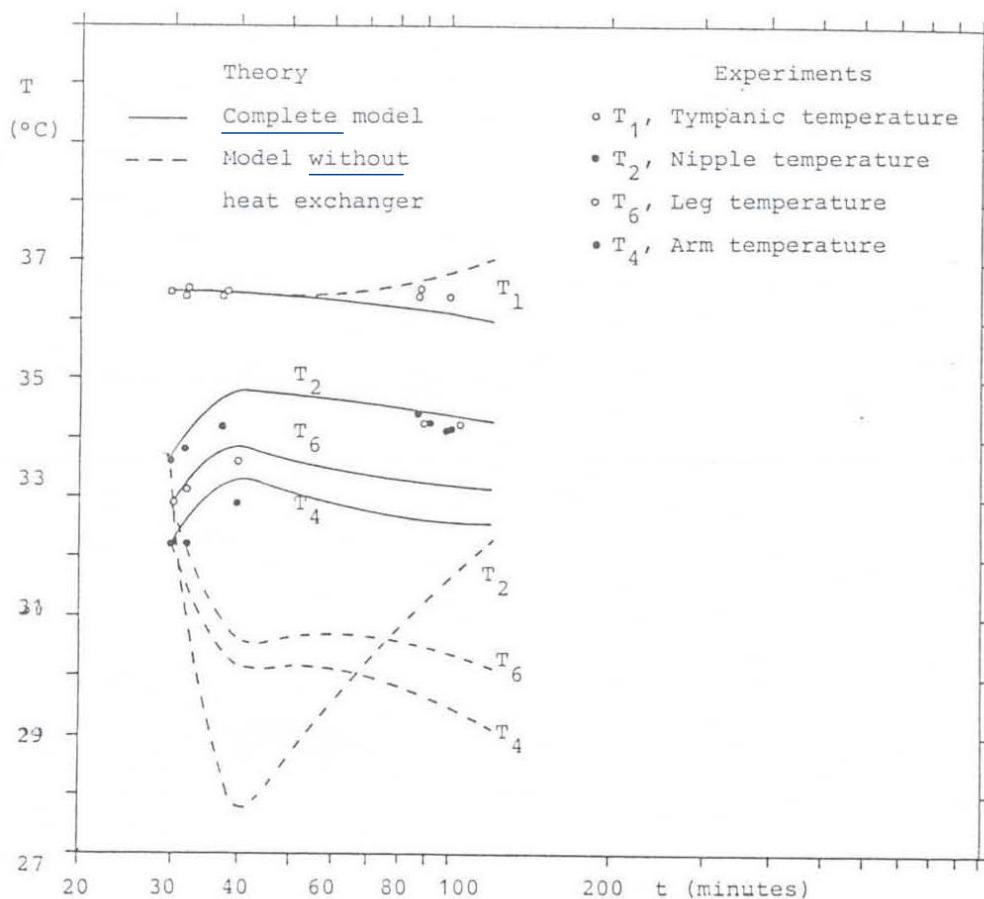


Figure 1 - Temperature variation during the anaesthetic treatment.

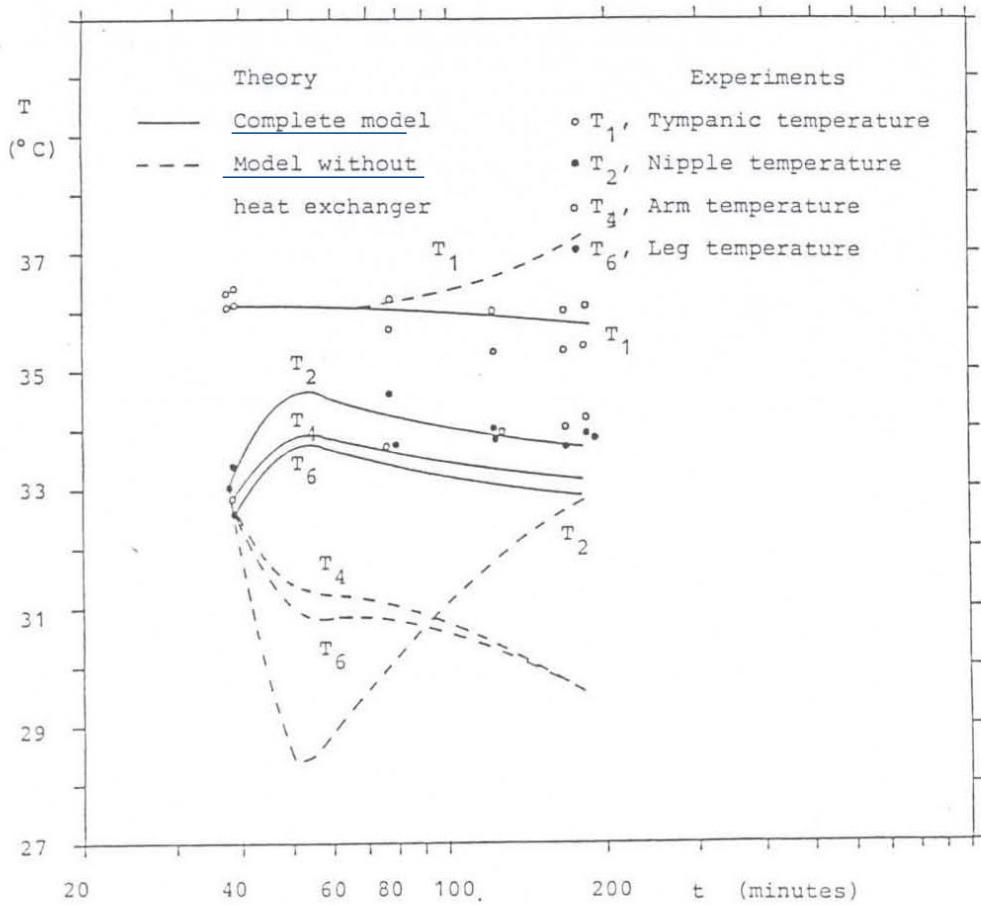


Figure 2 - Temperature variation during the anaesthetic treatment.

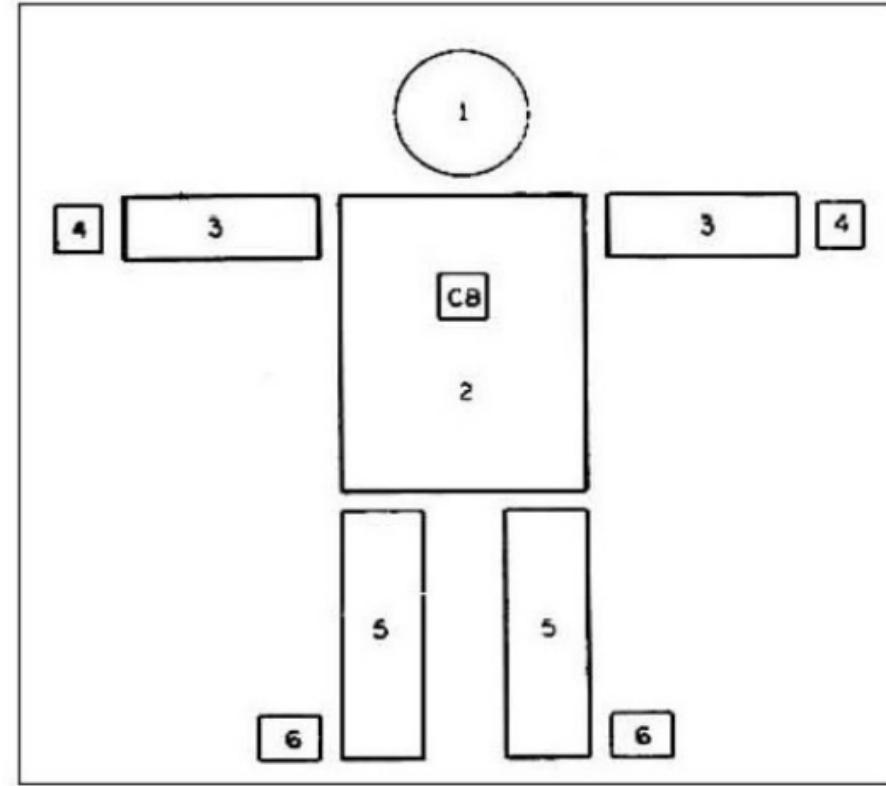


Figura 4.1: Schema del corpo umano secondo il modello completo [3].