预测控制大作业报告

开课学院：电子信息与电气工程学院　　　　**2020 年 4 月 12 日**

学院	电院	班级	B1903294	姓名	盛子豪	学号	119032910114
作业名称		多变量系统的动态矩阵控制 (DMC)				指导教授	李德伟

1　多变量 DMC 原理分析

多变量 MDC 是在单变量 DMC 的基础上推导出来的，首先，单变量 DMC 算法建立在以下基本原理基础上：

- 基于预测模型和线性系统比例、叠加性质的输出预测；
- 基于最有输出跟踪和抑制控制变化的在线滚动优化；
- 基于实时检测输出信息的误差预测和校正。

而且这些原理很容易推广到多变量系统上。

设被控对象有 m 个控制输入，p 个输出，假定已测得每一输出 y_i 对每一输入 u_j 的单位阶跃相应 $a_{ij}(t)$，则可由阶跃响应都在采样点上的值组成模型向量

$$a_{ij} = [a_{ij}(1) \cdots a_{ij}(N)]^T, i = 1, \cdots, p, j = 1, \cdots, m$$

其中，N 为建模时域，为了统一记号和方便编程，对不同的输入输出间的阶跃响应采用相同的模型时域长度 N。

多变量 DMC 算法和单变量 DMC 一样，同样包括三个部分：预测模型、滚动优化和反馈校正。

1.1　预测模型

对于单变量系统，首先需要测定对象单位阶跃响应的采样值 $a_i = a(iT)$，其中 T 为采样周期。对于渐进稳定的对象，阶跃响应在某一时刻 $t_N = NT$ 后将趋于平稳，以致 $a_i, i > N$ 与 a_N 的误差已减小到与量化误差及测量误差有相同的数量级，因此可以认为 a_N 已近似等于阶跃响应在 $t \to \infty$ 时的稳态值 a_∞。这样，对象的动态信息就可近似地使用有限集合 $\{a_1, a_2, \cdots, a_N\}$ 加以描述。

对于线性多变量系统，其每一输出受到多个输入的影响，它的动态变化可由每个输入对其产生的变化叠加而成。因此，首先考虑输入 u_j 所引起的输出 y_i 的变化。在 k 时刻，可写出 u_j 有增量 $\Delta u_j(k)$ 时 y_i 在未来 N 个时刻的输出预测值

$$\tilde{y}_{i,N1}(k) = \tilde{y}_{i,N0}(k) + a_{ij}\Delta u_j(k) \tag{1}$$

其中，

$$\tilde{y}_{i,N1}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_{i,1}(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{y}_{i,1}(k+N|k) \end{bmatrix}, \quad \tilde{y}_{i,N0}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{y}_{i,0}(k+1|k) \\ \vdots \\ \tilde{y}_{i,0}(k+N|k) \end{bmatrix}$$

$\tilde{y}_{i,N0}(k)$ 的各分量表示在 k 时刻全部控制量 $u_1, \cdots, u_m$ 保持不变时对 y_i 在未来 N 个时刻的初始输出预测值。

同样地，在 k 时刻起当 u_j 依次有 M 个增量变化 $\Delta u_j(k),\cdots,\Delta u_j(k+M-1)$ 时，可得 y_i 在未来 P 个时刻的输出预测值为

$$\tilde{y}_{i,PM}(k)=\tilde{y}_{i,P0}(k)+A_{ij}\Delta u_{j,M}(k) \tag{2}$$

其中，

$$\tilde{y}_{i,PM}(k)=\begin{bmatrix}\tilde{y}_{i,M}(k+1|k)\\ \vdots \\ \tilde{y}_{i,M}(k+P|k)\end{bmatrix},\qquad \tilde{y}_{i,P0}(k)=\begin{bmatrix}\tilde{y}_{i,0}(k+1|k)\\ \vdots \\ \tilde{y}_{i,0}(k+P|k)\end{bmatrix}$$

$$A_{ij}=\begin{bmatrix}a_{ij}(1) & & \mathbf{0}\\ \vdots & \ddots & \\ a_{ij}(M) & \cdots & a_{ij}(1)\\ \vdots & & \\ a_{ij}(P) & \cdots & a_{ij}(P-M+1)\end{bmatrix},\Delta u_{j,M}(k)=\begin{bmatrix}\Delta u_j(k)\\ \vdots \\ \Delta u_j(k+M-1)\end{bmatrix}$$

公式 (1) 和 (2) 就是 y_i 在 u_j 单独作用下的预测模型。若 y_i 受到 $u_1,\cdots,u_m$ 的共同作用，则可按照线性系统的性质进行叠加。

1.2 滚动优化

DMC 是一种以优化确定控制输入的算法。在多变量 DMC 的滚动优化中，要通过 m 个控制输入 u_j 各自在未来 M 个时刻的变化，使每一输出 y_i 在未来 P 个时刻紧密跟踪相应的期望值 w_i，同时对这些控制量的变化通过在性能指标中加入相应的惩罚项加以抑制。在采样时刻 $t=kT$ 的优化性能指标可写为

$$\min J(k)=\|w(k)-\tilde{y}_{PM}(k)\|_Q^2+\|\Delta u_M(k)\|_R^2 \tag{3}$$

其中

$$w(k)=\begin{bmatrix}w_1(k)\\ \vdots \\ w_p(k)\end{bmatrix},w_i(k)=\begin{bmatrix}w_i(k+1)\\ \vdots \\ w_i(k+P)\end{bmatrix},i=1,\cdots,p$$

$$Q=\mathrm{block}-\mathrm{diag}(Q_1,\cdots,Q_p)$$

$$Q_i=\mathrm{diag}[q_i(1),\cdots,q_i(P)],i=1,\cdots,p$$

$$R=\mathrm{block}-\mathrm{diag}(R_1,\cdots,R_m)$$

$$R_j=\mathrm{diag}[r_j(1),\cdots,r_j(M)],j=1,\cdots,m$$

其中 Q 和 R 分别称为误差权矩阵和控制权矩阵。

显然，在不同时刻，优化性能指标是不同的，但其相对形式却是一致的，都具有类似于 (1) 的形式，所谓“滚动优化”，就是指优化时域随时间不断地向前推移。

在不考虑输入输出约束的情况下，由预测模型 (2)，可以求出使性能指标 (3) 最优的全部控制增量

$$\Delta u_M(k)=(A^TQA+R)^{-1}A^TQ[w(k)-\tilde{y}_{P0}(k)] \tag{4}$$

由于这一最优解完全是基于预测模型求得的因而是开环最优解。

1.3 反馈校正

在 k 时刻实施控制后，即可算出对象在未来时刻的各输出值。到 $k+1$ 时刻测得各实际输出值 $y_i(k+1)$ 后，即可与相应的预测值比较并构成误差向量。利用这一误差信息用启发式加权方法预测未来的输出误差，并以此补偿基于模型的预测，可以得到经过校正的预测向量。

由于时间基点已从 k 时刻转移到 $k+1$ 时刻，所以校正后的预测向量 $\tilde{y}_{cor}(k+1)$ 可通过移位构成 $k+1$ 时刻的初始预测值

$$\tilde{y}_{N0}(k+1) = S_0\tilde{y}_{cor}(k+1) \tag{5}$$

其中，

$$S_0 = \begin{bmatrix} S & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & S \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \\ & & 0 & 1 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

整个控制就使按照这一过程反复进行的。对于 $m = p = 2$ 的多变量 DMC 结构如图1。

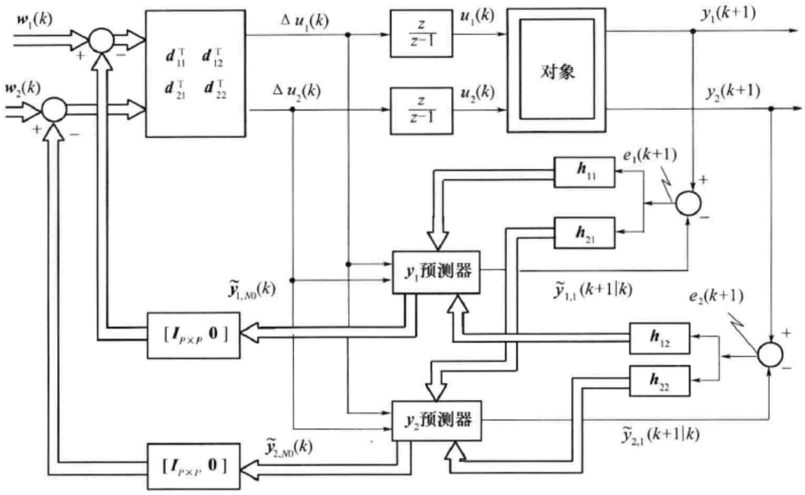

图 1: 多变量 DMC 算法

2 Matlab 实现

2.1 系统及参数

2.1.1 系统

此次作业建立一个两输入两输出的系统，输入输出关系如下：

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{5}{3s^2+s+3} & \frac{3}{s^2+2s+5} \\ \frac{6}{2s^2+s+7} & \frac{9}{2s^2+3s+6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}$$

2.1.2 参数

采样周期设为 $T = 2\mathrm{s}$，建模时域设为 $N = 150$，优化时域 $P = 24$，控制时域 $M = 12$。经过多次调参确定误差权矩阵 $Q = \mathrm{block-diag}(I_P, I_P)$，控制权矩阵 $R = \mathrm{block-diag}(300I_M, 300I_M)$，校正参数矩阵

$$H = \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix}，其中 H_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 0 \end{bmatrix}，H_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 1 \end{bmatrix}。$$

2.2 结果

最终实验得到如下的结果：

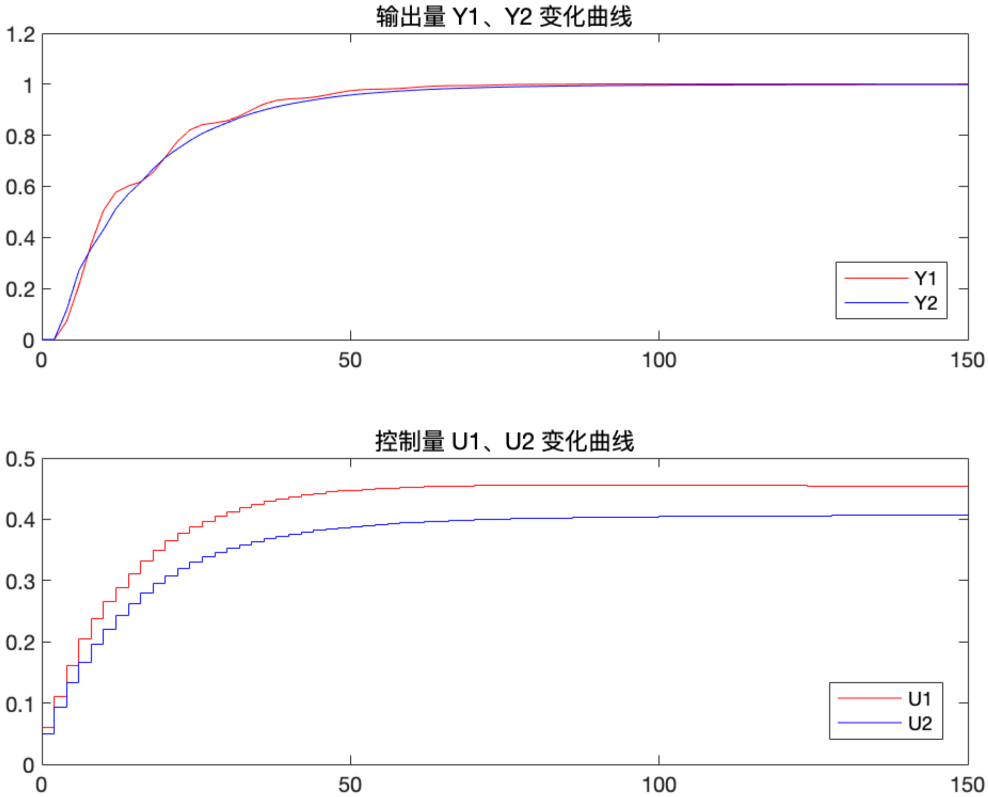

图 2: 多变量 DMC 结果

3 心得体会

通过此次大作业，我更加深入地学习了 DMC 算法的设计流程，并且通过编程得到进一步巩固。在最终得到比较好的系统响应结果的过程之中，我学习了调参的一些技巧。在编程的过程中，我更加深入地体会到了 DMC 算法的优点，比如采用易于测取的对象阶跃响应做模型，算法简单、计算量较少、鲁棒性强，适用于有纯时延、开环渐进稳定的非最小相位系统，包含了数字积分环节，对消除系统静差非常有效。虽然 DMC 已经发展了几十年，而且已经相当成熟，但是现在依然展现着巨大的潜力，我们应当注意 DMC 与目前的发展趋势的结合，推动其不断发展。