

# ברוכים הבאים לתרגול 11 😊

שחר אנגל

[shaharbel0@gmail.com](mailto:shaharbel0@gmail.com)

תרגול- ימי שני 14-16 וימי חמישי 13-15



# נושא התרגול

■ עצים איזומורפיים



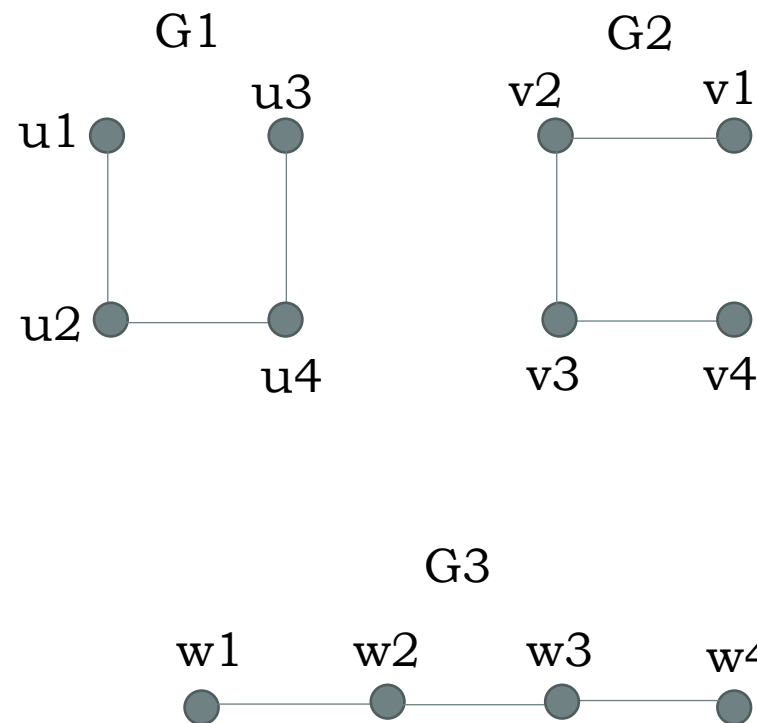
## ■ עצים איזומורפיים

■ נתחיל מהגדרה של גרפים איזומורפיים:

■ גרפים  $G$  ו- $H$  הם איזומורפיים אם קיימת פונקציה  $f: V(G) \rightarrow V(H)$  חח"ע ועל, כך שעבור כל  $u, v \in V(G)$  מספר הקשתות המקשרות בין  $u$  ו- $v$  זהה למספר הקשתות המקשרות בין  $f(u)$  ו- $f(v)$ .

■ במילים אחרות, הם מייצגים את אותו הגרף רק נראים בצורה שונה.

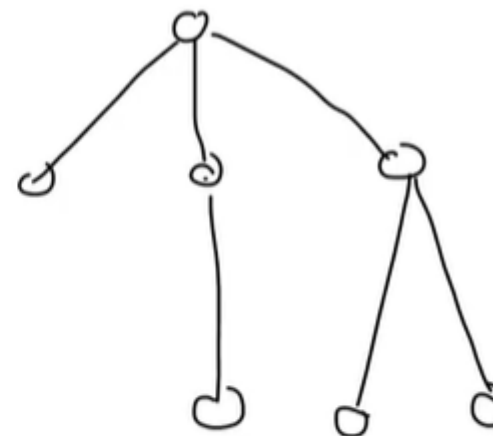
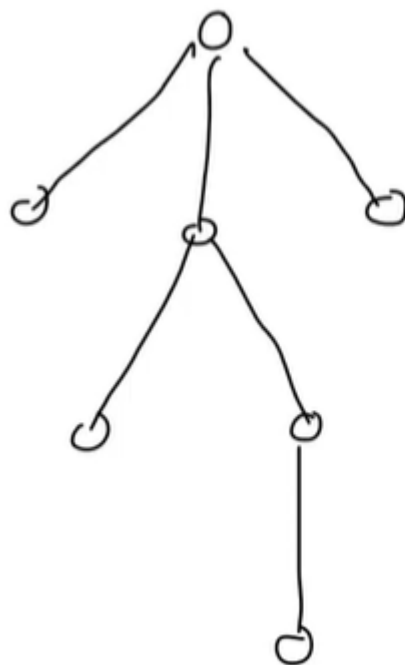
■ לדוגמא:



■ עצים איזומורפיים

■ בהינתן 2 עצים, האם הם איזומורפיים?

■ לדוגמא:



■ כן, אנו רואים שזה אותו העץ בשינוי צורה..

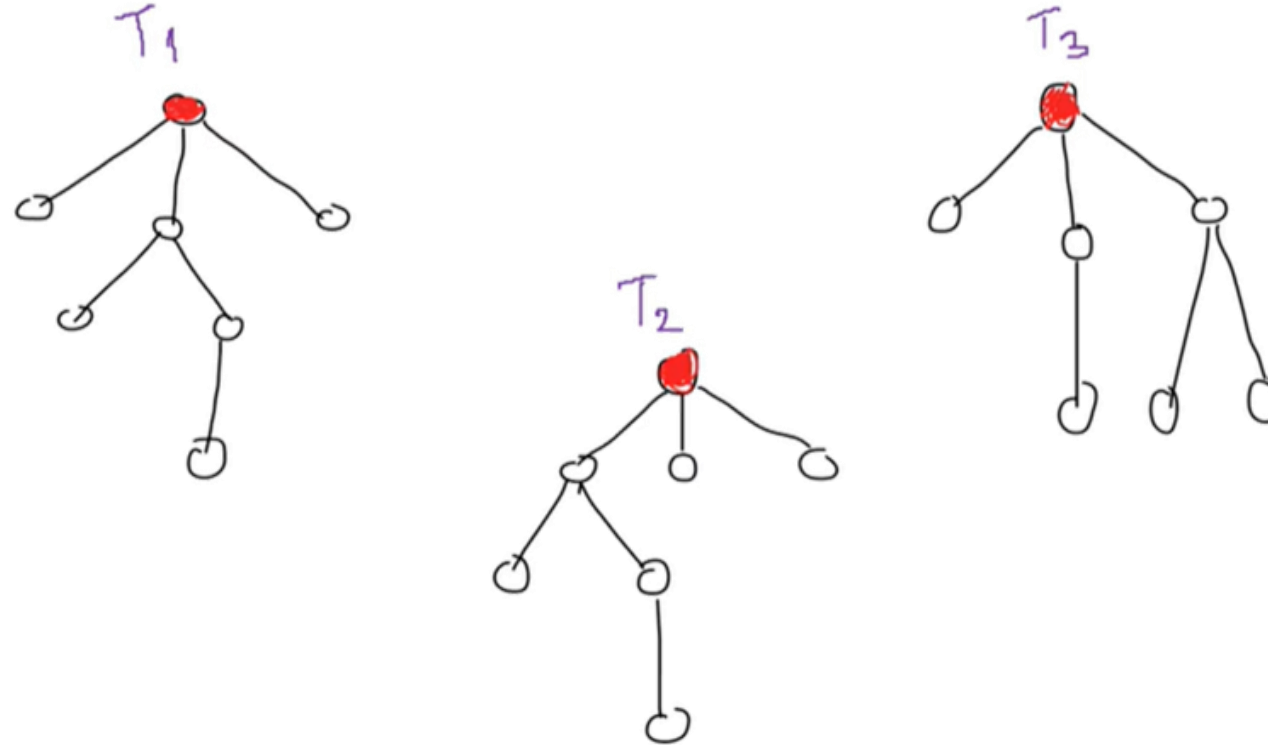


- **עצים איזומורפיים - עצים עם שורש**

- בעצים אלו, אנו מגדירים מיהו אותו קודקוד עליון שממנו אנו מתחילים את כל החישוב.

- איך נדע עכשיו האם הם איזומורפיים?

- לדוגמא:



- נראה שאכן  $T_1$  ו- $T_2$  איזומורפיים, אבל  $T_3$  לא איזומורפי אליהם כי יוצא ממנו רק בן אחד שהוא עלה בניגוד אליהם

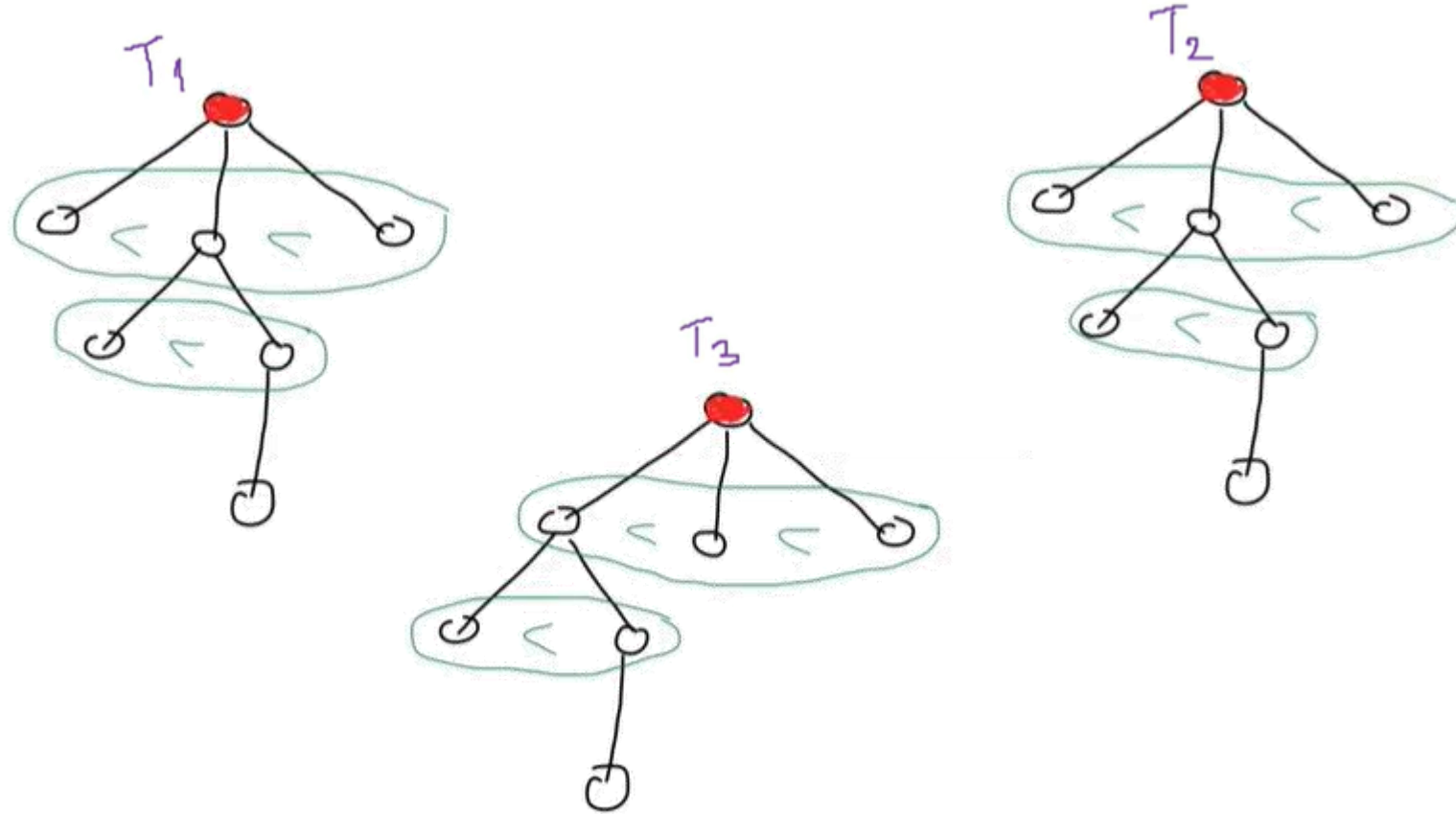


- **עצים איזומורפיים- עצים עם שורש**

- הרעיון שעומד מאחורי זה הוא שצריך להחליט על סדר בין הבנים של כל קודקוד וכך נוכל להשוות ביניהם.

- כלומר, ננסה שהבנים יהיו ממויינים בסדר כלשהו וכך נוכל להכריע בבעיית איזומורפיזם.

- לדוגמא:

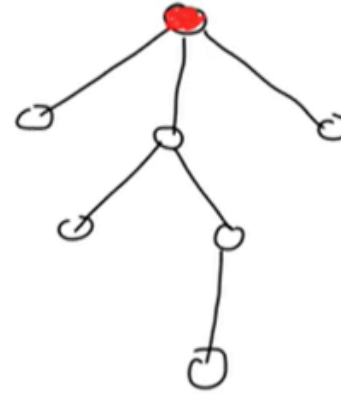


- אכן ניתן לראות ש- $T_1$  ו- $T_2$  איזומורפיים, אך  $T_3$  לא כי לאחר המיון הסדר שלו שונה...



- **עצים איזומורפיים- עצים עם שורש**

- לפני שנחליט על מיון, נצטרך לראות איך בכלל עוברים על העץ..
- נסרוק את הגרף לעומק, ונשמור את הפעולות שלנו: בכל פעם שנרד נרשום 0 ובכל פעם שנעלה נרשום 1.
- לדוגמא:

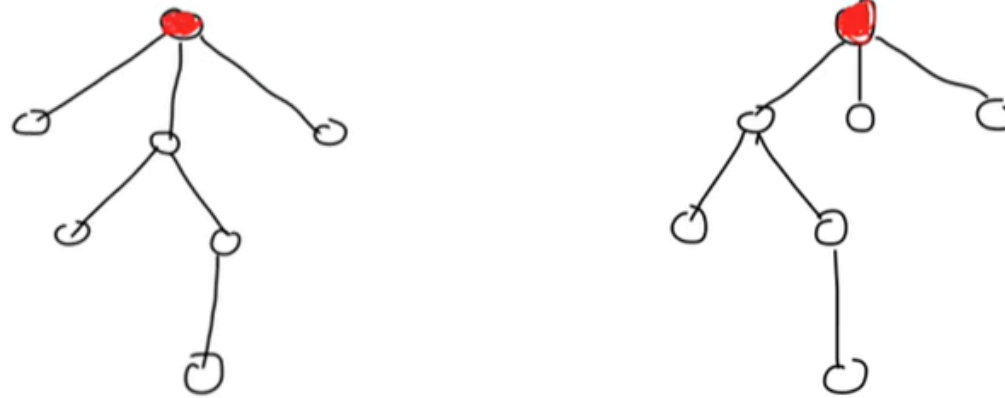


- לאחר הסריקה נקבל מחרוזת התואמת את העץ. אם נצליח למצוא עץ נוסף בעל אותה מחרוזת נוכל לומר שהם איזומורפיים.



- **עצים איזומורפיים - עצים עם שורש**

- יופי, אז אחרי שיש לנו פתרון בוא נראה אותו מתקיים. ניקח 2 עצים איזומורפיים ונראה האם המחרוזות שלהם אכן שוות:



- אנו רואים שלא קיבלנו מחרוזות שוות. אז האם העצים איזומורפיים או לא?
- נכון, עוד לא מיינו את הבנים ולכן זה לא עבד.. אז נצטרך למיין את הבנים לפני שנעתיק את המחרוזת שלהם למחרוזת של האבא





■ **עצים איזומורפיים- עצים עם שורש**

■ אלגוריתם ליצירת מחרוזת המתארת עץ מושרש:

1. נסרוק את הגרף לעומק
2. כשנגיע לעלה, נגדיר את המחרוזת שלו כ-01
3. כאשר נגדיר את המחרוזת של האבא (נגדיר אותה רק אחרי שנסיים עם כל המחרוזות של הבנים שלו) נתחיל אותה ב-0, נסיים אותה ב-1 והאמצע יהיה שרשור ממויין של מחרוזות הבנים.

■ כאשר נרצה להשוות בין עצים ולראות האם הם איזומורפיים, נפעיל את האלגוריתם על כל אחד מהעצים ונראה האם נקבל מחרוזות שוות.



■ **עצים איזומורפיים- עצים בלי שורש**

■ מה לגבי עצים לא מושרשים?

■ פתרון א':

נבחר בכל פעם קודקוד אחר שיהיה השורש, נפעיל עליו את האלגוריתם, עד שנמצא מחרוזות שוות, או עד שנעבור על כל הזוגות האפשריים ולא נמצא כלום..

■ פתרון ב':

אם נבחר קודקוד שיכול להיות שורש אופציונאלי, נוכל להפעיל את האלגוריתם רק פעם אחת ממנו ולקבל את התשובה.

■ מי הוא יכול להיות?

■ המרכז! כל העץ יכול לצאת ממנו, ואם נמצא אותו (יש לנו אלגוריתם יעיל למצוא אותו) אז נוכל להפעיל את האלגוריתם רק פעם אחת ולקבל תשובה.

■ שאלת מחשבה: מה קורה אם יש יותר ממרכז אחד? האם עץ עם מרכז אחד יכול להיות איזומורפי לעץ עם שני מרכזים? והאם 2 עצים עם שני מרכזים יכולים להיות איזומורפיים?



# אז מה צריך לתכנת?

■ כל מה שדיברנו עליו היום 😊

1. עצים איזומורפיים

בהצלחה 😊

