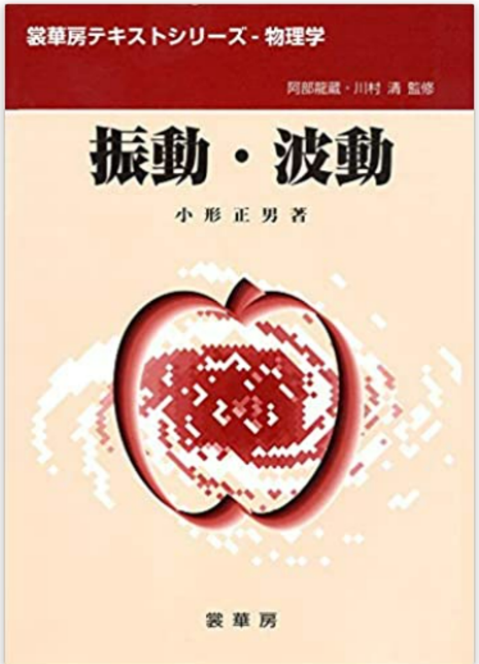
振動と波動
(物質科学コース)
第1回

講義内容

- 振動と波動
- 単振動
- 強制振動と減衰振動
- 連成振動
- 格子振動
- 連続体の方程式
- 波動方程式
- 偏微分方程式
- フーリエ級数展開
- 波束
- フーリエ変換
- 電磁波

http://physics.tp.chiba-u.jp/~omatsu/lecture.html



振動・波動 (裳華房テキストシリーズ―物理学)

単行本 – 1999/10/30

小形 正男 (著), 川村 清 (監修), 阿部 龍蔵

31個の評価

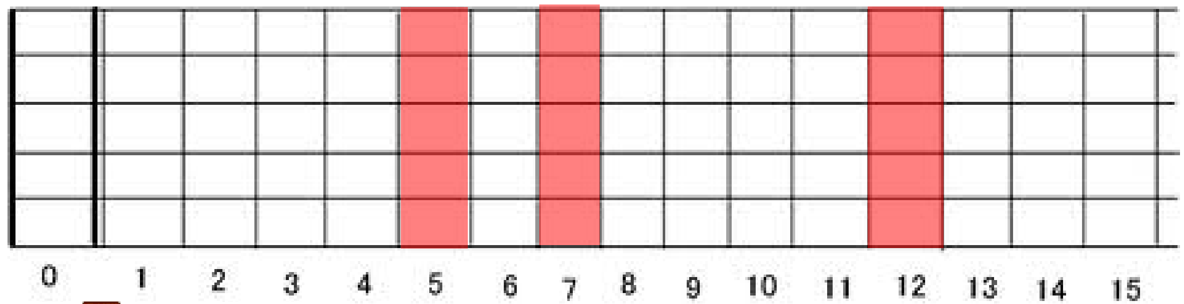
すべての形式と版を表示

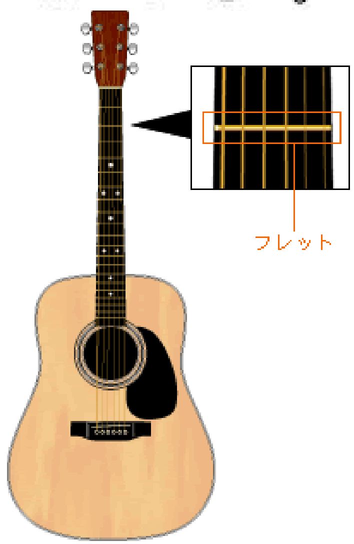
単行本
￥849

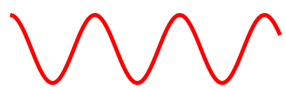
￥500 より 33 中古品
￥2,200 より 28 新品
￥4,400 より 1 コレクター商品

半期の授業に対応してコンパクトで理解しやすくまとめられ、モードと自由度の概念で統一的な解説をしている。重要な式やポイントとなるところは網掛けをして理解を促し、また例題、各章末には演習問題があり、各自の理解の進み具合を確かめ深められるなど、配慮がなされている。

<u>身近な波動の例</u>

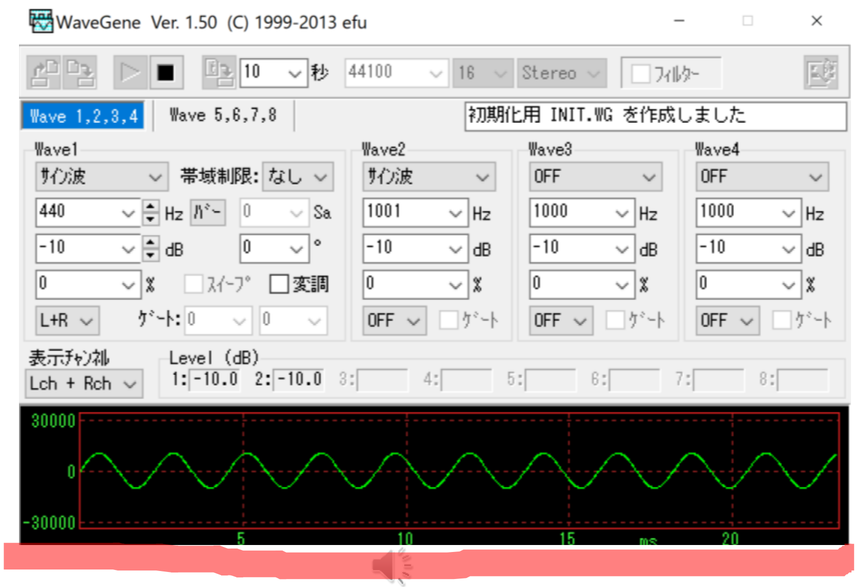


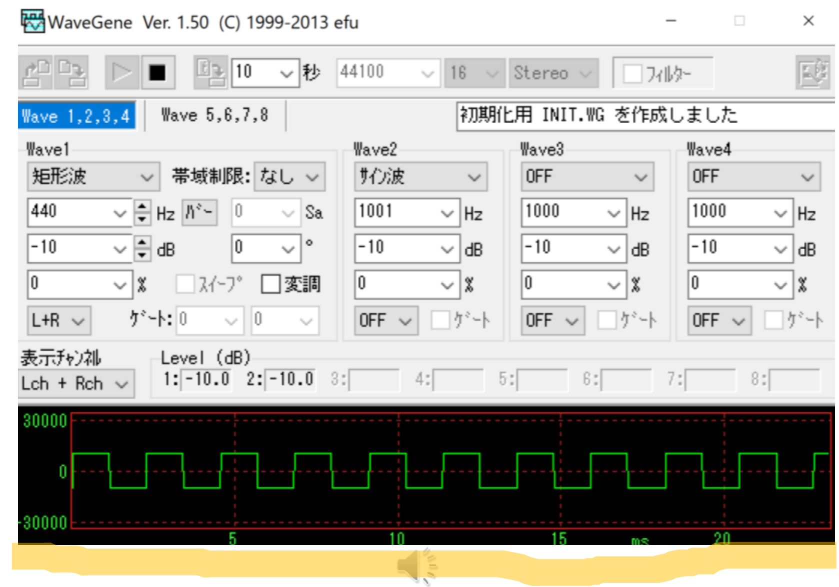


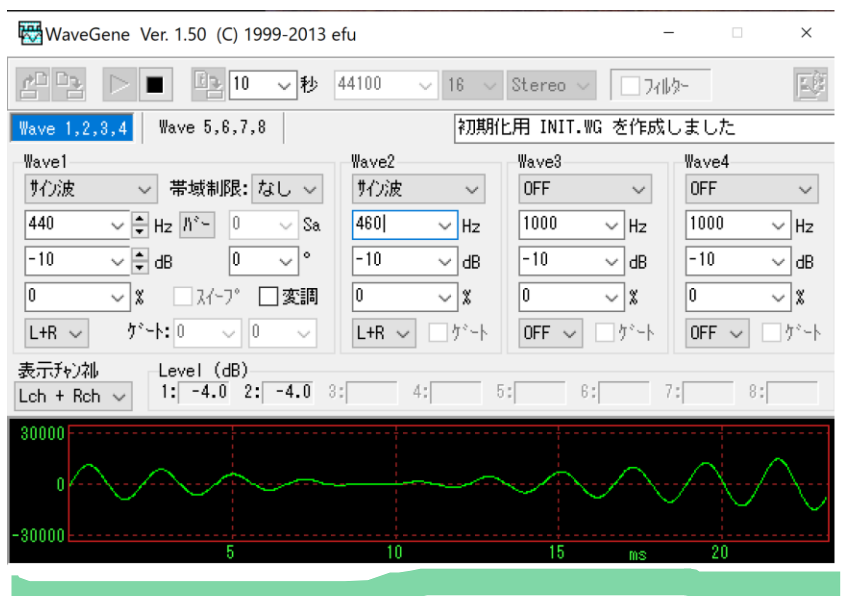


音が(空間的に時間的に)どう伝わるのか?
音の高さ(低さ)がなぜ識別できるのか?
音色ってなんだろう?

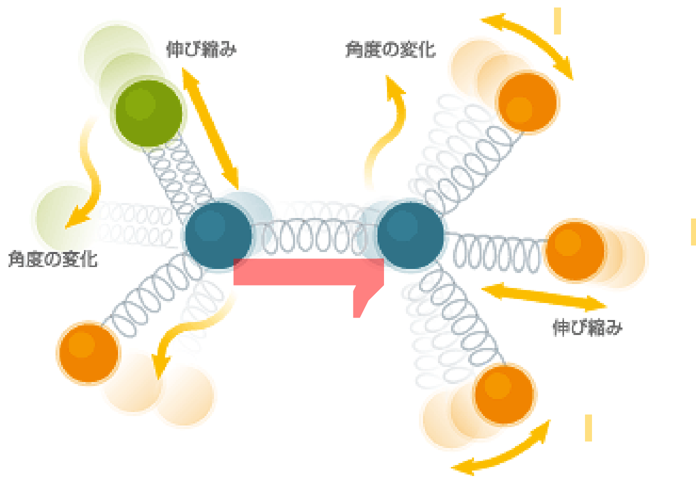
様々な音色

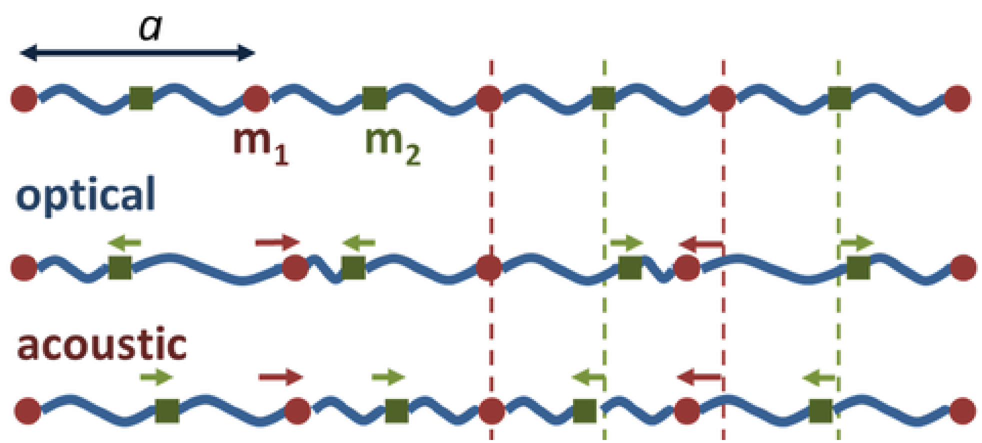

WaveGene Ver. 1.50 (C) 1999-2013 efu
10 秒 44100 16 Stereo フィルター
Wave 1,2,3,4
Wave 5,6,7,8
初期化用 INIT.WG を作成しました
Wave1
サイン波
帯域制限: なし
440 Hz
Sa
-10 dB
0 %
スイープ
変調
L+R
ゲート: 0 0
Wave2
サイン波
1001 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
Wave3
OFF
1000 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
Wave4
OFF
1000 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
表示チャンネル
Lch + Rch
Level (dB)
1: -10.0 2: -10.0 3: 4: 5: 6: 7: 8:
30000
0
-30000
5 10 15 ms 20


WaveGene Ver. 1.50 (C) 1999-2013 efu
10 秒 44100 16 Stereo フィルター
Wave 1,2,3,4
Wave 5,6,7,8
初期化用 INIT.WG を作成しました
Wave1
矩形波
帯域制限: なし
440 Hz
Sa
-10 dB
0 %
スイープ
変調
L+R
ゲート: 0 0
Wave2
サイン波
1001 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
Wave3
OFF
1000 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
Wave4
OFF
1000 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
表示チャンネル
Lch + Rch
Level (dB)
1: -10.0 2: -10.0 3: 4: 5: 6: 7: 8:
30000
0
-30000
5 10 15 ms 20


WaveGene Ver. 1.50 (C) 1999-2013 efu
10 秒 44100 16 Stereo フィルター
Wave 1,2,3,4
Wave 5,6,7,8
初期化用 INIT.WG を作成しました
Wave1
サイン波
帯域制限: なし
440 Hz
Sa
-10 dB
0 %
スイープ
変調
L+R
ゲート: 0 0
Wave2
サイン波
460 Hz
-10 dB
0 %
L+R ゲート
Wave3
OFF
1000 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
Wave4
OFF
1000 Hz
-10 dB
0 %
OFF ゲート
表示チャンネル
Lch + Rch
Level (dB)
1: -4.0 2: -4.0 3: 4: 5: 6: 7: 8:
30000
0
-30000
5 10 15 ms 20

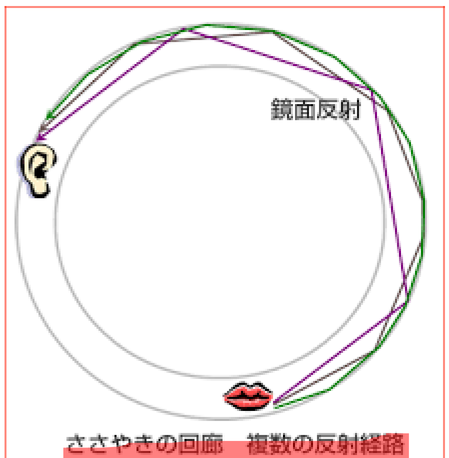
分子振動と弾性波

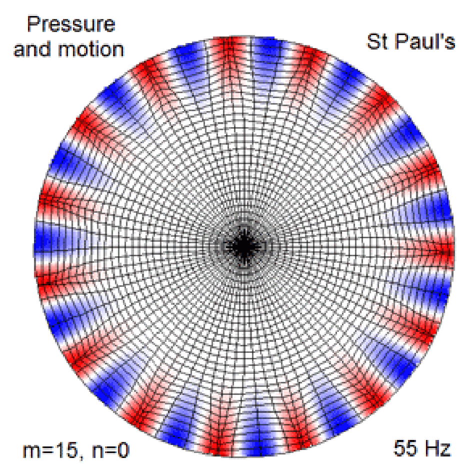


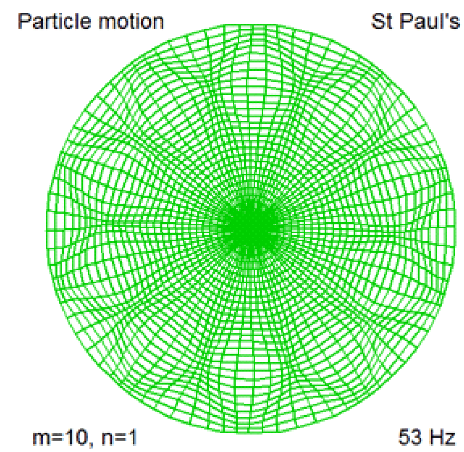


ささやき回廊

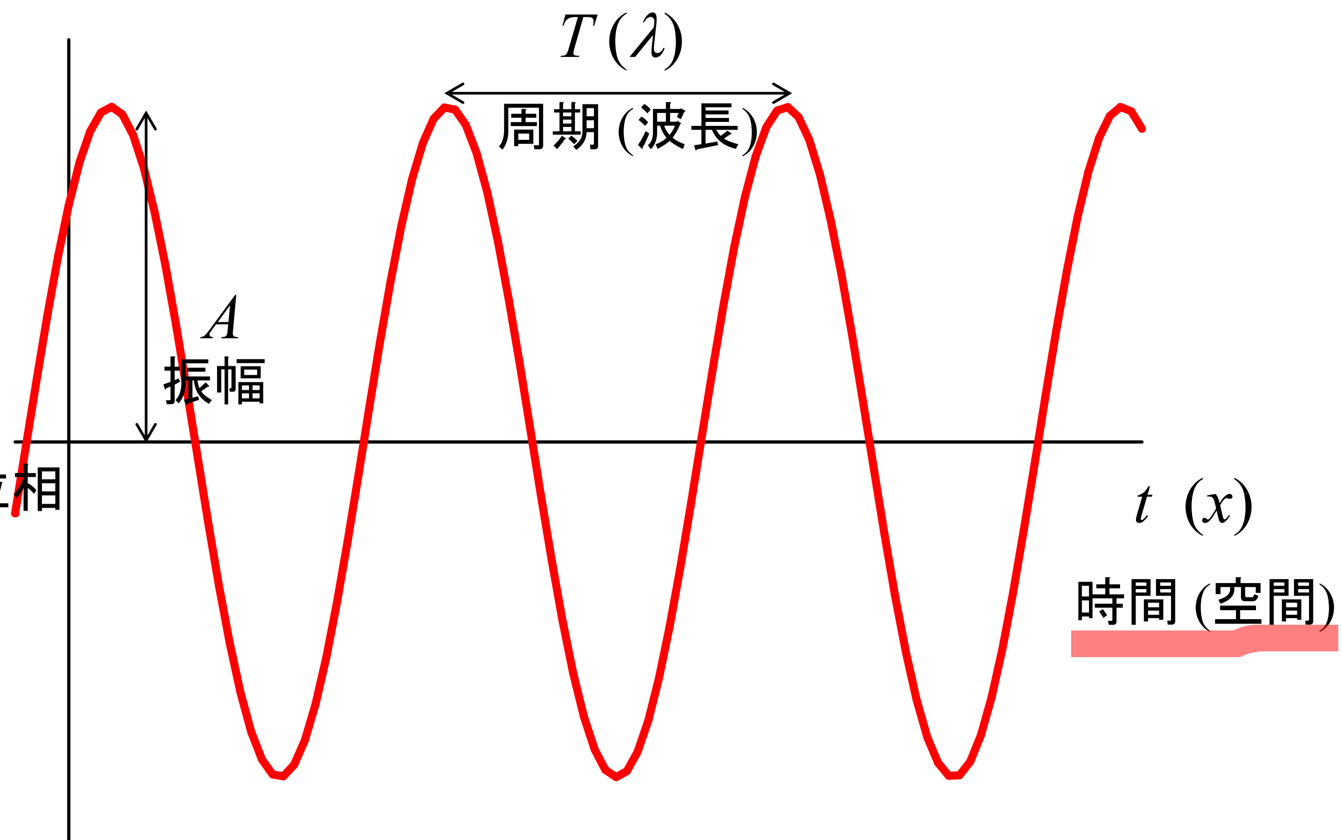
https://www.youtube.com/watch?v=gzBV2F1uido







波動の記述



$$\alpha = \frac{2\pi}{T} t_0$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} x_0$$

$$y(t) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}(t + t_0)\right)$$

位相

$$y(x) = A\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}(x + x_0)\right)$$

位相

$\omega = \dfrac{2\pi}{T}$ 周波数

$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ 波数

複素表示

$x(t) = x_0 \cos(\omega t + \alpha)$ 高校までの表記

$\exp(i\theta) = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$ オイラーの公式

$x_c(t) = x_0 \exp\big(i(\omega t + \alpha)\big) = A \exp(i\omega t)$ $A = x_0 \exp(i\alpha)$

$x(t) = \dfrac{x_c(t) + x_c^*(t)}{2}$ $x_c^*(t) = A^* \exp(-i\omega t)$ $A^* = x_0 \exp(-i\alpha)$

複素共役

$$\exp(i\omega t) = \cos(\omega t) + i \sin(\omega t)$$
$$\frac{d}{dt}\exp(i\omega t) = i\omega \exp(i\omega t)$$
$$\frac{d^2}{dt^2}\exp(i\omega t) = -\omega^2 \exp(i\omega t)$$

複素表示による計算

$$x_c(t) = A\exp(i\omega t)$$

$$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$$

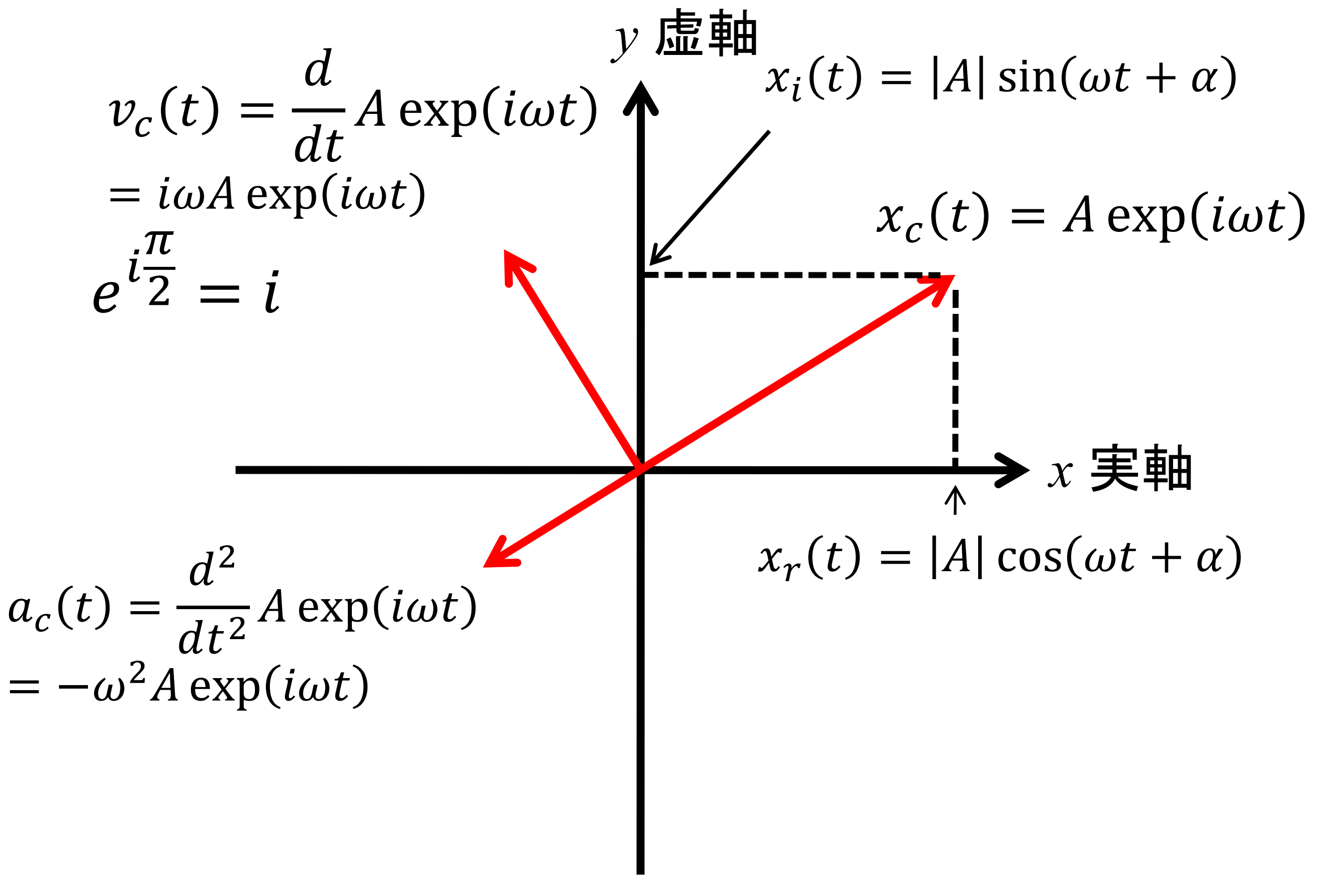
$$v_c(t) = \frac{d}{dt}A\exp(i\omega t) = i\omega A\exp(i\omega t)$$

$$\Rightarrow v(t) = \mathrm{Re}\big(v_c(t)\big) = -\omega x_0 \sin(\omega t + \alpha)$$

$$a_c(t) = \frac{d^2}{dt^2}A\exp(i\omega t) = -\omega^2 A\exp(i\omega t)$$

$$\Rightarrow a(t) = \mathrm{Re}\big(a_c(t)\big) = -\omega^2 x_0 \cos(\omega t + \alpha)$$

複素座標



y 虚軸
$x_i(t) = |A|\sin(\omega t + \alpha)$
$v_c(t) = \frac{d}{dt} A\exp(i\omega t)$
$= i\omega A\exp(i\omega t)$
$x_c(t) = A\exp(i\omega t)$
$e^{i\frac{\pi}{2}} = i$
x 実軸
$x_r(t) = |A|\cos(\omega t + \alpha)$
$a_c(t) = \frac{d^2}{dt^2} A\exp(i\omega t)$
$= -\omega^2 A\exp(i\omega t)$

テーラー展開

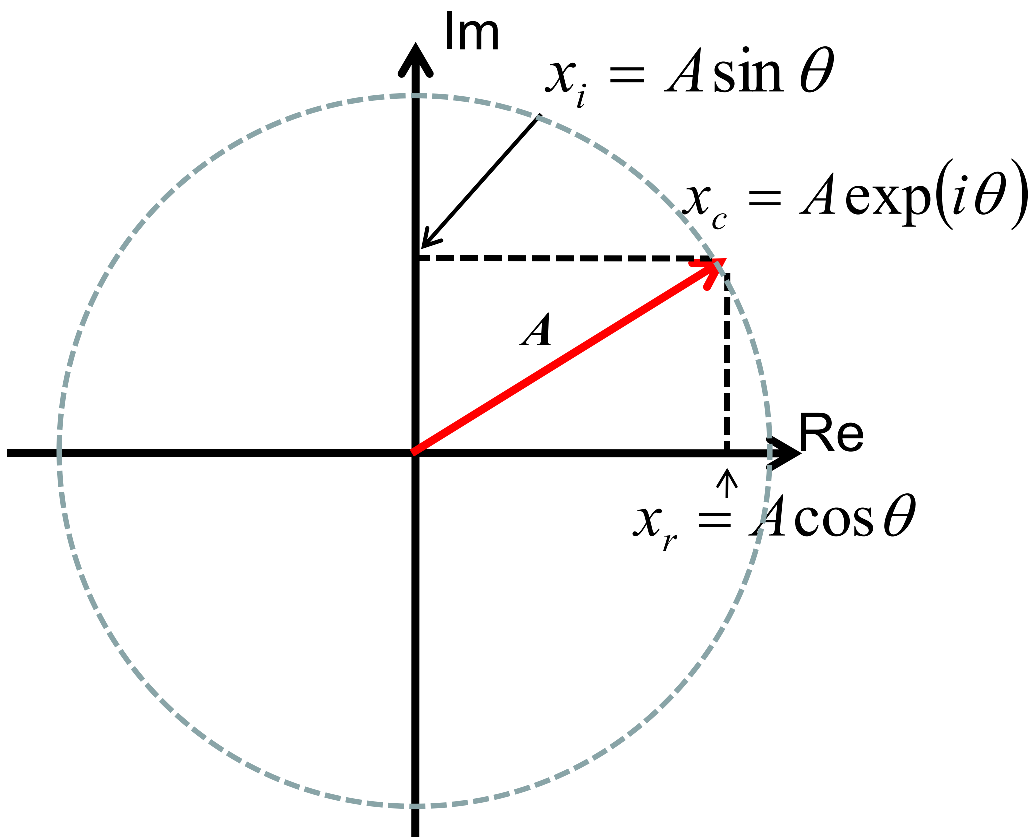
$$f(x) = \sum_n \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n = \sum_n \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$$

$|x| \ll 1$　ならば　1次式もしくは2次式で近似できる。

オイラーの公式

$$e^{x} = \sum_{n} \frac{1}{n!} x^{n}$$

$$e^{i\theta} = \sum_{n} \frac{i^{n}}{n!} \theta^{n} = \sum_{n} \frac{(-1)^{n}}{(2n)!} \theta^{2n} + i \sum_{n} \frac{(-1)^{n}}{(2n+1)!} \theta^{2n+1}$$



固有値問題

$$\mathbf{Mu} = \lambda \mathbf{u}$$

$$\left| \mathbf{M} - \lambda \mathbf{E} \right| = 0$$ 特性方程式

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1-\lambda & -\varepsilon \\ -\varepsilon & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2 - \varepsilon^2 = 0$$

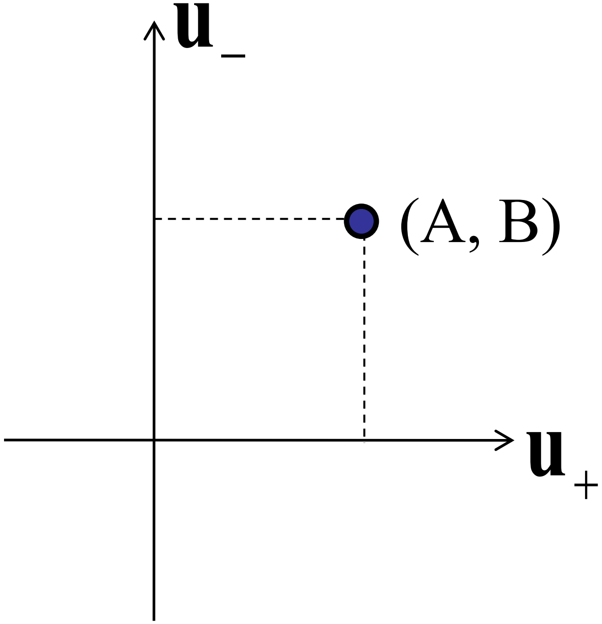
$$\lambda_+ = 1 + \varepsilon, \qquad \lambda_- = 1 - \varepsilon$$ 固有値

$$\mathbf{u}_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{u}_- = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$ 固有ベクトル

固有ベクトル

$\mathbf{u}_+ \cdot \mathbf{u}_- = 0$　対称行列の固有ベクトルは直交している

$\mathbf{M}\mathbf{u}_\pm = \lambda_\pm \mathbf{u}_\pm$　固有ベクトルはベクトルの方向を変えない⇒基底



$$\mathbf{u}_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{u}_- = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = A\mathbf{u}_+ + B\mathbf{u}_-$$

$$\mathbf{M}\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = A\lambda_+\mathbf{u}_+ + B\lambda_-\mathbf{u}_-$$

固有モードの重ね合わせで系は記述できる

演習問題

(1) $x(t) = \sin 3t$, $x(t) = \cos 3t$ が微分方程式 $\ddot{x}(t) = -9x(t)$ の解であることを示しなさい。このことから微分方程式の一般解を求めなさい。また、初期条件として$x(0) = a, v(0) = v$ として解を決定しなさい。

(2) 次式のテーラー展開をしなさい。また $|t| << 1$の場合の近似式としてtに関する1次式を示しなさい。

$$x(t) = \exp(-2t) \qquad x(t) = \ln(1+t)$$

(3) 次の行列の固有ベクトル、固有値を求めなさい。A1, A3の固有ベクトルは直交していることを確認しなさい。

$$A1 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad A2 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A3 = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \qquad A4 = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$