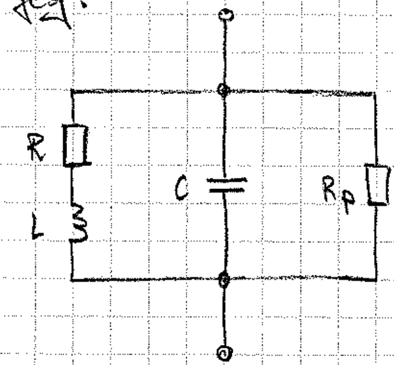
GET ② Rechenübung ㉑ Aufgabe ① Markus Symmank 02.05.2025

geg:



$R = 20\,\Omega$

$L = 0{,}5\,mH$

$f_r = 500\,kHz$

$Q = 30$

$\omega_r = f_r \cdot 2\pi$

$\omega_r = \pi \cdot 10^6\,Hz$

ges: C, R_p

Da eine Parallelschaltung vorliegt, rechnen wir mit Admittanzen, um den Aufwand zu reduzieren.

$$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{R_p} + \frac{1}{\frac{1}{j\omega C}} + \frac{1}{R + j\omega L}$$

⤳ Trenne $\underline{Y}$ in Re + Im

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_p} + j\omega C + \frac{1}{R + j\omega L} \cdot \frac{R - j\omega L}{R - j\omega L} = \frac{1}{R_p} + j\omega C + \frac{R - j\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}$$

$$\underline{Y} = \frac{1}{R_p} + \frac{R}{R^2 + \omega^2 L^2} + j\underbrace{\left(\omega C - \frac{\omega L}{R^2 + \omega^2 L^2}\right)}$$

Im Resonanzfall $\omega = \omega_r$, ist der Blindwiderstand bzw. die Blindadmittanz Null. Das heißt, dass die imaginären Anteile Null sind.

$$\mathrm{Im}(\underline{Y}(\omega = \omega_r)) = \mathrm{Im}(\underline{Z}(\omega = \omega_r)) = 0$$

⤳ Mit dem Resonanzfall lässt sich somit C errechnen.

$$\mathrm{Im}(\underline{Y}(\omega = \omega_r)) = 0 = \omega_r C - \frac{\omega_r L}{R^2 + \omega_r^2 L^2} \quad \Big| : \omega \quad ⤳ \quad 0 = C - \frac{L}{R^2 + \omega_r^2 L^2}$$

$$⤳ C = \frac{L}{R^2 + \omega_r^2 L^2} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\,\frac{\cancel{V}s}{\cancel{A}}}{400\,\frac{V^2}{A^2} + \pi^2 10^{12}\,\frac{1}{\cancel{s^2}} \cdot 0{,}25 \cdot 10^{-6}\,\frac{V^2 \cancel{s^2}}{A^2}} = \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\,As}{\left(400 + \frac{\pi^2}{4} \cdot 10^6\right) V}$$

$$C \approx \frac{0{,}5 \cdot 10^{-3}\,As}{\frac{\pi^2}{4} \cdot 10^6\,V} = \frac{2}{\pi^2} \cdot 10^{-9}\,F = \underline{\underline{202{,}6\,pF}}$$

⤳ Ermittle G_p (und damit R_p) aus Güte Q

Gütekriterium des Parallelschwingkreises

$$Q = \frac{I_{Cr}}{I_r} = \frac{\omega_r C \cancel{U}}{G_r \cancel{U}} = \frac{\omega_r C}{\mathrm{Re}(\underline{Y}_r)}$$

Strom durch Kondensator im Resonanzfall (I_{Cr})

Gesamtstrom im Resonanzfall (I_r)

$$Q = \frac{\omega_r C}{\mathrm{Re}(\underline{Y}_r)} = \frac{\omega_r C}{\frac{1}{R_p} + \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2}}$$

$$\frac{1}{R_p} + \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2} = \frac{\omega_r C}{Q} \quad ⤳ \quad \frac{1}{R_p} = \frac{\omega_r C}{Q} - \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2}$$

$$G_p = \frac{1}{R_p} = \frac{10^6 \pi \cdot 203 \cdot 10^{-9}\,A\cancel{s}}{30\,\cancel{s}\,V} - \frac{20\,\frac{V}{A}}{400\,\frac{V^2}{A^2} + 10^{12}\,\pi^2\,\frac{1}{\cancel{s^2}}\,0{,}25 \cdot 10^{-6}\,\frac{V^2\cancel{s^2}}{A^2}}$$

$$= \frac{203\pi}{30} \cdot 10^{-3}\,\frac{A}{V} - \frac{20}{400 + \frac{\pi^2}{4} 10^6}\,\frac{A}{V} = \underline{\underline{13{,}11\,\mu S}}$$

$$R_p = \frac{1}{G_p} = \frac{1}{\frac{\omega_r C_p}{Q} - \frac{R}{R^2 + \omega_r^2 L^2}} = \frac{1}{13{,}11\,\mu S} = \underline{\underline{76{,}26\,k\Omega}}$$

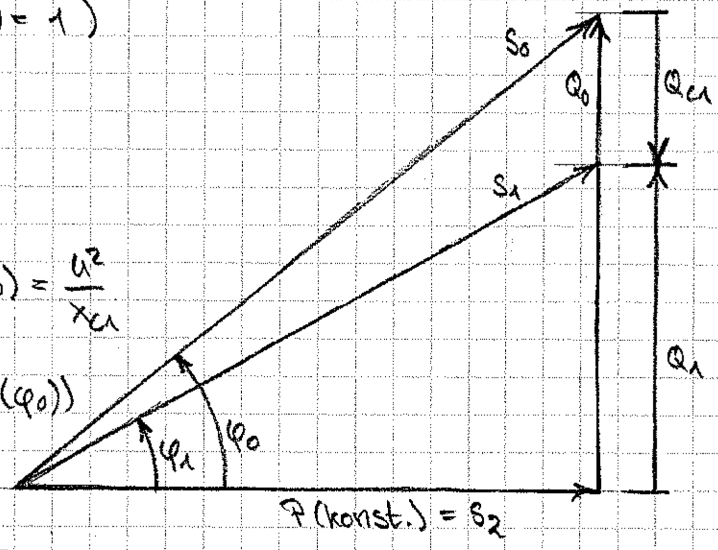
GET ② Rechenübung ㉑ Aufgabe ② Markus Szymanski 09.05.2025

geg: $U_{eff} = 230\,V$ ges: $C_1(\cos(\varphi_1) = 0{,}9)$

$I_{eff} = 32\,A$ $C_2(\cos(\varphi_2) = 1)$

$f = 50\,Hz$

$\cos(\varphi_0) = 0{,}78$



$$Q_{C1} = Q_1 - Q_0 = P \cdot \tan(\varphi_1) - P \cdot \tan(\varphi_0) = \frac{U^2}{X_{C1}}$$

$$= \frac{U^2}{-\frac{1}{\omega C_1}} = -U^2 \omega C_1 = P \cdot (\tan(\varphi_1) - \tan(\varphi_0))$$

$$C_1 = -\frac{P}{U^2 \omega} \cdot (\tan(\varphi_1) - \tan(\varphi_0))$$ mit $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi_0)$

$$= -\frac{I\cos(\varphi_0)}{U\omega} \cdot \underbrace{\left(\underbrace{\tan(\underbrace{\operatorname{acos}(\underbrace{\cos(\varphi_1)}_{0{,}9})}_{0{,}451})}_{0{,}484} - \underbrace{\tan(\underbrace{\operatorname{acos}(\underbrace{\cos(\varphi_0)}_{0{,}78})}_{0{,}676})}_{0{,}802}\right)}_{-0{,}318}$$

$$C_1 = \frac{32\,AS}{230\,V \cdot 100\pi} \cdot 0{,}78 \cdot 0{,}318 = 109{,}83 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V} = \underline{\underline{110\,\mu F}}$$

$$Q_{C2} = -Q_0 = -P \cdot \tan(\varphi_0) = -U^2 \omega C_2$$

$$C_2 = \frac{P}{U^2\omega}\tan(\varphi_0) = \frac{I \cdot \cos(\varphi_0)}{U^2 \omega} \cdot \tan(\operatorname{acos}(\cos(\varphi_0)))$$

$$C_2 = \frac{32\,AS}{230\,V\,100\pi} \cdot 0{,}78 \cdot 0{,}676 = 279{,}14 \cdot 10^{-6}\,\frac{As}{V} = \underline{\underline{277\,\mu F}}$$

a) Verlustleistung im Leiter $P_V = I^2 R_L$ mit $R = \rho \frac{2L}{A}$ ← Hin- u. Rückleiter

$P_V = I^2 \rho \frac{2L}{A}$ ⇝ I ergibt sich aus der Wirkleistung des angeschlossenen Verbrauchers $P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$

↳ $I = \frac{P}{U \cdot \cos(\varphi)}$

$$P_V = \frac{P^2}{U^2 \cos^2(\varphi)} \rho \frac{2L}{A} = \frac{2P^2 \rho L}{A U^2 \cos^2(\varphi)} = \frac{2P^2 \rho L}{A U^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{\cos^2(\varphi)}}$$

Erste Erkenntnis: $\cos(\varphi)$ geht quadratisch in die Leitungsverlustleistung ein.

$$⇝ A = \frac{2P^2 \rho L}{P_V U^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{\cos^2(\varphi)}}$$

Zweite Erkenntnis: $\cos(\varphi)$ geht auch quadratisch in die Berechnung des Leitungsquerschnittes ein, der für eine bestimmte Verlustleistung erforderlich ist.

b)

$\underbrace{Q_C}_{} = -Q_0 = -P \tan(\varphi)$ mit P aus $P_V = \frac{P^2}{U^2 \cos^2(\varphi)} \rho \frac{2L}{A}$

siehe Aufg. 2 $= \frac{U^2}{-\frac{1}{\omega C}} = -U^2 \omega C$

$$P_V = \frac{P^2 R_L}{U^2 \cos^2(\varphi)}$$

$$⇝ P = \sqrt{\frac{P_V \cdot U^2 \cdot \cos^2(\varphi)}{R_L}}$$

$$P = U \cdot \cos(\varphi) \sqrt{\frac{P_V}{R_L}}$$

$$U^{\cancel{2}} \omega C = \cancel{U} \cos(\varphi) \sqrt{\frac{P_V}{R_L}} \tan(\varphi)$$

mit $\tan(\varphi) = \frac{\sin(\varphi)}{\cos(\varphi)}$

$$C = \frac{1}{U\omega} \sqrt{\frac{P_V}{R_L}} \sin(\varphi)$$

mit $\sin^2(\varphi) = 1 - \cos^2(\varphi)$

$$C = \frac{1}{\omega C} \sqrt{\frac{P_V}{R_L} \sin^2(\varphi)} = \frac{1}{\omega C} \sqrt{\frac{P_V}{R_L} (1 - \cos^2(\varphi))}$$

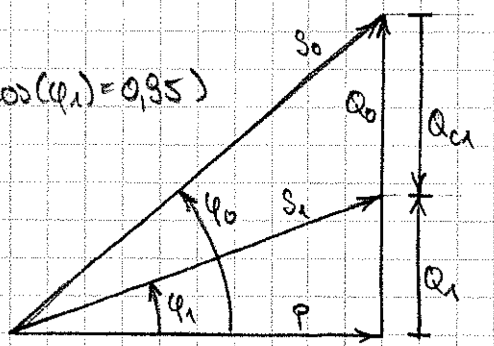
GET ② Rechenübung ㉑ Aufgabe ④   Markus Spannmann   09.05.2025

geg: $U = 230\,V$ ges: $C\,(\cos(\varphi_1) = 0{,}95)$

$P = 3{,}7\,kW$ $\Delta P_{V\%}\ (\cos(\varphi_0) = 0{,}78,\ \cos(\varphi_1) = 0{,}95)$

$f = 50\,Hz$

$\cos(\varphi_0) = 0{,}78$



⇝ Aus Aufgabe 2 wiss wir:

$$Q_{C1} = -U^2 \omega C_1 = P \cdot (\tan(\varphi_1) - \tan(\varphi_0))$$

$$\rightsquigarrow C_1 = -\frac{P}{U^2 \omega} (\tan(\varphi_1) - \tan(\varphi_0))$$

$$= -\frac{P}{U^2 \omega} (\tan(\mathrm{acos}(\cos(\varphi_1))) - \tan(\mathrm{acos}(\cos(\varphi_0))))$$

$$= -\frac{P}{U^2 \omega} \underbrace{(\underbrace{\tan(\underbrace{\mathrm{acos}(0{,}95)}_{0{,}318})}_{0{,}329} - \underbrace{\tan(\underbrace{\mathrm{acos}(0{,}95)}_{0{,}676})}_{0{,}802})}_{-0{,}474}$$

$$= -\frac{3700\,VAs}{230^2\,V^{\cancel{2}}\ \cancel{100}\pi} \cdot (-0{,}474) = \frac{37 \cdot 0{,}474}{23^2\,\pi} \cdot 10^{-2}\,\frac{As}{V} = \frac{17{,}523}{529\,\pi} \cdot 10^{-2}\,F$$

$$C_1 = 105{,}44 \cdot 10^{-6}\,F = \underline{105\,\mu F}$$

⇝ Wirkung auf Leitungsverlust $P_V = I^2 \cdot R_L$

$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi)$ $\Downarrow$ $I = \frac{P}{U \cos(\varphi)}$

$$\Delta P_{V\%} = \frac{P_{V1} - P_{V0}}{P_{V0}} = \frac{P_{V1}}{P_{V0}} - 1 = \frac{I_1^2 R_L}{I_0^2 R_L} - 1 = \frac{I_1^2}{I_0^2} - 1$$

$$\Delta P_{V\%} = \frac{\frac{P}{U^2 \cos^2(\varphi_1)}}{\frac{P}{U^2 \cos^2(\varphi_0)}} = \frac{\cos^2(\varphi_0)}{\cos^2(\varphi_1)} - 1 = \frac{0{,}78^2}{0{,}95^2} - 1 = \underline{\underline{-32{,}59\,\%}}$$