

האוניברסיטה העברית בירושלים
המחלקה לסטטיסטיקה

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם (52518)
פרופ' דוד צוקר
תשע"ה סמסטר א', מועד א'

תאריך: ו' בניסן תשע"ה, 26.3.15
משך הבחינה: שעתיים וחצי

חומר עזר: מחשב כיס ודפי רשימות (שני דפים בגודל A4, שני צדדים)
חל איסור מוחלט להעתיק. תלמיד שייתפס יורחק לשנה מלימודיו.

בהצלחה!!

שאלה 1 (25 נקודות)

נתייחס למודל ניתוח שונות חד כיווני עם שונות שונות

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}; \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_i^2)$$

נניח כי ה- σ_i^2 ידועים, וה- ϵ_{ij} ימים ב"ת.

[10] א. פתחו נוסחה עבור ר"ס לקונטרסט יחיד $\psi(c) = \sum_{i=1}^I c_i \mu_i$.

[15] ב. פתחו שיטה לר"ס בו-זמניים מדויקים עבור K קונטרסטים תוך שימוש בהתפלגות רב נורמלית.

שאלה 2 (25 נקודות)

נתייחס למודל ניתוח שונות חד-כיווני עם אפקט מקרי:

$$Y_{ij} = \mu + a_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, I \text{ and } j = 1, \dots, n_i$$

$$a_i \sim N(0, \sigma_a^2), \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

נניח כי $n_i = 2$ לכל i . נגדיר $\phi_1 = \mu, \phi_2 = \sigma_a^2, \phi_3 = \sigma_\epsilon^2$. נתייחס לאמידת ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 דרך נראות מרבית. נסמן ב- l את פונקציית הלוג-ניראות. רשמו בצורה מפורשת ככל שאפשר את הנגזרות $\partial l / \partial \phi_r, r = 1, 2, 3$.

שאלה 3 (15 נקודות)

נתייחס לניתוח שונות דו-כיווני ללא איטראקציה עם $I=J=4$. להלן לוח של μ_{ij} עם כמה מספרים חסרים. מלאו אותם.

$i \setminus j$	1	2	3	4
1	11			8
2			6	
3		17		9
4	8		7	

שאלה 4 (25 נקודות)

נתייחס למודל לוג-לינארי עם ארבעה גורמים A, B, C, D . נניח שהמודל (AD, ABC, BCD) מתקיים. נסמן

$$\psi_{BD|AC}(j_1, j_2, \ell_1, \ell_2 | i, k) = \frac{\frac{\Pr(D=\ell_2 | A=i, B=j_2, C=k)}{\Pr(D=\ell_1 | A=i, B=j_2, C=k)}}{\frac{\Pr(D=\ell_2 | A=i, B=j_1, C=k)}{\Pr(D=\ell_1 | A=i, B=j_1, C=k)}}$$

הוכיחו כי $\psi_{BD|AC}(j_1, j_2, \ell_1, \ell_2 | i, k)$ לא תלוי ב- i .

שאלה 5 (10 נקודות)

נתייחס לחומר בנספח עבור הרצה של רגרסיה לוגיסטית עם משתנה מסביר יחיד X .

נגדיר $x_1=80, x_2=90$. בנוסף, עבור כל x אפשרי נסמן $p(x) = \Pr(Y=1 | X=x)$.

חשבו ר"ס ברמה 95% עבור $\{p(x_2)/(1-p(x_2))\} / \{p(x_1)/(1-p(x_1))\}$

נספג

```
> lr1 = glm(Y ~ X, family=binomial, x=TRUE)
> summary(lr1)
```

Call:

```
glm(formula = Y ~ X, family = binomial, x = TRUE)
```

Deviance Residuals:

Min	1Q	Median	3Q	Max
-1.0837	-0.7047	-0.6701	-0.6190	1.9661

Coefficients:

	Estimate	Std. Error	z value	Pr(> z)
(Intercept)	-2.678564	0.277868	-9.640	< 2e-16 ***
X	0.013534	0.002705	5.004	5.61e-07 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 5497.7 on 5304 degrees of freedom
Residual deviance: 5472.9 on 5303 degrees of freedom
AIC: 5476.9

Number of Fisher Scoring iterations: 4

```
> xmat = lr1$x
> w = diag(lr1$weights)
> covb = solve(t(xmat) %*% w %*% xmat)
> print(covb)
```

	(Intercept)	X
(Intercept)	0.0772105999	-7.459792e-04
X	-0.0007459792	7.314332e-06

```
>
```