Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ingeniería de Sistemas

Algoritmos Numéricos
Dr. José F. Lucio Naranjo

Primer aporte
Individual sin Consulta
Diferenciación e Integración Numérica, Resolución de Ecuaciones no Lineales, Resolución de Sistemas de Ecuaciones Lineales

Fecha: 20 de julio de 2021
Tiempo para realización: 1 h 30 min

Cuestión 1 (1 pt.) – Usando, por separado, las estimativas iniciales $a)\ x_0 = 1$ y b) $x_0 = -1$, encuentre las dos raíces de la siguiente función $f(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 - cos(x)$ empleando el método de Newton. Observación: $f'(x) = \frac{x}{2} + \sin(x)$, tolerancia $T = 10^{-5}$ y trabaje en radianes.

Cuestión 2 (1 pt.) – Aplique un método iterativo para calcular una aproximación para la derivada de la función $f(x) = x^2 - 3x + 4$ utilizando el método de las diferencias retrasadas en el punto $x = 5$, con una tolerancia de 10^{-3} y $\Delta x = 0.1$ al inicio de la iteración. Utilice un criterio de parada relativo.

Cuestión 3 (1 pt.) – Usando el método de Gauss-Jacobi, respetando el criterio suficiente de aplicación para garantizar la convergencia, obtenga una "aproximación" para la solución del siguiente sistema de ecuaciones algébricas lineales. Si no converge, realice al menos tres iteraciones y deje claramente explicado el criterio de parada.

$$\begin{bmatrix} 9 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 15 \\ 1 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 13 \\ 40 \\ 5 \end{Bmatrix}, \qquad \vec{x}_o^{\,T} = \{1 \quad 1 \quad 1\} \qquad \text{y} \qquad Tol = 1 \times 10^{-2}$$

Cuestión 4 (1 pt.) – Obtenga la integral de la función $f(x) = \sin(x)$ en el intervalo $[0, 2\pi]$ utilizando el método del Trapecio. Utilice 6 subintervalos.

Ecuaciones relevantes (o no):

$f'(x) = \frac{f(x+\Delta x) - f(x-\Delta x)}{2\Delta x}$	$f'(x) = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$	$f'(x) = \frac{f(x) - f(x-\Delta x)}{\Delta x}$
$I(f(x)) \cong \frac{h}{3}\left(f_0 + 4\sum_{j=1}^{\frac{n}{2}} f_{2j-1} + 2\sum_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} f_{2j} + f_n\right)$		$I(f(x)) \cong h\left(\frac{f_0}{2} + \sum_{j=1}^{n-1} f_j + \frac{f_n}{2}\right)$
$h = \frac{b-a}{n}$	$f_j = f(x_j)$	$x_k = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}$
$c_k = \frac{b_k - a_k}{2}$	$x_{k+1} = x_k - f(x_k)\frac{x_k - x_{k-1}}{f(x_k) - f(x_{k-1})}$	
$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left\{b_i - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{n} a_{ij}x_j^{(k)}\right\}$	$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left\{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{j=i+1}^{n} a_{ij}x_j^{(k)}\right\}$	

Observación: Donde sea aplicable, utilice tablas para ilustrar el proceso iterativo de resolución.

Dr. José Francisco Lucio Naranjo – Profesor Agregado
Campus "José Rubén Orellana", Edif. Ingeniería de Sistemas, Bloque 20, Segundo piso
Calle Ladrón de Guevara E11-253 y Andalucía
E-mail: jose.lucio@epn.edu.ec, Teléfonos: PBX (593-2)297-6300 ext. 4730