

Sprawozdanie 1

Mateusz Cieślak

2025-11-10

Spis treści

| | | |
|----------|---------------------|-----------|
| 1 | Lista 1 | 1 |
| 1.1 | Zadanie 1 | 1 |
| 1.2 | Zadanie 2 | 2 |
| 1.3 | Zadanie 3 | 3 |
| 1.4 | Zadanie 4 | 3 |
| 1.5 | Zadanie 5 | 4 |
| 2 | Lista 2 | 5 |
| 2.1 | Zadanie 1 | 5 |
| 2.2 | Zadanie 2 | 6 |
| 2.3 | Zadanie 3 | 6 |
| 3 | Lista 3 | 7 |
| 3.1 | Zadanie 1 | 7 |
| 3.2 | Zadanie 2 | 8 |
| 3.3 | Zadanie 3 | 9 |
| 4 | Lista 4 | 10 |
| 4.1 | Zadanie 1 | 10 |
| 4.2 | Zadanie 2 | 10 |
| 4.3 | Zadanie 3 | 12 |

Spis rysunków

| | | |
|---|--|---|
| 1 | Ilustracje hazardu dla różnych parametrów | 3 |
| 2 | Porównanie wygenerowanych histogramów do teoretycznych gęstości dla różnych parametrów | 4 |

Spis tabel

| | | |
|---|--|---|
| 1 | Statystyki empiryczne prób z rozkładu Exponentiated-Weibull | 4 |
| 2 | Wartości teoretyczne rozkładu Exponentiated-Weibull | 5 |
| 3 | Statystyki opisowe – cenzurowanie typu I | 6 |
| 4 | Statystyki opisowe – cenzurowanie typu II | 6 |
| 5 | Statystyki opisowe – cenzurowanie losowe | 6 |
| 6 | Statystyki opisowe dla grup A i B | 6 |
| 7 | Oszacowania parametrów rozkładu wykładniczego | 7 |
| 8 | Przedziały ufności dla średniego czasu do remisji choroby dla pacjentów leczonych lekiem A i B dla różnych poziomów α | 8 |
| 9 | Oszacowania parametrów rozkładu wykładniczego | 9 |

| | | |
|----|--|----|
| 10 | Przedziały ufności dla średniego czasu do remisji choroby dla pacjentów leczonych lekiem A i B dla różnych poziomów α | 9 |
| 11 | Porównanie dokładności estymatorów na podstawie obciążenia i błędu średniokwadratowego | 10 |
| 12 | Moc testu LRT dla $n = 20$ | 11 |
| 13 | Moc testu LRT dla $n = 50$ | 12 |
| 14 | Weryfikacja hipotezy o średnim czasie do remisji w grupach A i B | 12 |

Wykorzystane biblioteki:

```
library(knitr)
library(kableExtra)
library(binom)
```

1 Lista 1

1.1 Zadanie 1

W tym zadaniu piszemy deklaracje czterech funkcji.

Funkcja gęstości:

$$f(t; \alpha, \beta, \gamma) = \frac{\alpha\gamma}{\beta} \left(\frac{t}{\beta}\right)^{\alpha-1} \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right) \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)\right]^{\gamma-1}$$

Dystrybuanta:

$$F(t; \alpha, \beta, \gamma) = \left[1 - \exp\left(-\left(\frac{t}{\beta}\right)^\alpha\right)\right]^\gamma$$

Funkcja kwantylowa:

$$Q(p; \alpha, \beta, \gamma) = \beta \left[-\ln(1 - p^{1/\gamma})\right]^{1/\alpha}$$

Funkcja hazardu:

$$h(t; \alpha, \beta, \gamma) = \frac{f(t; \alpha, \beta, \gamma)}{1 - F(t; \alpha, \beta, \gamma)}$$

```
# gęstość
gestosc <- function(t, a, b, g) {
  if (any(c(a, b, g) <= 0)) stop("Parametry a, b, g muszą być dodatnie (> 0).")
  if (any(t < 0)) stop("Czas t musi być nieujemny (t >= 0).")

  ft <- (a * g / b) * ((t / b)^(a - 1)) *
    exp(-(t / b)^a) * ((1 - exp(-(t / b)^a))^(g - 1))

  return(ft)
}

# dystrybuanta
dystrybuanta <- function(t, a, b, g) {
  if (any(c(a, b, g) <= 0)) stop("Parametry a, b, g muszą być dodatnie (> 0).")
```

```

if (any(t < 0)) stop("Czas t musi być nieujemny (t >= 0).")

Ft <- (1 - exp(-(t / b)^a))^g
return(Ft)
}

# kwantyl
kwantyl <- function(p, a, b, g) {
  if (any(c(a, b, g) <= 0)) stop("Parametry a, b, g muszą być dodatnie (> 0).")
  if (any(p < 0 | p > 1)) stop("Prawdopodobieństwa p muszą być w zakresie [0, 1].")

  Qt <- b * (-log(1 - p^(1 / g)))^(1 / a)
  return(Qt)
}

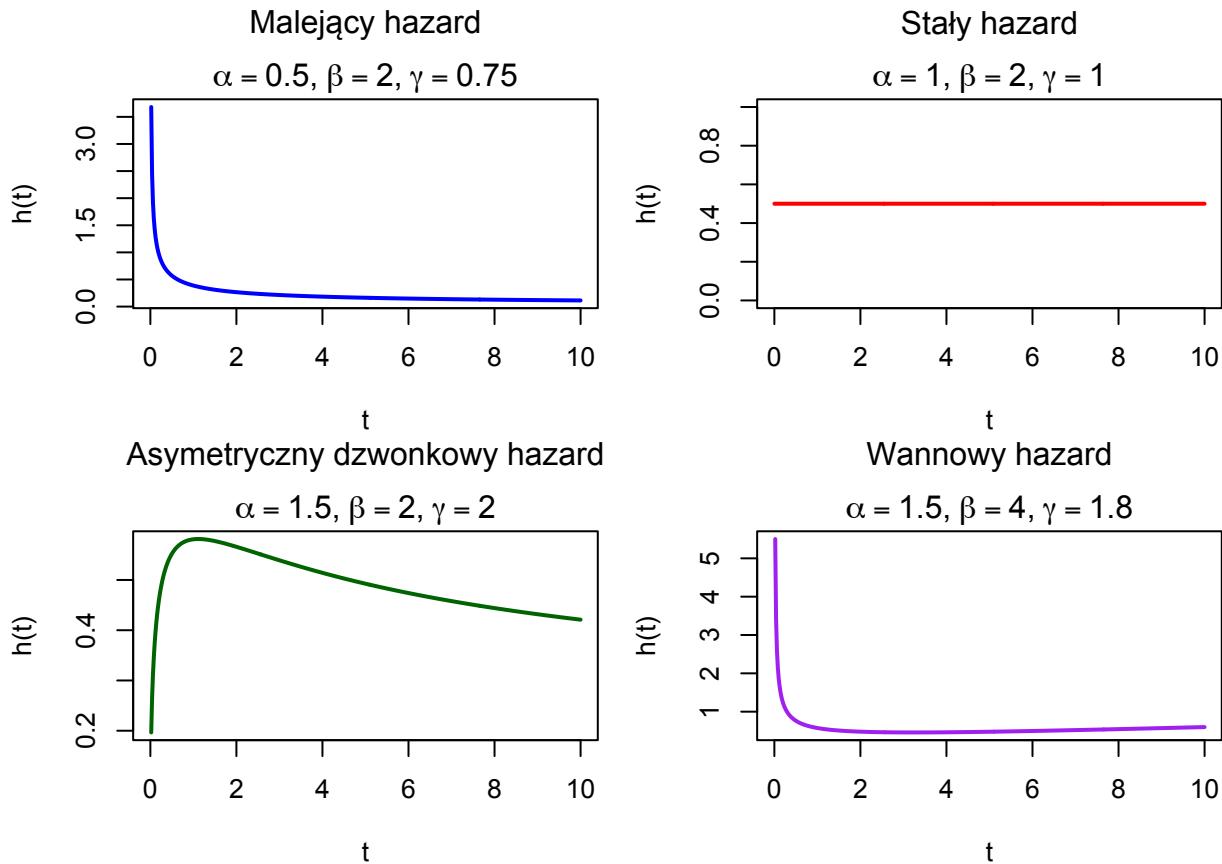
# hazard (intensywność ryzyka)
hazard <- function(t, a, b, g) {
  if (any(c(a, b, g) <= 0)) stop("Parametry a, b, g muszą być dodatnie (> 0).")
  if (any(t < 0)) stop("Czas t musi być nieujemny (t >= 0).")

  ft <- gestosc(t, a, b, g)
  Ft <- dystrybuanta(t, a, b, g)
  ht <- ft / (1 - Ft)
  return(ht)
}

```

1.2 Zadanie 2

W niniejszym zadaniu testujemy różne parametry, aby zilustrować różne kształty wykresów funkcji hazardu.



Rysunek 1: Ilustracje hazardu dla różnych parametrów

1.3 Zadanie 3

Deklarujemy funkcję do generowania zmiennych z rozkładu $\mathcal{EW}(\alpha, \beta, \gamma)$.

```
generuj_EW <- function(n, a, b, g) {
  u <- runif(n)
  t <- kwantyl(u, a, b, g)
  return(t)
}
```

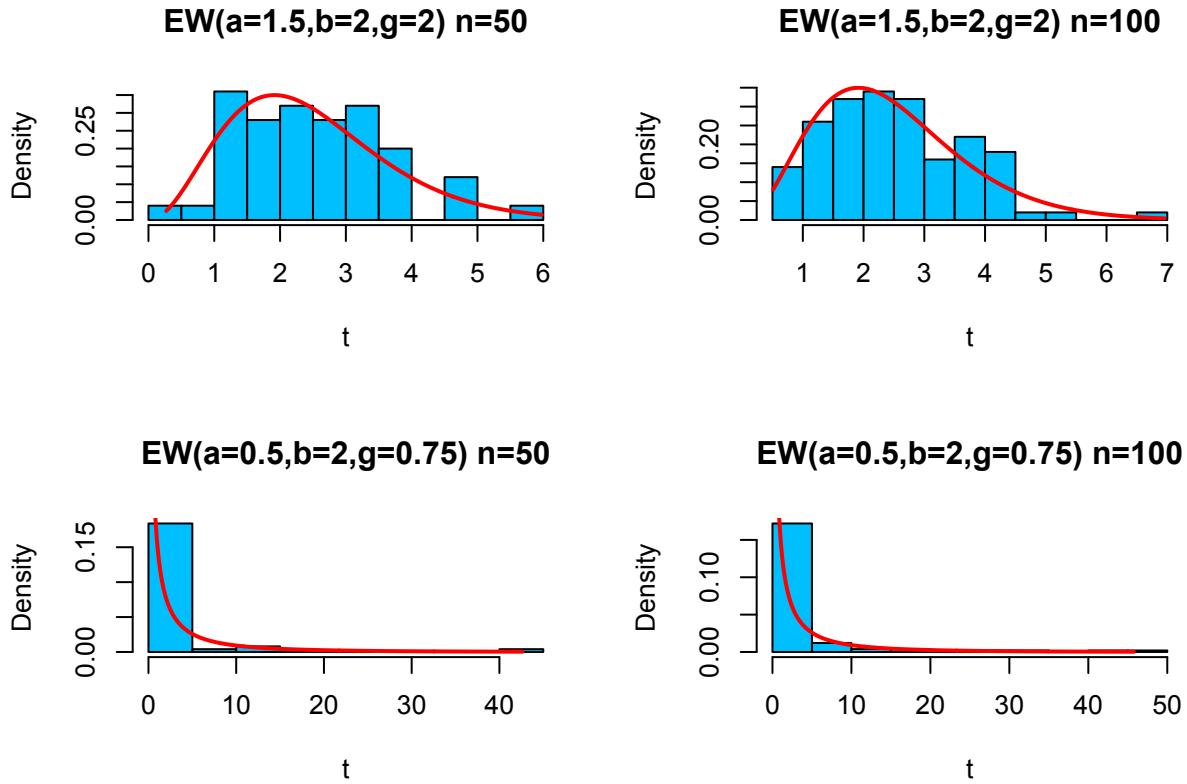
1.4 Zadanie 4

Będziemy analizować dwie trójki parametrów:

- p1 = ($\alpha = 1.5, \beta = 2, \gamma = 2$)
- p2 = ($\alpha = 0.5, \beta = 2, \gamma = 0.75$)

dla $n = 50$ i $n = 100$ obserwacji.

Zobaczmy również jak ich gęstości wyglądają w porównaniu do teoretycznych gęstości.



Rysunek 2: Porównanie wygenerowanych histogramów do teoretycznych gęstości dla różnych parametrów

Możemy zauważyć, że kształty histogramów są podobne do teoretycznych gęstości, szczególnie dla większego $n = 100$.

1.5 Zadanie 5

Ponownie analizujemy próbki wygenerowane w poprzednim zadaniu dla różnych trójk parametrów

- $p1 = (\alpha = 1.5, \beta = 2, \gamma = 2)$
- $p2 = (\alpha = 0.5, \beta = 2, \gamma = 0.75)$

dla $n = 50$ i $n = 100$ obserwacji.

Tym razem zobaczymy jak wyglądają statystyki opisowe wyznaczone na podstawie wygenerowanych danych w porównaniu z teoretycznymi wartościami.

Tabela 1: Statystyki empiryczne prób z rozkładu Exponentiated-Weibull

| | n | α | β | γ | średnia | medianą | sd | q1 | q3 | rozstęp | min | max |
|-----|-----|----------|---------|----------|---------|---------|-------|-------|-------|---------|------|--------|
| p1 | 50 | 1.5 | 2 | 2.00 | 2.498 | 2.334 | 1.184 | 1.573 | 3.111 | 5.707 | 0.27 | 5.977 |
| p1' | 100 | 1.5 | 2 | 2.00 | 2.558 | 2.396 | 1.159 | 1.706 | 3.381 | 6.445 | 0.51 | 6.956 |
| p2 | 50 | 0.5 | 2 | 0.75 | 2.370 | 0.430 | 6.365 | 0.038 | 1.969 | 42.631 | 0.00 | 42.631 |
| p2' | 100 | 0.5 | 2 | 0.75 | 3.310 | 0.690 | 7.839 | 0.094 | 2.272 | 45.764 | 0.00 | 45.764 |

Zazwyczaj dla $n = 100$ wyniki są bliższe teoretycznych wartości.

Tabela 2: Wartości teoretyczne rozkładu Exponentiated-Weibull

| | α | β | γ | medianą teoretyczna | q1 teoretyczny | q3 teoretyczny |
|----|----------|---------|----------|---------------------|----------------|----------------|
| p1 | 1.5 | 2 | 2.00 | 2.293 | 1.566 | 3.185 |
| p2 | 0.5 | 2 | 0.75 | 0.511 | 0.059 | 2.617 |

2 Lista 2

2.1 Zadanie 1

Poniżej znajdują się funkcje odpowiadające za generowanie zmiennych cenzurowanych z ogólnionego rozkładu wykładniczego w przypadku cenzurowania I typu, II typu i losowego.

```
#kwantyl
rGE <- function(n, l, a) {
  if(any(c(n,l,a) <= 0)) stop("n, lambda i alpha muszą być > 0")
  u <- runif(n)
  x <- - (1 / l) * log(1 - u^(1/a))
  return(x)
}

generuj_typI <- function(n, l, a, t0, return_full = FALSE) {
  if(t0 < 0) stop("t0 musi być >= 0")
  T <- rGE(n, l, a)
  C <- rep(t0, n)
  time <- pmin(T, C)
  delta <- as.integer(T <= C) # 1 = zdarzenie zaobserwowane, 0 = cenzurowane
  out <- data.frame(time = time, delta = delta)
  if(return_full) out <- cbind(out, T = T, C = C)
  return(out)
}

generuj_typII <- function(n, l, a, m, return_full = FALSE) {
  if(m <= 0 || m > n) stop("m musi spełniać 1 <= m <= n")
  T <- rGE(n, l, a)
  T_sorted <- sort(T)
  censor_time <- T_sorted[m] # czas zatrzymania
  C <- rep(censor_time, n)
  time <- pmin(T, C)
  delta <- as.integer(T <= C)
  out <- data.frame(time = time, delta = delta)
  if(return_full) out <- cbind(out, T = T, C = C)
  return(out)
}

generuj_losowo <- function(n, l, a, eta, return_full = FALSE) {
  if(eta <= 0) stop("eta musi być > 0")
  T <- rGE(n, l, a)
  rate <- 1 / eta
  C <- rexp(n, rate = rate)
  time <- pmin(T, C)
```

```

delta <- as.integer(T <= C)
out <- data.frame(time = time, delta = delta)
if(return_full) out <- cbind(out, T = T, C = C)
return(out)
}

```

2.2 Zadanie 2

Korzystając z napisanych funkcji wygenerujemy po jednym zbiorze danych cenzurowanych z każdego typu z rozkładu $\mathcal{GE}(\lambda, \alpha)$ i sprawdzimy sensowne dla nich statystyki opisowe.

Tabela 3: Statystyki opisowe – cenzurowanie typu I

| liczba_obserwacji | kompletne | cenzurowane | min | Q1 | mediana | Q3 |
|-------------------|-----------|-------------|--------|-------|---------|----|
| 100 | 61 | 39 | 0.0653 | 1.117 | 2.1458 | 3 |

Tabela 4: Statystyki opisowe – cenzurowanie typu II

| liczba obserwacji | kompletne | cenzurowane | min | Q1 | mediana | Q3 | max |
|-------------------|-----------|-------------|--------|--------|---------|--------|--------|
| 100 | 60 | 40 | 0.0463 | 0.6701 | 1.6688 | 2.1681 | 2.1681 |

Tabela 5: Statystyki opisowe – cenzurowanie losowe

| liczba_obserwacji | kompletne | cenzurowane | min | Q1 | mediana | Q3 | max |
|-------------------|-----------|-------------|--------|--------|---------|--------|--------|
| 100 | 47 | 53 | 0.0172 | 0.5257 | 0.895 | 1.7544 | 4.2538 |

Dla danych cenzurowanych min to czas pierwszego zaobserwowanego zdarzenia. Natomiast max w typie drugim to czas ostatniego niecenzurowanego zdarzenia, a w typie trzecim max może oznaczać zarówno czas zdarzenia jak i cenzury.

2.3 Zadanie 3

W grupie otrzymującą lek A uzyskano następujące dane. U dziesięciu pacjentów remisja choroby nastąpiła w chwilach: 0.03345514, 0.08656403, 0.08799947, 0.24385821, 0.27755032, 0.40787247, 0.58825664, 0.64125620, 0.90679161, 0.94222208, natomiast u pozostałych dziesięciu pacjentów w ciągu roku nie zaobserwowano remisji. W grupie otrzymującą lek B uzyskano następujące dane. U dziesięciu pacjentów remisja choroby nastąpiła w chwilach: 0.03788958, 0.12207257, 0.20319983, 0.24474299, 0.30492413, 0.34224462, 0.42950144, 0.44484582, 0.63805066, 0.69119721, natomiast u pozostałych dziesięciu pacjentów w ciągu roku nie zaobserwowano remisji.

Poniższa tabela 6 prezentuje statystyki opisowe dla tych danych.

Tabela 6: Statystyki opisowe dla grup A i B

| grupa | liczba_obserwacji | kompletne | cenzurowane | min | Q1 | mediana | Q3 |
|-------|-------------------|-----------|-------------|--------|--------|---------|----|
| Lek A | 20 | 10 | 10 | 0.0335 | 0.3753 | 0.9711 | 1 |

| | | | | | | | |
|-------|----|----|----|--------|--------|--------|---|
| Lek B | 20 | 10 | 10 | 0.0379 | 0.3329 | 0.8456 | 1 |
|-------|----|----|----|--------|--------|--------|---|

Na podstawie Q_1 i *medianę* widzimy, że w grupie otrzymującej lek B remisja ogólnie występowała trochę szybciej, chociaż pierwsza remisja $\min = 0.0335$ wystąpiła szybciej w grupie przyjmującej lek A.

3 Lista 3

3.1 Zadanie 1

Poniższe funkcje odpowiadają za oszacowanie średniego czasu oczekiwania i wyznaczenie realizacji przedziału ufności dla danych cenzurowanych typu I.

```
censor_time <- 1.0

# Funkcja 1: estymacja theta i mu
oszacowanie_sredniego_czasu <- function(event_times, cens_count, censor_time) {
  R <- length(event_times)
  T_total <- sum(event_times) + cens_count * censor_time
  theta_hat <- R / T_total
  mu_hat <- 1 / theta_hat
  list(theta_hat = theta_hat, mu_hat = mu_hat)
}

# Funkcja 2: realizacja przedzialow ufnosci typu I
przedzial_ufnosci_cenzI <- function(r, n, t0, alpha = 0.05, metoda = "exact") {

  ci_p <- binom.confint(x = r, n = n, conf.level = 1 - alpha, methods = metoda)
  TL <- ci_p$lower
  TU <- ci_p$upper

  TL_teta <- -log(1 - TL) / t0
  TU_teta <- -log(1 - TU) / t0

  mu_lower <- 1 / TU_teta
  mu_upper <- 1 / TL_teta

  return(data.frame(alpha = alpha, lower = mu_lower, upper = mu_upper))
}
```

Tabela 9 przedstawia oszacowanie $\hat{\vartheta}$ jak i również oszacowanie średniego czasu do remisji $\hat{\mu}$ dla obu leków.

Tabela 7: Oszacowania parametrów rozkładu wykładniczego

| Grupa | $\hat{\vartheta}$ | $\hat{\mu}$ |
|-------|-------------------|-------------|
| Lek A | 0.70344 | 1.42158 |
| Lek B | 0.74302 | 1.34587 |

Tabela 10 przedstawia realizację przedziałów ufności dla średniego czasu do remisji choroby leku A i B dla $\alpha = 0.01$ i $\alpha = 0.05$.

Tabela 8: Przedziały ufności dla średniego czasu do remisji choroby dla pacjentów leczonych lekiem A i B dla różnych poziomów α

| Grupa | α | dolna granica | górsza granica |
|-------|----------|---------------|----------------|
| Lek A | 0.05 | 0.768 | 3.1506 |
| Lek A | 0.01 | 0.656 | 4.0720 |
| Lek B | 0.05 | 0.768 | 3.1506 |
| Lek B | 0.01 | 0.656 | 4.0720 |

3.2 Zadanie 2

W tym zadaniu zmieniamy czas cenzurowania z jedynki na czas zaobserwowania dziesiątej remisji czyli zmieniamy dane cenzurowane typu I na typ II.

```
# Funkcja 1: estymacja theta i mu
oszacowanie_sredniego_czasu <- function(event_times, cens_count) {

  # Zmiana czasu cenzurowania
  censor_time<-max(event_times)

  R <- length(event_times)
  T_total <- sum(event_times) + cens_count * censor_time
  theta_hat <- R / T_total
  mu_hat <- 1 / theta_hat
  list(theta_hat = theta_hat, mu_hat = mu_hat)
}

# Funkcja 2: realizacja przedzialow ufosci typu II.
oszacowanie_typeII <- function(event_times, n_total, alpha = 0.05) {
  m <- length(event_times)
  n <- n_total
  q_low <- qgamma(alpha/2, shape = m, rate = m)
  q_up <- qgamma(1 - alpha/2, shape = m, rate = m)

  suma <- sum(event_times) + event_times[m] * (n - m)

  TL <- m * q_low / suma
  TU <- m * q_up / suma

  MU <- 1/TL
  ML <- 1/TU

  data.frame(
    alpha = alpha,
    lower = ML,
    upper = MU
  )
}
```

Tabela 9: Oszacowania parametrów rozkładu wykładniczego

| Grupa | $\hat{\theta}$ | $\hat{\mu}$ |
|-------|----------------|-------------|
| Lek A | 0.73324 | 1.36380 |
| Lek B | 0.96426 | 1.03706 |

Tabela 10: Przedziały ufności dla średniego czasu do remisji choroby dla pacjentów leczonych lekiem A i B dla różnych poziomów α

| Grupa | α | dolina granica | górnna granica |
|-------|----------|----------------|----------------|
| Lek A | 0.05 | 0.7983 | 2.8440 |
| Lek A | 0.01 | 0.6820 | 3.6692 |
| Lek B | 0.05 | 0.6070 | 2.1626 |
| Lek B | 0.01 | 0.5186 | 2.7901 |

3.3 Zadanie 3

W tym zadaniu porównany dokładność estymatorów $\hat{\vartheta} = \frac{R}{T_1}$ oraz $\tilde{\vartheta} = \frac{-\log(1 - \frac{R}{n})}{t_0}$ poprzez sprawdzenie obciążień i błędów średniokwadratowych. Wykonamy 10000 symulacji.

```
# Funkcja do obliczenia estymatorów dla jednej próby
simulate_estimators <- function(n, t0, theta) {
  X <- rexp(n, rate = theta)

  # Dane cenzurowane typu I
  R <- sum(X <= t0)
  T1 <- sum(X[X <= t0]) + t0 * (n - R)

  theta_hat <- R / T1

  if (R == n) {
    theta_tilde <- 1 / mean(X)
    wszystkie_pelne <- TRUE
  } else {
    theta_tilde <- -log(1 - R/n) / t0
    wszystkie_pelne <- FALSE
  }

  return(c(theta_hat = theta_hat, theta_tilde = theta_tilde, wszystkie_pelne = wszystkie_pelne))
}
```

W przypadku $n = 10$ i $t_0 = 2.0$ estymator $\tilde{\vartheta}$ ma mniejsze obciążenie i błąd średniokwadratowy, ale we wszystkich pozostałych przypadkach to estymator $\hat{\vartheta}$ ma mniejsze obciążenie i błąd średniokwadratowy, więc można stwierdzić, że to właśnie $\hat{\vartheta}$ jest dokładniejszy.

Tabela 11: Porównanie dokładności estymatorów na podstawie obciążenia i błędu średniokwadratowego

| n | t_0 | \widetilde{MSE} | \widehat{MSE} | \tilde{b} | \hat{b} | Kompletne przypadki |
|-----|-------|-------------------|-----------------|-------------|-----------|---------------------|
| 10 | 0.5 | 0.3383 | 0.3078 | 0.0789 | 0.0669 | 1 |
| 30 | 0.5 | 0.0912 | 0.0891 | 0.0229 | 0.0212 | 0 |
| 10 | 1.0 | 0.2454 | 0.2063 | 0.0963 | 0.0706 | 77 |
| 30 | 1.0 | 0.0668 | 0.0577 | 0.0315 | 0.0232 | 0 |
| 10 | 2.0 | 0.1608 | 0.1756 | 0.0661 | 0.0864 | 2296 |
| 30 | 2.0 | 0.0727 | 0.0444 | 0.0624 | 0.0311 | 120 |

4 Lista 4

4.1 Zadanie 1

```
test_lrt_cenzI <- function(r, s, n, t0, theta0, typ = "dwustronny", alpha = 0.05) {
  theta_hat <- r / (s + (n - r) * t0)
  W <- 2 * (r * log(theta_hat / theta0) + (theta0 - theta_hat) * (s + (n - r) * t0))

  # wartość p
  if (typ == "dwustronny") {
    pval <- 1 - pchisq(W, df = 1)
  } else if (typ == "prawostronny") {
    pval <- if (theta_hat > theta0) 1 - pchisq(W, df = 1) else 1
  } else if (typ == "lewostronny") {
    pval <- if (theta_hat < theta0) 1 - pchisq(W, df = 1) else 1
  } else stop("typ musi być 'dwustronny', 'prawostronny' lub 'lewostronny'")

  # poziom krytyczny
  c_alpha <- qchisq(1 - alpha, df = 1)

  list(theta_hat = theta_hat, statystyka = W, p_value = pval, krytyczny = c_alpha)
}
```

4.2 Zadanie 2

W tym zadaniu wykonamy oszacowanie mocy dla 10 różnych alternatyw i oszacowanie rozmiaru testu. Poziom istotności ustalamy $\alpha = 0.05$, Hipotezę zerową jako $\theta_0 = 0.5$, natomiast czas obserwacji wybieramy $t_0 = 3$.

```
symulacja_mocy <- function(n, t0, theta0, alternatywy, alpha = 0.05, B = 1000) {

  # Rozmiar testu (theta = theta0)
  odrzucenia_H0 <- 0
  for (b in 1:B) {
    dane <- generuj_typI(n, l = theta0, a = 1, t0 = t0)
    r <- sum(dane$delta == 1)
    s <- sum(dane$time[dane$delta == 1])
    test <- test_lrt_cenzI(r, s, n, t0, theta0, typ = "dwustronny", alpha = alpha)

    if (test$statystyka > test$krytyczny) odrzucenia_H0 <- odrzucenia_H0 + 1
  }
  rozmiar_testu <- odrzucenia_H0 / B
}
```

```

# Moc testu dla alternatyw
moc <- numeric(length(alternatywy))

for (i in seq_along(alternatywy)) {
  theta <- alternatywy[i]
  odrzucenia <- 0
  for (b in 1:B) {
    dane <- generuj_typI(n, l = theta, a = 1, t0 = t0)
    r <- sum(dane$delta == 1)
    s <- sum(dane$time[dane$delta == 1])
    test <- test_lrt_cenzI(r, s, n, t0, theta0, typ = "dwustronny", alpha = alpha)

    if (test$statystyka > test$krytyczny) odrzucenia <- odrzucenia + 1
  }
  moc[i] <- odrzucenia / B
}

return(list(
  rozmiar_testu = rozmiar_testu,
  moc = moc,
  alternatywy = alternatywy
))
}

theta0 <- 0.5
t0 <- 3
alternatywy <- seq(0.2, 0.8, length.out = 10) # 10 wybranych alternatyw
B <- 1000

set.seed(123)
wyniki20 <- symulacja_mocy(n = 20, t0 = t0, theta0 = theta0, alternatywy = alternatywy, B = B)

set.seed(123)
wyniki50 <- symulacja_mocy(n = 50, t0 = t0, theta0 = theta0, alternatywy = alternatywy, B = B)

```

Rozmiar testu dla $n = 20$ to 0.06

Tabela 12 przedstawia oszacowanie mocy testu dla różnych alternatyw.

Tabela 12: Moc testu LRT dla $n = 20$

| theta | moc_testu |
|-------|-----------|
| 0.200 | 0.881 |
| 0.267 | 0.631 |
| 0.333 | 0.343 |
| 0.400 | 0.146 |
| 0.467 | 0.060 |
| 0.533 | 0.056 |
| 0.600 | 0.117 |
| 0.667 | 0.219 |
| 0.733 | 0.383 |
| 0.800 | 0.458 |

Rozmiar testu dla $n = 50$ to 0.046

Tabela 13 przedstawia oszacowanie mocy testu dla różnych alternatyw.

Tabela 13: Moc testu LRT dla $n = 50$

| theta | moc_testu |
|-------|-----------|
| 0.200 | 1.000 |
| 0.267 | 0.956 |
| 0.333 | 0.677 |
| 0.400 | 0.291 |
| 0.467 | 0.068 |
| 0.533 | 0.073 |
| 0.600 | 0.199 |
| 0.667 | 0.469 |
| 0.733 | 0.708 |
| 0.800 | 0.883 |

W obu przypadkach rozmiar testu jest bliski założonemu $\alpha = 0.05$, ale dla większego n jest bliżej. Możemy również zauważyc, że testy mają większą moc dla θ , które są bardziej różne od wybranego przez nas $\theta_0 = 0.5$. Ponadto dla $n = 50$ testy mają znacznie większą moc niż dla $n = 20$.

4.3 Zadanie 3

Zweryfikujemy hipotezę, że czas do remisji wynosi $\theta_0 = 1$. Poziom istotności ustalamy $\alpha = 0.05$, a o czasie obserwacji wiemy, że wynosił $t_0 = 1$.

Tabela 14: Weryfikacja hipotezy o średnim czasie do remisji w grupach A i B

| Grupa | $\hat{\theta}$ | Statystyka | Wartość krytyczna | p-value | Odrzucamy H_0 |
|-------|----------------|------------|-------------------|---------|-----------------|
| A | 0.70344 | 1.39624 | 3.84146 | 0.23735 | FALSE |
| B | 0.74302 | 0.97657 | 3.84146 | 0.32305 | FALSE |

W obu grupach p-wartość jest większa od ustalonego przez nas poziomu istotności $\alpha = 0.05$, zatem w żadnej z grup nie mamy podstaw do odrzucenia hipotezy zerowej.