

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם 52518 תשע"ח – תרגיל 2

להגשה עד 13.11.17 בשעה 23:55

שימו לב: לפני פתרון התרגיל, עליכם לקרוא את הקובץ "Example of Simultaneous Confidence Intervals for a Fixed Set of Contrasts Using the Exact Method" (קישור).

1. נערך מחקר הבודק את השפעת מתן גמול על תהליך הלמידה בקרב ילדים. המשתנה המוסבר Y , הינו מספר הניסיונות אשר לוקח לילד ללמוד כיצד להרכיב פאזל באופן נכון. בניסוי חולקו הילדים לארבע קבוצות תגמול שונות. הקבוצות הן, אף-פעם, לעיתים רחוקות, לעיתים קרובות ותמיד. החוקרים מעוניינים לבדוק את ההפרשים הבאים, (1) הפרש בין גמול תמידי לממוצע הפשוט בין שאר הקבוצות. (2) הפרש בין גמול לעיתים קרובות לממוצע בין גמול לעיתים רחוקות ואף-פעם. (3) הפרש בין גמול לעיתים רחוקות ואף-פעם. נתונים: להלן מטריצה אשר כל ערך בה הינו מספר ניסיונות הרכבה עבור פרט מסוים. כל עמודה מציינת קבוצה, כאשר הימנית ביותר הינה "אף-פעם", אחריה "לעיתים רחוקות", "לעיתים קרובות" והשמאלית ביותר הינה "גמול תמידי".

$$\begin{bmatrix} 12 & 9 & 15 & 7 \\ 13 & 10 & 16 & 18 \\ 11 & 9 & 17 & 12 \\ 12 & 13 & 16 & 18 \\ 12 & 14 & 16 & 20 \end{bmatrix}$$

א. הציגו את שלושת ההפרשים לעיל באופן מתמטי בקונטרסטים.
ב. חשבו רווח-סמך (ברמת סמך של 95%) עבור כל אחד מהקונטרסטים, כאשר התייחסו לכל קונטרסט כאילו הוא יחיד.
ג. חשבו ר"ס בו זמניים ברמה של 95% לשלושת הקונטרסטים לפי שיטת בונפרוני.
ד. חשבו ר"ס בו זמניים ברמה של 95% לשלושת הקונטרסטים לפי השיטה המדויקת עבור אוסף סופי של קונטרסטים קבועים מראש.

2. יהי מודל ניתוח שונות חד-כיווני בעל שונות שונות, $Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}$; $\epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_i^2)$. נניח כי ה- σ_i^2 ידועים וה- ϵ_{ij} בלתי תלויים. פתחו נוסחה עבור רווח-סמך לקונטרסט יחיד, $\psi(c) = \sum_{i=1}^I c_i \mu_i$.

3. נניח כי באמצעות השיטה המדויקת רוצים לערוך השוואה בין K קונטרסטים אפשריים. כל קונטרסט מוגדר באופן

$$\psi(c^{(k)}) = \sum_{i=1}^I c_i^{(k)} \mu_i \quad \text{הוקטור של כל הקונטרסטים מסומן} \quad \Psi = \begin{bmatrix} \psi(c^{(1)}) \\ \vdots \\ \psi(c^{(K)}) \end{bmatrix} \quad \text{ומתקיים עבורו} \quad \Psi = C\beta. \quad \text{כעת,}$$

$$\text{באמצעות הוקטור } \hat{\beta}, \text{ נגדיר את } \hat{\Psi} = C\hat{\beta}.$$

א. מצאו הצגה של מטריצת השונות $Cov(\hat{\Psi})$ ככפל מטריצות.

ב. הניחו כי $K = 4$. באמצעות כפל מטריצות, מצאו את ערכו של האיבר $Cov(\hat{\Psi})_{rs}$.