

האוניברסיטה העברית בירושלים

המחלקה לסטטיסטיקה

מודלים סטטיסטיים ויישומיהם (52518)

פרופ' דוד צוקר

תשע"ו סמסטר א', מועד א'

תאריך: כ"ג בשבט תשע"ו, 2.2.16

משך הבחינה: שעתיים וחצי

חומר עזר: מחשב כיס ודפי רשימות (שני דפים בגודל A4, שני צדדים)

בהצלחה!!

שאלה 1 (20 נקודות)

נניח שיש לנו משתנה מוסבר בינארי Y (0/1) ומשתנים מסבירים X_{i1}, \dots, X_{ip} . נניח אי-תלות על פני i .
נוסיף למשתנים המסבירים משתנה מלאכותי X_{i0} ששווה 1 לכל i . נניח שנרצה לנתח את הנתונים לפי המודל

$$\Pr(Y_i = 1 | \mathbf{X}_i = \mathbf{x}) = F(\beta^T \mathbf{x})$$

באשר $F(u) = 1 - \exp(-\exp(u))$. נרצה לאמוד את β באמצעות שיטת ניראות מרבית. רשמו את המשוואות שצריך לפתור כדי לקבל את האומד.

שאלה 2 (20 נקודות)

נשקול מחקר בעל ארבעה משתנים קטגוריאליים A, B, C, D .
מה המשמעות של שמודל (AB, AC, AD) הוכיחו (בשני הכיוונים).

שאלה 3 (20 נקודות)

נתייחס למודל

$$Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}; \quad i = 1, \dots, I; \quad j = 1, \dots, n_i; \quad \epsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$$

נסמן $\boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_I]^T$. יהא $\mathbf{v} = [v_1, v_2, \dots, v_I]^T$ ווקטור נתון ב- \mathbb{R}^I . נשקול את השערת האפס
 $H_0: \boldsymbol{\mu} = \gamma \mathbf{v}$ for some $\gamma \in \mathbb{R}$. נסחו מבחן F לבדוק את ההשערה הזאת. הצגו את הסטטיסטי בצורה פשוטה ככל שאפשר.

שאלה 4 (20 נקודות)

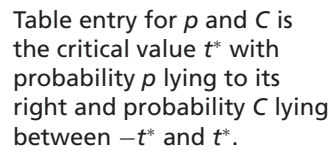
נתייחס לניתוח שונות דו-כיווני. הראו כי במודל בלי אינטראקציה, הגודל $\Delta_{im} = \alpha_i - \alpha_m$ שווה לאותו ערך על פני כל מערכות המשקולות האפשריות.

שאלה 5 (20 נקודות)

נתייחס לניתוח שונות חד-כיווני עם שלוש קבוצות. נניח כי גודלי המדגם והממוצעים בשולשת הקבוצות הינם כדהלן:

n_i	6	7	8
\bar{X}_i	6.0	4.0	3.4

נניח עוד כי $s^2 = 4.2$. חשבו רווחי סמך בוזמניים לכל ההפרשים הזוגיים לפי שיטת **בונפוני**. לצורך החישוב, מצורף לוח של התפלגות t . במידת הצורך, יש לבצע אינטרפולציה לינארית בתוך הלוח.



t distribution critical values

	Upper-tail probability p											
df	.25	.20	.15	.10	.05	.025	.02	.01	.005	.0025	.001	.0005
1	1.000	1.376	1.963	3.078	6.314	12.71	15.89	31.82	63.66	127.3	318.3	636.6
2	0.816	1.061	1.386	1.886	2.920	4.303	4.849	6.965	9.925	14.09	22.33	31.60
3	0.765	0.978	1.250	1.638	2.353	3.182	3.482	4.541	5.841	7.453	10.21	12.92
4	0.741	0.941	1.190	1.533	2.132	2.776	2.999	3.747	4.604	5.598	7.173	8.610
5	0.727	0.920	1.156	1.476	2.015	2.571	2.757	3.365	4.032	4.773	5.893	6.869
6	0.718	0.906	1.134	1.440	1.943	2.447	2.612	3.143	3.707	4.317	5.208	5.959
7	0.711	0.896	1.119	1.415	1.895	2.365	2.517	2.998	3.499	4.029	4.785	5.408
8	0.706	0.889	1.108	1.397	1.860	2.306	2.449	2.896	3.355	3.833	4.501	5.041
9	0.703	0.883	1.100	1.383	1.833	2.262	2.398	2.821	3.250	3.690	4.297	4.781
10	0.700	0.879	1.093	1.372	1.812	2.228	2.359	2.764	3.169	3.581	4.144	4.587
11	0.697	0.876	1.088	1.363	1.796	2.201	2.328	2.718	3.106	3.497	4.025	4.437
12	0.695	0.873	1.083	1.356	1.782	2.179	2.303	2.681	3.055	3.428	3.930	4.318
13	0.694	0.870	1.079	1.350	1.771	2.160	2.282	2.650	3.012	3.372	3.852	4.221
14	0.692	0.868	1.076	1.345	1.761	2.145	2.264	2.624	2.977	3.326	3.787	4.140
15	0.691	0.866	1.074	1.341	1.753	2.131	2.249	2.602	2.947	3.286	3.733	4.073
16	0.690	0.865	1.071	1.337	1.746	2.120	2.235	2.583	2.921	3.252	3.686	4.015
17	0.689	0.863	1.069	1.333	1.740	2.110	2.224	2.567	2.898	3.222	3.646	3.965
18	0.688	0.862	1.067	1.330	1.734	2.101	2.214	2.552	2.878	3.197	3.611	3.922
19	0.688	0.861	1.066	1.328	1.729	2.093	2.205	2.539	2.861	3.174	3.579	3.883
20	0.687	0.860	1.064	1.325	1.725	2.086	2.197	2.528	2.845	3.153	3.552	3.850
21	0.686	0.859	1.063	1.323	1.721	2.080	2.189	2.518	2.831	3.135	3.527	3.819
22	0.686	0.858	1.061	1.321	1.717	2.074	2.183	2.508	2.819	3.119	3.505	3.792
23	0.685	0.858	1.060	1.319	1.714	2.069	2.177	2.500	2.807	3.104	3.485	3.768
24	0.685	0.857	1.059	1.318	1.711	2.064	2.172	2.492	2.797	3.091	3.467	3.745
25	0.684	0.856	1.058	1.316	1.708	2.060	2.167	2.485	2.787	3.078	3.450	3.725
26	0.684	0.856	1.058	1.315	1.706	2.056	2.162	2.479	2.779	3.067	3.435	3.707
27	0.684	0.855	1.057	1.314	1.703	2.052	2.158	2.473	2.771	3.057	3.421	3.690
28	0.683	0.855	1.056	1.313	1.701	2.048	2.154	2.467	2.763	3.047	3.408	3.674
29	0.683	0.854	1.055	1.311	1.699	2.045	2.150	2.462	2.756	3.038	3.396	3.659
30	0.683	0.854	1.055	1.310	1.697	2.042	2.147	2.457	2.750	3.030	3.385	3.646
40	0.681	0.851	1.050	1.303	1.684	2.021	2.123	2.423	2.704	2.971	3.307	3.551
50	0.679	0.849	1.047	1.299	1.676	2.009	2.109	2.403	2.678	2.937	3.261	3.496
60	0.679	0.848	1.045	1.296	1.671	2.000	2.099	2.390	2.660	2.915	3.232	3.460
80	0.678	0.846	1.043	1.292	1.664	1.990	2.088	2.374	2.639	2.887	3.195	3.416
100	0.677	0.845	1.042	1.290	1.660	1.984	2.081	2.364	2.626	2.871	3.174	3.390
1000	0.675	0.842	1.037	1.282	1.646	1.962	2.056	2.330	2.581	2.813	3.098	3.300
z^*	0.674	0.841	1.036	1.282	1.645	1.960	2.054	2.326	2.576	2.807	3.091	3.291
	50%	60%	70%	80%	90%	95%	96%	98%	99%	99.5%	99.8%	99.9%
	Confidence level C											