

Mateusz Burniak

218321

Grupa: Czwartek godz. 15:15

Projektowanie Efektywnych Algorytmów

Zadanie 1 – Implementacja i analiza efektywności algorytmu symulowanego wyżarzania (*ang. simulated annealing*) dla problemu komiwojażera.

1. Cel

Należy zaimplementować i przetestować algorytm metaheurystyczny dla problemu komiwojażera oraz wykonać testy polegające na pomiarze czasu działania algorytmu w zależności od wielkości instancji oraz jakości dostarczanych rozwiązań (należy porównać rozwiązanie dostarczone przez algorytm z najlepszymi znanymi rozwiązaniami dla przykładów testowych). Wskazane jest, aby algorytm był opracowany w ten sposób, by jego parametry były automatycznie dobierane w zależności od rozwiązywanej instancji.

2. Wstęp teoretyczny.

Problem komiwojażera (*ang. travelling salesman problem, TSP*) – zagadnienie optymalizacyjne, polegające na znalezieniu minimalnego cyklu Hamiltona w pełnym grafie ważonym. Nazwa pochodzi od typowej ilustracji problemu, przedstawiającej go z punktu widzenia wędrownego sprzedawcy (komiwojażera): dane jest N miast, które komiwojażer ma odwiedzić oraz odległość podróży pomiędzy każdą parą miast. Celem jest znalezienie najkrótszej drogi łączącej wszystkie miasta zaczynającej się i kończącej się w określonym punkcie.

Metaheurystyka - ogólny algorytm (heurystyka) do rozwiązywania problemów obliczeniowych. Algorytmu metaheurystycznego można używać do rozwiązywania dowolnego problemu, który można opisać za pomocą pewnych definiowanych przez ten algorytm pojęć. Algorytmy tego typu nie służą do rozwiązywania konkretnych problemów, a jedynie podają sposób na utworzenie odpowiedniego algorytmu.

Heurystyka jest techniką, która znajduje dobre rozwiązania przy akceptowalnych nakładach obliczeniowych, ale bez gwarancji osiągalności czy optymalności celu, czy nawet - w wielu przypadkach – jak blisko optymalnego jest otrzymane rozwiązanie.

Algorytm symulowanego wyżarzania (*ang. simulated annealing – SA*) - ogólnie ujmując proces odprężania (wyżarzania) polega na powolnym obniżaniu temperatury tak, by w każdej temperaturze materiał mógł osiągnąć stan równowagi. Takie postępowanie zapobiega powstawaniu wewnętrznych naprężeń i pozwala na osiągnięcie globalnego minimum energii, odpowiadające idealnemu kryształowi. Wyznaczenie stanu najniższej energii jest problemem optymalizacyjnym, stąd fizyczny proces odprężania posłużył jako wzór do opracowania nowej techniki optymalizacji globalnej.

3. Opis implementacja.

Algorytm został zaimplementowany poprzez własną implementację. Przegląd sąsiedztwa odbywa się nielosowo tylko poprzez sprawdzenie wszystkich zamian miast ze sobą, powodując mniejsze

błądzenie wokół określonej grupy sąsiadów. Temperatura początkowa obliczana jest jako 3% funkcji celu dla wygenerowanej losowej instancji problemu poprawionej przez algorytm iteracyjny. Stała chłodzenia jest automatycznie obliczana na podstawie przybliżonych rozwiązań, znajdujących się w otoczeniu aktualnego rozwiązania. Liczba iteracji algorytmu na temperaturę jest automatycznie dobierana przybliżając łańcuch Markowa ograniczony od góry przez maksymalną, która jest określona. W celu zmniejszenia błędzenia losowego algorytm obniża temperaturę o 20 % na początku swego działania. W przypadku błędzenia algorytmu iteracyjnego również temperatura jest stopniowo zmniejszana o 1% co dwie iteracje algorytmu i również o 4 % dla czterech iteracji algorytmu. Warunek stopu algorytmu jest określony przez temperaturę końcową równą 0,5 oraz liczbę iteracji, w których algorytm nie poprawia rozwiązania.

4. Plan eksperymentu.

4.1 Opis sprzętu.

Algorytm zostaną wykonane obiektowo w języku C++. W środowisku Visual Studio 2015, a eksperyment przeprowadzony zostanie na procesorze Intel i7-6700HQ oraz 20GB pamięci operacyjnej DRR4 i systemie Windows 10.

4.2 Opis testu.

Test zostanie wykonany na 7 przykładowych instancjach problemu asymetrycznego komiwojażera oraz dla 5 symetrycznych, dla których rozwiązanie dokładne jest znane.

Dla każdego zestawienia algorytmu z jego parametrami oraz instancją problemu zostanie wykonane 100 pomiarów następnie uśrednione.

Testowane parametry to maksymalna ilość iteracji na temperaturę. W teście zostały przyjęte modele $\frac{n^2}{10}$, $\frac{n^2}{4}$ i n^2 gdzie n to liczba miast instancji problemu. Drugim parametrem jest liczba iteracji, w której algorytm nie poprawia rozwiązania - przyjęte to 35, 40 i 50.

4.3 Opis sposobu pomiaru czasu:

Czas będzie mierzony za pomocą procedur z Biblioteki Windows, czyli różnicy cykli zwróconych przez `QueryPerformanceCounter()`, dzielonej przez `QueryPerformanceFrequency()` co w wyniku daje czas w sekundach wykonania poszczególnych operacji na strukturze danych.

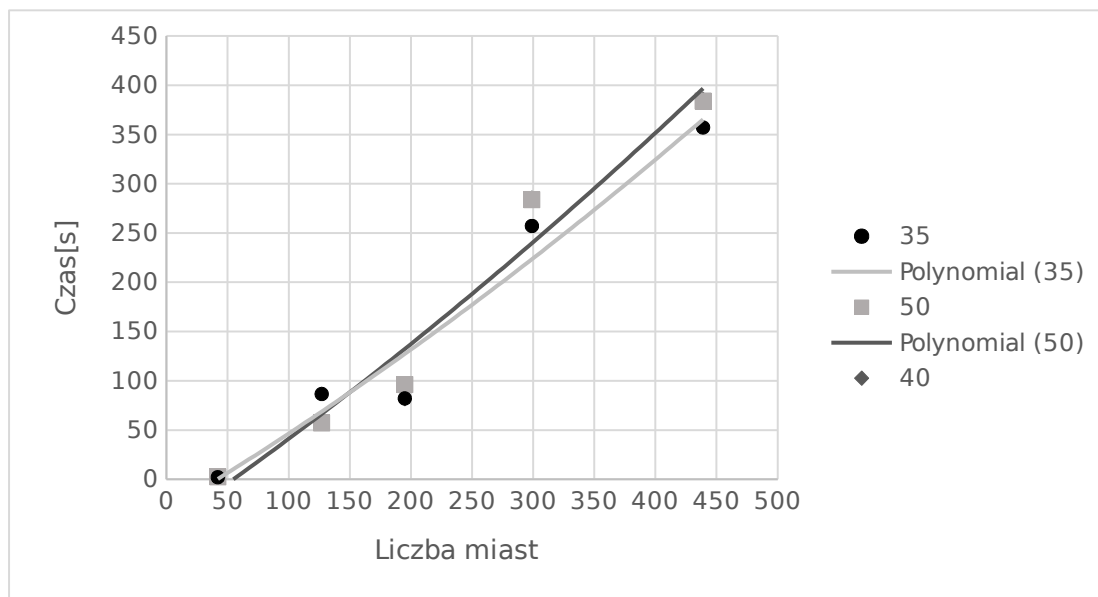
5. Wyniki.

Uwaga wpisy 35, 40 i 50 w legendzie oznaczają liczbę iteracji, w której algorytm nie poprawia rozwiązania. Liczba ta jest wykorzystywana jako drugi warunek zakończenia algorytmu.

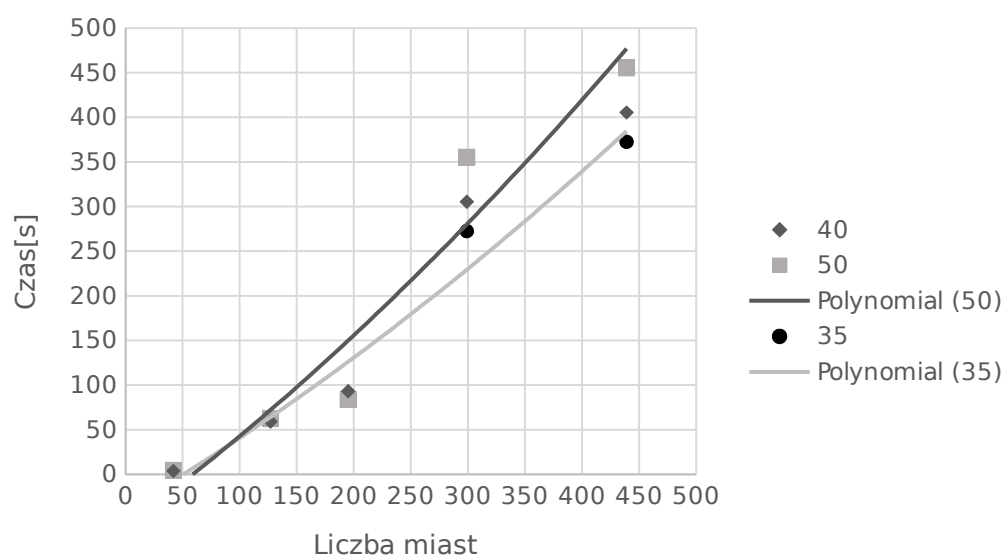
5.1 Dla problemu symetrycznego komiwojażera.

Nazwa instancji problemu	Liczba miast	Maksymalna liczba iteracji na temperaturę	Liczba iteracji bez poprawy rozwiązania	Dokładne rozwiązanie	Rozwiązanie przez otrzymane algorytm	Błąd	Czas wykonania algorytmu [s]
swiss42.txt	42	176	35	1273	1279	0.511	2.14296
swiss42.txt	42	176	40	1273	1292	1.522	2.22286
swiss42.txt	42	176	50	1273	1282	0.766	2.40368
swiss42.txt	42	441	35	1273	1281	0.697	4.14291
swiss42.txt	42	441	40	1273	1315	3.358	3.78577
swiss42.txt	42	441	50	1273	1285	1.002	4.44288
swiss42.txt	42	1764	35	1273	1276	0.255	4.38088
swiss42.txt	42	1764	40	1273	1276	0.285	4.04056
swiss42.txt	42	1764	50	1273	1285	0.952	5.28612
bier127.txt	127	1612	35	118282	123769	4.639	86.6062
bier127.txt	127	1612	40	118282	123361	4.295	58.3331
bier127.txt	127	1612	50	118282	122815	3.848	57.2033
bier127.txt	127	4032	35	118282	122515	3.579	62.2022
bier127.txt	127	4032	40	118282	121894	3.054	59.1122
bier127.txt	127	4032	50	118282	122581	3.635	62.42
bier127.txt	127	16129	35	118282	123249	4.2	54.797
bier127.txt	127	16129	40	118282	122815	3.833	56.5733
bier127.txt	127	16129	50	118282	122338	3.43	63.6251
rat195.txt	195	3802	35	2323	2382	2.572	82.1158
rat195.txt	195	3802	40	2323	2387	2.787	81.1974
rat195.txt	195	3802	50	2323	2382	2.567	96.233
rat195.txt	195	9506	35	2323	2380	2.459	85.8612
rat195.txt	195	9506	40	2323	2389	2.863	93.2239
rat195.txt	195	9506	50	2323	2381	2.47	84.0614
rat195.txt	195	38025	35	2323	2400	3.331	74.067
rat195.txt	195	38025	40	2323	2412	3.831	165.02
rat195.txt	195	38025	50	2323	2379	2.427	101.02
pr299.txt	299	8940	35	48191	50682	5.169	257.197
pr299.txt	299	8940	40	48191	50936	5.697	286.124
pr299.txt	299	8940	50	48191	60232	4.987	283.923
pr299.txt	299	22350	35	48191	50588	4.975	272.512
pr299.txt	299	22350	40	48191	50864	5.547	305.295
pr299.txt	299	22350	50	48191	51325	6.505	355.359
pr299.txt	299	89401	35	48191	50800	5.415	300.175
pr299.txt	299	89401	40	48191	51533	6.935	346.872
pr299.txt	299	89401	50	48191	51398	6.656	373.934
pr439.txt	439	19272	35	107217	116440	8.60	357.197
pr439.txt	439	19272	40	107217	116253	8.43	386.124
pr439.txt	439	19272	50	107217	116153	8.33	383.923
pr439.txt	439	48180	35	107217	115517	7.74	372.512
pr439.txt	439	48180	40	107217	115470	7.70	405.295
pr439.txt	439	48180	50	107217	115174	7.42	455.359
pr439.txt	439	192721	35	107217	114539	6.83	400.175
pr439.txt	439	192721	40	107217	114313	6.62	446.872
pr439.txt	439	192721	50	107217	114283	6.59	473.934

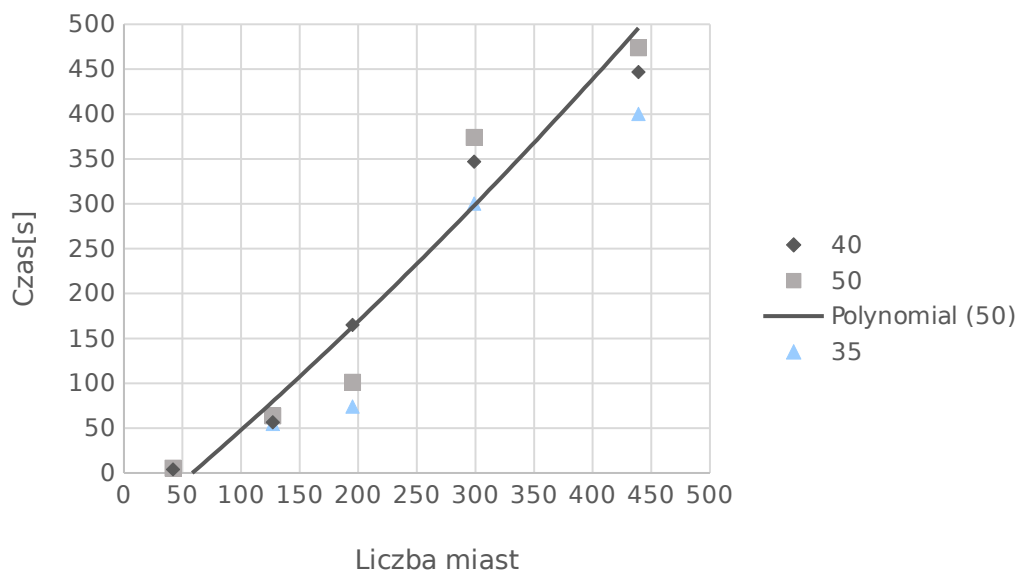
Tabela 1 Przedstawia zestawienie testu dla problemu symetrycznego komiwojażera.



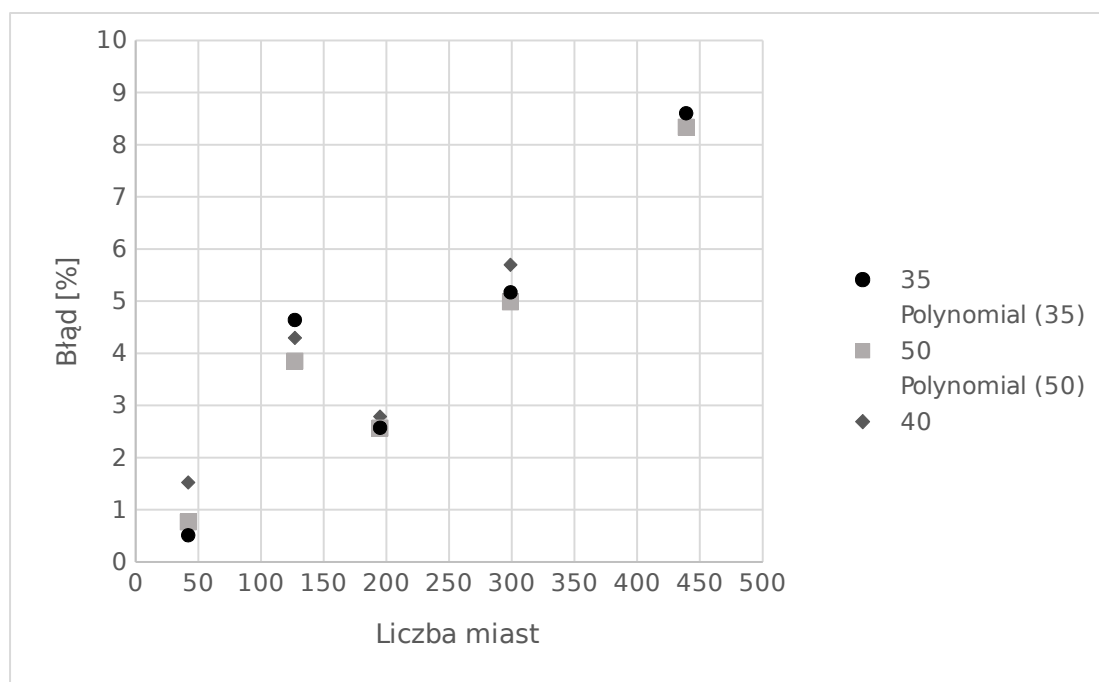
Rysunek 1 Przedstawia zależność czasu od liczby miast dla $\frac{n^2}{10}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



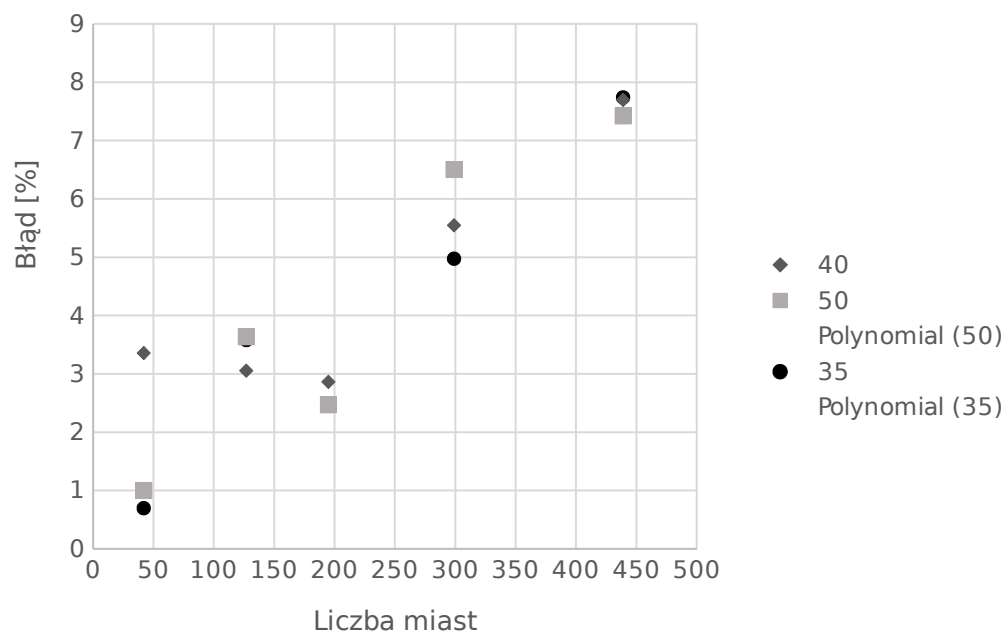
Rysunek 2 Przedstawia zależność czasu od liczby miast dla $\frac{n^2}{4}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



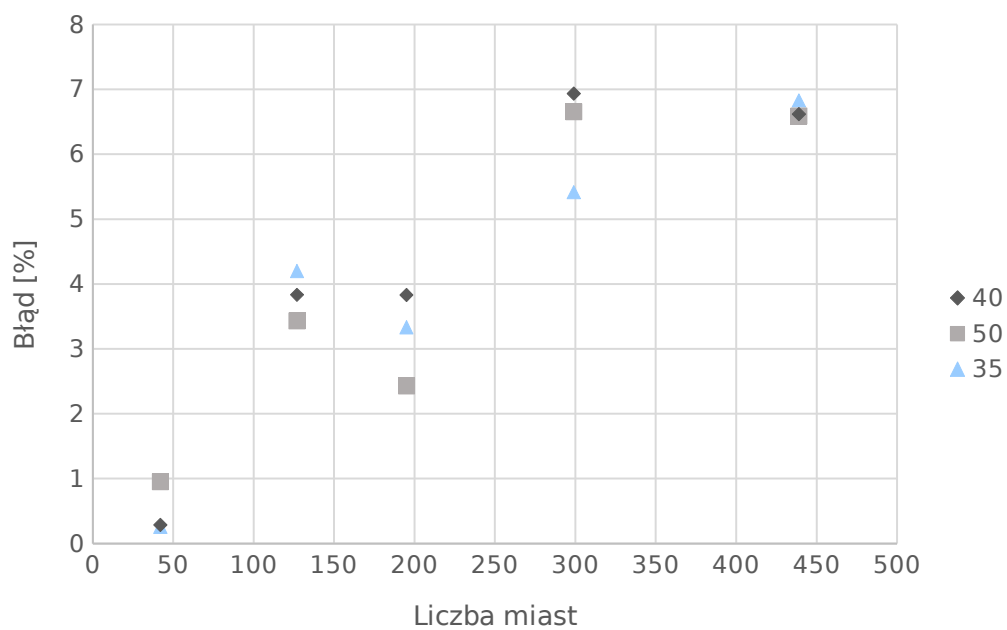
Rysunek 3 Przedstawia zależność czasu od liczby miast dla n^2 maksymalnej liczby iteracji na temperature.



Rysunek 4 Przedstawia zależność błędu od liczby miast dla $\frac{n^2}{10}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



Rysunek 5 Przedstawia zależność błędu od liczby miast dla $\frac{n^2}{4}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



Rysunek 6 Przedstawia zależność błędu od liczby miast dla n^2 maksymalnej liczby iteracji na temperature.

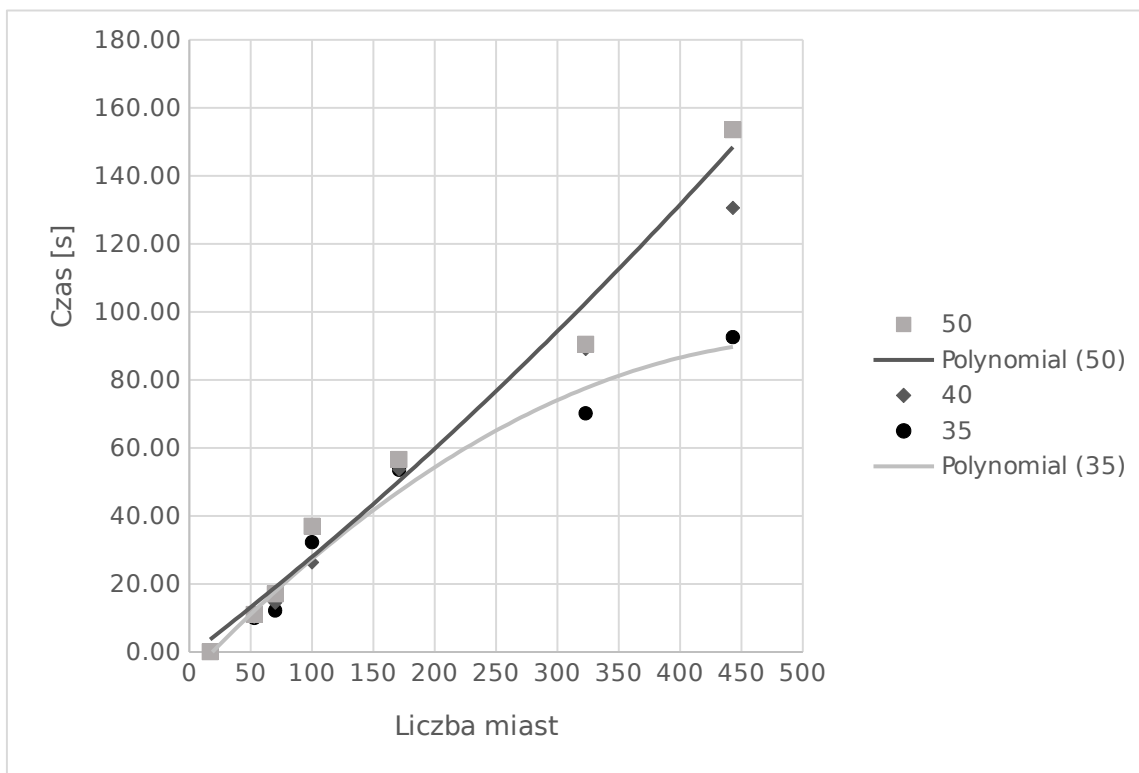
5.2 Dla asymetrycznego problemu komiwojażera.

Nazwa instancji problemu	Liczba miast	Maksymalna liczba iteracji na temperature	Liczba iteracji bez poprawy rozwiązania	Dokładne rozwiązanie	Rozwiązanie przez otrzymane algorytm	Błąd	Czas wykonania algorytmu [s]
br17.txt	17	28	35	39	39	0.00	0.04
br17.txt	17	28	40	39	39	0.00	0.05
br17.txt	17	28	50	39	39	0.00	0.05
br17.txt	17	72	35	39	39	0.00	0.08
br17.txt	17	72	40	39	39	0.00	0.10
br17.txt	17	72	50	39	39	0.00	0.12
br17.txt	17	289	35	39	39	0.00	0.22
br17.txt	17	289	40	39	39	0.00	0.28
br17.txt	17	289	50	39	39	0.00	0.39
ft53.txt	53	280	35	6905	7119	3.11	10.00
ft53.txt	53	280	40	6905	7092	2.72	10.30
ft53.txt	53	280	50	6905	7078	2.51	11.06
ft53.txt	53	702	35	6905	7062	2.28	15.01
ft53.txt	53	702	40	6905	7059	2.23	16.87
ft53.txt	53	702	50	6905	7086	2.63	23.50
ft53.txt	53	2809	35	6905	7113	3.02	17.98
ft53.txt	53	2809	40	6905	7051	2.11	13.45
ft53.txt	53	2809	50	6905	6994	1.29	18.49
ft70.txt	70	490	35	38673	39384	1.84	12.17
ft70.txt	70	490	40	38673	39296	1.61	14.44
ft70.txt	70	490	50	38673	39272	1.55	17.08
ft70.txt	70	1225	35	38673	39355	1.76	10.23
ft70.txt	70	1225	40	38673	39299	1.62	12.98
ft70.txt	70	1225	50	38673	39127	1.17	13.52
ft70.txt	70	4900	35	38673	39357	1.77	13.40
ft70.txt	70	4900	40	38673	39290	1.60	16.32
ft70.txt	70	4900	50	38673	38992	0.83	13.29
kro124.txt	100	1000	35	36230	37383	3.18	32.26
kro124.txt	100	1000	40	36230	37265	2.86	26.28
kro124.txt	100	1000	50	36230	37361	3.12	37.01
kro124.txt	100	2500	35	36230	37157	2.56	32.38
kro124.txt	100	2500	40	36230	37281	2.90	32.63
kro124.txt	100	2500	50	36230	37133	2.49	38.00
kro124.txt	100	10000	35	36230	36876	1.78	34.95
kro124.txt	100	10000	40	36230	36766	1.48	25.86
kro124.txt	100	10000	50	36230	36633	1.11	35.98

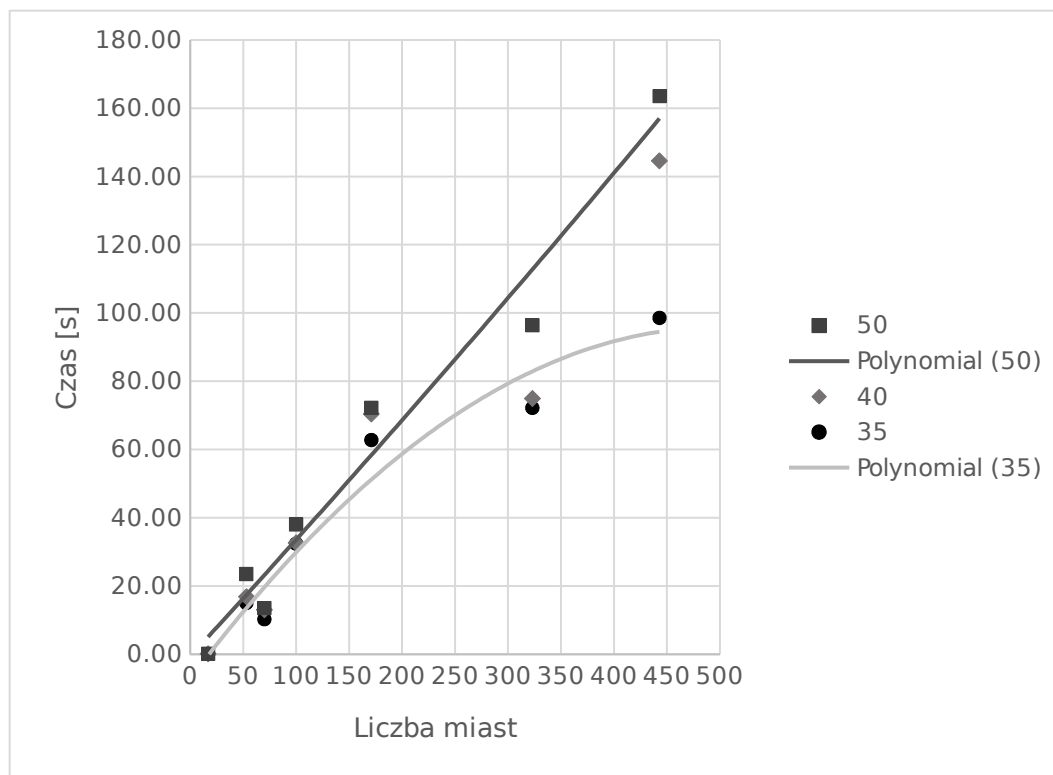
Tabela 2 Przedstawia zestawienie testu dla problemu asymetrycznego komiwojażera.

Nazwa instancji problemu	Liczba miast	Maksymalna liczba iteracji na temperature	Liczba iteracji bez poprawy rozwiązania	Dokładne rozwiązanie	Rozwiązanie przez otrzymane algorytm	Błąd	Czas wykonania algorytmu [s]
tv170.txt	171	2924	35	2755	2992	8.60	53.56
tv170.txt	171	2924	40	2755	2987	8.43	53.61
tv170.txt	171	2924	50	2755	2985	8.33	56.58
tv170.txt	171	7310	35	2755	2968	7.74	62.76
tv170.txt	171	7310	40	2755	2967	7.70	70.43
tv170.txt	171	7310	50	2755	2959	7.42	72.17
tv170.txt	171	29241	35	2755	2943	6.83	99.81
tv170.txt	171	29241	40	2755	2937	6.62	100.37
tv170.txt	171	29241	50	2755	2937	6.59	106.36
rgb323.txt	323	10432	35	1326	1434	8.15	70.16
rgb323.txt	323	10432	40	1326	1393	5.05	89.06
rgb323.txt	323	10432	50	1326	1346	1.50	90.46
rgb323.txt	323	26082	35	1326	1390	4.79	72.18
rgb323.txt	323	26082	40	1326	1370	3.32	74.94
rgb323.txt	323	26082	50	1326	1344	1.35	96.40
rgb323.txt	323	104329	35	1326	1369	3.23	92.14
rgb323.txt	323	104329	40	1326	1357	2.35	103.72
rgb323.txt	323	104329	50	1326	1345	1.44	123.59
rgb443.txt	443	19624	35	2720	2723	0.11	92.55
rgb443.txt	443	19624	40	2720	2723	0.11	130.55
rgb443.txt	443	19624	50	2720	2722	0.10	153.55
rgb443.txt	443	49062	35	2720	2723	0.10	98.55
rgb443.txt	443	49062	40	2720	2723	0.10	144.55
rgb443.txt	443	49062	50	2720	2722	0.08	163.55
rgb443.txt	443	196249	35	2720	2723	0.10	140.77
rgb443.txt	443	196249	40	2720	2722	0.08	159.28
rgb443.txt	443	196249	50	2720	2721	0.04	176.29

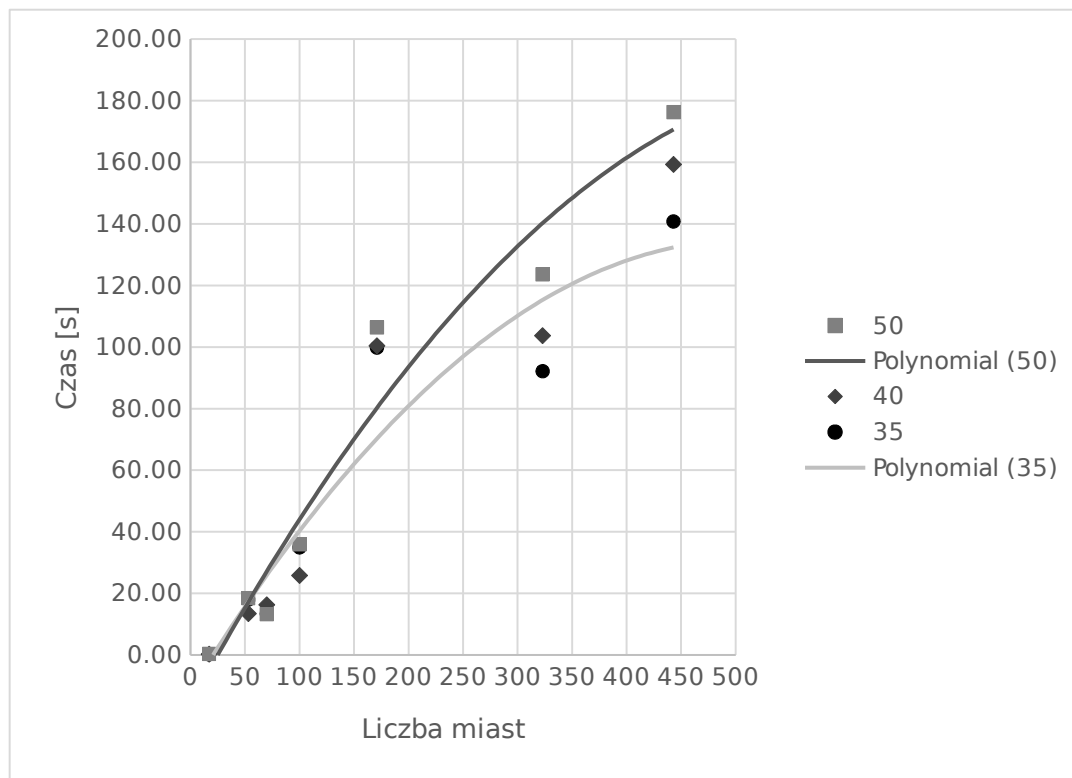
Tabela 3 Przedstawia zestawienie testu dla problemu asymetrycznego komiwojażera.



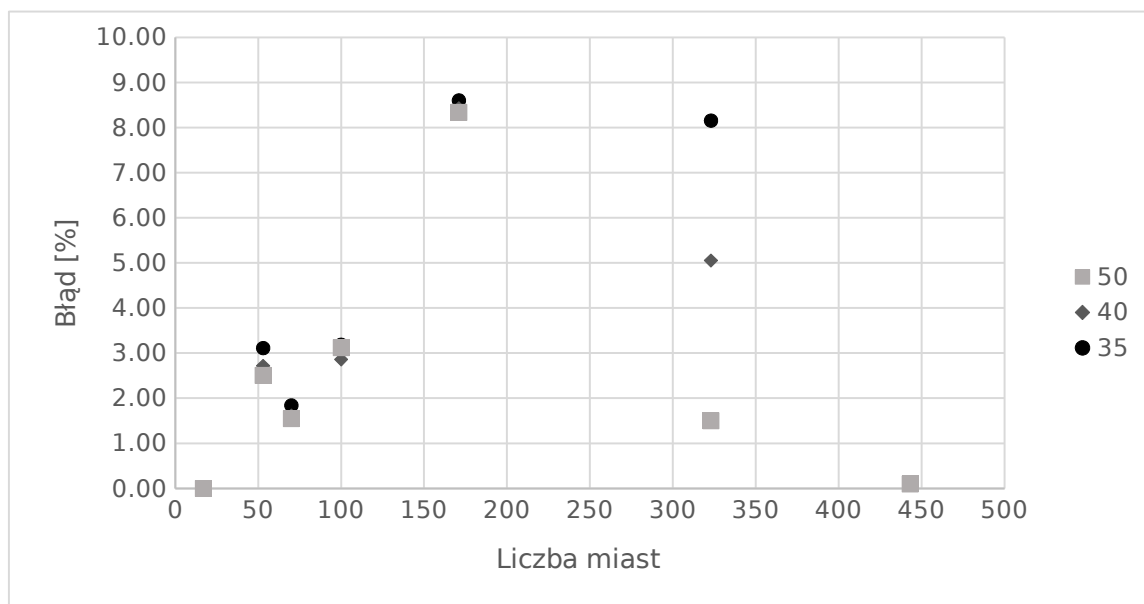
Rysunek 7 Przedstawia zależność czasu od liczby miast dla $\frac{n^2}{10}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



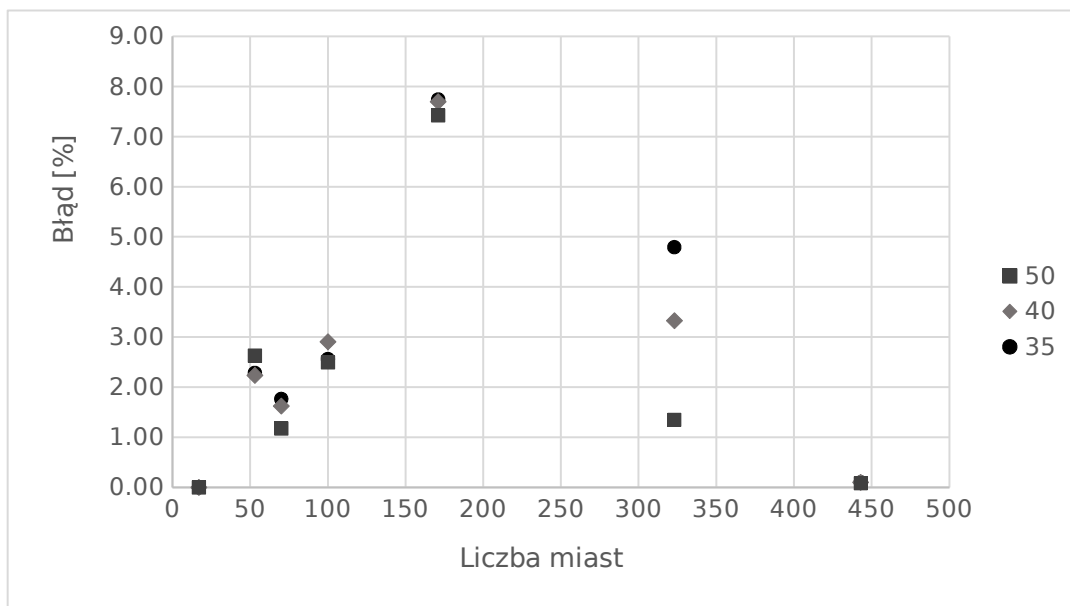
Rysunek 8 Przedstawia zależność czasu od liczby miast dla $\frac{n^2}{4}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



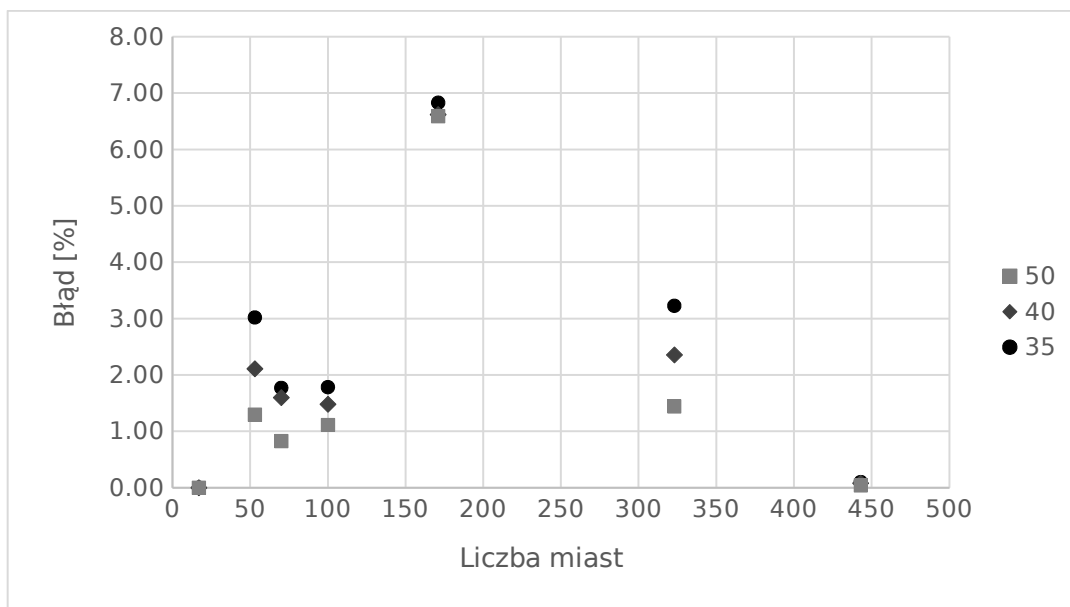
Rysunek 9 Przedstawia zależność czasu od liczby miast dla n^2 maksymalnej liczby iteracji na temperature.



Rysunek 10 Przedstawia zależność błędu od liczby miast dla $\frac{n^2}{10}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



Rysunek 11 Przedstawia zależność błędu od liczby miast dla $\frac{n^2}{4}$ maksymalnej liczby iteracji na temperature.



Rysunek 12 Przedstawia zależność błędu od liczby miast dla n^2 maksymalnej liczby iteracji na temperature.

6. Wnioski:

- Algorytm jest heurystyka więc z pewnością przybliży dość dobrze tylko pewną część zbioru symetrycznego i asymetrycznego problemu komiwojażera.

- Duża temperatura początkowa powoduje błędzenie losowe oraz wydłużenie czasu.
- Im większy dobierany współczynnik obniżania temperatury tym algorytm znajduje lepsze rozwiązanie kosztem czasu.
- Złożoność obliczeniowa algorytmu może zależeć od konkretnej instancji problemu.