

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם 52518 5 תשע"ח – תרגיל 8

להגשה עד 25.12.17 בשעה 23:55

1. קובץ הנתונים ex8dat.txt מציג ניסוי לבדיקת יעילותה של תרופה לשיפור תפקוד הכליות בקרב חוליות סברת. עמודות הקובץ הן (משמאל לימין במסד הנתונים) ID, Dose Group, Type of Diabetes (MD 1-7 (מדד תפקוד הכליה)).

א. הרכזו ANOVA דו-כוני ללא אינטראקציות עם המשקלות

$$\pi_i = \frac{n_i}{N}, \tau_j = \frac{n_j}{N}$$

ב. מצאו ביטוי עבור α לפי n_1, n_2, \dots, n_{I-1} .

ג. במודל נטול האינטראקציות, מצאו את המטריצה C המקיים $\Delta = \Delta$, כאשר Δ הוא אוסף כל הקונרטטים הזוגיים (מהצורה $\alpha_i - \alpha_i'$).

ד. במודל נטול האינטראקציות, חשבו בעזרת השיטה המדעית רוחני סמרק בו-זמןניים לכל הקונרטטים הזוגיים (מהצורה $\alpha_i - \alpha_i'$).

ה. חזרו על הסעיפים הקודמים, הפעם במודל עם אינטראקציות ותווך שימוש במשקלות הבאים:

$$\pi_i = \frac{1}{I}, \tau_1 = 0.75, \tau_2 = 0.25$$

2. יהיה מודל ANOVA דו-כוני (עם או בלי אינטראקציה). כמו בכתה, נסמן ב-H את הבלוק במטריצה $(X^T X)^{-1}$ המתיחס לאייררים $\alpha_1, \dots, \alpha_I$. נסמן ב- \hat{Y} את וקטור התוצאות תחת המודל המלא וב- $\hat{Y}^{(0)}$ את וקטור התוצאות תחת ההשערה $H_A: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_I = 0$ ואז F_A (סטטיסטי המבחן F המשמש לבדיקת ההשערה H_A) מקיים

$$F_A = \frac{\hat{\alpha}^T H^{-1} \hat{\alpha} / (I-1)}{S^2}$$

תחת $H_A \sim F_{I-1, p}$ כאשר p הוא מספר דרגות החופש ($IJ - N$ במודל עם אינטראקציות, $1 - I - J + 1 - N$ במודל נטול אינטראקציות).

א. עברו נתונים הקובץ ex8dat.txt, ודאו כי מתקיימת הזוגות $\hat{\alpha}^T H^{-1} \hat{\alpha} / (I-1)$

ב. נסמן את הערך האמיתי של וקטור α באופן α^* . הוכיחו כי לכל α^* מקיימים

$$\frac{(\hat{\alpha} - \alpha^*)^T H^{-1} (\hat{\alpha} - \alpha^*) / (I-1)}{S^2} \sim F_{I-1, p}$$

ג. השתמשו בתוצאות הנ"ל כדי לוודא את נכונות רוחן הסמרק שהוצע בכתה עבור רוחן סמרק בשיטת Scheffé. בסיסו את הוכחה שלם על הוכחה לזרוח סמרק בשיטת Scheffé במקרה חד-כוני.

3. יהיו מודל וגרסיה לא-لينארי עבור משתנה תגובה רציף Y , המוגדר באופן:

$$Y_i = h(\beta^T X_i) + \epsilon_i$$

באשר h גזירה ומונוטונית עולה וכן $(\epsilon_i)_{iid} \sim N(0, \sigma^2)$. מצאו את פונקציית לוג-הנראות וכן את הנגזרות החלקיות שלה מסדר ראשון.

4. יהיו Y משתנה מקרי ביןאורי המקיים $\{0,1\} \in Y$. נתיחס למודל הלוגיסטי

$$P(Y=1|X=x) = \frac{e^{\beta_0 + \beta_1 x}}{1 + e^{\beta_0 + \beta_1 x}}$$

באשר X משתנה מקרי ביןאורי המקיים $\{0,1\} \in X$. הראו כי במקרה זה קיים פתרון אלגברי סגור למשוואת הנראות וממצוותו.