

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם 52518 תשע"ח – בוחן בית 2

להגשה עד 20.12.17 בשעה 23:55

1. (20 נקודות) סטטיסטי המבחן קולמוגורוב-סמירנוב-לילפורס מוגדר באופן

$$D = \max_{t \in [-\infty, \infty]} \left\{ \left| \hat{F}_n(t) - \Phi\left(\frac{t - \bar{X}}{s}\right) \right| \right\}$$

יהי מדגם $X = x_1, \dots, x_n \sim F$ כאשר F הינה פונקציית התפלגות כלשהי. נגדיר את המשפחה של ההתפלגויות הנורמליות באופן הבא:

$$N = \left\{ F: F(t) = \Phi\left(\frac{t - \mu}{\sigma}\right) \right\}, \quad \mu \in \mathbb{R}, \sigma \in \mathbb{R}^+$$

הראו כי עבור בדיקת ההשערות $H_0: F \in N, H_1: F \notin N$, ההתפלגות של D (סטטיסטי קולמוגורוב-סמירנוב-לילפורס) תחת השערת האפס אינה תלויה בערכים האמתיים של μ ו- σ .

2. (30 נקודות) מצורף קובץ נתונים qn2.txt ממחקר על התפתחות תינוקות. הקבוצות מוגדרות באופן הבא:

(1) נולד פג עם משקל לידה נמוך

(2) נולד פג עם משקל לידה בינוני

(3) נולד באופן תקין

מדד התוצאה הוא מדד התפתחות של התינוקות, רוצים לבחון את ההשערה $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$.

ערכו את המבחנים המתאימים לבדיקת הנחות המודל והסיקו אילו מהן נשמרות ואילו נדחות. במידה ויש הפרות של ההנחות, נקטו בצעדים המתאימים לטפל בעניין. בנו רווחי סמך בו-זמניים עבור אוסף הקונטרסטים הבא:

$$\psi_1 = \mu_2 - \mu_1, \quad \psi_2 = \mu_3 - \mu_1, \quad \psi_3 = \mu_3 - \mu_2, \quad \psi_4 = \frac{\mu_2 + \mu_3}{2} - \mu_1$$

3. (30 נקודות) בקורס מסוים יש 9 תלמידים. 4 תלמידים למדו ברצינות במהלך הסמסטר והכינו תרגילים באופן שוטף, 5 נוספים לא למדו כלל במהלך הסמסטר ולמדו רק לקראת המבחן. הציונים במבחן הסופי הם:

לומדים באופן שוטף	87	80	77	90	
לומדים רק למבחן	70	75	69	82	85

רוצים לבדוק את ההשערות הבאות:

H_0 – לימוד שוטף לא מצביע על ציון סופי גבוה יותר בקורס זה.

H_1 – לימוד שוטף מצביע על ציון סופי גבוה יותר בקורס זה.

כיוון שזהו קורס חדש לחלוטין, אין ידע על התפלגות הציונים ונדרש שימוש במבחן לא-פרמטרי.

א. איזה מבחן יתאים לבעיה זו?

ב. מה רמת המובהקות של מבחן הדוחה את H_0 אם סכום הדרגות הרלוונטי גדול או שווה ל-26? יש לחשב את רמת המובהקות במדויק, ללא שימוש בקירוב הנורמלי.

ג. האם, לפי המבחן שבנית סעיף ב', עליך לדחות את H_0 ?

4. (20 נקודות) נניח מודל ANOVA דו-כווני עם $I = J = 2$ וממוצעי קבוצות באופן הבא:

$$\mu_{11} = \theta$$

$$\mu_{12} = \theta + \Delta_B$$

$$\mu_{21} = \theta + \Delta_A$$

$$\mu_{22} = \theta + \Delta_A + \Delta_B + \psi$$

ע"י שימוש בפרמטריזציה $\mu_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_{ij}$ ובמשקלות $\pi_1 = \pi_2 = \tau_1 = \tau_2 = \frac{1}{2}$, מצאו ביטויים עבור

הרכיבים $\mu, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2, \gamma_{11}, \gamma_{12}, \gamma_{21}, \gamma_{22}$.