GET ② Rechenübung ⑰ Markus Szymanski 17.04.2025

## Grundlage Impedanz (frequenzabhängiger Widerstand)

Weil Spulen und Kondensatoren Energiespeicher sind, kommt es zu einem Zeitversatz zwischen Strom und Spannung (oder umgekehrt).

| Analogie Pneumatik: | | Elektrotechnik: |
|---|---|---|
| Es muss erst reichlich Luft in einen Behälter hineinströmen, bevor sich ein Druck aufbaut. | $\rightsquigarrow$ | Kondensator, Kapazität<br>erst Strom → Spannung |
| Es muss erst Druck am Rotorblatt einer Turbine herrschen, bevor diese sich zu drehen beginnt | $\rightsquigarrow$ | Spule, Induktivität<br>erst Spannung → Strom |

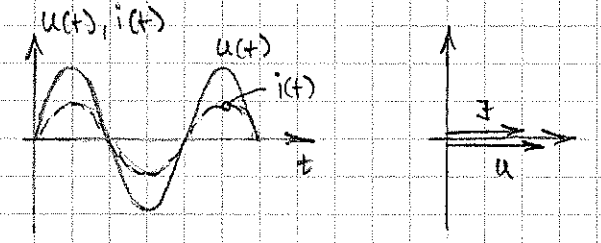
⇒ Da Wechselgrößen (Spannung, Strom) ihre Wirkrichtung periodisch ändern, die gespeicherte Energie aber nicht beliebig schnell auf- und abgebaut werden kann, wirkt diese in Teilen der Wechselgröße entgegen.

↳ Dieses „Entgegenwirken" ist in seiner Ausprägung von der Größe des Energiespeichers und von der Änderungsgeschwindigkeit der Wechselgröße abhängig.

↳ Es ist ein frequenzabhängiger Widerstand → **Impedanz**: $Z = [\Omega]$

Zeitbereich Bildbereich

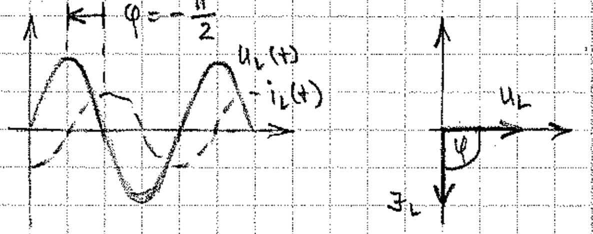
Ohm'sches Widerst.




Spannung und Strom sind, so sagt man, PHASENGLEICH.

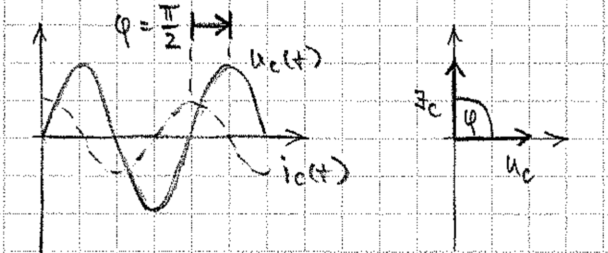
$Z_R = R$

Induktivität




Bei einer reinen Induktivität (ohne ohm'schen oder kapazitiven Anteil) eilt die Spannung dem Strom 90° voraus / eilt der Strom der Spannung 90° nach

$Z_L = j\omega L$



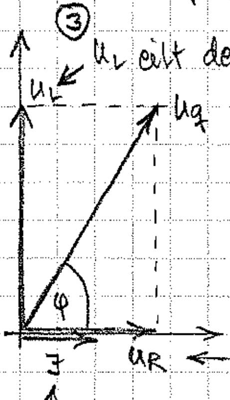

Bei einer reinen Kapazität (ohne ohm'schen oder induktiven Anteil) eilt die Spannung dem Strom 90° nach / eilt der Strom der Spannung 90° voraus.

$Z_C = -j\frac{1}{\omega C}$

Bei „gemischten" Impedanzen gilt $Z = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$

GET (2) Rechenübung (17) Aufgabe (1) Markus Symmank 17.04.2025

a)




(3) $U_L$ eilt dem Strom 90° voraus

(4) Die geometrische Addition beider Teilspannungen ergibt die phasenverschobene Gesamtspannung $U_q$

(2) $U_R$ ist phasengleich zu $I$

(1) Bei Reihenschaltungen ist $I$ die Bezugsgröße und liegt daher in Phase.

b) $Z = R + j\omega L$

$$Z = 20\,\Omega + j\,50 \cdot 2\pi \cdot \frac{1}{5} \cdot 0{,}2\,\frac{Vs}{A}$$

$$Z = 20\,\Omega + j\,20\pi\,\Omega = 20(1+\pi j)\,\Omega$$

$$Im(Z) = Re(Z) \cdot \tan(\varphi)$$

$$\rightsquigarrow \varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{Im(Z)}{Re(Z)}\right)$$

$$\varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{20\pi}{20}\right) = \operatorname{atan}(\pi) = \underline{\underline{1{,}26}}$$

$$\varphi_{Deg} = \frac{\varphi}{\pi} \cdot 180° = \underline{\underline{72{,}34°}}$$

$$I_{eff} = \frac{U_{eff}}{|Z|} \qquad |Z| = \sqrt{(Re^2(Z) + Im^2(Z))} = \sqrt{(20^2 + 20^2\pi^2)}\,\Omega$$

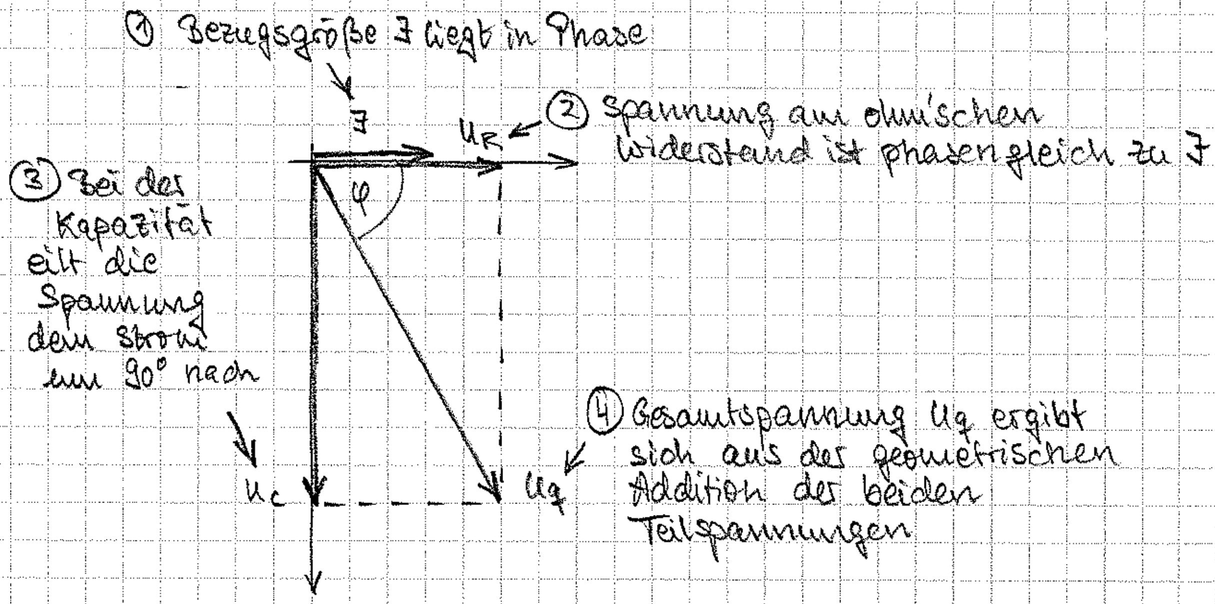
$$|Z| = 20\sqrt{(1+\pi^2)}\,\Omega = \underline{\underline{65{,}94\,\Omega}}$$

$$I_{eff} = \frac{230\,V}{20\sqrt{(1+\pi^2)}\,\Omega} = \frac{230\,V}{65{,}94\,\Omega} = \underline{\underline{3{,}488\,A}}$$

c) $U_R = U_q \cos(\varphi) = 230\,V \cdot \cos(\operatorname{atan}(\pi)) = 230\,V \cdot 0{,}303 = \underline{\underline{69{,}76\,V}}$

$U_L = U_q \sin(\varphi) = 230\,V \cdot \sin(\operatorname{atan}(\pi)) = 230\,V \cdot 0{,}953 = \underline{\underline{219{,}16\,V}}$

GET (2) Rechenübung (17) Aufgabe (2)    Markus Szymanik    17.04.2025




b) Ansatz $Z = \underbrace{R_p}_{Re} - j \underbrace{\frac{1}{\omega C}}_{Im}$ mit $R_p = \frac{u_R^2}{P_R} = \frac{110^2}{60}\,\Omega$

$Im(Z) = Re(Z)\tan(\varphi) = \frac{1}{\omega C} \rightsquigarrow C = \frac{1}{Re(Z)\,\omega\,\tan(\varphi)}$

zu $\varphi$: $u_R = u_q \cos(\varphi) \rightsquigarrow \varphi = acos\left(\frac{u_R}{u_q}\right)$

$\rightsquigarrow C = \frac{P_R}{u_R^2\,\omega\,\tan(acos(\frac{u_R}{u_q}))} = \frac{60\,\cancel{V}A \quad s}{110^2\,V^{\cancel{2}}\,\tan(acos(\frac{11}{23}))\,100\,\pi}$

$$\underline{\underline{C = 8{,}5956 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V} = 8{,}6\,\mu F}}$$

c) Die Spannungsfestigkeit eines Kondensators bemisst sich an der zu erwartenden Spitzenspannung und <u>nicht</u> am Effektivwert.

$\rightsquigarrow$ Ausgehend davon, dass es sich bei $u_q$ um eine Sinusspannung handelt, gilt:

$$\hat{u}_C = \sqrt{2}\,u_C = \sqrt{2}\,u_q \sin(\varphi)$$

$$\hat{u}_C = \sqrt{2}\,u_q \sin\left(acos\left(\frac{u_R}{u_q}\right)\right) = \sqrt{2}\cdot 230\,V \cdot \sin\left(acos\left(\frac{11}{23}\right)\right)$$

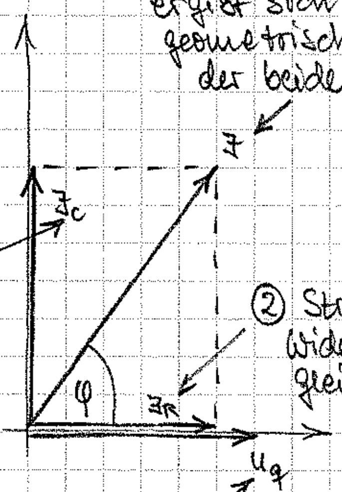
$$\underline{\underline{\hat{u}_C = 285{,}66\,V}}$$

GET (2) Rechenübung (17) Aufgabe (3) Markus Szymanski 17.04.2025

a)

(4) Der Gesamtstrom $I$ ergibt sich aus der geometrischen Addition der beiden Teilströme

(3) Bei der Kapazität eilt der Strom der Spannung um 90° voraus




(2) Strom am ohmschen Widerstand ist phasengleich zur Spannung

(1) In der Parallelschaltung ist U die Bezugsgröße und liegt in Phase

b) $I_R = \frac{U_q}{|Z_R|} = \frac{U_q}{R} = \frac{100\,V}{2\,k\Omega} = 50 \cdot 10^{-3}\,A = \underline{\underline{50\,mA}}$

$I_C = \frac{U_q}{|Z_C|} = \frac{U_q}{\frac{1}{\omega C}} = U_q \omega C = 10^2\,\cancel{V} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1{,}4 \cdot 10^3 \,\frac{1}{s} \cdot 10^2 \cdot 10^{-9}\,\frac{As}{\cancel{V}}$

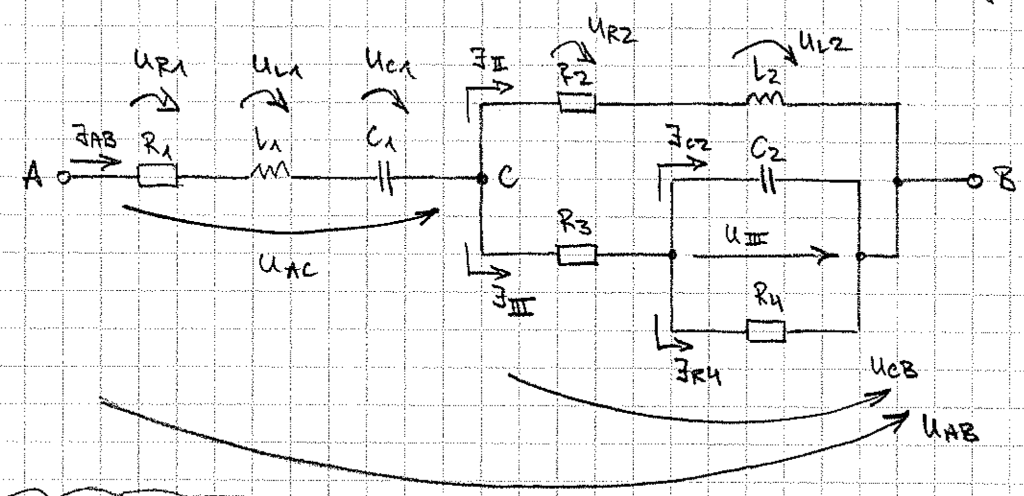
$I_C = 10^{-2} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 1{,}4\,A = 2{,}8\pi \cdot 10^{-2}\,A = 87{,}96 \cdot 10^{-3}\,A = \underline{87{,}96\,mA}$

c) $I = \sqrt{(I_R^2 + I_C^2)} = \sqrt{(50^2 \cdot 10^{-6} + 28^2\pi^2 \cdot 10^{-6})}\,A = \sqrt{(50^2 + 28^2\pi^2)} \cdot 10^{-3}\,A$

$\underline{\underline{= 57{,}39\,mA}}$

$I_C = I_R \tan(\varphi) \rightsquigarrow \varphi = \operatorname{atan}\left(\frac{I_C}{I_R}\right) = \operatorname{atan}\left(\frac{28\pi}{50}\right) = \operatorname{atan}\left(\frac{14\pi}{25}\right)$

$\underline{\underline{\varphi = 1{,}054}}$ $\quad \underline{\underline{\varphi_{Deg} = \frac{\varphi}{\pi} \cdot 180° = 60{,}39°}}$

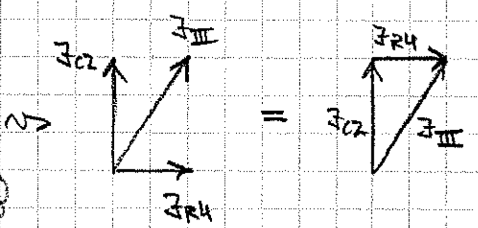



(0) Man beginnt beim kleinsten Teilnetzwerk II und arbeitet sich von innen nach außen.

(1) $I_{III} = I_{C2} + I_{R4}$

mit $I_{C2} \perp I_{R4}$

„steht senkrecht auf“

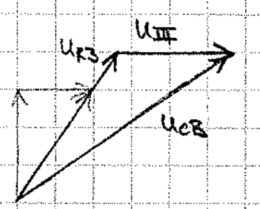



(2) $U_{CB} = U_{III} + U_{R3}$

mit $U_{III} \parallel I_{R4}$ und

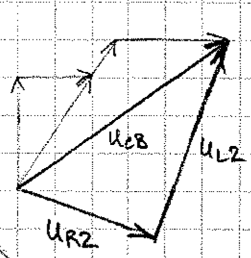
„parallel“

$U_{R3} \parallel I_{III}$



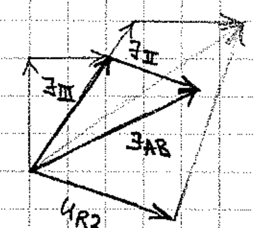

(3) $U_{CB} = U_{L2} + U_{R2}$

mit $U_{L2} \perp U_{R2}$




(4) $I_{II} \parallel U_{R2}$ und

(5) $I_{AB} = I_{II} + I_{III}$

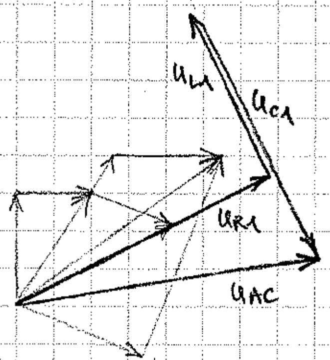



(6) $U_{R1} \parallel I_{AB}$

(7) $U_{L1} \perp U_{R1}$

(8) $U_{R1} \perp U_{C1}$

(9) $U_{AC} = U_{R1} + U_{L1} + U_{C1}$




(10) $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB}$

Skaliert Faktor 2