

מודלים סטטיסטיים וישומיהם 52518

מועד א: 18.2.07

המורה: פרופ' ש. אומן

משך הבחינה: שעותיים וחצי, כולל הארכה של חצי שעה

שאלה 1 (35)

נערך ניסוי ע"מ להשוות בין תרופות אשר אמורות להקל על הגירוד. 60 מתנדבים חולקו באופן אקראי ל-6 קבוצות (10 מתנדבים בכל אחת), וטופלו בחומר אשר גורם לגירוד. לאחר מכן הנבדקים בקבוצות 2-6 קיבלו, לפי הקבוצה, תרופות שונות אשר אמורות להקל על התופעה. הנבדקים בקבוצה 1 קיבלו פלסבו.

לכל נבדק נמדד Time = משך זמן הגירוד (בשניות). על התוצאות בוצע ניתוח שונות, שתוצאותיו מסוכמות בנספח 1.

- מלאו את שלושת המספרים החסרים בטבלה.
- האם נראה שיש הבדל בין הטיפולים? באיזו רמת מובהקות (כלומר, מהו ה p-value)?
- לפי הממוצעים, לאיזו מבין חמש התרופות יש ההשפעה החזקה ביותר (בהשוואה לפלסבו) על משך זמן הגירוד? האם ההבדל בין תרופה זו לבין הפלסבו מובהק (ברמה $\alpha = 5\%$)? יש לענות על שאלה זו בעזרת רווח הסמך המתאים. (במידת הצורך, להלן הנוסחאות לרווחי סמך לפי השיטות של Bonferroni, Scheffé ו-Tukey).

נ"ח' סמך - $\hat{\mu}_i - \mu$ (contrast) e^t - n - כ"ח:

(I קבוצות, ℓ קבוצות בכל קבוצה, $n = I \times \ell$ גודל נ"ח)

$$\hat{\mu}_i - \mu \pm t_{\left(\frac{\alpha}{2k}\right)}(n-I) \cdot s \cdot \left[\sum_i \frac{c_i^2}{\ell} \right]^{1/2} \quad (\text{Bonferroni})$$

$$\hat{\mu}_i - \mu \pm \left[(I-1) F_{\alpha}(I-1, n-I) \right]^{1/2} \cdot s \cdot \left[\sum_i \frac{c_i^2}{\ell} \right]^{1/2} \quad (\text{Scheffé})$$

$$\hat{\mu}_i - \mu \pm q_{\alpha}(I, n-I) \cdot s \cdot \left[\frac{1}{\ell} \right]^{1/2} \quad (\text{Tukey})$$

שאלה 2 (35)

בארה"ב נערך סקר במטרה לחקור את הקשר בין עישון לבין המשקל (במיוחד תופעת תת המשקל), בקרב שלוש קבוצות גזעיות. 1,500 נשאלים סווגו לפי:

גזע (white, black, asian = race)

עישון (no, yes = smoke)

משקל (normal, low = weight)

ללוח השכיחות שהתקבל, הותאם מודל לוג-לינארי רגולרי (אף תת-מודל לא התאים לנתונים). בנספח 2 נמצאים האומדנים $\hat{\beta}$ לפרמטרים של המודל.

- הגדירו (בעזרת הסתברויות, הסתברויות מותנות וכד') פרמטרים שמבטאים את הקשר בין משקל לעישון, לכל אחד מהגזעים.
- חשבו, בעזרת התוצאות בנספח 2, אומדנים לכל אחד משלושת הפרמטרים מסעיף (א).
- בהנחה שההבדלים בין האומדנים בסעיף (ב) מובהקים (בו-זמנית), הסבירו במילים את מסקנות המחקר.

שאלה 3 (30)

זכרו שלפי אלגוריתם ה-IRWLS לרגרסיה לוגיסטית,

$$\tilde{\beta}_{(m+1)} = \tilde{\beta}_{(m)} + (X^T W_m X)^{-1} X^T (y - \tilde{p}_{(m)})$$

כאשר

$$W = \text{diag} \{ p_i (1 - p_i) \}$$

אנו מתאימים את המודל

$$\text{logit}(p_i) = \beta_0 + \beta_1 x_i$$

לנתונים

x_i	-2	-1	0	2
y_i	0	1	0	1

אם $\tilde{\beta}_{(3)} = (0.1, 0.2)^T$, חשבו את $\tilde{\beta}_{(4)}$.

בהצלחה!