

**האוניברסיטה העברית בירושלים**  
**מחלקה לסטטיסטיקה**

**מודלים סטטיסטיים ויישומיהם (52518)**

**פרופ' דוד צוקר**

**תשע"ח סמסטר א', מועד ב'**

תאריך : יי"ז באדר תשע"ח, 4.3.18

משך הבחינה : שעתיים וחצי

חומר עזר : מחשב CIS ודף רשימות

(שני דפים בגודל A4 שני צדדים או ארבעה דפים בגודל A4 צד אחד)

חל איסור מוחלט להעתיק. תלמיד שיתפס יורחק לשנה מלימודיו.

בצלחה!!

שאלה 1 (20 נקודות)

להלן נתונים ממחקר עם משתנה מסויבר ביןארי (יחיד)  $X$  עם שלושה ערכים אפשריים : 0,1,2 . גודל המדגם כולם הינו 300. נבדק עם המודל  $\Pr(Y=1|X=x)=\Phi(\beta_0 + \beta_1 x)$  באשר  $\Phi$  מסמן את פונקציית ההתפלגות של  $N(0,1)$ . האומדיים של  $\beta_0, \beta_1$  הינם  $\hat{\beta}_0 = -0.5253, \hat{\beta}_1 = 0.7803$  ו-

$$\text{Cov}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} 0.0145 & -0.0092 \\ -0.0092 & 0.0101 \end{bmatrix}$$

חשבו ר"ס ברמה 95% ל-  $\Pr(Y=1|X=1)$ .

הערה : מצורף לבחינה לוח של ההתפלגות  $N(0,1)$ .

שאלה 2 (15 נקודות)

נניח כי  $\left(Q_m \sim Poi(e^{\alpha+\theta_m})\right)$  ב"ת עבור  $M, m = 1, \dots, M$ , כאשר  $m = 1, \dots, M$ , ונסמן ?  $N = \sum_{m=1}^M Q_m$ . מהי ההתפלגות המותנית של הווקטור  $(Q_1, \dots, Q_M) = Q$  בהינתן  $n = N$ ? הוכחו.

שאלה 3 (30 נקודות)

נתיחש למודל של ניתוח שונות דו-כיווני ללא אינטראקציה:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ijk}$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2) \text{ לא ידוע}$$

$$i = 1, \dots, 3; j = 1, \dots, 2; k = 1, \dots, n_{ij}$$

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i = 0, \quad \sum_{j=1}^2 \beta_j = 0$$

נניח הנתונים הרשומים להלן מתנהגים לפי המודל הנ"ל.

[15] א. חשבו סטטיסטי  $F$  לבדיקת ההשערה

$$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$$

רשמו את הערך המספרי של הסטטיסטי ואת דרגות החופש.

[15] ב. תחת  $H_0$ , חשבו ר"ס בו-זמנית ברמה 95% עבור  $\alpha_2 - \alpha_1$  ו-  $\alpha_3 - \alpha_1$  לפי שיטת בונפרוני. יש להשתמש בלוח של התפלגות  $t$  המצורף (קחו את ערך הקRICTי בלוח במקום הcy קרוב למה שצרכיך).

: הנתונים

$i$	$j$	התצפויות
1	1	92,80
1	2	65,75
2	1	86,91
2	2	56,69
3	1	56,34
3	2	57,54

השערה: עבור כל צירוף של  $j, i$  יש שתי תצפויות. הפסיק מפריד בין שתי התצפויות.

שאלה 4 (15 נקודות)

[5] א. רשמו את הנוסחה של פונקציית ההתפלגות האמפירית ( $\hat{F}_n(t)$ ).

[10] ב. חשבו את  $\hat{F}_n$  עבור המדגם הבא :

48 , 73 , 34 , 51 , 21 , 55 , 50 , 90 , 49 , 45

שאלה 5 (20 נקודות)

נתיחס למודל לוג-ליינארי עם שלושה משתנים A, B, C. תנו דוגמא של נתונים עבורם המודל אווחז אבל המודל (AB,C) לא אווחז.



## Probability Content from $-\infty$ to Z

Normal distribution table  
Standard normal table  
Unit normal table

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986
3.0	0.9987	0.9987	0.9987	0.9988	0.9988	0.9989	0.9989	0.9989	0.9990	0.9990

<http://www.math.unb.ca/~knight/utility/NormTble.htm>

It gives values of the cumulative distribution function of the normal distribution.

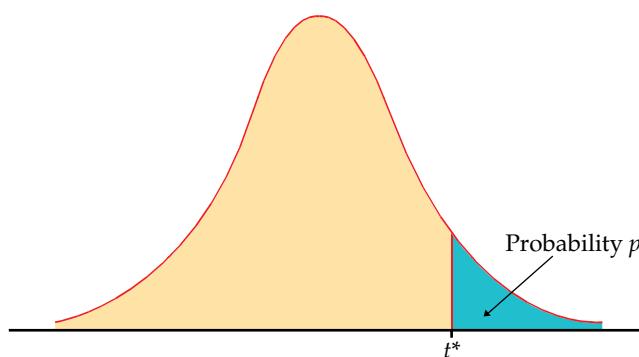


Table entry for  $p$  and  $C$  is the critical value  $t^*$  with probability  $p$  lying to its right and probability  $C$  lying between  $-t^*$  and  $t^*$ .

## TABLE D

t distribution critical values