

מודלים סטטיסטיים וישומיהם 52518

מועד ב: 12.4.2007

המורה: פרופ' ש. אומן

משך הבחינה: שעתיים וחצי, כולל הארכה של חצי שעהשאלה 1 (35)

הנתונים בטבלה 1 מבטאים את התפוקות של חלקות שונות של תירס בהתאם לסוג הדשן בהן טופלו. סוג דשן A ניתן ל- 4 חלקות, סוג דשן B ל- 6 חלקות וכן הלאה.

טבלה 1

סוגי דשן	E	D	C	B	A
77.9	87.0	79.1	70.5	78.9	
77.2	88.2	90.3	74.1	80.3	
79.5	75.3	85.6	75.5	81.1	
	82.4	81.4	70.8	77.7	
	80.7	91.5	73.3		
	82.8	78.3	72.4		
	89.6				
78.2	83.7	84.3	72.8	79.5	ממוצעים ($\bar{Y}_{i.}$)
1.39	24.6	32.19	3.73	2.266	שונות בתוך הקבוצה
$\left(\sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 / (n_i - 1) \right)$					

$$\bar{Y}_{..} = 80.05, \quad \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^{n_i} (Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = 34.91 \quad n = 26 \quad \text{כמו כן,}$$

א. בדוק את ההשערה של שוויון בין תוחלות התפוקה של סוגי הדשן השונים (השתמש ברמת מובהקות $\alpha = 0.05$).

בשני הסעיפים להלן, יש לבדוק את ההשערה ע"י חישוב רווח-סמך, ולהצדיק את השימוש בשיטה בה בחרת לחישוב רווח זה. יש להתייחס לשני הסעיפים בנפרד, כלומר אין צורך ברווחי סמך בו-זמניים לשני הסעיפים ביחד.

ב. ע"ס ההרכב הכימי של הדשנים השונים, מומחה חקלאי העלה את ההשערה שהפרש בין תוחלת התפוקה של סוג דשן C וסוג דשן B שווה להפרש בין סוג דשן D לסוג דשן C. נסח את ההשערה המתאימה ובדוק אותה ברמת מובהקות של $\alpha = 0.05$.

ג. מהסתכלות בתוצאות בטבלה אנו רואים ש- $\bar{Y}_{C.} - \bar{Y}_{D.} \approx \bar{Y}_{A.} - \bar{Y}_{E.}$. בדוק את ההשערה המתאימה (לגבי ה- $\mu_i - \mu_j$) ברמת מובהקות של $\alpha = 0.05$.

בעמוד הבא נוסחאות לרווחי סמך לפי שיטות שונות:

$$\bar{c}_k^{\pm 1} \pm t_{\left(\frac{\alpha}{2k}\right)}^{(n-I)} \cdot s \cdot \left[\sum_i \frac{c_i^2}{n_i} \right]^{1/2}$$

:Bonferroni

$$\bar{c}_k^{\pm 1} \pm [(I-1) F_{\alpha}(I-1, n-I)]^{1/2} \cdot s \cdot \left[\sum_i \frac{c_i^2}{n_i} \right]^{1/2}$$

:Scheffe

$$\bar{c}_k^{\pm 1} \pm q_{\alpha}(I, n-I) \cdot s \cdot \left[\frac{1}{k} \right]^{1/2}$$

:Tukey

שאלה 2 (35)

כדי לבחון את הקשר בין השתייכות פוליטית לעמדה על שינוי שיטת הממשל, נערך סקר בו נבחר מדגם מקרי של 200 בוחרים מכל הבוחרים הזכרים בארץ, וכן מדגם מקרי נוסף של 200 בוחרות נקבות. אפשר לסכם את תוצאות הסקר כדלקמן:

עמדה על שינוי				עמדה על שינוי			
		נשים				גברים	
השתייכות פוליטית	ימנית שמאלית	נגד	בעד	השתייכות פוליטית	ימנית שמאלית	נגד	בעד
		35	55			35	60
השתייכות פוליטית	ימנית שמאלית	40	70			50	55

- נסח ובדוק (ברמה של 5%) את ההשערה שהקשר בין השתייכות לעמדה, בקרב הנשים, זהה לקשר בקרב הגברים. הסבר (בשפה לא סטטיסטית) את המסקנות.
- ע"ס תוצאות סעיף א', הצע מודל לוג-לינארי שנראה מועמד סביר לתיאור הקשרים בין מין, השתייכות פוליטית ועמדה על שינוי. אין צורך לבדוק סטטיסטית את טיב ההתאמה של המודל שהצעת.

שאלה 3 (30)

להלן מוצגות התוצאות מרגרסיה לוגיסטית אשר בוצעה ע"מ לחקור את ההשפעה של מספר גורמים על משקל לידה נמוך. המשתנה המוסבר הוא $Y=1$ אם האם ילדה תינוק במשקל נמוך; $Y=0$ אחרת והמשתנים המסבירים הם:

Mothwt = משקל האם (ק"ג) בחודש השביעי של ההריון
 Smoke = 1 אם האם עישנה במשך ההריון ; 0 אחרת
 Hyper = 1 אם לא היסטוריה של לחץ דם גבוה ; 0 אחרת

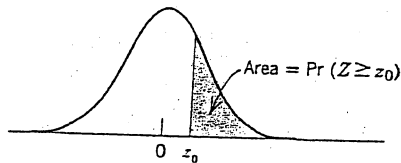
- א. נסמן ב- θ את מנת יחס הסיכויים ללדת תינוק במשקל נמוך, עבור אישה ששקלה 65 ק"ג (בחודש השביעי) ועישנה במשך ההריון, לעומת אישה ששקלה 60 ק"ג ולא עישנה (לשתי הנשים אותו המצב לגבי לחץ דם גבוה). חשב אומדן ל- θ .
- ב. חשב אומדן נקודתי להסתברות ללדת תינוק במשקל נמוך עבור אישה השוקלת 55 ק"ג, שאיננה מעשנת אבל יש לה היסטוריה של לחץ דם גבוה.

LOG LIKELIHOOD = -101.768						
GOODNESS OF FIT: CHI-SQ (2*0*LN(O/E)) = 203.536 D.F. = 175 P-VALUE = .069						
GOODNESS OF FIT: CHI-SQ (HOSMER-LEMESHOW) = 10.621 D.F. = 8 P-VALUE = .224						
GOODNESS OF FIT: CHI-SQ (C.C.BROWN) = .914 D.F. = 2 P-VALUE = .633						
TERM	COEFFICIENT	STANDARD ERROR	COEF/SE	EXP(COEF)	95% C.I. OF EXP(COEF)	
					LOWER-BND	UPPER-BND
mothwt	-.1676E-01	.679E-02	-2.47	.983	.970	.997
smoke	1.049	.392	2.67	2.85	1.32	6.19
hyper	1.861	.690	2.70	6.43	1.65	25.1
CONSTANT	.7335E-01	.936	.783E-01	1.08	.170	6.83

בהצלחה!

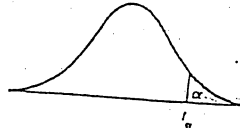
Handwritten notes at the top of the page.

TABLE IV
Standard Normal, Cumulative Probability in Right-Hand Tail
(For Negative Values of z , Areas are Found by Symmetry)



z_0	Second Decimal Place of z_0									
	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.4960	.4920	.4880	.4840	.4801	.4761	.4721	.4681	.4641
0.1	.4602	.4562	.4522	.4483	.4443	.4404	.4364	.4325	.4286	.4247
0.2	.4207	.4168	.4129	.4090	.4052	.4013	.3974	.3936	.3897	.3859
0.3	.3821	.3783	.3745	.3707	.3669	.3632	.3594	.3557	.3520	.3483
0.4	.3446	.3409	.3372	.3336	.3300	.3264	.3228	.3192	.3156	.3121
0.5	.3085	.3050	.3015	.2981	.2946	.2912	.2877	.2843	.2810	.2776
0.6	.2743	.2709	.2676	.2643	.2611	.2578	.2546	.2514	.2483	.2451
0.7	.2420	.2389	.2358	.2327	.2296	.2266	.2236	.2206	.2177	.2148
0.8	.2119	.2090	.2061	.2033	.2005	.1977	.1949	.1922	.1894	.1867
0.9	.1841	.1814	.1788	.1762	.1736	.1711	.1685	.1660	.1635	.1611
1.0	.1587	.1562	.1539	.1515	.1492	.1469	.1446	.1423	.1401	.1379
1.1	.1357	.1335	.1314	.1292	.1271	.1251	.1230	.1210	.1190	.1170
1.2	.1151	.1131	.1112	.1093	.1075	.1056	.1038	.1020	.1003	.0985
1.3	.0968	.0951	.0934	.0918	.0901	.0885	.0869	.0853	.0838	.0823
1.4	.0808	.0793	.0778	.0764	.0749	.0735	.0722	.0708	.0694	.0681
1.5	.0668	.0655	.0643	.0630	.0618	.0606	.0594	.0582	.0571	.0559
1.6	.0548	.0537	.0526	.0516	.0505	.0495	.0485	.0475	.0465	.0455
1.7	.0446	.0436	.0427	.0418	.0409	.0401	.0392	.0384	.0375	.0367
1.8	.0359	.0352	.0344	.0336	.0329	.0322	.0314	.0307	.0301	.0294
1.9	.0287	.0281	.0274	.0268	.0262	.0256	.0250	.0244	.0239	.0233
2.0	.0228	.0222	.0217	.0212	.0207	.0202	.0197	.0192	.0188	.0183
2.1	.0179	.0174	.0170	.0166	.0162	.0158	.0154	.0150	.0146	.0143
2.2	.0139	.0136	.0132	.0129	.0125	.0122	.0119	.0116	.0113	.0110
2.3	.0107	.0104	.0102	.0099	.0096	.0094	.0091	.0089	.0087	.0084
2.4	.0082	.0080	.0078	.0075	.0073	.0071	.0069	.0068	.0066	.0064
2.5	.0062	.0060	.0059	.0057	.0055	.0054	.0052	.0051	.0049	.0048
2.6	.0047	.0045	.0044	.0043	.0041	.0040	.0039	.0038	.0037	.0036
2.7	.0035	.0034	.0033	.0032	.0031	.0030	.0029	.0028	.0027	.0026
2.8	.0026	.0025	.0024	.0023	.0023	.0022	.0021	.0021	.0020	.0019
2.9	.0019	.0018	.0017	.0017	.0016	.0016	.0015	.0015	.0014	.0014
3.0	.00135									
3.5	.000 233									
4.0	.000 031 7									
4.5	.000 003 40									
5.0	.000 000 287									

To interpolate carefully, see Table X.

TABLE 5 Percentage Points of the *t* Distributions

	$t_{.100}$	$t_{.050}$	$t_{.025}$	$t_{.010}$	$t_{.005}$	d.f.
.4641	3.078	6.314	12.706	31.821	63.657	1
.4247	1.886	2.920	4.303	6.965	9.925	2
.3859	1.638	2.353	3.182	4.541	5.841	3
.3483	1.533	2.132	2.776	3.747	4.604	4
.3121	1.476	2.015	2.571	3.365	4.032	5
.2776	1.440	1.943	2.447	3.143	3.707	6
.2451	1.415	1.895	2.365	2.998	3.499	7
.2148	1.397	1.860	2.306	2.896	3.355	8
.1867	1.383	1.833	2.262	2.821	3.250	9
.1611	1.372	1.812	2.228	2.764	3.169	10
.1379	1.363	1.796	2.201	2.718	3.106	11
.1170	1.356	1.782	2.179	2.681	3.055	12
.0985	1.350	1.771	2.160	2.650	3.012	13
.0823	1.345	1.761	2.145	2.624	2.977	14
.0681	1.341	1.753	2.131	2.602	2.947	15
.0559	1.337	1.746	2.120	2.583	2.921	16
.0455	1.333	1.740	2.110	2.567	2.898	17
.0367	1.330	1.734	2.101	2.552	2.878	18
.0294	1.328	1.729	2.093	2.539	2.861	19
.0233	1.325	1.725	2.086	2.528	2.845	20
.0183	1.323	1.721	2.080	2.518	2.831	21
.0143	1.321	1.717	2.074	2.508	2.819	22
.0110	1.319	1.714	2.069	2.500	2.807	23
.0085	1.318	1.711	2.064	2.492	2.797	24
.0068	1.316	1.708	2.060	2.485	2.787	25
.0055	1.315	1.706	2.056	2.479	2.779	26
.0045	1.314	1.703	2.052	2.473	2.771	27
.0037	1.313	1.701	2.048	2.467	2.763	28
.0030	1.311	1.699	2.045	2.462	2.756	29
.0025	1.282	1.645	1.960	2.326	2.576	inf.

From "Table of Percentage Points of the *t*-Distribution."
 Computed by Maxine Merrington, *Biometrika*, Vol. 32 (1941),
 p. 300. Reproduced by permission of Professor E. S. Pearson.

APPENDIX II

TABLE A. Percentiles of the χ^2 Distribution (Section 12.6)

χ^2	0.5	1	2.5	5	10	20	30	40
1	0.00093	0.00157	0.00982	0.0393	0.0158	0.0642	0.148	0.275
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	0.446	0.713	1.02
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	0.584	1.00	1.42	1.87
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.06	1.65	2.19	2.75
5	0.412	0.554	0.831	1.15	1.61	2.34	3.00	3.66
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	3.07	3.81	4.57
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	3.82	4.67	5.49
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	4.59	5.49	6.42
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.38	6.39	7.36
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.18	7.27	8.30
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	6.99	8.15	9.24
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	7.81	9.03	10.2
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	8.63	9.93	11.1
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	9.47	10.8	12.1
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	10.3	11.7	13.0
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.2	12.6	14.0
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	12.0	13.5	14.9
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	12.9	14.4	15.9
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	13.7	15.4	16.9
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	14.6	16.3	17.8
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	15.4	17.2	18.8
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	16.3	18.1	19.7
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	17.2	19.0	20.7
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	18.1	19.9	21.7
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	18.9	20.9	22.6
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	19.8	21.8	23.6
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	20.7	22.7	24.5
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	21.6	23.6	25.5
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	22.5	24.6	26.5
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	23.4	25.5	27.4
35	17.2	18.5	20.6	22.5	24.8	27.8	30.2	32.3
40	20.7	22.2	24.4	26.5	29.1	32.3	34.9	37.1
45	24.3	25.9	28.4	30.6	32.4	36.9	40.6	42.0
50	28.0	29.7	32.4	34.8	37.7	41.4	46.5	48.3
75	47.2	49.5	52.9	56.1	59.8	64.5	68.1	71.3
100	67.3	70.1	74.2	77.9	82.4	87.9	92.1	95.8

χ^2 distribution



TABLE 3 (continued)

χ^2	50	60	70	80	90	95	97.5	99	99.5	99.9
1	0.455	0.708	1.07	1.64	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88	10.8
2	1.39	1.83	2.41	3.22	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6	13.8
3	2.37	2.95	3.67	4.64	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8	16.3
4	3.36	4.04	4.88	5.99	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9	18.5
5	4.35	5.13	6.06	7.29	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7	20.5
6	5.35	6.21	7.23	8.56	10.6	12.6	14.4	16.5	18.5	22.5
7	6.35	7.28	8.38	9.80	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3	24.3
8	7.34	8.35	9.52	11.0	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0	26.1
9	8.34	9.41	10.7	12.2	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6	27.9
10	9.34	10.5	11.8	13.4	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2	29.6
11	10.3	11.5	12.9	14.6	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8	31.3
12	11.3	12.6	14.0	15.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3	32.9
13	12.3	13.6	15.1	17.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8	34.5
14	13.3	14.7	16.2	18.2	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3	36.1
15	14.3	15.7	17.3	19.3	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8	37.7
16	15.3	16.8	18.4	20.5	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3	39.3
17	16.3	17.8	19.5	21.6	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7	40.8
18	17.3	18.9	20.6	22.8	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2	42.3
19	18.3	19.9	21.7	23.9	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6	43.8
20	19.3	21.0	22.8	25.0	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0	45.3
21	20.3	22.0	23.9	26.0	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4	46.8
22	21.3	23.0	24.9	27.1	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8	48.3
23	22.3	24.1	26.0	28.4	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2	49.7
24	23.3	25.1	27.1	29.6	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6	51.2
25	24.3	26.1	28.2	30.7	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9	52.6
26	25.3	27.2	29.2	31.8	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3	54.1
27	26.3	28.2	30.3	32.9	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6	55.5
28	27.3	29.2	31.4	34.0	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0	56.9
29	28.3	30.3	32.5	35.1	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3	58.3
30	29.3	31.3	33.5	36.3	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7	59.7
35	34.3	36.5	38.9	41.8	46.1	49.8	53.2	57.3	60.3	66.6
40	39.3	41.6	44.2	47.1	51.8	55.8	59.3	63.7	66.8	73.4
45	44.3	46.8	49.5	52.7	57.5	61.7	65.4	70.0	73.2	80.1
50	49.3	51.9	54.7	58.2	63.2	67.5	71.4	76.2	79.5	86.7
75	74.3	77.5	80.9	85.1	91.1	96.2	100.8	106.4	110.3	118.6
100	99.3	102.9	106.9	111.7	118.5	124.3	129.6	135.6	140.2	149.4

* Abridged from Table V of A. Hald, "Statistical Tables and Formulas," 1952, Wiley, New York.

THE ANALYSIS OF VARIANCE

UPPER α POINT* OF F WITH ν_1 AND ν_2 D.F. $\alpha = 0.05$

ν_2	ν_1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	241
2	18.5	19.0	19.2	19.2	19.3	19.3	19.4	19.4	19.4	19.4
3	10.1	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89	8.85	8.81	8.81
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09	6.04	6.00	6.00
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.77	4.77
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.10	4.10
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.68	3.68
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.39	3.39
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.18	3.18
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	3.02	3.02
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.90	2.90
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.80	2.80
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.71	2.71
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.65	2.65
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.59	2.59
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.54	2.54
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.49	2.49
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.46	2.46
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.42	2.42
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.39	2.39
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.37	2.37
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.34	2.34
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.32	2.32
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.30	2.30
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.28	2.28
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.27	2.27
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.25	2.25
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.24	2.24
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.22	2.22
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.21	2.21
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.12
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	2.04
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.17	2.09	2.02	1.96	1.96
∞	3.84	3.00	2.60	2.37	2.21	2.10	2.01	1.94	1.88	1.88

* Rounded off to three significant figures from tables of M. Merrington and C. M. Thompson in *Biometrika*, Vol. 33, pp. 78-87, 1943. Reproduced with the kind permission of the authors and the editor.

4/16/57

TABLES

UPPER α POINT* OF F WITH ν_1 AND ν_2 D.F. $\alpha = 0.05$

427

ν_2	ν_1	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254	254
2	19.4	19.4	19.4	19.4	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5	19.5
3	8.79	8.74	8.70	8.66	8.64	8.62	8.59	8.57	8.55	8.53	8.53
4	5.96	5.91	5.86	5.80	5.77	5.75	5.72	5.69	5.66	5.63	5.63
5	4.74	4.68	4.62	4.56	4.53	4.50	4.46	4.43	4.40	4.36	4.36
6	4.06	4.00	3.94	3.87	3.84	3.81	3.77	3.74	3.70	3.67	3.67
7	3.64	3.57	3.51	3.44	3.41	3.38	3.34	3.30	3.27	3.23	3.23
8	3.35	3.28	3.22	3.15	3.12	3.08	3.04	3.01	2.97	2.93	2.93
9	3.14	3.07	3.01	2.94	2.90	2.86	2.83	2.79	2.75	2.71	2.71
10	2.98	2.91	2.85	2.77	2.74	2.70	2.66	2.62	2.58	2.54	2.54
11	2.85	2.79	2.72	2.65	2.61	2.57	2.53	2.49	2.45	2.40	2.40
12	2.75	2.69	2.62	2.54	2.51	2.47	2.43	2.38	2.34	2.30	2.30
13	2.67	2.60	2.53	2.46	2.42	2.38	2.34	2.30	2.25	2.21	2.21
14	2.60	2.53	2.46	2.39	2.35	2.31	2.27	2.22	2.18	2.13	2.13
15	2.54	2.48	2.40	2.33	2.29	2.25	2.20	2.16	2.11	2.07	2.07
16	2.49	2.42	2.35	2.28	2.24	2.19	2.15	2.11	2.06	2.01	2.01
17	2.45	2.38	2.31	2.23	2.19	2.15	2.10	2.06	2.01	1.96	1.96
18	2.41	2.34	2.27	2.19	2.15	2.11	2.06	2.02	1.97	1.92	1.92
19	2.38	2.31	2.23	2.16	2.11	2.07	2.03	1.98	1.93	1.88	1.88
20	2.35	2.28	2.20	2.12	2.08	2.04	1.99	1.95	1.90	1.84	1.84
21	2.32	2.25	2.18	2.10	2.05	2.01	1.96	1.92	1.87	1.81	1.81
22	2.30	2.23	2.15	2.07	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.78	1.78
23	2.27	2.20	2.13	2.05	2.01	1.96	1.91	1.86	1.81	1.76	1.76
24	2.25	2.18	2.11	2.03	1.98	1.94	1.89	1.84	1.79	1.73	1.73
25	2.24	2.16	2.09	2.01	1.96	1.92	1.87	1.82	1.77	1.71	1.71
26	2.22	2.15	2.07	1.99	1.95	1.90	1.85	1.80	1.75	1.69	1.69
27	2.20	2.13	2.06	1.97	1.93	1.88	1.84	1.79	1.73	1.67	1.67
28	2.19	2.12	2.04	1.96	1.91	1.87	1.82	1.77	1.71	1.65	1.65
29	2.18	2.10	2.03	1.94	1.90	1.85	1.81	1.75	1.70	1.64	1.64
30	2.16	2.09	2.01	1.93	1.89	1.84	1.79	1.74	1.68	1.62	1.62
40	2.08	2.00	1.92	1.84	1.79	1.74	1.69	1.64	1.58	1.51	1.51
60	1.99	1.92	1.84	1.75	1.70	1.65	1.59	1.53	1.47	1.39	1.39
120	1.91	1.83	1.75	1.66	1.61	1.55	1.50	1.43	1.35	1.25	1.25
∞	1.83	1.75	1.67	1.57	1.52	1.46	1.39	1.32	1.22	1.00	1.00

* Rounded off to three significant figures from tables of M. Merrington and C. M. Thompson in *Biometrika*, Vol. 33, pp. 78-87, 1943. Reproduced with the kind permission of the authors and the editor.

4/15

studentized
range $Q(k, v)$

UPPER α POINT* OF STUDENTIZED RANGE, $q_{k,r} = R/s$
 k = number of means r = No. OF D.F. FOR s
 $\alpha = 0.10$

$k \backslash r$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	8.93	13.4	16.4	18.5	20.2	21.5	22.6	23.6	24.5	25.2	25.9	26.5	27.1	27.6	28.1	28.5	29.0	29.3	29.7
2	4.13	5.73	6.77	7.54	8.14	8.63	9.05	9.41	9.72	10.0	10.3	10.5	10.7	10.9	11.1	11.2	11.4	11.5	11.7
3	3.33	4.47	5.20	5.74	6.16	6.51	6.81	7.06	7.29	7.49	7.67	7.83	7.98	8.12	8.25	8.37	8.48	8.58	8.68
4	3.01	3.98	4.59	5.03	5.39	5.68	5.93	6.14	6.33	6.49	6.65	6.78	6.91	7.02	7.13	7.23	7.33	7.41	7.50
5	2.85	3.72	4.26	4.66	4.98	5.24	5.46	5.65	5.82	5.97	6.10	6.22	6.34	6.44	6.54	6.63	6.71	6.79	6.86
6	2.75	3.56	4.07	4.44	4.73	4.97	5.17	5.34	5.50	5.64	5.76	5.87	5.98	6.07	6.16	6.25	6.32	6.40	6.47
7	2.68	3.45	3.93	4.28	4.55	4.78	4.97	5.14	5.28	5.41	5.53	5.64	5.74	5.83	5.91	5.99	6.06	6.13	6.19
8	2.63	3.37	3.83	4.17	4.43	4.65	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.56	5.64	5.72	5.80	5.87	5.93	6.00
9	2.59	3.32	3.76	4.08	4.34	4.54	4.72	4.87	5.01	5.13	5.23	5.33	5.42	5.51	5.58	5.66	5.72	5.79	5.85
10	2.56	3.27	3.70	4.02	4.26	4.47	4.64	4.78	4.91	5.03	5.13	5.23	5.32	5.40	5.47	5.54	5.61	5.67	5.73
11	2.54	3.23	3.66	3.96	4.20	4.40	4.57	4.71	4.84	4.95	5.05	5.15	5.23	5.31	5.38	5.45	5.51	5.57	5.63
12	2.52	3.20	3.62	3.92	4.16	4.35	4.51	4.65	4.78	4.89	4.99	5.08	5.16	5.24	5.31	5.37	5.44	5.49	5.55
13	2.50	3.18	3.59	3.88	4.12	4.30	4.46	4.60	4.72	4.83	4.93	5.02	5.10	5.18	5.25	5.31	5.37	5.43	5.48
14	2.49	3.16	3.56	3.85	4.08	4.27	4.42	4.56	4.68	4.79	4.88	4.97	5.05	5.12	5.19	5.26	5.32	5.37	5.43
15	2.48	3.14	3.54	3.83	4.05	4.23	4.39	4.52	4.64	4.75	4.84	4.93	5.01	5.08	5.15	5.21	5.27	5.32	5.38
16	2.47	3.12	3.52	3.80	4.03	4.21	4.36	4.49	4.61	4.71	4.81	4.89	4.97	5.04	5.11	5.17	5.23	5.28	5.33
17	2.46	3.11	3.50	3.78	4.00	4.18	4.33	4.46	4.58	4.68	4.77	4.86	4.93	5.01	5.07	5.13	5.19	5.24	5.30
18	2.45	3.10	3.49	3.77	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.75	4.83	4.90	4.98	5.04	5.10	5.16	5.21	5.26
19	2.45	3.09	3.47	3.75	3.97	4.14	4.29	4.42	4.53	4.63	4.72	4.80	4.88	4.95	5.01	5.07	5.13	5.18	5.23
20	2.44	3.08	3.46	3.74	3.95	4.12	4.27	4.40	4.51	4.61	4.70	4.78	4.85	4.92	4.99	5.05	5.10	5.16	5.20
24	2.42	3.05	3.42	3.69	3.90	4.07	4.21	4.34	4.44	4.54	4.63	4.71	4.78	4.85	4.91	4.97	5.02	5.07	5.12
30	2.40	3.02	3.39	3.65	3.85	4.02	4.16	4.28	4.38	4.47	4.56	4.64	4.71	4.77	4.83	4.89	4.94	4.99	5.03
40	2.38	2.99	3.35	3.60	3.80	3.96	4.10	4.21	4.32	4.41	4.49	4.56	4.63	4.69	4.75	4.81	4.86	4.90	4.95
60	2.36	2.96	3.31	3.56	3.75	3.91	4.04	4.16	4.25	4.34	4.42	4.49	4.56	4.62	4.67	4.73	4.78	4.82	4.86
120	2.34	2.93	3.28	3.52	3.71	3.86	3.99	4.10	4.19	4.28	4.35	4.42	4.48	4.54	4.60	4.65	4.69	4.74	4.78
∞	2.33	2.90	3.24	3.48	3.66	3.81	3.93	4.04	4.13	4.21	4.28	4.35	4.41	4.47	4.52	4.57	4.61	4.65	4.69

THE ANALYSIS OF VARIANCE

* Computed under the direction of Dr. James Pachares of Hughes Aircraft Co., Culver City, Calif. Reproduced with his kind permission.

UPPER α POINT* OF STUDENTIZED RANGE, $q_{k,r} = R/s$
 k = number of means r = No. OF D.F. FOR s
 $\alpha = 0.05$

$k \backslash r$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	18.0	27.0	32.8	37.1	40.4	43.1	45.4	47.4	49.1	50.6	52.0	53.2	54.3	55.4	56.3	57.2	58.0	58.8	59.6
2	6.08	8.33	9.80	10.9	11.7	12.4	13.0	13.5	14.0	14.4	14.7	15.1	15.4	15.7	15.9	16.1	16.4	16.6	16.8
3	4.50	5.91	6.82	7.50	8.04	8.48	8.85	9.18	9.46	9.72	9.95	10.2	10.3	10.5	10.7	10.8	11.0	11.1	11.2
4	3.93	5.04	5.76	6.29	6.71	7.05	7.35	7.60	7.83	8.03	8.21	8.37	8.52	8.66	8.79	8.91	9.03	9.13	9.23
5	3.64	4.60	5.22	5.67	6.03	6.33	6.58	6.80	6.99	7.17	7.32	7.47	7.60	7.72	7.83	7.93	8.03	8.12	8.21
6	3.46	4.34	4.90	5.30	5.63	5.90	6.12	6.32	6.49	6.65	6.79	6.92	7.03	7.14	7.24	7.34	7.43	7.51	7.59
7	3.34	4.16	4.68	5.06	5.36	5.61	5.82	6.00	6.16	6.30	6.43	6.55	6.66	6.76	6.85	6.94	7.02	7.10	7.17
8	3.26	4.04	4.53	4.89	5.17	5.40	5.60	5.77	5.92	6.05	6.18	6.29	6.39	6.48	6.57	6.65	6.73	6.80	6.87
9	3.20	3.95	4.41	4.76	5.02	5.24	5.43	5.59	5.74	5.87	5.98	6.09	6.19	6.28	6.36	6.44	6.51	6.58	6.64
10	3.15	3.88	4.33	4.65	4.91	5.12	5.30	5.46	5.60	5.72	5.83	5.93	6.03	6.11	6.19	6.27	6.34	6.40	6.47
11	3.11	3.82	4.26	4.57	4.82	5.03	5.20	5.35	5.49	5.61	5.71	5.81	5.90	5.98	6.06	6.13	6.20	6.27	6.33
12	3.08	3.77	4.20	4.51	4.75	4.95	5.12	5.27	5.39	5.51	5.61	5.71	5.80	5.88	5.95	6.02	6.09	6.15	6.21
13	3.06	3.73	4.15	4.45	4.69	4.88	5.05	5.19	5.32	5.43	5.53	5.63	5.71	5.79	5.86	5.93	5.99	6.05	6.11
14	3.03	3.70	4.11	4.41	4.64	4.83	4.99	5.13	5.25	5.36	5.46	5.55	5.64	5.71	5.79	5.85	5.91	5.97	6.03
15	3.01	3.67	4.08	4.37	4.59	4.78	4.94	5.08	5.20	5.31	5.40	5.49	5.57	5.65	5.72	5.78	5.85	5.90	5.96
16	3.00	3.65	4.05	4.33	4.56	4.74	4.90	5.03	5.15	5.26	5.35	5.44	5.52	5.59	5.66	5.73	5.79	5.84	5.90
17	2.98	3.63	4.02	4.30	4.52	4.70	4.86	4.99	5.11	5.21	5.31	5.39	5.47	5.54	5.61	5.67	5.73	5.79	5.84
18	2.97	3.61	4.00	4.28	4.49	4.67	4.82	4.96	5.07	5.17	5.27	5.35	5.43	5.50	5.57	5.63	5.69	5.74	5.79
19	2.96	3.59	3.98	4.25	4.47	4.65	4.79	4.92	5.04	5.14	5.23	5.31	5.39	5.46	5.53	5.59	5.65	5.70	5.75
20	2.95	3.58	3.96	4.23	4.45	4.62	4.77	4.90	5.01	5.11	5.20	5.28	5.36	5.43	5.49	5.55	5.61	5.66	5.71
24	2.92	3.53	3.90	4.17	4.37	4.54	4.68	4.81	4.92	5.01	5.10	5.18	5.25	5.32	5.38	5.44	5.49	5.55	5.59
30	2.89	3.49	3.85	4.10	4.30	4.46	4.60	4.72	4.82	4.92	5.00	5.08	5.15	5.21	5.27	5.33	5.38	5.43	5.47
40	2.86	3.44	3.79	4.04	4.23	4.39	4.52	4.63	4.73	4.82	4.90	4.98	5.04	5.11	5.16	5.22	5.27	5.31	5.36
60	2.83	3.40	3.74	3.98	4.16	4.31	4.44	4.55	4.65	4.73	4.81	4.88	4.94	5.00	5.06	5.11	5.15	5.20	5.24
120	2.80	3.36	3.68	3.92	4.10	4.24	4.36	4.47	4.56	4.64	4.71	4.78	4.84	4.90	4.95	5.00	5.04	5.09	5.13
∞	2.77	3.31	3.63	3.86	4.03	4.17	4.29	4.39	4.47	4.55	4.62	4.68	4.74	4.80	4.85	4.89	4.93	4.97	5.01

TABLES

* From pp. 176-177 of *Biometrika Tables for Statisticians*, Vol. 1, by E. S. Pearson and H. O. Hartley, published by the Biometrika Trustees, Cambridge University Press, Cambridge (1954). Reproduced with the kind permission of the authors and the publisher. Corrections of ± 1 in the first figure, supplied by Dr. James Pachares, have been incorporated in 41 entries.