非圧縮の 2 次元 Navier-Stokes 方程式を考える:

$$u_t + uu_x + vu_y = -p_x + Re^{-1}(u_{xx} + u_{yy}), \tag{1}$$

$$v_t + uv_x + vv_y = -p_y + Re^{-1}(v_{xx} + v_{yy}), \tag{2}$$

$$u_x + v_y = 0. \tag{3}$$

流れ関数 ψ を

$$u = \psi_y, \qquad v = -\psi_x \tag{4}$$

で導入すると, 非圧縮条件 (3) は自動的に満たされる. 渦度 ω を

$$\omega = -u_y + v_x = -(\psi_{xx} + \psi_{yy}) \tag{5}$$

で導入すると, (1), (2) から

$$\omega_t + J(\psi, \omega) = Re^{-1}(\omega_{xx} + \omega_{yy}) \tag{6}$$

が得られる. ここで

$$J(\psi, \omega) = \psi_y\omega_x - \psi_x\omega_y \tag{7}$$

である.

流体の領域は

$$[-L_x, L_x] \times [-L_y, L_y] \setminus \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \times \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right] \subseteq \mathbb{R}^2 \tag{8}$$

とする. 境界条件は, $y = \pm L_y$ では周期境界条件, $x = \pm 1/2$ および $y = \pm 1/2$ の境界では粘着境界条件

$$u = v = 0, \tag{9}$$

$x = -L_x$ では固定速度の境界条件

$$u = 1, \quad v = 0, \tag{10}$$

$x = L_y$ ではノイマン条件

$$u_x = v_x = 0 \tag{11}$$

を課す.