

# האוניברסיטה העברית בירושלים המחלקה לסטטיסטיקה

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם (52518)

פרופ' דוד צוקר

תשע"ח סמסטר א', מועד א'

תאריך: כ' בשבט תשע"ח, 5.2.18

משך הבחינה: שעתיים וחצי

חומר עזר: מחשב כיס ודפי רשימות

(שני דפים בגודל A4 שני צדדים או ארבעה דפים בגודל A4 צד אחד)

חל איסור מוחלט להעתיק. תלמיד שייתפס יורחק לשנה מלימודיו.

בהצלחה!!

שאלה 1 (25 נקודות)

נתייחס לנתונים הרשומים להלן. נניח המודל

$$Y_{ij} = \mu_i + \gamma X_{ij} + \epsilon_{ij}; \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \text{ independent}; i = 1, 2; j = 1, 2, 3$$

נרצה לבדוק את ההשערה  $H_0: \mu_1 = \mu_2$  מול האלטרנטיבה  $H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ .

[5] א. רשמו במונחי ווקטורים ומטריצות את המודל המלא ואת המודל תחת  $H_0$ .

[5] ב. מצאו את האומדים של  $\mu_1, \mu_2, \gamma$  עבור המודל המלא ועבור המודל של  $H_0$ .

[15] ג. חשבו סטטיסטי F מתאים לבדוק את  $H_0$ . יש להגיע לתשובה מספרית, תוך הסבר ברור של

מהלך החישוב.

הנתונים:

$i$	1	1	1	2	2	2
$j$	1	2	3	1	2	3
$X_{ij}$	2	1	-3	1	-1	0
$Y_{ij}$	17	16	22	31	27	25

שאלה 2 (15 נקודות)

נתייחס לנתונים עם שני משתנים איכותיים A,B, כל אחד עם שתי רמות. כרגיל נסמן

$\pi_{ij} = \Pr(A=i, B=j)$ . כעת נתייחס לניסוח הלוג-לינארי

$$\log \pi_{ij} = \bar{\theta}_{..} + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}$$

עם ההגדרות שהוצגו בכיתה. הראו כי

$$\lambda_{11}^{AB} = \frac{\pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{12}\pi_{21}}$$

שאלה 3 (20 נקודות)

להלן נתונים ממחקר עם משתנה מוסבר בינארי  $Y$  (0/1) ומשתנה מסביר (יחיד)  $X$  עם שלושה ערכים אפשריים: 0,1,2. גודל המדגם כולו הינו 300. נעבוד עם המודל  $\Pr(Y=1|X=x) = F(\beta_0 + \beta_1 x)$  באשר  $F(u) = 1 - \exp(-\exp(u))$ . רשמו את משוואות שצריכים לפתור כדי למצוא את אומדי ניראות המרבית של  $\beta_0, \beta_1$ . וודאו שהפתרון הינו  $\hat{\beta}_1^{(0)} = 0.8206$ ,  $\hat{\beta}_0^{(0)} = -0.9730$ .

הנתונים:

		מס' תצפיות עם $Y=0$	מס' תצפיות עם $Y=1$
$X=0$		70	30
$X=1$		40	60
$X=2$		15	85

שאלה 4 (25 נקודות)

נתייחס לניתוח שונות דו-כיווני עם  $I=3, J=2$ .

[15] א. נניח את המצב המאוזן עם  $n_{ij} = 3$  לכל  $i, j$ . רשמו את המודל עם אינטראקציה בצורת  $Y = X\eta + \varepsilon$  עם ההגדרות המתאימות של  $X$  ו-  $\eta$  (עם המשקולות הסטנדרטיות  $\pi_i = 1/I \forall i, \tau_j = 1/J \forall j$ ).

[10] ב. כעת נניח  $\mu_{ij}$  כדלהלן:

$\mu_{ij}$		$j=1$	$j=2$
$i=1$		1	4
$i=2$		3	?
$i=3$		8	?

מלאו את הערכים החסרים באופן כזה שהמודל יהיה בלי אינטראקציה. נמקו בקצרה.

### שאלה 5 (15 נקודות)

בקורס מסיום יש 15 סטודנטים, 13 מהחוג לכלכלה ו- 2 מהחוג לסטטיסטיקה. הציונים כדלהלן:

סטודנטים מכלכלה: 32, 33, 44, 45, 49, 90, 50, 55, 21, 51, 34, 73, 48

סטודנטים מסטטיסטיקה: 72, 93

נתייחס להשערת האפס שאין הבדל בין שני החוגים לעומת האלטרנטיבה שסטודנטים מסטטיסטיקה יותר טובים. לשם כך נשתמש במבחן Wilcoxon Rank Sum. חשבו את ה-  $p$ -value החד-צדדי המדויק.