

# האוניברסיטה העברית בירושלים

## מחלקה לסטטיסטיקה

**מודלים סטטיסטיים ויישומיהם (52518)**

**פרופ' דוד צוקר**

**תשע"ח סמסטר א', מועד א'**

תאריך : כ' בשבט תשע"ח, 5.2.18

משך הבחינה : שעתיים וחצי

חומר עזר : מחשב אישי ודף רשימות

(שני דפים בגודל A4 שני צדדים או ארבעה דפים בגודל A4 צד אחד)

חל איסור מוחלט להעתיק. תלמיד שיתפס יורחק לשנה מלימודיו.

**בצלחה!!**

### שאלה 1 (25 נקודות)

נתיחס לנתונים הרשומים להלן. נניח המודל

$$Y_{ij} = \mu_i + \gamma X_{ij} + \epsilon_{ij}; \quad \epsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2) \text{ independent; } i=1,2; j=1,2,3$$

נרצה לבדוק את ההשערה  $\mu_2 = \mu_1$ :  $H_0$  מול האלטרנטיבית  $\mu_2 \neq \mu_1$ .

[5] א. רשמו במנוחי וקטוריים ומטריצות את המודל המלא ואת המודל תחת  $H_0$ .

[5] ב. מצאו את האומדיים של  $\gamma, \mu_1, \mu_2$  עבור המודל המלא ועבור המודל של  $H_0$ .

[15] ג. חשבו סטטיסטי F מתאים לבדוק את  $H_0$ . יש הגיעו לתשובה מספרית, תוק הסבר ברור של מהלך החישוב.

הנתונים :

$i$	1	1	1	2	2	2
$j$	1	2	3	1	2	3
$X_{ij}$	2	1	-3	1	-1	0
$Y_{ij}$	17	16	22	31	27	25

### שאלה 2 (15 נקודות)

נתיחס לנתונים עם שני משתנים איקוטיים A,B, כל אחד עם שתי רמות. כרגע נסמן  $\pi_{ij} = \Pr(A=i, B=j)$ . בעת נתיחס לניסוח הלוג-lienארי

$$\log \pi_{ij} = \bar{\theta} + \lambda_i^A + \lambda_j^B + \lambda_{ij}^{AB}$$

עם ההגדרות שהצגו בכיתה. הראו כי

$$\lambda_{11}^{AB} = \frac{\pi_{11}\pi_{22}}{\pi_{12}\pi_{21}}$$

### שאלה 3 (20 נקודות)

להלן נתונים מחקר עם משתנה מוסבר בייארי (0/1) Y ומשתנה מסביר (יחיד) X עם שלושה ערכים אפשריים : 0,1,2 . גודל המדגם כולם הינו 300. נבודד עם המודל  $\Pr(Y=1|X=x) = F(\beta_0 + \beta_1 x)$  באשר  $F(u) = 1 - \exp(-\exp(u))$  . רשמו את משוואות שיצרים לפטור כדי למצוא את אומדי ניראות המרבית של  $\beta_0, \beta_1$  . וודאו שהפתרון הינו  $\hat{\beta}_0^{(0)} = -0.9730, \hat{\beta}_1^{(0)} = 0.8206$ .

הנתונים :

		מס' תצפיות $Y=0$	מס' תצפיות $Y=1$
$X=0$		70	30
$X=1$		40	60
$X=2$		15	85

### שאלה 4 (25 נקודות)

נתיחס לניתוח שונות דו-כיווני עם  $J=2, I=3$ .

[15] א. נניח את המצב המאזן עם  $\pi_{ij} = 3^n$  לכל  $j, i$ . רשמו את המודל עם אינטראקציה בצורת  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\eta} + \boldsymbol{\varepsilon}$  עם הגדירות המתאימות של  $\mathbf{X}$  ו-  $\boldsymbol{\eta}$  (עם המשקלות הסטנדרטיות  $\pi_i = 1/I \quad \forall i, \tau_j = 1/J \quad \forall j$ ).

[10] ב. בעת נניח  $\mu_{ij}$  כדלהלן :

$\mu_{ij}$		$j=1$	$j=2$
$i=1$		1	4
$i=2$		3	?
$i=3$		8	?

מלאו את הערכים החסרים באופן כזה שהמודל יהיה **בלי** אינטראקציה. נמקו בקצרה.

שאלה 5 (15 נקודות)

בקורס מסיום יש 15 סטודנטים, 13 מהחוג לכלכלה ו- 2 מהחוג לסטטיסטיקה. הציון נסימן כלהלן:

סטודנטים מכללה : 32, 33, 44, 45, 49, 50, 51, 55, 55, 90, 93, 73, 48

סטודנטים מסטטיסטיקה : 72, 93

נתיחס לשערת האפס שאין הבדל בין שני החוגים לעומת האלטרנטיבית שסטודנטים מסטטיסטיקה יותר טובים. לשם כך נשתמש בבחן Wilcoxon Rank Sum. חשבו את ה- p-value החד-צדדי המדויק.