Métodos Numéricos
Dr. José F. Lucio Naranjo

Segundo aporte
Individual sin Consulta
Ajuste de curvas, interpolación de puntos y métodos para resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias

Fecha: 07 de septiembre de 2021
Tiempo para realización: 2 h 00 min

Cuestión 1 (2.5 pts.) – En una región residencial el límite máximo de velocidad es de 30 km/h. Para monitorear el cumplimiento de esta norma fue instalado un sistema electrónico de vigilancia, que para un determinado vehículo obtuvo la información "posición x tiempo" presentada en la Tabla 1.

Tabla 1 – Datos experimentales "posición x tiempo" para un vehículo en movimiento.

t = tiempo(s)	1	4	7	10
y = posición (m)	130	155	180	210

Considerando que el vehículo esté en movimiento rectilíneo uniforme, i.e. velocidad constante, sabemos que

$$y(t) = x_0 + vt \qquad (1),$$

donde y representa la posición del vehículo en el instante t, x_0 es la posición del vehículo en el instante $t = 0$, y v es la velocidad de desplazamiento del vehículo. Haciendo el ajuste de los datos experimentales presentados en la Tabla 1 por la recta de la Ec. (1) se observa que el coeficiente angular establece el valor de la velocidad.

1.1 Haga una breve descripción del método de los mínimos cuadrados empleado para el ajuste de curvas. Explique porque en el problema aquí tratado el ajuste de curvas es más recomendado que una interpolación de datos experimentales.
1.2 Determine la velocidad de desplazamiento del vehículo. ¿El límite máximo de velocidad fue infringido?

Cuestión 2 (2.5 pt.) – Interpolar los siguientes puntos experimentales con un polinomio de segundo grado utilizando el abordaje de forzar el paso del polinomio por los puntos dados (no usar interpolación Lagrangeana).

k	x_k	y_k
1	2	4
2	4	2
3	8	8

Cuestión 3 (2.5 pt.) – El comportamiento de un fenómeno natural es modelado matemáticamente con la ecuación (1)

$$\frac{dy(x)}{dx} = \frac{1}{1+x^2} - 2y^2 \qquad (1)$$

y con la condición inicial dada por la ecuación (2)

$$y(0) = 0 \qquad (2)$$

Obtenga una aproximación para la solución del problema en el punto $x = 0.1$, empleando el método de Euler modificado con un paso de $h = 0.025$ y trabajando con una precisión de 10^{-5}.

Dr. José Francisco Lucio Naranjo – Profesor Agregado
Campus "José Rubén Orellana", Edif. Ingeniería de Sistemas, Bloque 20, Segundo piso
Calle Ladrón de Guevara E11-253 y Andalucía
E-mail: jose.lucio@epn.edu.ec, Teléfonos: PBX (593-2)297-6300 ext. 4730

Cuestión 4 (2.5 pts.) – Interpole los siguientes puntos experimentales usando un abordaje lineal

k	x_k	y_k
1	2	4
2	4	2
3	8	8

Ecuaciones relevantes (o no):

$Y_{m+1} = Y_m + h\,\mathrm{f}(x_m, y_m)$	$\varphi(x_m, y_m, h) = \frac{1}{2}[\mathrm{f}(x_m, y_m) + \mathrm{f}(x_m + h,\ y_m + h\,\mathrm{f}(x_m, y_m))]$	
$Y_{m+1} = Y_m + h\,\varphi(x_m, y_m, h)$	$\varphi(x_m, y_m, h) = \mathrm{f}\left(x_m + \frac{h}{2},\ y_m + \frac{h}{2}\mathrm{f}(x_m, y_m)\right)$	
$a_{ii} = a_{ii} - \left(\frac{a_{ii-1} \times a_{i-1i}}{a_{i-1i-1}}\right)$	$b_i = b_i - \left(\frac{a_{ii-1} \times b_{i-1}}{a_{i-1i-1}}\right)$	$a_{ii-1} = 0$
$x_n = \frac{b_n}{a_{nn}}$	$x_k = \frac{b_k - (a_{kk+1} \times x_{k+1})}{a_{kk}}$, para $k = n-1, n-2, \dots, 1$	
$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left\{b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{n} a_{ij} x_j^{(k)}\right\}$	$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left\{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij} x_j^{(k)}\right\}$	
$\vec{X}^T = \{x_1, x_2, \dots, x_N\}$	$S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - y(x_i))^2$	$\frac{\partial S}{\partial \mathrm{Coef}_i} = 0$, donde Coef_i es el i-ésimo coeficiente de S
$P_{N-1}(x) = \sum_{i=1}^{N} b_i \pi_i(x)$	$\pi_i(x) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} (x - x_j)$	$b_i = \frac{y_i}{\pi_i(x_i)}$
$\varphi = \frac{\vartheta - x_1}{x_2 - x_1}$, donde $0 \le \varphi \le 1$	$\bar{\mathrm{f}}(\vartheta) = (1 - \varphi)\,\mathrm{f}(x_1) + \varphi\,\mathrm{f}(x_2)$	$A\vec{x} = \vec{b}$
$U\vec{x} = \vec{y}$	$L\vec{y} = \vec{b}$	$A = LU$
$F_m - fF_b$ donde f es un factor de ajuste, m es el número de la fila a modificar y b es número de la fila base		

Dr. José Francisco Lucio Naranjo – Profesor Agregado
Campus "José Rubén Orellana", Edif. Ingeniería de Sistemas, Bloque 20, Segundo piso
Calle Ladrón de Guevara E11-253 y Andalucía
E-mail: jose.lucio@epn.edu.ec, Teléfonos: PBX (593-2)297-6300 ext. 4730