

**האוניברסיטה העברית בירושלים**  
**מחלקה לסטטיסטיקה**

**מודלים סטטיסטיים ויישומיים (52518)**  
**פרופ' דוד צוקר**  
**תשע"ה סמסטר א', מועד א'**

תאריך : ו' בניסן תשע"ה, 26.3.15  
משך הבחינה : שעתיים וחצי

חומר עזר : מחשב CIS ודף רשימות (שני דפים בגודל A4, שני צדדים)  
 חל אייסור מוחלט להעתיק. תלמיד שייתפס יורחק לשנה מלימודיו.

בצלחה!!

שאלה 1 (25 נקודות)

נתיחה למודל ניתוח שונות חד-כיווני עם שונות שונות

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}; \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_i^2)$$

נניח כי  $\sigma_i^2$ -ים ידועים, וה-  $\epsilon_{ij}$ -ים ב"ת.

[10] א. פתחו נוסחה עבור ר"ס לקונטראנס יחיד  $\psi(c) = \sum_{i=1}^I c_i \mu_i$

[15] ב. פתחו שיטה לר"ס בו-זמןניים מדוייקים עבור  $K$  קונטראנסים תוך שימוש בהתפלגות רב נורמלית.

שאלה 2 (25 נקודות)

נתיחה למודל ניתוח שונות חד-כיווני עם אפקט מקרי :

$$Y_{ij} = \mu + a_i + \epsilon_{ij}, \quad i = 1, \dots, I \text{ and } j = 1, \dots, n_i$$

$$a_i \sim N(0, \sigma_a^2), \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$$

נניח כי  $n_i = 2$  לכל  $i$ . נגדיר  $\sigma_\epsilon^2 = \phi_1^2$ ,  $\phi_2 = \phi_3 = \phi$ . נתיחה לאמידת  $\phi_1, \phi_2, \phi_3$  דרך ניראות מרבית. נסמן  $l = \partial \ell / \partial \phi_r$ ,  $r = 1, 2, 3$ .

שאלה 3 (15 נקודות)

נתיחה לניטוח שוניות דו-כיווני **לא איטראקטיבית** עם  $I=J=4$ . להלן לוח של  $i_j$  עם כמה מספרים חסרים. מלאו אותם.

<b>i \ j</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>1</b>	11			8
<b>2</b>			6	
<b>3</b>		17		9
<b>4</b>	8		7	

 שאלה 4 (25 נקודות)

נתיחה למודל לוג-lienari עם ארבעה גורמים A,B,C,D. נניח שהמודל מתקיים.  
נסמן

$$\psi_{BD|AC}(j_1, j_2, \ell_1, \ell_2 | i, k) = \frac{\Pr(D=\ell_2 | A=i, B=j_2, C=k)}{\Pr(D=\ell_1 | A=i, B=j_2, C=k)} \cdot \frac{\Pr(D=\ell_2 | A=i, B=j_1, C=k)}{\Pr(D=\ell_1 | A=i, B=j_1, C=k)}$$

הוכיחו כי  $\psi_{BD|AC}(j_1, j_2, \ell_1, \ell_2 | i, k)$  לא תלוי ב- $i$ .

 שאלה 5 (10 נקודות)

נתיחה לחומר בנספח עבור הרצה של רגרסיה לוגיסטיבית עם משתנה מסביר ייחד  $X$

.  $p(x) = \Pr(Y=1 | X=x)$ . בנוסף, עבור כל  $x$  אפשרי נסמן  $x_1=80, x_2=90$

חשבו ר"ס ברמה 95% עבור  $\{p(x_2)/(1-p(x_2))\} / \{p(x_1)/(1-p(x_1))\}$

## נספח

```
> lr1 = glm(Y ~ X, family=binomial, x=TRUE)
> summary(lr1)

Call:
glm(formula = Y ~ X, family = binomial, x = TRUE)

Deviance Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-1.0837 -0.7047 -0.6701 -0.6190  1.9661 

Coefficients:
            Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)    
(Intercept) -2.678564   0.277868 -9.640 < 2e-16 ***
X             0.013534   0.002705  5.004 5.61e-07 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

(Dispersion parameter for binomial family taken to be 1)

Null deviance: 5497.7 on 5304 degrees of freedom
Residual deviance: 5472.9 on 5303 degrees of freedom
AIC: 5476.9

Number of Fisher Scoring iterations: 4

> xmat = lr1$x
> w = diag(lr1$weights)
> covb = solve(t(xmat) %*% w %*% xmat)
> print(covb)
            (Intercept)          X
(Intercept)  0.0772105999 -7.459792e-04
X           -0.0007459792  7.314332e-06
>
```