ברוכים הבאים לתרגול 4 ☺

שחר אנגל

shaharbel0@gmail.com

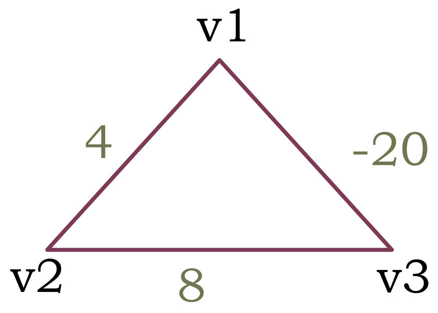
תרגול- ימי שני 14-16 וימי חמישי 13-15

נושאי התרגול

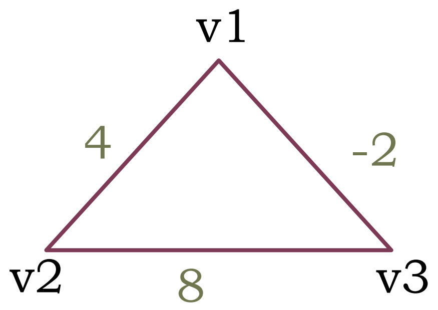
- האם קיים מעגל שלילי בגרף?
  - גרף לא מכוון
  - גרף מכוון
- אם כן, תנו דוגמא למעגל שלילי

- מציאת תת מערך עם סכום מקסימלי

- בהינתן גרף **לא מכוון**- האם קיים מעגל שלילי בגרף?
- <u>לדוגמא:</u>



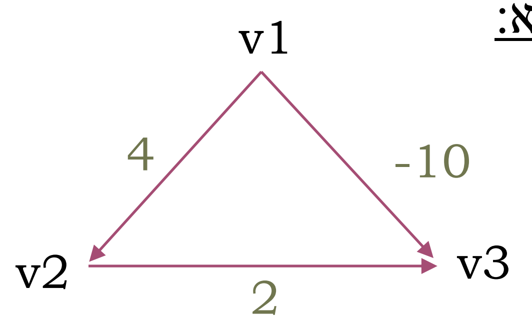
- מה הכוונה מעגל שלילי?
  - מ-v1 לעצמו ניתן להגיע בפחות מ-0:   4+8-20=-8
- אז האם פה יש מעגל שלילי?



  - ודאי שכן, כי מ-v1 לעצמו ניתן ללכת ל-v3 ולחזור ל-v1 וסה"כ לשלם 4- או 8- וכו'..
- בגרף לא מכוון, מספיק שיש צלע אחת שלילית כדי שיהיה מעגל שלילי בגרף.

- לכן, מרחק קצר ביותר בין קודקודים כבר לא רלוונטי כי ניתן להגיע עד $-\infty$
- ומכאן השאלה: האם יש מעגל שלילי בגרף, שקולה לשאלה: האם יש משקל שלילי בגרף.
- מה הסיבוכיות במציאת המשקל השלילי?
  - $o(m)$ כאשר m זה מספר הצלעות בגרף.

- בהינתן גרף **מכוון**- האם קיים מעגל שלילי בגרף?
- <u>לדוגמא:</u>



- באמת אין פה מעגל, אז גם אין מעגל שלילי. אבל אם נהפוך את החץ כן נקבל מעגל ואפילו מעגל שלילי.
- אז איך נזהה?
  - נפעיל FW שנותן לנו את כל המסלולים שיש בגרף
- רק מה הבעיה?
  - כשיש מעגל שלילי בגרף FW לא נותן את התשובה הנכונה, אבל הוא יכול להצביע על זה שיש מעגל שלילי. איך?

- האלכסון מראה לנו את המרחק מקודקוד לעצמו- שבתרגול הקודם אמרנו שהוא 0, ולכן אם נראה שם עכשיו מרחק שלילי נדע שיש לנו מעגל שלילי בגרף.
- מכאן השאלה: האם בגרף מכוון יש מעגל שלילי, שקולה לשאלה: האם באלכסון הראשי יש מספר שלילי.

- תנו דוגמא למעגל שלילי
- יש לנו פונקציה שמוצאת מטריצת מסלולים. אם נזהה שיש באלכסון מספר שלילי, נחזיר את המסלול מהקודקוד לעצמו.
- לדוגמא: אם נזהה שמ-v3 לעצמו יש מספר שלילי באלכסון, נפעיל את מטריצת המסלולים ונחזיר את המסלול שימצא בתא מ-v3 לעצמו.

תיאור הבעיה

מציאת תת מערך עם סכום מקסימלי

- בהינתן מערך בעל n איברים, מהו תת המערך שסכום איבריו הוא הגדול ביותר?
- ומהו תת המערך הזה הקצר ביותר?

- <u>הערה</u>: תת המערך חייב להיות רצף של תאים

- נחלק למקרים:
  - אם כל התאים חיובים: ניקח את כולם
  - אם יש תאים שליליים: האם הם עוזרים לנו וכדאי לקחת אותם?

- <u>לדוגמא:</u>

4	-1	2

- משתלם לקחת את 1- כי הוא מגדיל לנו את 4 בהמשך.
- אבל כאן:

14	-11	7

- כבר לא ממש משתלם לנו לקחת את 11- כי הוא מקטין לנו את 14.
- מסקנה: לא תמיד כדאי לנו לקחת את השליליים.
- אז מתי כן כדאי?
  - אם המספר השלילי משאיר אותנו בסכום חיובי, כדאי לקחת אותו כי הוא מוסיף לנו להמשך. אבל אם הוא מוריד אותנו לסכום שלילי זה כבר לא משתלם כי אולי בהמשך יהיה משהו טוב יותר שעלול להיפגע.

- **פתרון א':**
- נייצג את המערך במטריצה, כאשר המערך נמצא באלכסון וכל תת מערך מיוצג על ידי תא מסוים במטריצה
- <u>לדוגמא:</u>

-10	**2**	**4**	**3**	**-3**

-10	-8	-4	-1	-4
	2	6	9	6
		4	7	4
			3	0
				-3

- $M[i,j] = M[i+1,j]+M[i,i]$
- או
- $M[i,j] = M[i,j-1]+M[j,j]$
- מה יותר טוב?
  - זה אותו הדבר בדיוק

- **פתרון א':**
- מה יותר מהיר? האם יותר כדאי לעבור על המטריצה בשורות או בעמודות?
- כלומר, האם כדאי for i ואז for j או הפוך?
  - השאלה נראית מטופשת אבל היא חשובה!
  - זה ממש תלוי בקומפיילר שלנו. האם קל לו יותר לגשת ל-i או ל-j
  - אז בגלל שכל כך התגעגעתם לסימולציות ☺ הנה עוד אחת: תעשו סימולציה שפעם עוברת על השורות ופעם על העמודות ותראו לפחות ב-java מה יותר מהיר.
- עוד הצעת ייעול: מה יקרה אם נבצע את המשוואה כך: $M[i,j] = M[i+1,j]+arr[i] \leftarrow M[i,j] = M[i+1,j]+M[i,i]$
- האם יותר מהיר לגשת לתא במטריצה או לתא במערך?
  - תעשו סימולציה גם כאן, כדי שתראו את הפערים ותדעו להיות מתכנתים יותר טובים ☺

- לסיכום פתרון א':
- נמלא את המטריצה, נעבור על כולה ב-o(n^2) ונחפש את המספר המקסימלי ביותר. כשנמצא אותו נדע באיזה תא הוא נמצא ולכן נוכל לדעת באיזה תאים במערך נמצא הסכום הזה.
- בהמשך, אם נרצה את תת המערך הקצר ביותר, פשוט נבדוק מה האורך שלו וניקח את האורך הקצר.

אז מה צריך לתכנת?

- כל מה שדיברנו עליו היום ☺

1. האם יש מעגל שלילי בגרף לא מכוון
2. האם יש מעגל שלילי בגרף מכוון. אם כן, לתת דוגמא
3. מציאת תת מערך עם סכום מקסימלי- לממש את פתרון א' + סימולציות

בהצלחה ☺