

האוניברסיטה העברית בירושלים המחלקה לסטטיסטיקה

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם (52518)

פרופ' דוד צוקר

תשע"ח סמסטר א', מועד ב'

תאריך: י"ז באדר תשע"ח, 4.3.18

משך הבחינה: שעתיים וחצי

חומר עזר: מחשב כיס ודפי רשימות

(שני דפים בגודל A4 שני צדדים או ארבעה דפים בגודל A4 צד אחד)

חל איסור מוחלט להעתיק. תלמיד שייתפס יורחק לשנה מלימודיו.

בהצלחה!!

שאלה 1 (20 נקודות)

להלן נתונים ממחקר עם משתנה מוסבר בינארי Y (0/1) ומשתנה מסביר (יחיד) X עם שלושה ערכים אפשריים: 0, 1, 2. גודל המדגם כולו הינו 300. נעבוד עם המודל $\Pr(Y=1|X=x) = \Phi(\beta_0 + \beta_1 x)$ כאשר Φ מסמן את פונקציית ההתפלגות של $N(0,1)$. האומדים של β_0, β_1 הינם $\hat{\beta}_0 = -0.5253, \hat{\beta}_1 = 0.7803$ ו- $\hat{\beta}_0 = -0.5253, \hat{\beta}_1 = 0.7803$

$$\text{Cov}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 0.0145 & -0.0092 \\ -0.0092 & 0.0101 \end{bmatrix}$$

חשבו ר"ס ברמה 95% ל- $\Pr(Y=1|X=1)$.

הערה: מצורף לבחינה לוח של התפלגות $N(0,1)$.

שאלה 2 (15 נקודות)

נניח כי $Q_m \sim \text{Poi}(e^{\alpha + \theta_m})$ ב"ת עבור $m = 1, \dots, M$ כאשר $\sum_{m=1}^M e^{\theta_m} = 1$, ונסמן $N = \sum_{m=1}^M Q_m$. מהי ההתפלגות המותנית של הוקטור $Q = (Q_1, \dots, Q_M)$ בהינתן $N = n$? הוכיחו.

שאלה 3 (30 נקודות)

נתייחס למודל של ניתוח שונות דו-כיווני ללא אינטראקציה :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2) \text{ ב"ת, } \sigma^2 \text{ לא ידוע}$$

$$i = 1, \dots, 3; j = 1, \dots, 2; k = 1, \dots, n_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0, \sum_{j=1}^2 \beta_j = 0$$

נניח הנתונים הרשומים להלן מתנהגים לפי המודל הנ"ל.

[15] א. חשבו סטטיסטי F לבדיקת ההשערה

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

רשמו את הערך המספרי של הסטטיסטי ואת דרגות החופש.

[15] ב. תחת H_0 , חשבו ר"ס בו-זמניים ברמה 95% עבור $\alpha_1 - \alpha_2$ ו- $\alpha_1 - \alpha_3$ לפי שיטת בונפרוני.

יש להשתמש בלוח של התפלגות t המצורף (קחו את ערך הקריטי בלוח במקום הכי קרוב למה שצריך).

הנתונים :

i	j	התצפיות
1	1	92,80
1	2	65,75
2	1	86,91
2	2	56,69
3	1	56,34
3	2	57,54

הערה : עבור כל צירוף של i, j יש שתי תצפיות. הפסיק מפריד בין שתי התצפיות.

שאלה 4 (15 נקודות)

[5] א. רשמו את הנוסחה של פונקציית ההתפלגות האמפירית $\hat{F}_n(t)$.

[10] ב. חשבו את \hat{F}_n עבור המדגם הבא:

48, 73, 34, 51, 21, 55, 50, 90, 49, 45

שאלה 5 (20 נקודות)

נתייחס למודל לוג-לינארי עם שלושה משתנים A, B, C. תנו דוגמא של נתונים עבורם המודל (AB, AC) או (AB, C) אבל המודל (AB, C) לא אוחד.

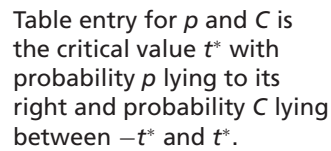


Probability Content from $-\infty$ to Z

Normal distribution table
Standard normal table
Unit normal table

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

It gives values of the cumulative distribution function of the normal distribution.



t distribution critical values

	Upper-tail probability p											
df	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z^*	0.674	0.841	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
	50%	60%	70%	80%	90%	95%	96%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
	Confidence level C											