Proyecto de Simulación
Eventos Discretos

Gabriela B. Martínez Giraldo
C412

Universidad de La Habana,
La Habana, Cuba
{gabriela.martinez}@estudiantes.matcom.uh.cu

Problema a tratar:

Puerto Sobrecargado (Overloaded Harbor)

En un puerto de supertanqueros que cuenta con 3 muelles y un remolcador para la descarga de estos barcos de manera simultánea. Se desea conocer el tiempo promedio de espera de los barcos para ser cargados en el puerto.

El puerto cuenta con un bote remolcador disponible para asistir a los tanqueros. Los tanqueros de cualquier tamaño necesitan de un remolcador para aproximarse al muelle desde el puerto y para dejar el muelle de vuelta al puerto.

El tiempo de intervalo de arribo de cada barco distribuye mediante una función exponencial con $\lambda = 8$ horas. Existen tres tamaños distintos de tanqueros: pequeño, mediano y grande, la probabilidad correspondiente al tamaño de cada tanquero se describe en la tabla siguiente. El tiempo de carga de cada tanquero depende de su tamaño y los parámetros de distribución normal que lo representa también se describen en la tabla 1.

Tamaño	Probabilidad de Arribo	Tiempo de Carga
Pequeño	0.25	$\mu = 9$, $\sigma^2 = 1$
Mediano	0.25	$\mu = 12$, $\sigma^2 = 2$
Grande	0.50	$\mu = 18$, $\sigma^2 = 3$

Figura 1. Tabla de probabilidades según tamaño del tanquero.

De manera general, cuando un tanquero llega al puerto, espera en una cola (virtual) hasta que exista un muelle vacío y que un remolcador esté disponible para atenderle. Cuando el remolcador está disponible lo asiste para que pueda comenzar su carga, este proceso demora un tiempo que distribuye exponencial con $\lambda = 2$ horas. El proceso de carga comienza inmediatamente después de que el barco llega al muelle. Una vez terminado este proceso es necesaria la asistencia del remolcador (esperando hasta que esté disponible) para llevarlo de vuelta al puerto, el tiempo de esta operación distribuye de manera exponencial con $\lambda = 1$

hora. El traslado entre el puerto y un muelle por el remolcador sin tanquero distribuye exponencial con $\lambda = 15$ minutos.

Cuando el remolcador termina la operación de aproximar un tanquero al muelle, entonces lleva al puerto al primer barco que esperaba por salir, en caso de que no exista barco por salir y algún muelle esté vacío, entonces el remolcador se dirige hacia el puerto para llevar al primer barco en espera hacia el muelle vacío; en caso de que no espere ningún barco, entonces el remolcador esperar por algún barco en un muelle para llevarlo al puerto. Cuando el remolcador termina la operación de llevar algún barco al puerto, este inmediatamente lleva al primer barco esperando hacia el muelle vacío. En caso de que no haya barcos en los muelles, ni barcos en espera para ir al muelle, entonces el remolcador se queda en el puerto esperando por algún barco para llevar a un muelle.

Simule completamente el funcionamiento del puerto. Determine el tiempo promedio de espera en los muelles.

Principales ideas seguidas para la solución del problema

El problema en cuestión tiene ciertas particularidades que deben tenerse en cuenta. Si lo miramos desde el punto de vista del remolcador podemos tomar las siguientes consideraciones para simular el trabajo en el puerto apoyándonos en sus funciones:

Primero al incio del día el remolcador espera en el puerto por algún barco que arribe. A la llegada de un tanquero este se suma a la cola de espera del puerto. Cuando un barco terminar de cargar en los muelles también se suma a una cola para esperar por el remolcador que lo acompañe de regreso al puerto.

Luego el remolcador tiene varias tareas:

1. Si se encuentra en el puerto debe actuar acorde a la situación actual:
    a) Si hay algún esperando en el puerto y existe algún muelle libre: Escoltar hasta el muelle al primer barco en la cola .
    b) De no suceder lo anterior entonces se analiza que, de no haber muelle disponible o de existir algún tanquero esperando, el remolcador debe moverse hacia los muelles.
    c) Finalmente, de no ser requerido por ninguno de los casos anteriores, el remolcador debe simplemente esperar en su posición actual por el próximo evento.
2. Si se encuentra en los muelles:
    a) De existir en la cola algún tanquero que haya terminado con su carga y esté esperando por él, tomar el primero y regresarlo al puerto.
    b) En otro caso, verificar si existe algún barco esperando en la cola del puerto y si existe algún muelle libre. De ser así, trasladarse al puerto.
    c) En última instancia sólo queda esperar, ya sea porque un tanquero termine su carga o por un barco que arribe al puerto.

Siguiendo estas ideas es posible simular el escenario dado.

Debemos aclarar que se tienen en cuenta dos cuestiones: El tanquero conoce en todo momento el estado del puerto y de los muelles, o sea el número de tanqueros en los muelles, el estado de los procesos de carga, y si hay algún barco en espera en el puerto; La cola para esperar al remolcador en el muelle se van uniendo los barcos a medida que finalicen con su proceso de cargo, de modo que un tanquero A puede haber llegado primero al puerto o al muelle, pero, si termina de cargar a las 11:50am, arribará a la cola luego de otro tanquero B que, a pesar de haber llegado más tarde, haya culminado con el cargo a las 11:30am.

Por último, por cuestiones de eficiencia, si el remolcador se encuentra en el puerto, pero los 3 muelles están ocupados, este emprende el viaje hacia los muelles lo antes posible, dado que sólo queda como opción ir a recoger alguno de estos barcos y no es necesario esperar a que terminen para moverse al lugar de encuentro.

Modelo de simulación desarrollado

Basándonos en las ideas expuestas anteriormente el modelo discreto desarrollado para simular el escenario dado consiste en:

Variables

1. De tiempo:
   a) tiempo actual de la simulación: t
   b) tiempo del próximo arribo a puerto: t_{ha}
   c) tiempo de finalización de cargo en muelles del próximo tanquero: t_{df}
2. Contadoras:
   a) Número de tanqueros de tamaño: pequeño n_s, mediano n_m y grande n_b.
   b) Diccionario con los tiempos de arribo a puerto: A_h
   c) Diccionario con los tiempos de finalización de carga: F_d
   d) Diccionario con los tiempos de salida del puerto(cuando el tanquero ha culminado todo el ciclo): D
   e) Diccionario con el tipo de cada tanquero(pequeño - 0, mediano - 1, grande - 2): T
3. De estado:
   a) Número de tanqueros presentes en la simulación actualmente: n
   b) Número de tanqueros en muelles: n_d
   c) Posición del remolcador: p(0 - en puerto, 1 - en muelle)
   d) Cola de barcos en puerto: Q_h
   e) Cola de barcos en muelles: Q_d

Inicialización

$t = a = n = n_d = p = 0$
$t_{df} = -1$
Generar t_0, hacer $t_{ha} = t_n$, añadir t_0 a Q_h, aumentar el contador a y n en 1 y guardar el valor del arribo del primer tanquero en $A_h[0] = t_0$ y su tamaño s tras ser generado $T[0] = s$.

Casos

Los valores de t_{ha} y t_{df} corresponden a los mínimos de sus respectivas colas(cola del puerto, cola del muelle) en caso de tener elementos, de lo contrario se toman como ∞.

SUSTUIR len y A [1] por Tha

1. $p = 0 \wedge len(Q_h) > 1 \wedge Q_h[0] <= t \wedge n_d < 3$: Si estando en el puerto, hay algún barco, tomarlo y llevarlo al muelle en caso de haber alguno disponible.
   a) Extraer el primer elemento de Q_h. Sea este el tanquero número i.
   b) Generar t_{i+1} y guardar el tiempo de arribo del próximo barco $i + 1$ en $A[n + 1] = A[i] + t_{i+1}$. Añadir dicho valor de $i + 1$ a Q_h. Actualizar $n+ = 1$ y gen/registrar el tipo de barco.
   c) Generar su tiempo de viaje t_{r1} en la ruta 1 (puerto-muelles) y actualizar $t+ = t_{r1}$
   d) Generar su tiempo de carga t_c, guardar $F_d[i] = t + t_c$ y aadir este valor de i a la cola de los muelles Q_d
   e) Actualizar número de tanqueros en muelles $n_d+ = 1$, posición del remolcador $p = 1$.
2. $p = 0 \wedge (n_d = 3 \vee (Q_h[0] > t \wedge t_{df} <= t))$: Si estando en el puerto, todos los muelles están ocupados o no hay ningún barco en el puerto pero sí alguno esperando en el muelle por traslado: ir a los muelles.
   a) Generar el tiempo de viaje t_{s1} y actualizar el tiempo de la simulación $t+ = t_{s1}$
   b) Actualizar la posición del remolcador $p = 1$.
3. $p = 0 \wedge Q_h[0] > t \wedge (n_d = 0 \vee t_{df} > t)$: Si estando en el puerto no hay tanqueros en cola ni listos en los muelles, esperar por el próximo arribo o la próxima finalización de carga.
   a) Actualizar el tiempo de la simulación $t = min(Q_h[0], Q_d[0])$
4. $p = 1 \wedge t_{df} <= t$: Estando en el muelle, tomar el primer tanquero que haya culminado ya con su carga y llevarlo al puerto
   a) Extraer el primer elemento de Q_d. Sea este el tanquero número i.
   b) Generar su tiempo de viaje t_{r2} en la ruta 2 (muelle-puerto) y actualizar $t+ = t_{r2}$
   c) Guardar $D[i] = t$.
   d) Actualizar número de tanqueros en muelles $n_d- = 1$, posición del remolcador $p = 0$ y $n- = 1$..

   actualizar el menor tiempo de lsito t_{df}
5. $p = 1 \wedge (n_d = 0 \vee (Q_h[0] <= t \wedge n_d < 3))$. Estando en los muelles se observa que están vacíos; o que no hay ningún tanquero que haya finalizado con su carga, pero sí hay espacio en muelles para otro barco y algún barco esperando en el puerto: Regresar al puerto.
   a) Generar el tiempo de viaje t_{s2} y actualizar el tiempo de la simulación $t+ = t_{s2}$
   b) Actualizar la posición del remolcador a $p = 0$, puerto.

6. $p = 1 \wedge n_d = 3$ Si están llenos los muelles esperar porque termine un barco de cargar.
   a) Actualizar el tiempo de la simulación $t = Q_d[0] = d_{df}$)
7. $p = 1 \wedge n_d > 0 \wedge t_{df} > t$ Si no hay barco esperando en puerto y los tanqueros cargando en el muelle aún no están listos, esperar el propio muelle por el próximo evento más cercano.
   a) Actualizar el tiempo de la simulación $t = min(Q_h[0], Q_d[0])$

Simulación de avariables aleatorias

Para esta simulacón fue necesario trabajar con ciertas variables aletorias. Para simular las mismas (valga la redundancia), se utilizaron los siguientes resultados:

$X \sim Exp(\lambda)$:

Sea $X \sim Exp(\lambda)$, un algoritmo para simular X usando el método de la transformada inversa sería:

1. Generar $U \sim U(0, 1)$
2. return $X = -\frac{1}{\lambda} * \log(U)$

$Z \sim N(0, 1)$

Para simular $Z \sim N(0, 1)$, se puede usar el método de los rechazos. Como la función de densidad de Z es par, para simplificar el procedimiento se simula $X = |Z|$.

Algoritmo para simular X:
1. Generar $Y \sim Exp(1)$
2. Generar $U \sim U(0, 1)$
3. if $U \leq e^{\frac{-(Y-1)^2}{2}}$ return $X = Y$
4. else volver al paso 1

Para simular los valores de Z con probabilidad $\frac{1}{2}$ devuelve X, y con probabilidad $\frac{1}{2}$ devuelve $-X$.

$Z \sim N(\mu, \sigma^2)$

Si $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ entonces:

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \sim N(0, 1)$$

Luego para generar una normal X con parámetros μ y σ^2 se genera una normal estándar Z y se calcula:

$$X = Z * \sigma + \mu$$

Consideraciones finales

Para calcular el tiempo promedio que demora un tanquero desde la llegada al puerto hasta su salida se ejecutaron repetidas simulaciones del problema.

En general los valores obtenidos varían según el tiempo de ejecución y el hecho de trabajar con variables aleatorios, pero se puede observar que casi siempre rondan los 15-24 horas de espera. Estos resultados son totalmente entendible considerando que un buque puede tardarse alrededor de 12 horas de carga más el tiempo de traslasdo y de espera por el remolcador.

Tras simular el proceso 1000 veces por 24 horas y promediar los datos obtenidos podemos concluir que el promedio de espera de un tanquero es de 21 horas.

Repositorio del proyecto en Github

El código desarrollado durante este trabajo puede encontrarse en https://github.com/matcom-chacha/discrete-events.