המכללה האקדמית להנדסה אפקה

תואר שני במערכות תבוניות

Gaussian HMM

לזיהוי משטרי שוק ולחיזוי כיוון יומי

ניתוח רב־נכסי ויציבות משטרים

והשוואה למודלי בסיס ול־Supervised ML

עבודת גמר בקורס **שיטות מתקדמות בלמידת מכונה**

מתן אשל

מספר סטודנט: 203502802

אוגוסט 2026

תקציר

עבודה זו בוחנת שימוש ב־Gaussian Hidden Markov Model (HMM) לניתוח נתוני שוק ההון. למודל נבחנו שתי מטרות שונות: הראשונה היא חיזוי כיוון התשואה ביום הבא; השנייה היא זיהוי של משטרי שוק סמויים, כלומר תקופות שבהן להתנהגות השוק מאפיינים סטטיסטיים שונים. ההבחנה בין שתי המטרות חשובה, משום שמודל יכול להיות חלש בחיזוי של יום בודד ועדיין להיות שימושי לתיאור מצב השוק לאורך זמן.

הניסוי כולל תשעה נכסים מייצגים: SPY, QQQ, IWM, TLT, GLD, HYG, BTC-USD, JPM ו־NVDA. חלון הבקשה לנתונים הוא 2024-12-31 - 2014-01-01. לכל יום נבנו ארבעה מאפיינים: תשואה לוגריתמית, תנודתיות מתגלגלת ל־20 ימים, טווח מסחר תוך־יומי ושינוי לוגריתמי בנפח המסחר. הנתונים חולקו כרונולוגית ל־Train, Validation ו־Test, ללא ערבוב וללא שימוש במידע עתידי. לכל נכס נבדקו מודלי HMM עם $K = 2, 3, 4$ מצבים וחמישה אתחולים אקראיים.

מבחינת חיזוי, לא נמצא יתרון עקבי ל־HMM. ממוצע Directional Prediction Accuracy (DPA) היה 54.54% עבור כלל הייחוס הפשוט המבוסס על ממוצע העבר, לעומת 53.06% עבור HMM המשתמש בכל הסתברויות המצבים ו־52.06% עבור HMM הבוחר בכל יום מצב יחיד. גם מודלי Supervised Learning שנבדקו לא הציגו יתרון יציב על פני כל הנכסים. לכן התוצאות אינן מצביעות על יכולת חזקה ועקבית לחזות את כיוון היום הבא מתוך ארבעת המאפיינים שנבחרו.

לעומת זאת, בניתוח מבנה השוק התקבלה תמונה ברורה יותר. עבור SPY, מודל בעל ארבעה מצבים הפריד בין תקופות שקטות, תקופות תנודתיות ומצב נדיר בעל מאפייני לחץ. המצבים נבדלו בתשואה, בתנודתיות, בטווח היומי, ב־drawdown ובמשך השהייה. בנוסף, חלוקת המצבים הייתה יציבה מאוד בין אתחולים שונים, ומדד VIX, שלא שימש באימון, קיבל רמות שונות בחלק מהמצבים. גם הקורלציה בין SPY לנכסים אחרים השתנתה כתלות במצב שזוהה.

המסקנה המרכזית היא שבפרויקט זה ה־HMM מועיל יותר כאומד של מצב שוק סמוי, כלומר latent market-state estimator, מאשר כמנגנון לחיזוי נקודתי של התשואה ביום הבא. במילים פשוטות: המודל אינו נותן תשובה אמינה לשאלה ``מה יקרה מחר?", אך הוא כן מספק תיאור הסתברותי שימושי של סוג הסביבה שבה השוק נמצא. אין בעבודה טענה לרווחיות מסחר, למובהקות סטטיסטית של כל ההבדלים התיאוריים או לעליונות כללית של HMM על פני מודלים אחרים.

תוכן העניינים

1 מבוא ושאלות המחקר **1**

2 נתונים, תכונות ופרוטוקול הניסוי **1**
2.1 פאנל הנכסים 1
2.2 וקטור התכונות 2
2.3 יעד החיזוי והחלוקה הכרונולוגית 3
2.4 שחזור ומעקב אחר מקור התוצאות 3

3 מתודולוגיה **3**
3.1 מודל מרקוב חבוי 3
3.2 בחירת מספר המצבים 4
3.3 מצב קשיח לעומת וקטור הסתברויות מלא 5
3.4 התמדה ומשך שהייה במצב 5

4 ניסויים, מודלי ייחוס ומדדי הערכה **6**
4.1 מודלי ייחוס פשוטים 6
4.2 מודלי Supervised Learning 6
4.3 מדדי הערכה 7
4.4 בדיקות יציבות ועמידות 7

5 תוצאות: מבנה המשטרים **8**
5.1 בחירת המודל ויציבות בין אתחולים 8
5.2 פירוש המצבים ב־SPY 9
5.3 אי־ודאות של המודל סביב מעברים 10
5.4 בדיקה חיצונית מול VIX 11
5.5 התנהגות של נכסים אחרים לפי מצב SPY 12

6 תוצאות: חיזוי יום קדימה **12**
6.1 תמונה כללית 12
6.2 תוצאות לפי נכס 14
6.3 שגיאת גודל התחזית: דוגמת SPY 14
6.4 מדוע DPA לבדו עלול להטעות 14
6.5 מצב קשיח לעומת הסתברויות מלאות 15
6.6 בדיקת walk-forward על SPY 15

7 דיון **16**
7.1 מדוע חיזוי יום קדימה נשאר קשה? 16
7.2 מה ה־HMM כן מוסיף? 16
7.3 עושר המודל מול יציבות 17
7.4 מדוע לא קראנו למצבים שוק שורי ושוק דובי (Bull/Bear)? 17
7.5 משך המשטר ומה משמעות ה־HMM במקרה שלנו? 17

8 הרחבה עתידית: Regime-aware Reinforcement Learning **17**
8.1 ניסוח הבעיה כ־Markov Decision Process 18
8.2 מדוע לשלב HMM בתוך RL? 18
8.3 אלגוריתמים אפשריים 19
8.4 מה מראה הספרות? 19
8.5 כיצד לבצע ניסוי המשך הוגן? 19

9 מגבלות **19**

10 מסקנות **20**

א׳ שחזור והרצה **21**

1 מבוא ושאלות המחקר

שוק ההון אינו מתנהג תמיד באותו אופן. יש תקופות שבהן התשואות קטנות והתנודתיות נמוכה, תקופות שבהן השוק נע במהירות ובחוסר יציבות, ולעיתים גם תקופות של ירידות חדות ולחץ. לכן סביר לחשוב על סדרת המחירים לא כתהליך סטטיסטי יחיד וקבוע, אלא כתהליך שעובר בין כמה ``מצבים" שונים לאורך הזמן.

מודלים מסוג regime switching מתארים את הרעיון הזה באמצעות משתנה חבוי, שאינו נצפה ישירות אך משפיע על ההתפלגות של הנתונים שנמדדים בפועל [7]. ב־Hidden Markov Model (HMM), המצב החבוי משתנה לאורך הזמן לפי הסתברויות מעבר, וכל מצב מייצר תצפיות בעלות מאפיינים שונים [13, 12]. בהקשר פיננסי, המשמעות היא שהמודל יכול לזהות למשל תקופה שקטה לעומת תקופה תנודתית, גם אם לא סיפקנו לו מראש תוויות בשם ``שקט" או ``לחוץ".

השאלה המקורית של הפרויקט הייתה חיזויית: האם Gaussian HMM יכול לזהות מצבי שוק סמויים, ולנצל אותם כדי לשפר את חיזוי כיוון התשואה ביום הבא. קיימות עבודות שמיישמות HMM לנתוני מניות ולבעיות חיזוי דומות [5]. עם זאת, לאחר הריצות הראשונות התברר שהסתכלות רק על דיוק החיזוי מפספסת חלק מהמידע שהמודל מספק. גם כאשר ה־DPA אינו גבוה, ייתכן שה־HMM עדיין מזהה מבנה משמעותי של תנודתיות, סיכון והתמדה לאורך זמן.

לכן העבודה הסופית בוחנת שלוש שאלות מחקר נפרדות:

1. **יכולת חיזוי.** האם HMM משפר את חיזוי הכיוון ביום הבא ביחס לכללי ייחוס פשוטים ולמודלי Supervised Learning שמקבלים בדיוק את אותם מאפיינים?
2. **איכות הייצוג של מצבי השוק.** האם המצבים החבויים נבדלים זה מזה באופן ברור בתשואה, תנודתיות, טווח יומי, התנהגות נפח המסחר, drawdown, שכיחות ומשך שהייה?
3. **מידע נוסף על סביבת השוק.** האם זהות המצב ורמת אי־הוודאות של המודל קשורות למעברי משטר, למדד VIX ולשינויים במבנה הקורלציה בין נכסים?

ההבחנה בין חיזוי לבין ייצוג היא מרכזית בדוח. חיזוי שואל מה יקרה ביום הבא; ייצוג שואל באיזו סביבה סטטיסטית השוק נמצא כעת. אלה שתי יכולות שונות. מטרת העבודה אינה למצוא בכל מחיר ``מודל מנצח", אלא להבין איזה מידע ה־HMM מצליח לחלץ מהנתונים, היכן הוא אינו מספק יתרון, ומה ניתן להסיק מהתוצאות באופן זהיר.

2 נתונים, תכונות ופרוטוקול הניסוי

2.1 פאנל הנכסים

כדי לבדוק שהמסקנות אינן תלויות במניה אחת בלבד, נבחר פאנל של תשעה נכסים בעלי מאפיינים שונים. המטרה אינה לבצע בחירת מניות, אלא להפעיל אותה מתודולוגיה על סוגי סיכון שונים ולבדוק האם התנהגות המודל נשארת דומה.

הנתונים נמשכו באמצעות yfinance [2] עבור חלון בקשה של 2014-01-01 - 2024-12-31. הנכסים הם:

- SPY - קרן סל המייצגת את שוק המניות האמריקאי הרחב. היא משמשת גם כנכס הייחוס בניתוח הרב־נכסי.
- QQQ - קרן סל עם משקל גבוה לחברות טכנולוגיה וצמיחה גדולות.
- IWM - קרן סל המייצגת מניות אמריקאיות קטנות יחסית.
- TLT - אג"ח ממשלתיות אמריקאיות ארוכות טווח.
- GLD - זהב.

- HYG - אג"ח חברות בדירוג גבוה־סיכון יחסית, כלומר high yield.
- BTC-USD - ביטקוין, כנכס אלטרנטיבי בעל תנודתיות גבוהה.
- JPM - מניה גדולה מסקטור הפיננסים.
- NVDA - מניית צמיחה בעלת רגישות גבוהה יחסית לשוק.

חשוב להבחין בין חלון הבקשה לבין הנתונים שנכנסו בפועל למודל. זמינות הנתונים שונה מעט בין הנכסים, ובפרט סדרת BTC-USD מתחילה מאוחר יותר. לכן כל חלוקה ל־Train, Validation ו־Test נעשתה מתוך התצפיות הזמינות בפועל עבור אותו נכס.

ההורדה בוצעה עם auto_adjust=False. כאשר העמודה Adj Close הייתה זמינה, היא שימשה לחישובי תשואה ויעד; אחרת נעשה שימוש ב־Close. לא בוצעה השלמה מלאכותית של ימים חסרים. שורות עם ערכי OHLCV חסרים או לא־סופיים הוסרו, ולאחר יצירת התכונות הוסרו גם שורות שאין להן מספיק היסטוריה לחישוב חלון מתגלגל או שאין עבורן יעד של היום הבא. בניתוח בין נכסים השתמשנו רק בתאריכים שבהם קיימת תצפית בשתי הסדרות המושוות.

2.2 וקטור התכונות

בכל יום המודל מקבל תיאור קצר של מצב השוק באותו יום. במקום להזין עשרות אינדיקטורים טכניים, נבחרו ארבע תכונות פשוטות שקל לפרש. הן מנסות לתאר ארבעה היבטים שונים: כיוון התנועה, עוצמת התנודתיות, טווח המסחר בתוך היום ופעילות המסחר.

וקטור התצפית בזמן t הוא:

$$\mathbf{x}_t = \left[r_t,\ \sigma_t^{(20)},\ R_t,\ \Delta \log V_t \right]. \tag{1}$$

לכל רכיב יש משמעות ישירה:

- **תשואה לוגריתמית, r_t.** מודדת את שינוי המחיר בין יום $t-1$ ליום t:

$$r_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right). \tag{2}$$

  ערך חיובי מצביע על עלייה וערך שלילי על ירידה.

- **תנודתיות מתגלגלת, $\sigma_t^{(20)}$.** סטיית התקן של התשואות ב־20 הימים האחרונים. תכונה זו מתארת אם התקופה האחרונה הייתה רגועה או תנודתית.
- **טווח יומי, R_t.** מבוסס על המחיר הגבוה והנמוך של אותו יום. הוא נותן מידע על עוצמת התנועה בתוך יום המסחר, גם אם מחיר הסגירה השתנה מעט.
- **שינוי לוגריתמי בנפח, $\Delta \log V_t$.** מודד האם נפח המסחר עלה או ירד ביחס ליום הקודם.

כל הנתונים שמשמשים לחישוב התכונות של יום t מגיעים מהעבר ומהיום הנוכחי בלבד. אין שימוש במחיר או בנפח של יום $t+1$ בעת בניית וקטור הקלט של יום t.

2.3 יעד החיזוי והחלוקה הכרונולוגית

משימת החיזוי היא בינארית: בכל יום אנו שואלים האם התשואה של יום המסחר הבא תהיה חיובית או שלילית. כלומר, הקלט מגיע מיום t, ואילו התווית מתייחסת ליום $t+1$.

היעד מוגדר כך:

$$y_t = \mathbb{1}\left[r_{t+1} \geq 0\right]. \tag{3}$$

אם התשואה ביום הבא אינה שלילית, מתקבל $y_t = 1$; אחרת מתקבל $y_t = 0$.

בגלל שמדובר בסדרת זמן, אסור לערבב את הדוגמאות באקראי. חלוקה אקראית הייתה עלולה לאפשר למודל ללמוד מתקופה מאוחרת ולבדוק את עצמו על תקופה מוקדמת יותר, מצב שאינו אפשרי בעולם אמיתי. לכן החלוקה היא כרונולוגית, בקירוב:

- 70% ראשונים - Train, לצורך התאמת המודל.
- 15% הבאים - Validation, לצורך בחירת תצורת ה־HMM.
- 15% אחרונים - Test, לצורך הערכה סופית בלבד.

לא בוצע shuffle. בנוסף, כדי למנוע זליגה בדיוק בגבולות החלוקה, השורה האחרונה של כל חלק מוסרת אם היעד שלה כבר שייך לחלק הבא. כך אף תווית עתידית אינה חוצה את הגבול בין קבוצות הנתונים.

יש להבחין בין שלב בחירת המודל לבין ההתאמה הסופית. בזמן השוואת מועמדי HMM, ה־scaler מותאם על Train בלבד, כל מועמד מאומן על Train, והביצועים שלו נמדדים על Validation. רק לאחר שנבחרו מספר המצבים K וה־seed, המודל הנבחר וה־scaler מותאמים מחדש על כל המידע שהיה זמין לפני ה־Test, כלומר Train+Validation. ה־Test עצמו נשאר סגור עד שלב ההערכה הסופי.

במודלי Supervised Learning נקבעו ה־hyperparameters מראש ולא בוצעה בחירה לפי Validation. לכן שלושת המודלים האלה אומנו על Train בלבד ונבדקו על אותו Test כרונולוגי. המשמעות היא שההשוואה בינם לבין ה־HMM אינה משתמשת בדיוק באותה כמות היסטוריה לאימון; נקודה זו מצוינת בהמשך כחלק ממגבלות הניסוי.

2.4 שחזור ומעקב אחר מקור התוצאות

כל ריצה נשמרת בתיקייה חדשה יחד עם קובץ manifest. הקובץ מתעד את התאריך, גרסת הקוד, גרסאות הספריות, רשימת הנכסים, התכונות, האתחולים והגדרות המודל. כך ניתן לקשר כל מספר בדוח לריצה שממנה הוא הגיע.

ריצת ה־HMM המרכזית היא `extended_20260811_121957`, וריצת מודלי ה־Supervised Learning היא `supervised_20260811_133344`. תוצאות ישנות נשמרו לצורכי ביקורת ושחזור, אך אינן משמשות לטענות המספריות בדוח זה.

3 מתודולוגיה

3.1 מודל מרקוב חבוי

הרעיון של HMM הוא להניח שמאחורי הנתונים הנצפים קיימת סדרה של מצבים שאיננו רואים ישירות. במקרה שלנו איננו אומרים למודל מראש אילו ימים הם ``רגועים" או ``לחוצים". במקום זאת, המודל מנסה להסביר את וקטורי התכונות באמצעות מספר קטן של מצבים חבויים, כאשר לכל מצב יש התפלגות שונה של התצפיות ודפוס שונה של מעבר למצבים אחרים.

נסמן את המצב החבוי ביום t ב־S_t, כאשר

$$S_t \in \{1, \dots, K\}. \tag{4}$$

הנחת מרקוב מסדר ראשון אומרת שלצורך חיזוי המצב הבא מספיק לדעת את המצב הנוכחי. אין צורך לזכור במפורש את כל רצף המצבים שקדמו לו:

$$P(S_t \mid S_1, \dots, S_{t-1}) = P(S_t \mid S_{t-1}). \tag{5}$$

את הסתברויות המעבר מרכזים במטריצה A. כל איבר במטריצה הוא

$$a_{ij} = P(S_t = j \mid S_{t-1} = i). \tag{6}$$

לדוגמה, אם a_{33} גבוה, המשמעות היא שכאשר המודל נמצא במצב 3 יש סיכוי גבוה שהוא יישאר במצב 3 גם ביום הבא. לכן הערכים שעל האלכסון של מטריצת המעבר מתארים את מידת ההתמדה של כל משטר.

ב־Gaussian HMM, וקטור התכונות של כל יום מתואר באמצעות התפלגות גאוסית שתלויה במצב החבוי:

$$\mathbf{X}_t \mid S_t = k \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}_k, \Sigma_k). \tag{7}$$

כלומר, לכל מצב k יש וקטור ממוצעים משלו ומטריצת שונות־קוריאנס משלו. מצב שקט יכול למשל לקבל ממוצע תנודתיות נמוך, בעוד מצב לחוץ יכול לקבל תנודתיות וטווח יומי גבוהים יותר.

בפרויקט נעשה שימוש בספריית hmmlearn [8] עם מטריצת קוריאנס מלאה. פרמטרי המודל נלמדים באמצעות Baum-Welch, שהוא יישום של אלגוריתם Expectation-Maximization (EM) [3]. באופן אינטואיטיבי, האלגוריתם חוזר שוב ושוב על שני שלבים: תחילה הוא מעריך את ההסתברות שכל יום שייך לכל מצב; לאחר מכן הוא מעדכן את פרמטרי המצבים והמעברים בהתאם להסתברויות האלה. התהליך נמשך עד שהשיפור ב־log-likelihood נעשה קטן והמודל מתכנס.

3.2 בחירת מספר המצבים

לפני שרצים על המספרים חשוב להבין מה מחפשים. מעט מדי מצבים עלולים לאחד יחד תקופות שונות מאוד, למשל תקופה רגועה ותקופה תנודתית. יותר מדי מצבים עלולים לפצל את הנתונים לקבוצות קטנות ולא יציבות שקשה לפרש. לכן מספר המצבים K הוא חלק מהמודל שיש לבחור באופן מבוקר.

לכל נכס נבדקו שלוש אפשרויות: $K = 2$, $K = 3$ ו־$K = 4$. לכל אפשרות בוצעו חמישה אתחולים אקראיים עם ה־seeds הבאים: $42, 123, 456, 789, 2026$. הסיבה לריבוי אתחולים היא שאלגוריתם EM יכול להתכנס לפתרונות מקומיים שונים בהתאם לנקודת ההתחלה.

קריטריון הבחירה הראשי היה Validation log-likelihood. זהו מדד לשאלה עד כמה המודל שנלמד על Train מסביר רצף חדש שלא שימש באימון. ערך גבוה יותר, כלומר פחות שלילי, נחשב טוב יותר. ה־Test לא שימש כלל בבחירה.

בנוסף נשמרו AIC ו־BIC [1, 15]. שני המדדים מאזנים בין איכות ההתאמה לבין מורכבות המודל: מודל עם יותר מצבים יכול להתאים טוב יותר לנתונים, אך הוא גם מכיל יותר פרמטרים ולכן מקבל קנס על מורכבות. ערך נמוך יותר של AIC או BIC עדיף. חשוב להדגיש שמדדים אלה בוחנים התאמה הסתברותית של המודל לנתונים; הם אינם מדדי חיזוי של כיוון היום הבא.

לבסוף נבדקו גם שכיחות השימוש בכל מצב, הנקראת occupancy, והיציבות בין אתחולים. מצב שמופיע באחוז זעיר מאוד מהימים עלול להיות אמיתי, למשל מצב משברי נדיר, אך הוא גם עלול להעיד על פיצול יתר. לכן בחירת K אינה מסתמכת על מספר יחיד בלבד.

3.3 מצב קשיח לעומת וקטור הסתברויות מלא

לאחר אימון HMM יש שתי דרכים עיקריות לתאר את המצב של יום מסוים.

בגישה הקשיחה, hard state, בוחרים רק את המצב בעל ההסתברות הגבוהה ביותר. לדוגמה, אם ההסתברויות לארבעה מצבים הן $0.70, 0.20, 0.08, 0.02$, היום יקבל את התווית ``מצב 1". כל שאר המידע נזרק.

בגישה הרכה, soft posterior, שומרים את כל וקטור ההסתברויות. בדוגמה הקודמת נשמר הווקטור המלא ולא רק המצב הראשון. היתרון הוא שהמודל יכול לבטא חוסר ודאות. יום שבו ההסתברויות הן $0.52, 0.45, 0.02, 0.01$ שונה מאוד מיום שבו הן $0.98, 0.01, 0.01, 0.00$, גם אם בשני המקרים המצב הקשיח זהה.

בהערכת ה־Test השתמשנו ב־**הסקה סיבתית מהעבר בלבד**. עבור יום t, המודל מקבל את התצפיות עד יום t ואינו רואה תצפיות עתידיות. וקטור ההסתברויות הוא לכן

$$\gamma_t(k) = P(S_t = k \mid X_{1:t}). \tag{8}$$

הסימון $X_{1:t}$ פירושו כל התצפיות מתחילת הרצף ועד היום הנוכחי. הוא אינו כולל את X_{t+1} או ימים מאוחרים יותר.

בגרסת התחזית הרכה, תחזית התשואה של היום הבא מחושבת כממוצע משוקלל על פני המצבים לפי $\gamma_t(k)$. כך, יום שנמצא בגבול בין שני משטרים אינו מטופל כאילו המודל בטוח לחלוטין באחד מהם.

כדי למדוד את מידת אי־הוודאות של הווקטור כולו השתמשנו באנטרופיה מנורמלת:

$$H_t = -\frac{\sum_{k=1}^{K} \gamma_t(k) \log \gamma_t(k)}{\log K}. \tag{9}$$

כאשר H_t קרוב לאפס, כמעט כל ההסתברות מרוכזת במצב אחד ולכן המודל בטוח יחסית. כאשר H_t גבוה, כמה מצבים מקבלים הסתברויות דומות ולכן המודל פחות בטוח בזהות המשטר.

3.4 התמדה ומשך שהייה במצב

אחד המאפיינים החשובים של משטר הוא לא רק איך הוא נראה, אלא גם כמה זמן הוא נוטה להימשך. ב־HMM מסדר ראשון ההסתברות לעזוב מצב מסוים קבועה בכל צעד, כל עוד נשארים באותו מצב. הנחה זו מובילה להתפלגות גאומטרית של משך השהייה.

במילים פשוטות, אם ההסתברות להישאר במצב i בכל יום היא a_{ii}, אז בכל יום קיימת אותה הסתברות $1 - a_{ii}$ לצאת ממנו. מכאן שהמשך הממוצע הצפוי הוא

$$E[D_i] = \frac{1}{1 - a_{ii}}. \tag{10}$$

לדוגמה, אם $a_{ii} = 0.95$, משך השהייה הממוצע הצפוי הוא כ־20 ימים. בדוח משווים ערך תיאורטי זה למשך הממוצע שנמדד בפועל ברצף המצבים שפוענח.

ההשוואה הזו בודקת רק את הממוצע, לא את כל צורת התפלגות משכי השהייה. אם רוצים מודל שבו לכל מצב יש התפלגות משך גמישה יותר, אפשר בעתיד להשתמש ב־Hidden Semi-Markov Model [4].

4 ניסויים, מודלי ייחוס ומדדי הערכה

4.1 מודלי ייחוס פשוטים

לפני שמשווים מודל מורכב כמו HMM, צריך לבדוק מול מה הוא אמור להשתפר. Baseline הוא כלל ייחוס פשוט שנותן נקודת השוואה. אם מודל מתקדם אינו מצליח לעבור כלל בסיסי, אין הצדקה לטעון שהוא מוסיף יכולת חיזוי משמעותית.

נבדקו ארבעה מודלי ייחוס פשוטים:

- **ממוצע עבר קבוע - Naive train mean.** המילה Naive כאן אינה אומרת שהמודל ``טיפש", אלא שמדובר בכלל הפשוט ביותר האפשרי. מחשבים את ממוצע התשואה של היום הבא בכל המידע שהיה זמין לפני תחילת ה־Test. לאחר מכן משתמשים באותו ממוצע כתחזית קבועה לכל ימי ה־Test. אם הממוצע ההיסטורי חיובי, התחזית הכיוונית תהיה לרוב ``עלייה". כלל כזה חשוב במיוחד בשוק מניות, משום שבטווחים ארוכים יש לעיתים יותר ימי עלייה מירידה, ולכן גם תחזית קבועה יכולה לקבל DPA מעל 50%.
- **התמדה - Naive persistence.** מניח שהכיוון של היום הבא יהיה זהה לכיוון של היום האחרון שנצפה. אם היום עלה, המודל מנבא שגם מחר יעלה.
- **ממוצע נע של חמישה ימים - Moving Average 5.** התחזית מבוססת על ממוצע התשואות בחמשת הימים האחרונים בלבד. זהו כלל סיבתי ופשוט שמייצג מומנטום קצר מאוד.
- **שרשרת מרקוב נצפית - Discrete Markov Chain.** במקום מצבים חבויים, המודל משתמש רק בשני מצבים נצפים: יום חיובי ויום שלילי. הוא לומד מהעבר את ההסתברות לעבור מעלייה לירידה ולהפך.

כללי הייחוס שדורשים אומדן מהיסטוריה משתמשים רק במידע שהיה זמין לפני ה־Test. אף אחד מהם אינו משתמש בתוצאות האמיתיות של תקופת הבדיקה לצורך התאמה.

4.2 מודלי Supervised Learning

השוואה נוספת נועדה לענות על שאלה אחרת: אולי ארבעת המאפיינים כן מכילים מידע חיזויי, אך HMM אינו המודל המתאים לחלץ אותו. לכן נוספו שלושה מסווגים סטנדרטיים שמקבלים בדיוק את אותו וקטור תכונות ואת אותה חלוקה כרונולוגית.

- Logistic Regression - מודל ליניארי פשוט ושקוף יחסית, עם $C = 1$ ו־scaling על Train בלבד.
- Random Forest Classifier - מודל לא־ליניארי המבוסס על 500 עצים, עומק מרבי 6 וגודל עלה מינימלי 10.
- HistGradientBoostingClassifier - מודל boosting לא־ליניארי עם 200 איטרציות, קצב למידה 0.05 ועד 15 עלים.

ה־hyperparameters נקבעו מראש ולא עברו חיפוש על Validation או Test. המטרה אינה למצוא את המסווג הטוב ביותר האפשרי, אלא לבדוק האם מודלים מוכרים מצליחים להפיק אות חיזוי ברור מאותם נתונים. חשוב לזכור שה־HMM הסופי עובר התאמה מחדש על Train+Validation, ואילו שלושת המסווגים אומנו על Train בלבד. לכן זו השוואה שימושית, אך לא תחרות מושלמת שבה לכל המודלים ניתנה בדיוק אותה כמות נתונים.

4.3 מדדי הערכה

לכל מדד יש תפקיד שונה. כדי להימנע מפרשנות שגויה, המדדים המרכזיים מוגדרים כאן לפני הצגת התוצאות.

דיוק בכיוון - Directional Prediction Accuracy (DPA). זהו המדד הראשי לשאלה האם המודל צדק בסימן התשואה של היום הבא:

$$\mathrm{DPA} = \frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N} \mathbb{1}\left[\mathrm{sign}(\hat{r}_{t+1}) = \mathrm{sign}(r_{t+1})\right]. \tag{11}$$

אם $DPA = 0.60$, פירוש הדבר שהמודל ניחש נכון את הכיוון ב־60% מהימים. עם זאת, DPA לבדו עלול להטעות כאשר מספר ימי העלייה והירידה אינו מאוזן.

שגיאה מוחלטת ממוצעת - MAE. המדד מחשב את ממוצע הערך המוחלט של שגיאת תחזית התשואה. הוא עונה על השאלה: בכמה, בממוצע, התחזית המספרית רחוקה מהתשואה האמיתית.

שורש שגיאה ריבועית ממוצעת - RMSE. גם כאן מודדים את גודל השגיאה, אך שגיאות גדולות מקבלות משקל חזק יותר בגלל הריבוע. לכן RMSE רגיש יותר לפספוסים חריגים מאשר MAE.

שגיאת אחוזים ממוצעת - MAPE. בדוח זה MAPE מחושב על מחיר הסגירה המשתמע מהתחזית. הוא מתאר את השגיאה באחוזים ביחס למחיר. המדד מוצג בעיקר משום שנכלל בתכנון המקורי של הפרויקט [9], אך הוא משני כאן: מחיר מחר בדרך כלל קרוב למחיר היום, ולכן גם מודל פשוט מאוד יכול להציג MAPE נמוך יחסית. MAPE על תשואה יומית בעייתי אף יותר, משום שתשואה יכולה להיות קרובה מאוד לאפס.

עבור מודלי הסיווג נמדדו גם Balanced Accuracy, ROC-AUC, Log Loss ו־Brier Score. Balanced Accuracy נותן משקל שווה לימי עלייה ולימי ירידה, ולכן פחות מושפע מחוסר איזון בין המחלקות. ROC-AUC בודק עד כמה המודל מדרג ימים חיוביים מעל ימים שליליים לאורך ספי החלטה שונים; ערך סביב 0.5 מצביע על יכולת דירוג הדומה לניחוש אקראי. Log Loss ו־Brier Score בוחנים את איכות ההסתברויות עצמן, ולא רק את ההחלטה הסופית.

ל־HMM נשמרו גם מדדים פנימיים: log-likelihood, AIC, BIC, התכנסות, שכיחות מצבים, מטריצת מעבר, משך שהייה, ביטחון posterior וזמן התאמה. אלה אינם מדדי חיזוי. הם עוזרים להבין האם המודל יציב, מורכב מדי, משתמש בכל המצבים, ועד כמה מבנה המשטרים שהוא מצא סביר.

4.4 בדיקות יציבות ועמידות

תוצאה על חלוקת Train/Validation/Test אחת יכולה להיות מקרית. לכן נוספו שלוש בדיקות שאינן משנות את תוצאת ה־Test, אלא בודקות את חוזק הפרשנות.

1. **יציבות בין אתחולים.** אותו HMM אומן כמה פעמים עם seeds שונים. אם המודל מוצא כמעט אותה חלוקת ימים למצבים בכל פעם, יש יותר ביטחון שהמבנה אינו תוצאה מקרית של האתחול. הדמיון נמדד באמצעות Adjusted Rand Index (ARI).
2. **בדיקת walk-forward על SPY.** במקום חלוקה יחידה, בוצעו שלושה ניסויים רצופים בזמן. בכל ניסוי חלון האימון גדל, ולאחריו נבדקת תקופה חדשה שטרם נראתה. כך ניתן לראות האם המסקנה החיזויית נשמרת בתקופות שונות.

3. **בדיקה חיצונית ורב־נכסית.** המצבים של SPY הושוו למדד VIX, שלא שימש באימון, וכן להתנהגות של נכסים אחרים באותם תאריכים. מטרת הבדיקה היא לראות האם המצבים קשורים לתופעות שוק נוספות מעבר לתכונות שעליהן אומן המודל.

בדיקות אלה אינן מבחן מובהקות סטטיסטי ואינן מוכיחות סיבתיות. הן משמשות בדיקות עמידות והיגיון, כדי לוודא שהמסקנות אינן נשענות על מספר יחיד או על ריצה אחת בלבד.

5 תוצאות: מבנה המשטרים

5.1 בחירת המודל ויציבות בין אתחולים

בשלב הראשון נבדק כמה מצבים נדרשים כדי לתאר את הנתונים. בריצה המורחבת נבחר $K = 4$ עבור שמונה מתוך תשעת הנכסים, ואילו עבור TLT נבחר $K = 3$. הבחירה נעשתה לפי Validation log-likelihood בלבד. העובדה שארבעה מצבים נבחרו ברוב הנכסים אינה אומרת שקיימים בשוק בדיוק ארבעה ``משטרים אמיתיים"; היא אומרת שבמסגרת המשפחה שנבדקה, מודל בעל ארבעה מצבים הסביר טוב יותר את נתוני ה־Validation ברוב המקרים.

עבור SPY, טבלה 1 מציגה את המועמד הטוב ביותר מכל ערך של K, לפני ההתאמה הסופית על Train+Validation.

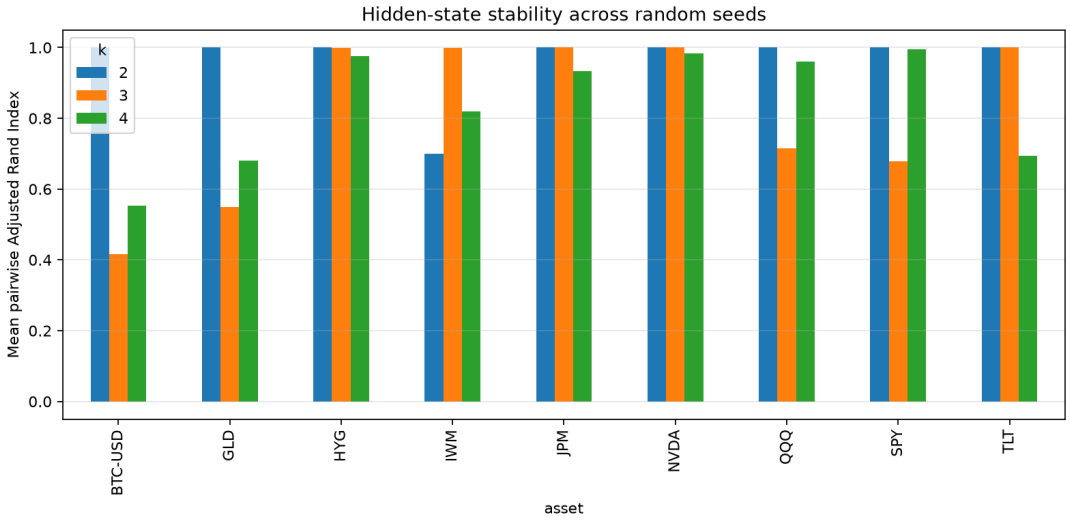
K	Seed	Val. LL / obs.	BIC (Train)	Min occupancy (%)
2	789	-5.206	14935.6	30.19
3	123	-4.759	13415.1	4.16
4	456	-4.626	12148.8	4.06

טבלה 1: השוואת $K = 2, 3, 4$ עבור SPY בשלב בחירת המודל. ערך Validation log-likelihood גבוה יותר, כלומר פחות שלילי, נחשב טוב יותר; ערך BIC נמוך יותר נחשב טוב יותר.

כיצד קוראים את הטבלה? כאשר עוברים מ־$K = 2$ ל־$K = 4$, ה־Validation log-likelihood משתפר מ־-5.206 ל־-4.626 לתצפית. במקביל BIC יורד מ־14935.6 ל־12148.8, וגם AIC הציג אותו סדר העדפה. לכן גם מדד ההתאמה על Validation וגם מדדי המורכבות מעדיפים את $K = 4$ במקרה של SPY.

עם זאת, יש גם מחיר למודל עשיר יותר. ב־$K = 4$ המצב הנדיר ביותר מופיע בכ־4.06% מהימים בלבד. מצב נדיר אינו בהכרח בעיה, משום שמשברי שוק אכן יכולים להיות נדירים, אבל הוא מחייב לבדוק שהמצב אינו תוצאה לא יציבה של אתחול. לאחר בחירת $K = 4$ ו־seed 456, המודל הסופי הותאם מחדש על Train+Validation; ההתאמה התכנסה לאחר 125 איטרציות ונמשכה כ־0.79 שניות בסביבת הריצה המאומתת.

כדי לבדוק את רגישות התוצאה לאתחול, השווינו את חלוקת הימים למצבים בין חמשת ה־seeds. מדד Adjusted Rand Index (ARI) קרוב ל־1 כאשר שתי חלוקות כמעט זהות, וקרוב יותר ל־0 כאשר הן שונות במידה רבה.



איור 1: יציבות חלוקת המצבים בין אתחולים לפי ARI. כל קבוצה מייצגת נכס, והעמודות מציגות את היציבות עבור ערכים שונים של K.

באיור 1, הציר האופקי מציג את הנכסים והציר האנכי את ממוצע ה־ARI בין זוגות של אתחולים. עמודה המתקרבת ל־1 פירושה שהמודל חוזר כמעט לאותה חלוקת מצבים גם לאחר שינוי נקודת ההתחלה. עבור SPY, ה־ARI הממוצע ב־$K = 4$ הוא 0.995, עם מינימום 0.992, ולכן החלוקה יציבה מאוד. גם QQQ ו־NVDA יציבים מאוד, עם ערכים של כ־0.960 ו־0.984. לעומת זאת, BTC-USD ו־GLD פחות יציבים ב־$K = 4$, עם ערכים של כ־0.553 ו־0.681. מכאן שהמודל העשיר עובד באופן יציב מאוד בחלק מהנכסים, אך לא נכון להניח שמספר מצבים אחד מתאים באותה מידה לכל סוג נכס.

5.2 פירוש המצבים ב־SPY

לאחר בחירת המודל, השאלה המרכזית היא מה מאפיין כל מצב. חשוב להדגיש שהמספרים 0, 1, 2 ו־3 הם תוויות שרירותיות של האלגוריתם. רק לאחר האימון מסתכלים על הסטטיסטיקות של כל קבוצה ומציעים לה שם תיאורי. לכן השמות בטבלה 2 הם פרשנות post-hoc, ולא מידע שהוזן למודל.

State	פרשנות	שכיחות (%)	תשואה יומית (%)	Vol. (%)	Range (%)	Mean DD (%)	משך ימים
0	Normal / moderate	34.31	0.053	0.692	0.841	−1.72	25.0
1	Calm / low-vol	25.00	0.092	0.415	0.586	−0.42	32.4
2	Rare stress / crisis-like	4.46	−0.265	3.409	3.614	−15.28	8.0
3	Persistent high-vol	36.23	0.039	1.239	1.497	−8.11	35.2

טבלה 2: מאפייני ארבעת המצבים של SPY. Vol. היא סטיית התקן היומית, Mean DD הוא ה־drawdown הממוצע, ומשך הוא מספר הימים הממוצע ברצף מצב.

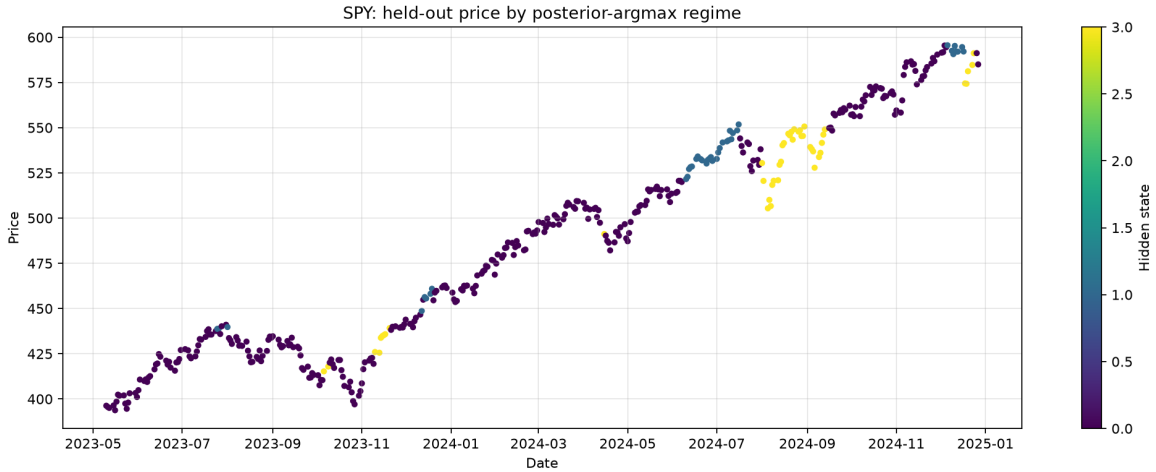
הטבלה מראה שההבדל בין המצבים אינו מבוסס על מדד יחיד. מצב 1 הוא השקט ביותר: התנודתיות היומית שלו כ־0.42%, הטווח היומי כ־0.59%, וה־drawdown הממוצע קטן מאוד. מצב 0 מתון יותר, עם תנודתיות של כ־0.69%. מצב 3 הוא מצב תנודתי ומתמשך: התנודתיות בו כ־1.24%, הטווח היומי כ־1.50%, וה־drawdown הממוצע עמוק יותר, כ־-8.11%.

מצב 2 בולט במיוחד. הוא מופיע רק בכ־4.46% מהימים, אך בתקופות שבהן הוא מופיע התשואה היומית הממוצעת שלילית, התנודתיות מגיעה לכ־3.41%, הטווח היומי לכ־3.61%, וה־drawdown הממוצע לכ־-15.28%.

ה־drawdown הגדול ביותר במצב זה הגיע לכ־-33.7%. לכן סביר לתאר אותו כמצב נדיר דמוי־משבר, תוך זכירה שמדובר בתיאור שניתן לאחר האימון ולא ב־ground truth כלכלי.

נפח המסחר מפריד פחות בבירור בין המצבים. ממוצע השינוי הלוגריתמי בנפח היה בקירוב 0.21%, 0.00%, 2.11% ו־-0.61% במצבים 0 עד 3. לעומת זאת, ממוצע השינוי המוחלט בנפח נשאר בטווח צר יחסית של כ־23.9-26.5%. לכן במקרה של SPY, התנודתיות, הטווח היומי וה־drawdown תורמים יותר להבחנה בין המשטרים מאשר נפח המסחר לבדו.

האיור הבא עוזר לראות כיצד המצבים מתפרסים לאורך זמן, ולא רק כממוצעים בטבלה.



איור 2: מחיר SPY בתקופת ה־Test, כאשר כל יום צבוע לפי המצב בעל הסתברות ה־posterior הגבוהה ביותר.

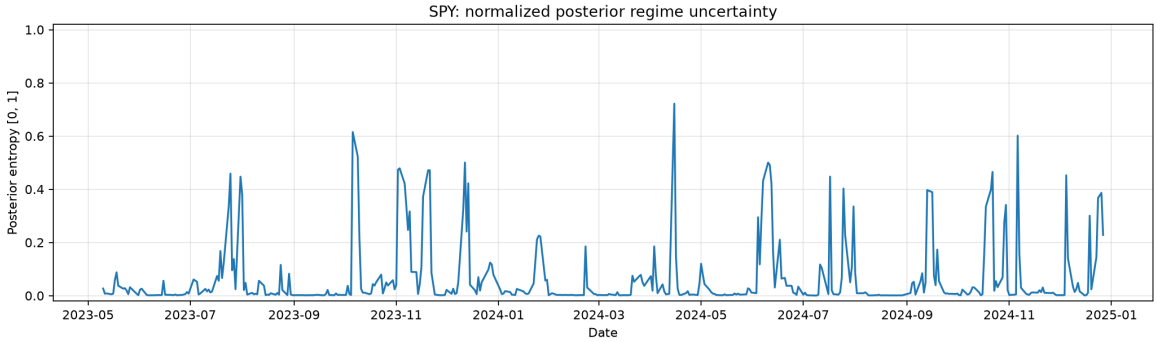
באיור 2, הציר האופקי הוא הזמן והציר האנכי הוא מחיר SPY. הצבע של כל נקודה מציין את המצב הקשיח שנבחר באותו יום. הדבר החשוב ביותר לראות הוא הרצף: אותו צבע נמשך לעיתים שבועות ואף חודשים, ולכן המודל אינו ``קופץ" בין מצבים באופן אקראי מדי יום. המעברים מופיעים בעיקר סביב שינוי בסביבת התנודתיות. בתקופת ה־Test המוצגת המצב הנדיר 2 אינו מופיע, ולכן האיור מדגים בעיקר את המעבר בין המצבים 0, 1 ו־3. זה גם מסביר מדוע בהמשך לא ניתן לבצע אימות חיצוני של מצב 2 מול VIX באותו חלון זמן.

חשוב גם מה האיור אינו אומר. הצבעים אינם תחזית של כיוון המחיר, ואינם מצביעים אוטומטית על ``קנייה" או ``מכירה". הם מתארים את סוג הסביבה הסטטיסטית שה־HMM מעריך בכל נקודת זמן.

5.3 אי־ודאות של המודל סביב מעברים

מצב קשיח נותן תשובה אחת בלבד, אך וקטור ה־posterior מאפשר לשאול עד כמה המודל בטוח בתשובה הזאת. אם מצב אחד מקבל כמעט את כל ההסתברות, הביטחון גבוה. אם שני מצבים מקבלים הסתברויות דומות, המודל נמצא באזור גבולי יותר.

ב־SPY, ביטחון ה־posterior הממוצע הוא כ־96.6%. עם זאת, האנטרופיה הממוצעת בימים שבהם התווית הקשיחה מתחלפת היא 0.307, לעומת 0.054 בלבד בימים ללא החלפה. בחלון של יום אחד לפני ואחרי מעבר מתקבלת אנטרופיה ממוצעת של כ־0.236. לעומת זאת, המתאם בין אנטרופיה לבין גודל התשואה הוא רק 0.027, והמתאם עם התנודתיות המתגלגלת הוא כ־-0.076.



איור 3: אנטרופיית ה־posterior לאורך תקופת ה־Test של SPY. ערך גבוה מצביע על חוסר ודאות גדול יותר לגבי זהות המצב.

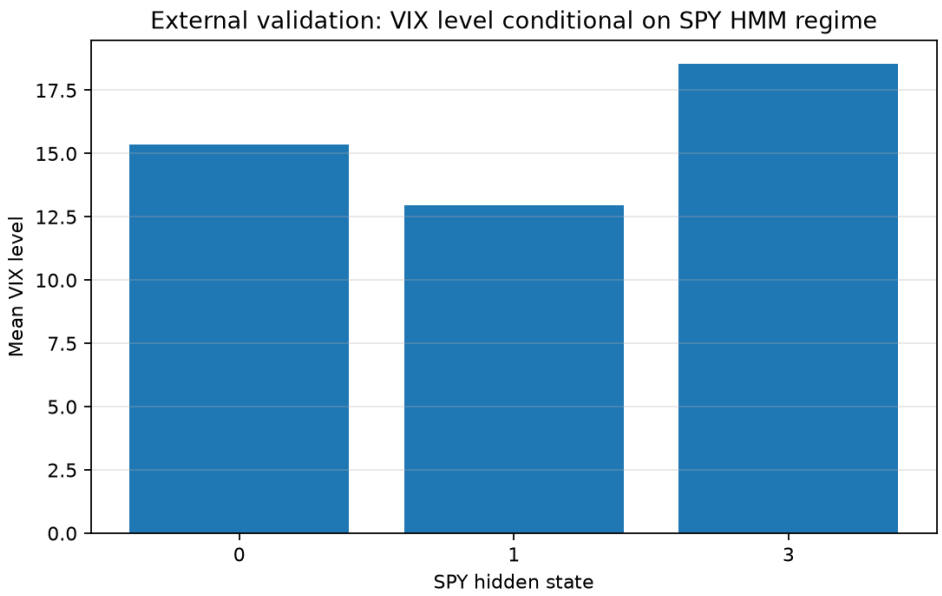
באיור 3, הציר האופקי הוא הזמן והציר האנכי הוא אנטרופיה מנורמלת בין 0 ל־1. רוב הזמן הקו קרוב לאפס, כלומר המודל מייחס הסתברות גבוהה למצב אחד. הקפיצות כלפי מעלה מייצגות ימים שבהם ההסתברות מתפזרת בין כמה מצבים. רבות מהקפיצות מופיעות סביב תקופות שבהן גם תווית המצב משתנה.

עם זאת, הקשר בין אנטרופיה לבין מעבר אינו אימות חיצוני עצמאי. המעבר הקשיח מוגדר בעצמו לפי שינוי ב־argmax של אותו וקטור הסתברויות, ולכן טבעי שבאזור שבו שני מצבים קרובים זה לזה גם האנטרופיה תהיה גבוהה יותר. לכן אנו מפרשים את האנטרופיה כמדד פנימי של חוסר ודאות, ולא כהוכחה בפני עצמה לכך שהתרחש אירוע כלכלי חיצוני.

5.4 בדיקה חיצונית מול VIX

כדי לבדוק אם המצבים קשורים גם למדד שלא שימש כלל באימון, השווינו אותם ל־VIX. מדד זה מייצג את התנודתיות הגלומה באופציות על שוק המניות ולעיתים משמש אינדיקציה לרמת החשש בשוק. מכיוון שהוא לא היה חלק מווקטור התכונות, הוא מספק בדיקת הקשר חיצונית לפרשנות המשטרים.

בתקופת החפיפה של 412 ימי Test, מצב 1 של SPY היה קשור ל־VIX ממוצע של 12.96, מצב 0 ל־15.34 ומצב 3 ל־18.55. בנוסף, בכ־26.1% מהימים במצב 3 רמת VIX הייתה מעל 20, לעומת 6.15% בלבד במצב 0 ואפס ימים במצב 1.



איור 4: רמת VIX הממוצעת לפי המצב החבוי של SPY. ה־VIX לא שימש באימון ולכן ההבדלים משמשים בדיקה חיצונית לפרשנות המצבים.

באיור 4, כל עמודה מציגה את רמת ה־VIX הממוצעת בימים שסווגו למצב מסוים. מצב 1, שתואר קודם כמצב שקט, מקבל את רמת ה־VIX הנמוכה ביותר; מצב 3, שתואר כמצב תנודתי מתמשך, מקבל את הרמה הגבוהה ביותר. ההתאמה הזו תומכת בפרשנות של שני המצבים, משום שההבדל מופיע במדד שלא היה חלק מהאימון.

מצב 2 הנדיר לא הופיע בתקופת החפיפה ולכן אי אפשר לאמת אותו באמצעות VIX בחלון זה. בנוסף, האנטרופיה עצמה כמעט אינה מתואמת עם רמת VIX. לכן אין לזהות בין ``אי־ודאות של ה־HMM" לבין ``פחד בשוק"; אלה שני מושגים שונים.

5.5 התנהגות של נכסים אחרים לפי מצב SPY

בדיקה נוספת שואלת אם המצב של SPY מתאר רק את SPY עצמו, או שהוא קשור גם למבנה רחב יותר של השוק. לשם כך חישבנו את הקורלציה היומית בין SPY לנכסים אחרים בנפרד בתוך כל מצב.

Asset	Corr. State 0	Corr. State 1	Corr. State 3
QQQ	0.924	0.849	0.978
IWM	0.733	0.240	0.879
TLT	0.213	0.265	-0.044
HYG	0.636	0.515	0.773
BTC-USD	0.207	0.329	0.631
JPM	0.435	0.106	0.680
NVDA	0.575	0.548	0.769

טבלה 3: קורלציה עם SPY כתלות במצב החבוי של SPY בתקופת ה־Test. מצב 2 אינו מופיע משום שלא היו בו תצפיות בחלון זה.

הטבלה מראה שמבנה הקשרים משתנה בין המצבים. במצב 3, לדוגמה, הקורלציה עם SPY גבוהה מאוד עבור QQQ (0.978), IWM (0.879), HYG (0.773), JPM (0.680) ו־NVDA (0.769). גם הקורלציה עם BTC-USD עולה ל־0.631. לעומת זאת, TLT נמצא באותו מצב בקורלציה קרובה לאפס ואף מעט שלילית (-0.044).

מבחינה אינטואיטיבית, התוצאה אומרת שבמצב התנודתי של SPY נכסי סיכון רבים נוטים לנוע יחד בצורה חזקה יותר, בעוד אג"ח ממשלתיות ארוכות אינן מציגות את אותו דפוס. זה תומך בשימוש ב־HMM כאומד של מצב שוק רחב, ולא רק כמסווג של תנודתיות SPY.

עם זאת, מדובר בניתוח תיאורי על מדגם מוגבל. בתקופת החפיפה היו 325 ימים במצב 0, רק 41 ימים במצב 1 ו־46 ימים במצב 3. מצב 2 לא הופיע. לכן אין כאן טענה למובהקות סטטיסטית, לסיבתיות או לכך שהקורלציות יהיו זהות בתקופות אחרות.

6 תוצאות: חיזוי יום קדימה

6.1 תמונה כללית

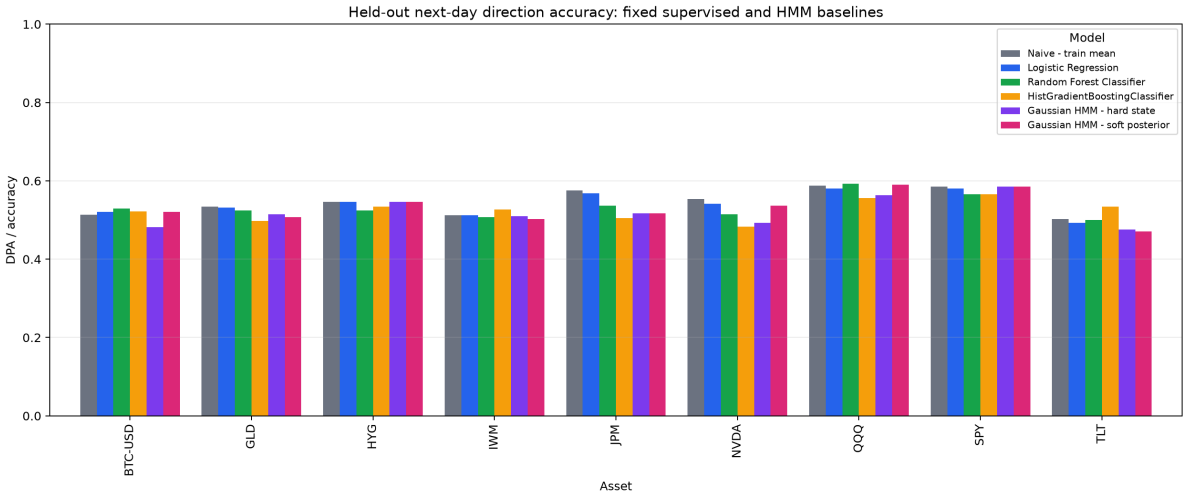
לאחר שבדקנו שה־HMM אכן מוצא מצבים מובחנים, חוזרים לשאלת החיזוי: האם המידע הזה עוזר לנבא את כיוון התשואה ביום הבא. טבלה 4 מציגה את ממוצע ה־DPA בין תשעת הנכסים לכל המודלים שנבדקו.

Model	Mean DPA (%)
Naive - train mean	54.54
Logistic Regression	54.14
Discrete Markov Chain	53.90
Random Forest Classifier	53.27
Gaussian HMM - soft posterior	53.06
HistGradientBoostingClassifier	52.49
Gaussian HMM - hard state	52.06
Naive - persistence	50.45
Moving Average 5	50.27

טבלה 4: ממוצע DPA בין תשעת הנכסים. זהו ממוצע תיאורי בלבד ואינו מבחן מובהקות סטטיסטי.

הטבלה מראה תוצאה חשובה: אין מודל שמתרחק בצורה ברורה מהאחרים או מייצר יתרון חיזויי עקבי. כלל הייחוס הפשוט המבוסס על ממוצע העבר נמצא במקום הראשון עם 54.54%. Logistic Regression קרוב אליו עם 54.14%. ה־HMM הרך מגיע ל־53.06%, וה־HMM הקשיח ל־52.06%. הפערים קטנים, ולכן אין בסיס להסיק שה־HMM עדיף לצורך חיזוי היום הבא.

האיור הבא מציג את אותה שאלה ברמת כל נכס בנפרד. הוא חשוב משום שממוצע יחיד יכול להסתיר מצבים שבהם מודל עובד טוב בנכס אחד ופחות טוב בנכס אחר.



איור 5: השוואת DPA לפי נכס עבור כלל הייחוס Naive train mean, שלושת מודלי ה־Supervised Learning ושתי גרסאות ה־HMM.

באיור 5, הציר האופקי מציג את תשעת הנכסים והציר האנכי את שיעור הימים שבהם הכיוון נחזה נכון. כל צבע מייצג מודל אחר. אם מודל אחד היה בעל יתרון כללי, היינו מצפים לראות את העמודה שלו גבוהה באופן עקבי כמעט בכל הנכסים. זה אינו מה שקורה: בנכסים מסוימים Random Forest גבוה יותר, באחרים ה־HMM קרוב למוביל, ובחלקם כלל הייחוס הפשוט נשאר הטוב ביותר.

זו הנקודה המרכזית של האיור: אין ``מנצח" יציב. השונות בין הנכסים גדולה יותר מהיתרון של משפחת מודלים אחת על פני האחרות. שלושת כללי הייחוס הפשוטים הנוספים אינם מוצגים באיור כדי לא להעמיס עליו, אך הם כלולים בטבלה 4.

6.2 תוצאות לפי נכס

כמה דוגמאות ממחישות מדוע הממוצע לבדו אינו מספיק:

- ב־QQQ, Random Forest השיג 59.22%, ה־HMM הרך 58.98%, וכלל ה־Naive 58.74%. כלומר שלוש שיטות שונות מגיעות לתוצאה דומה מאוד.
- ב־BTC-USD, Random Forest השיג 52.94% וה־HMM הרך 52.05%, לעומת 51.34% לכלל ה־Naive. קיים שיפור מקומי, אך הוא קטן.
- ב־JPM, כלל ה־Naive הגיע ל־57.52%, בעוד ה־HMM הרך הגיע ל־51.70%. כאן המודל המורכב דווקא חלש יותר.
- ב־TLT, HistGradientBoosting היה הטוב ביותר מבין המודלים שנבדקו עם 53.40%, בעוד ה־HMM הרך הגיע ל־47.09% ושרשרת המרקוב הנצפית ל־51.94%.

הדוגמאות מראות שה־HMM אינו נכשל בכל נכס, אך גם אינו מנצח באופן שיטתי. אותו דבר נכון למודלי ה־Supervised Learning. לכן המסקנה הסבירה היא שווקטור התכונות הנוכחי אינו מכיל אות חזק ועקבי לחיזוי כיוון היום הבא.

6.3 שגיאת גודל התחזית: דוגמת SPY

DPA בודק רק אם הסימן היה נכון. הוא אינו שואל עד כמה התחזית המספרית הייתה קרובה לתשואה האמיתית. לדוגמה, תחזית של +0.1% ותחזית של +5% יקבלו שתיהן נקודה מלאה אם התשואה בפועל הייתה חיובית, אף שהתחזית השנייה עשויה להיות רחוקה מאוד מהערך האמיתי.

לכן נבדקו גם מדדי **גודל שגיאה**, או magnitude error. עבור המודלים שמחזירים תחזית מספרית לתשואה נמדדו MAE ו־RMSE על תשואת היום הבא, וכן MAPE על מחיר הסגירה המשתמע.

Model	DPA (%)	MAE return	RMSE return	MAPE price (%)
Naive - train mean	58.50	0.00577	0.00766	0.577
Naive - persistence	53.16	0.00816	0.01043	0.816
Moving Average 5	53.16	0.00651	0.00846	0.651
Discrete Markov Chain	58.50	0.00579	0.00769	0.579
Gaussian HMM - hard state	58.50	0.00577	0.00767	0.577
Gaussian HMM - soft posterior	58.50	0.00577	0.00767	0.577

טבלה 5: מדדי חיזוי מספריים על SPY. MAE ו־RMSE נמדדים על תשואת היום הבא; MAPE נמדד על מחיר הסגירה המשתמע.

גם כאן לא מופיע יתרון מעשי משמעותי ל־HMM. ה־MAE של כלל ה־Naive הוא 0.00577, וה־MAE של שתי גרסאות ה־HMM כמעט זהה. גם RMSE ו־MAPE דומים מאוד. במילים פשוטות, ה־HMM לא רק שאינו משפר באופן ברור את הכיוון, אלא גם אינו מקרב את התחזית המספרית בצורה משמעותית יותר במקרה של SPY.

6.4 מדוע DPA לבדו עלול להטעות

תוצאה מעל 50% נשמעת במבט ראשון כמו יתרון על ניחוש אקראי, אך בסדרת מניות קיימת לעיתים הטיה טבעית לכיוון ימי עלייה. לכן מודל שמנבא ``עלייה" ברוב הימים יכול לקבל DPA נאה גם בלי לזהות מתי יום מסוים באמת צפוי להיות חיובי.

ב־SPY, למשל, כלל ה־Naive וה־HMM מגיעים ל־DPA של כ־58.50%. Logistic Regression מגיע ל־58.01%, אך ה־Balanced Accuracy שלו הוא כ־49.6% וה־ROC-AUC כ־47.3%. גם Random Forest משיג ROC-AUC של כ־50.4%. ערכים סביב 50% במדדים האלה מצביעים על כך שהיכולת להבחין בין ימי עלייה לירידה חלשה מאוד.

לכן בדוח לא מפרשים DPA גבוה מ־50% כהוכחה אוטומטית ליתרון חיזוי. צריך לבדוק גם האם המודל מצליח בשתי המחלקות, והאם ההסתברויות שלו מדרגות נכון את הימים.

6.5 מצב קשיח לעומת הסתברויות מלאות

כפי שהוסבר בסעיף 3.3, הגרסה הקשיחה של ה־HMM בוחרת בכל יום מצב יחיד. הגרסה הרכה שומרת את כל וקטור הסתברויות ה־posterior ומשתמשת בו בתחזית. לכן הגרסה הרכה אינה ``מודל אחר", אלא דרך עשירה יותר להשתמש באותו HMM.

בממוצע על פני הנכסים, ה־HMM הרך השיג 53.06%, לעומת 52.06% לגרסה הקשיחה. ב־QQQ, למשל, הגרסה הקשיחה הגיעה ל־56.31% והגרסה הרכה ל־58.98%. ב־BTC-USD הפער היה 48.13% לעומת 52.05%. קיימים גם נכסים שבהם השימוש בווקטור המלא אינו משפר.

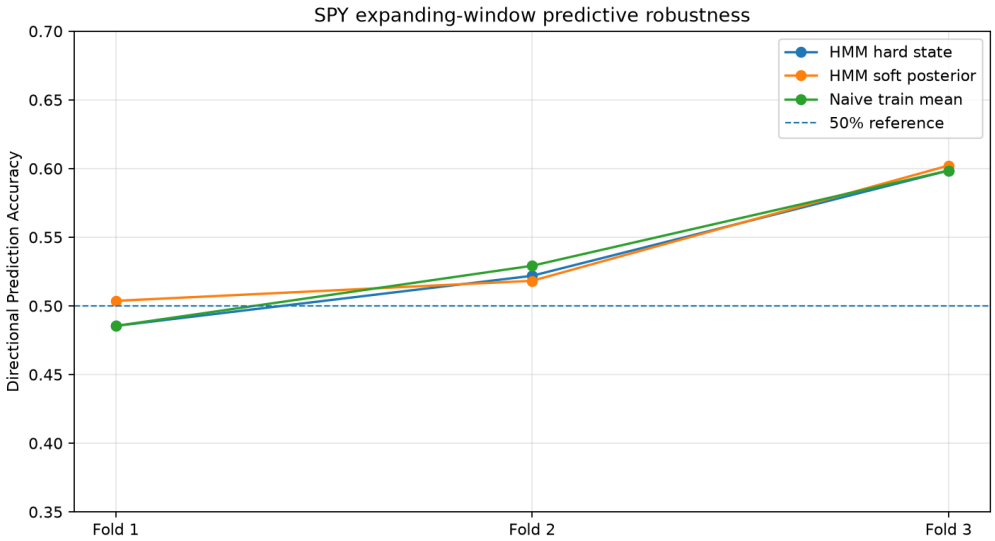
לכן אין להסיק שה־soft posterior פותר את בעיית החיזוי. המסקנה הצנועה יותר היא שכאשר כבר משתמשים ב־HMM לצורך תחזית, שמירת אי־הוודאות המלאה בדרך כלל הגיונית יותר מהשלכת כל המידע מלבד המצב בעל ההסתברות הגבוהה ביותר.

6.6 בדיקת walk-forward על SPY

חלוקת Train/Validation/Test יחידה בודקת תקופת עתיד אחת בלבד. בדיקת walk-forward מנסה לענות על שאלה מחמירה יותר: האם אותה מסקנה מתקבלת גם כאשר מזיזים את נקודת הזמן וחוזרים על הניסוי בכמה תקופות שונות.

בכל fold, חלון האימון כולל את כל ההיסטוריה הזמינה עד אותו שלב, אחריו תקופת Validation, ולאחריה תקופת Test חדשה. בחלון הבא האימון מתרחב קדימה. לכן כל נקודה בגרף מייצגת ניסוי אמיתי שבו המודל נבדק רק על עתיד שטרם ראה.

בשלושת החלונות, ה־HMM הרך השיג בהתאמה 50.36%, 51.82% ו־60.22%. כלל ה־Naive השיג 48.54%, 52.92% ו־59.85%. הממוצע הוא 54.14% ל־HMM הרך לעומת 53.77% ל־Naive, אך ה־HMM אינו מנצח בכל חלון והפער הכולל קטן.



איור 6: DPA בשלושה חלונות walk-forward מתרחבים על SPY. הקו המקווקו מסמן רמת 50%.

באיור 6, הציר האופקי מציג את שלושת חלונות הזמן והציר האנכי את ה־DPA. שלושת הקווים של HMM קשיח, HMM רך וכלל Naive קרובים מאוד זה לזה. בחלון הראשון ה־HMM הרך מעט טוב יותר; בשני ה־Naive טוב יותר; ובשלישי כולם עולים לכ־60%. העלייה המשותפת בחלון השלישי מצביעה על כך שחלק גדול מהשינוי נובע מאופי התקופה עצמה ולא בהכרח משיפור ייחודי של מודל אחד.

לכן בדיקת ה־walk-forward מחזקת את המסקנה הזהירה: ייתכן שמידע על משטר מסייע בתקופות מסוימות, אך לא נמצא יתרון חיזויי יציב שניתן להכליל בין תקופות שונות.

7 דיון

התוצאה המרכזית של העבודה אינה שה־HMM ``מנבא את השוק". להפך: גם HMM, גם מודלי Supervised Learning וגם כללי ייחוס פשוטים מתקשים להפיק אות עקבי לחיזוי היום הבא מתוך ארבעת המאפיינים שנבדקו. דווקא התוצאה הזו מחדדת את ההבדל בין שתי שאלות שונות: האם המודל מנבא היטב, והאם הוא מייצג היטב את מצב השוק.

7.1 מדוע חיזוי יום קדימה נשאר קשה?

חיזוי סימן התשואה של יום בודד הוא בעיה רועשת מאוד. התנודתיות של השוק, הטווח היומי והפעילות במסחר יכולים לתאר היטב את רמת הסיכון, אבל אינם בהכרח קובעים אם המחיר יעלה או ירד מחר. לכן ייתכן שמאפיין יהיה שימושי מאוד לזיהוי ``סביבה תנודתית" בלי להיות שימושי לחיזוי הכיוון ביום הבא.

העובדה שגם Logistic Regression, Random Forest ו־HistGradientBoosting אינם מציגים יתרון עקבי תומכת בפרשנות שהקושי אינו ייחודי ל־HMM. במילים אחרות, לא נראה שמודל סיווג אחר מצליח לחלץ מהתכונות הקיימות אות ברור שה־HMM מפספס.

בנוסף, DPA מושפע מאיזון המחלקות. אם בתקופה מסוימת יש יותר ימי עלייה, כלל פשוט שמנבא עלייה לעיתים קרובות יכול להשיג תוצאה מעל 50%. לכן נעשה שימוש גם ב־Balanced Accuracy וב־ROC-AUC. ברוב הנכסים מדדים אלה נשארו קרובים ל־50%, ולכן אין בסיס לטעון שקיים אות חיזויי חזק.

7.2 מה ה־HMM כן מוסיף?

כאן נמצא הערך המרכזי של המודל. גם אם איננו יודעים לחזות בביטחון אם מחר יהיה יום חיובי או שלילי, עדיין שימושי לדעת אם אנחנו נמצאים כרגע בתקופה שקטה, בתקופה תנודתית או בסביבה דמוית לחץ. מידע כזה מתאר את **ההקשר** שבו התשואה הבאה תתרחש.

HMM עושה בדיוק זאת: הוא בונה ייצוג מפורש של מצב חבוי ושל דינמיקת המעבר בין מצבים. עבור SPY, ארבעת המצבים נבדלים בו־זמנית בתשואה, תנודתיות, טווח יומי, drawdown ומשך שהייה. לכן המודל אינו רק מחלק ימים לפי ``תנודתיות גבוהה או נמוכה", אלא יוצר תיאור רב־ממדי של סביבת השוק.

נוסף לכך, וקטור ה־posterior מספק מידע על מידת הביטחון של המודל. רוב הזמן ההסתברות מרוכזת במצב אחד, אך סביב גבולות בין מצבים היא מתפזרת יותר. כפי שהוסבר קודם, הקשר בין אנטרופיה לבין מעבר מצב הוא בחלקו מכני משום ששני המדדים נגזרים מאותו posterior. לכן אין לראות בו אימות חיצוני. עם זאת, הוא כן מספק מדד פנימי שימושי לשאלה עד כמה ההחלטה על זהות המשטר חד־משמעית.

הראיות החיצוניות מגיעות משני מקורות אחרים. ראשית, VIX, שלא שימש באימון, מקבל רמות שונות במצבים שונים. שנית, הקורלציות בין SPY לנכסי סיכון אחרים משתנות לפי המצב. שתי התוצאות הן תיאוריות בלבד, אך הן מראות שהמצב החבוי קשור למאפיינים רחבים יותר של השוק ולא רק לאחד המשתנים שהוזנו ישירות למודל.

מכאן מגיע הביטוי conditional market context. בעברית, הכוונה היא שה־HMM מספק הקשר מותנה למצב השוק: במקום לשאול רק ``האם מחר תהיה עלייה?", אפשר לשאול ``באיזה סוג סביבה אנחנו נמצאים עכשיו, כמה המודל

בטוח בכך, ועד כמה ההתנהגות של נכסים אחרים משתנה בסביבה הזאת?". זו יכולת שאינה נמדדת ישירות באמצעות DPA.

7.3 עושר המודל מול יציבות

מספר גדול יותר של מצבים מאפשר למודל לתאר מבנה עשיר יותר, אך הוא גם מגדיל את הסיכון למצבים נדירים או לפתרונות שתלויים באתחול. זהו מתח טבעי בין גמישות לבין יציבות.

בממצאים שלנו, $K = 2$ נוטה להיות יציב מאוד אך גס יחסית. $K = 4$ מאפשר הפרדה מפורטת יותר, וב־SPY, QQQ ו־NVDA הוא גם יציב מאוד בין אתחולים. לעומת זאת, ב־BTC-USD וב־GLD היציבות נמוכה יותר. לכן אין הצדקה לקבוע מראש שמספר מצבים אחד מתאים לכל נכס או לכל תקופה.

7.4 מדוע לא קראנו למצבים שוק שורי ושוק דובי (Bull/Bear)?

בשפה פיננסית, bull market הוא בדרך כלל שוק בעל מגמת עלייה מתמשכת, ואילו bear market מתאר תקופה ממושכת של ירידות. אלה מושגים כלכליים מוכרים, אך ה־HMM שלנו לא אומן לזהות אותם באופן ישיר.

המצבים בפרויקט נלמדים מתוך ארבע תכונות יומיות, וההבדלים הבולטים ביניהם קשורים בעיקר לתנודתיות, לטווח היומי, ל־drawdown ולהתמדה. מצב יכול להיות תנודתי מאוד ועדיין לקבל תשואה ממוצעת חיובית, ולכן תווית "Bear`` עלולה להיות מטעה. באותו אופן, מספר מצב כמו 0 או 3 הוא שרירותי לחלוטין ויכול להתחלף בין ריצות.

לכן נעשה שימוש בשמות תיאוריים זהירים כמו Calm / low-vol או Rare stress / crisis-like רק לאחר בחינת הסטטיסטיקות. לדוגמה, מצב 2 של SPY מכונה דמוי־משבר משום שהוא נדיר, בעל תשואה ממוצעת שלילית, תנודתיות גבוהה ו־drawdown עמוק. גם שם זה הוא פרשנות ולא אמת חיצונית שניתנה למודל.

7.5 משך המשטר ומה משמעות ה־HMM במקרה שלנו?

ההשוואה בין משך השהייה התיאורטי, $1/(1-a_{ii})$, לבין משך השהייה שנמדד בפועל לא חשפה פער גדול בממוצע עבור SPY. לכן אין לנו ראיה לכך שהנחת המשך הגאומטרי נכשלת בניסוי הנוכחי. עם זאת, בדיקת ממוצע בלבד אינה בוחנת זנבות ארוכים או כמה סוגים שונים של משכי שהייה; מודל Hidden Semi-Markov יכול להיות הרחבה עתידית אם רוצים למדל משך באופן מפורש יותר [4].

המשמעות הכוללת של התוצאות היא שה־Gaussian HMM מתאים כאן יותר ל־**אמידת מצב חבוי** מאשר ל־**חיזוי נקודתי**. הביטוי latent state estimation פירושו שהמודל מנסה להעריך באיזה מצב בלתי־נצפה נמצאת המערכת כרגע. הביטוי point forecasting פירושו ניסיון לתת תחזית מספרית או כיוונית לערך הבא בסדרה.

במילים פשוטות, ה־HMM לא הצטיין בשאלה ``כמה תהיה התשואה מחר או מה יהיה הסימן שלה?". הוא היה שימושי יותר בשאלה ``איזה סוג שוק אנחנו רואים כרגע, כמה זמן מצב כזה נוטה להימשך, ומה מאפיין אותו?". זו אינה נסיגה מהמטרה המקורית, אלא מסקנה אמפירית שמחדדת היכן המודל מספק ערך בפרויקט זה.

8 הרחבה עתידית: Regime-aware Reinforcement Learning

לאחר שהממצאים מצביעים על כך שה־HMM שימושי יותר לתיאור מצב השוק מאשר לחיזוי נקודתי של היום הבא, עולה כיוון המשך טבעי: להשתמש במצב שה־HMM מעריך כחלק ממערכת שמקבלת החלטות לאורך זמן.

חשוב להבדיל בין שתי בעיות. ב־Supervised Learning המודל מקבל תכונות ומנסה לנבא יעד ידוע, למשל האם היום הבא יהיה חיובי. ב־Reinforcement Learning (RL) אין רק שאלת חיזוי. סוכן בוחר פעולה בכל שלב, מקבל תגמול, ולומד מדיניות שמטרתה לשפר את התוצאה המצטברת לאורך רצף של החלטות.

הרחבה זו לא בוצעה בפועל במסגרת הדוח. היא מוצגת כהצעת המשך שמבוססת על התוצאה המרכזית של הניסוי הקיים.

8.1 ניסוח הבעיה כ־Markov Decision Process

ב־RL מקובל לתאר את הבעיה באמצעות Markov Decision Process (MDP). בכל יום הסוכן רואה מצב קלט, בוחר פעולה ומקבל תגמול.

אפשר להגדיר זאת כך:

- **תצפית - Observation.** ארבעת המאפיינים הקיימים, הסתברויות המצבים של ה־HMM, אנטרופיית ה־posterior, והפוזיציה הנוכחית בתיק.
- **פעולה - Action.** בגרסה פשוטה, sell / hold / buy. בגרסה רציפה יותר, בחירת משקל $w_t \in [0,1]$ שמייצג את שיעור החשיפה לנכס.
- **תגמול - Reward.** תשואת התיק לאחר עלויות עסקה, עם אפשרות לקנס נוסף על סיכון או על תחלופה גבוהה של הפוזיציה.

ניסוח אפשרי לתגמול הוא:

$$R_{t+1} = w_t r_{t+1} - c|w_t - w_{t-1}| - \lambda\,\text{RiskPenalty}_{t+1}. \tag{12}$$

האיבר הראשון הוא תשואת הפוזיציה. האיבר השני מקזז עלות עסקה כאשר משנים את החשיפה, כאשר c מייצג את גובה העלות. האיבר השלישי מאפשר להעניש התנהגות מסוכנת, בהתאם למשקל λ. בניסוי כזה עלויות עסקה אינן פרט טכני: מדיניות שמבצעת הרבה פעולות יכולה להיראות טובה לפני עלויות ולהפוך לחלשה לאחריהן.

8.2 מדוע לשלב HMM בתוך RL?

הרעיון אינו להחליף את ה־HMM ב־RL, אלא לתת לסוכן את אומדן מצב השוק שה־HMM כבר למד. במקום לספק רק תווית קשיחה כמו ``מצב 3", אפשר להזין את וקטור ההסתברויות המלא ואת רמת אי־הוודאות:

$$[\gamma_t(1), \ldots, \gamma_t(K), H_t]\,. \tag{13}$$

כך הסוכן מקבל שני סוגי מידע: איזה משטר נראה סביר כרגע, ועד כמה ה־HMM בטוח בכך. לדוגמה, ייתכן שמדיניות טובה תפעל אחרת כאשר מצב אחד מקבל הסתברות של 98%, לעומת יום שבו שני מצבים מקבלים הסתברויות דומות.

יתרון חשוב של גישה זו הוא שאין צורך לקודד ידנית כלל כמו ``במצב משברי מוכרים". הסוכן מקבל את המידע ולומד מתוך פונקציית התגמול האם וכיצד להשתמש בו.

הניסוי הנקי ביותר יהיה ניסוי ablation, כלומר השוואה שבה מוסיפים רכיבי מידע בהדרגה:

1. **RL-Features.** הסוכן רואה רק את ארבעת המאפיינים המקוריים.
2. **RL-Regime.** הסוכן רואה את אותם מאפיינים ובנוסף את הסתברויות המצבים של ה־HMM.
3. **RL-Regime-Uncertainty.** נוסף גם מידע על אנטרופיית ה־posterior ועל הפוזיציה הנוכחית.

כך אפשר לענות על שאלה ממוקדת: האם המידע החבוי על משטר השוק מוסיף ערך מעבר למאפיינים הגולמיים שכבר קיימים.

8.3 אלגוריתמים אפשריים

לפעולות בדידות אפשר להתחיל במודל actor-critic פשוט. אם הפעולה היא משקל רציף בתיק, שתי אפשרויות טבעיות הן PPO [14] ו־Soft Actor-Critic (SAC) [6].

PPO נפוץ משום שהוא מגביל את גודל עדכוני המדיניות ומנסה לשמור על אימון יציב יחסית. SAC מתאים במיוחד לפעולות רציפות ומשתמש באנטרופיה כדי לעודד חקירה. קיימות גם מסגרות כמו FinRL, שמספקות תשתית מוכנה יחסית לנתונים, סביבות מסחר ועלויות שוק [11]. עם זאת, ספרייה מוכנה אינה פותרת את בעיות המתודולוגיה: עדיין צריך להגדיר חלוקה כרונולוגית, עלויות, מדדי הערכה ובקרת זליגה.

8.4 מה מראה הספרות?

הספרות על RL למסחר מציגה תוצאות מעורבות. Yang et al. אימנו שילוב של PPO, A2C ו־DDPG על 30 מניות במדד Dow Jones ודיווחו על תוצאות טובות יותר בחלק ממדדי הסיכון והתשואה בניסוי שלהם [16]. Zhang, Zohren and Roberts בחנו Deep RL על 50 חוזים עתידיים ממספר סוגי נכסים ודיווחו על ביצועים חיוביים גם כאשר נכללו עלויות עסקה [17].

מצד שני, תוצאות חיוביות אינן מובטחות כאשר הפרוטוקול מחמיר. Müller and Kruthof בחנו SAC על שבעה מאגרי מניות וביותר מ־300 שנות out-of-sample מצטברות. הם לא מצאו יתרון שיטתי על פני כלל $1/N$, ועלויות עסקה מתונות פגעו במיוחד במדיניות בעלת תחלופה גבוהה [10].

לכן המסקנה מהספרות אינה ש־RL בהכרח עובד או בהכרח נכשל. היא מדגישה שהערכת RL פיננסי רגישה מאוד להגדרת הניסוי, לעלויות, לתקופת הבדיקה ולבחירת מודלי הייחוס.

8.5 כיצד לבצע ניסוי המשך הוגן?

אם מרחיבים את הפרויקט בעתיד, כדאי לשמור על אותם עקרונות שהנחו את הניסוי הנוכחי:

- חלוקה כרונולוגית ו־walk-forward, ללא ערבוב אקראי.
- התאמת ה־HMM וה־scaler רק על המידע הזמין בכל חלון זמן.
- מספר אתחולים לכל מדיניות, משום שאימון RL רגיש לאקראיות.
- עלויות עסקה ו־turnover מפורשים בתגמול ובהערכה.
- השוואה ל־Buy-and-Hold, ממוצע נע, מדיניות ללא HMM ומדיניות עם HMM.
- מדדים כגון תשואה מצטברת, Sharpe ratio, maximum drawdown ו־turnover, לצד בדיקה אם התוצאה נשמרת לאחר עלויות.

לא בוצע ניסוי RL בדוח זה, ולכן אין כאן טענה שמידע על משטרים ישפר בפועל את ביצועי המסחר. ההצעה היא שאלה מחקרית להמשך: אם ה־HMM אכן טוב יותר בזיהוי מצב מאשר בחיזוי יום יחיד, כדאי לבדוק האם אומדן המצב הזה מועיל כאשר הבעיה מוגדרת כקבלת החלטות סדרתית.

9 מגבלות

גם לאחר בדיקות היציבות וההרחבות שבוצעו, יש מספר מגבלות שחשוב לשמור מולן על ניסוח זהיר.

- **מספר קטן של תכונות.** ארבע התכונות שנבחרו מתארות בעיקר כיוון, תנודתיות, טווח מסחר ונפח. הן מתאימות לניתוח מצב השוק, אך ייתכן שאינן מכילות מספיק מידע לחיזוי כיוון של יום בודד. הוספת נתונים

מאקרו־כלכליים, מידע מאופציות או order flow עשויה לשנות את התוצאה, אך גם מגדילה את הסיכון ל־overfitting ולחיפוש יתר אחר תוצאה טובה.

- **בדיקת זמן מלאה רק על SPY.** לכל נכס קיימת תקופת Test נפרדת, אך בדיקת walk-forward בשלושה חלונות בוצעה רק על SPY. לכן העמידות בזמן נבדקה לעומק עבור נכס הייחוס ולא עבור כל תשעת הנכסים.
- **בחירת מספר המצבים.** בחירה לפי Validation log-likelihood העדיפה ברוב הנכסים $K = 4$. גם לאחר בדיקת יציבות בין אתחולים, ייתכן שמספר המצבים המתאים משתנה לאורך זמן או בין סוגי נכסים.
- **שמות המצבים הם פרשנות.** שמות כמו Calm או Crisis-like ניתנו לאחר בחינת הסטטיסטיקות. ה־HMM עצמו אינו יודע מהו ``משבר" ואינו מקבל תוויות כלכליות בזמן האימון.
- **האימות מול VIX חלקי.** המצב הנדיר 2 של SPY לא הופיע בתקופת ה־Test שבה בוצעה ההשוואה ל־VIX. לכן לא ניתן לבדוק את הפרשנות שלו באמצעות המדד החיצוני באותו חלון.
- **מודלי ה־Supervised Learning אינם תחרות מכוונת־ביצועים.** שלושת המסווגים נבחרו כמודלי ייחוס שקופים עם hyperparameters קבועים. לא בוצע חיפוש נרחב אחר התצורה הטובה ביותר לכל מסווג.
- **כמות נתוני האימון אינה זהה לחלוטין.** לאחר בחירת K וה־seed, ה־HMM הסופי וכללי הייחוס הפשוטים משתמשים בכל היסטוריית Train+Validation שהייתה זמינה לפני ה־Test. מודלי ה־Supervised Learning אומנו על Train בלבד. לכן הדירוג ביניהם הוא אינדיקציה שימושית, אך אינו ניסוי שבו לכל המודלים ניתנה בדיוק אותה כמות מידע.
- **אין בדיקת רווחיות מסחר.** DPA, MAE או RMSE אינם שקולים לתשואה כספית. לא בוצע backtest הכולל עמלות, החלקת מחיר, מיסוי או גודל פוזיציה. לכן אין להסיק מהתוצאות המלצת מסחר או רווחיות צפויה.

10 מסקנות

הפרויקט התחיל משאלה פשוטה יחסית: האם Gaussian HMM יכול לזהות מצבים חבויים בשוק ולנצל אותם כדי לשפר את חיזוי כיוון התשואה ביום הבא. לאחר הרחבת הניסוי לתשעה נכסים, כמה ערכי K, מספר אתחולים, מודלי ייחוס ובדיקות יציבות, התקבלה תשובה שמפרידה בין חיזוי לבין ייצוג מצב השוק.

מבחינת חיזוי, התוצאה חלשה יחסית. כלל הייחוס הפשוט המבוסס על ממוצע העבר השיג DPA ממוצע של 54.54%, לעומת 53.06% לגרסה הרכה של HMM ו־52.06% לגרסה הקשיחה. גם מודלי Supervised Learning נשארו באותו סדר גודל, ובדיקת ה־walk-forward על SPY הראתה פערים קטנים ולא עקביים בין התקופות. גם במדדי MAE ו־RMSE על SPY ה־HMM כמעט זהה לכלל ה־Naive. לכן אין בסיס לטעון שה־HMM מספק יתרון יציב בחיזוי היום הבא.

מבחינת מבנה השוק, התוצאה מעניינת יותר. ב־SPY התקבלו ארבעה מצבים בעלי מאפיינים שונים של תשואה, תנודתיות, טווח יומי, drawdown ומשך שהייה. מצב נדיר אחד הציג מאפייני לחץ ברורים. חלוקת המצבים הייתה יציבה מאוד בין אתחולים, ו־VIX חיצוני קיבל רמות שונות בחלק מהמצבים. בנוסף, הקורלציה בין SPY לנכסים אחרים השתנתה בהתאם למצב שזוהה.

לכן המסקנה המרכזית היא שה־HMM מתאים בפרויקט זה יותר ל־**תיאור ואמידה של מבנה שוק מותנה** מאשר ל־**חיזוי נקודתי**. הוא אינו אומר בביטחון מה תהיה התשואה מחר, אך הוא כן מספק הקשר הסתברותי: האם השוק נמצא בסביבה רגועה או תנודתית, כמה זמן מצב כזה נוטה להימשך, ועד כמה המודל בטוח בזיהוי.

הרחבה אפשרית היא להשתמש בווקטור ה־posterior של ה־HMM כחלק ממערכת Regime-aware Reinforcement Learning, ולבדוק האם מידע על מצב השוק מסייע בקבלת החלטות לאורך זמן תחת עלויות עסקה ובדיקת walk-forward. זהו ניסוי חדש ונפרד, ולא מסקנה שניתן להסיק ישירות מהתוצאות הקיימות.

א׳ שחזור והרצה

המחברת והדוח בנויים כך שאפשר לעיין בתוצאות המאומתות בלי לאמן מחדש את כל המודלים. התוצאות המספריות והאיורים נטענים מקבצי תוצרים שנשמרו מהריצות הסופיות.

שתי הריצות המרכזיות הן:

- ריצת HMM מורחבת: `experiments_extended/extended_20260811_121957/`
- ריצת מודלי Supervised Learning: `experiments_supervised/supervised_20260811_133344/`

סביבת הריצה המאומתת השתמשה ב־Python 3.11.15. בריצת ה־HMM נעשה שימוש ב־hmmlearn 0.3.3, NumPy 2.4.6, pandas 3.0.3 ו־scikit-learn 1.9.0.

להרצה מחדש של הניסוי המלא ניתן להשתמש בפקודות הבאות:

```
python -m pip install -r requirements.txt
python run_extended_analysis.py
python analyze_extended_context.py \
  --run-dir experiments_extended/<run_id>
python run_supervised_baselines.py
jupyter nbconvert --to notebook --execute \
  HMM_Market_Regimes_Project.ipynb \
  --output /tmp/HMM_verified.ipynb \
  --ExecutePreprocessor.timeout=600
```

כל ריצה חדשה נכתבת לתיקייה חדשה בעלת חותמת זמן ואינה דורסת את התוצרים שעליהם מבוסס הדוח. ההפרדה הזו חשובה משום שמקור הנתונים חיצוני, ונתוני Finance Yahoo או זמינות ההורדה יכולים להשתנות לאורך זמן. כך אפשר להבדיל בין התוצאות ששימשו להגשה לבין ריצה עתידית חדשה.

מקורות

[1] Hirotugu Akaike. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6):716--723, 1974.

[2] Ran Aroussi. yfinance: Download market data from yahoo! finance's api. Python software and documentation, 2024.

[3] Leonard E. Baum, Ted Petrie, George Soules, and Norman Weiss. A maximization technique occurring in the statistical analysis of probabilistic functions of markov chains. *The Annals of Mathematical Statistics*, 41(1):164--171, 1970.

[4] Jan Bulla and Ingo Bulla. Stylized facts of financial time series and hidden semi-markov models. *Computational Statistics & Data Analysis*, 51(4):2192--2209, 2006.

[5] Luigi Catello, Ludovica Ruggiero, Lucia Schiavone, and Mario Valentino. Hidden markov models for stock market prediction. *arXiv preprint arXiv:2310.03775*, 2023.

[6] Tuomas Haarnoja, Aurick Zhou, Pieter Abbeel, and Sergey Levine. Soft actor-critic: Off-policy maximum entropy deep reinforcement learning with a stochastic actor. In *Proceedings of the 35th International Conference on Machine Learning*, pages 1861--1870, 2018.

[7] James D. Hamilton. A new approach to the economic analysis of nonstationary time series and the business cycle. *Econometrica*, 57(2):357--384, 1989.

[8] hmmlearn developers. hmmlearn: Hidden markov models in python. Software documentation, 2024.

[9] Rob J. Hyndman and Anne B. Koehler. Another look at measures of forecast accuracy. *International Journal of Forecasting*, 22(4):679--688, 2006.

[10] Garvin Kruthof and Sebastian Müller. Can deep reinforcement learning beat 1/n? *Finance Research Letters*, 75:106866, 2025.

[11] Xiao-Yang Liu, Hongyang Yang, Jiechao Gao, and Christina Dan Wang. Finrl: Deep reinforcement learning framework to automate trading in quantitative finance. *arXiv preprint arXiv:2111.09395*, 2021.

[12] Kevin P. Murphy. *Machine Learning: A Probabilistic Perspective*. MIT Press, Cambridge, MA, 2012.

[13] Lawrence R. Rabiner. A tutorial on hidden markov models and selected applications in speech recognition. *Proceedings of the IEEE*, 77(2):257--286, 1989.

[14] John Schulman, Filip Wolski, Prafulla Dhariwal, Alec Radford, and Oleg Klimov. Proximal policy optimization algorithms. *arXiv preprint arXiv:1707.06347*, 2017.

[15] Gideon Schwarz. Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2):461--464, 1978.

[16] Hongyang Yang, Xiao-Yang Liu, Shan Zhong, and Anwar Walid. Deep reinforcement learning for automated stock trading: An ensemble strategy. In *Proceedings of the First ACM International Conference on AI in Finance (ICAIF '20)*, pages 1--8, 2020.

[17] Zihao Zhang, Stefan Zohren, and Stephen Roberts. Deep reinforcement learning for trading. *arXiv preprint arXiv:1911.10107*, 2019.